



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



- ✓ 1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^8 3^{14} 5^{12}$, bc делится на $2^{12} 3^{20} 5^{17}$, ac делится на $2^{14} 3^{21} 5^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- ✓ 2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 5 : 2$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
- ✓ 3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$.
- ✓ 4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} 0,2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-16;80)$, $Q(2;80)$ и $R(18;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 100, $SA = BC = 16$.
- а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
- б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 1. $ab : 2^8 3^{14} 5^{12} \Rightarrow ab = 2^8 3^{14} 5^{12} k, \text{ где } k \in \mathbb{N};$

$bc : 2^{12} 3^{20} 5^{17} \Rightarrow bc = 2^{12} 3^{20} 5^{17} m, \text{ где } m \in \mathbb{N};$

$ac : 2^{14} 3^{21} 5^{39} \Rightarrow ac = 2^{14} 3^{21} 5^{39} c, \text{ где } c \in \mathbb{N};$

Перемножим ab, bc и ac : $(abc)^2 = 2^{34} \cdot 3^{55} \cdot 5^{68} kmc; \Rightarrow$

$\Rightarrow abc = \sqrt{2^{34} 3^{55} 5^{68} kmc} = 2^{17} \cdot 3^{27} \cdot 5^{34} \sqrt{3kmc};$

Т.к. $a, b, c \in \mathbb{N} \Rightarrow abc \in \mathbb{N} \Rightarrow \sqrt{3kmc} \in \mathbb{N}$; Т.к. мы ищем
наим. знач. abc , то kmc - наим. множитель, при котором
 $3kmc$ - полный квадрат $\Rightarrow$ т.к. $k, m, c \in \mathbb{N}$, то $kmc = 3$ и
достигается, к примеру, при $k=3$ и $m=c=1 \Rightarrow \sqrt{3kmc} = 3$ и
 $\min(abc) = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{34};$

Ответ: $2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{34};$

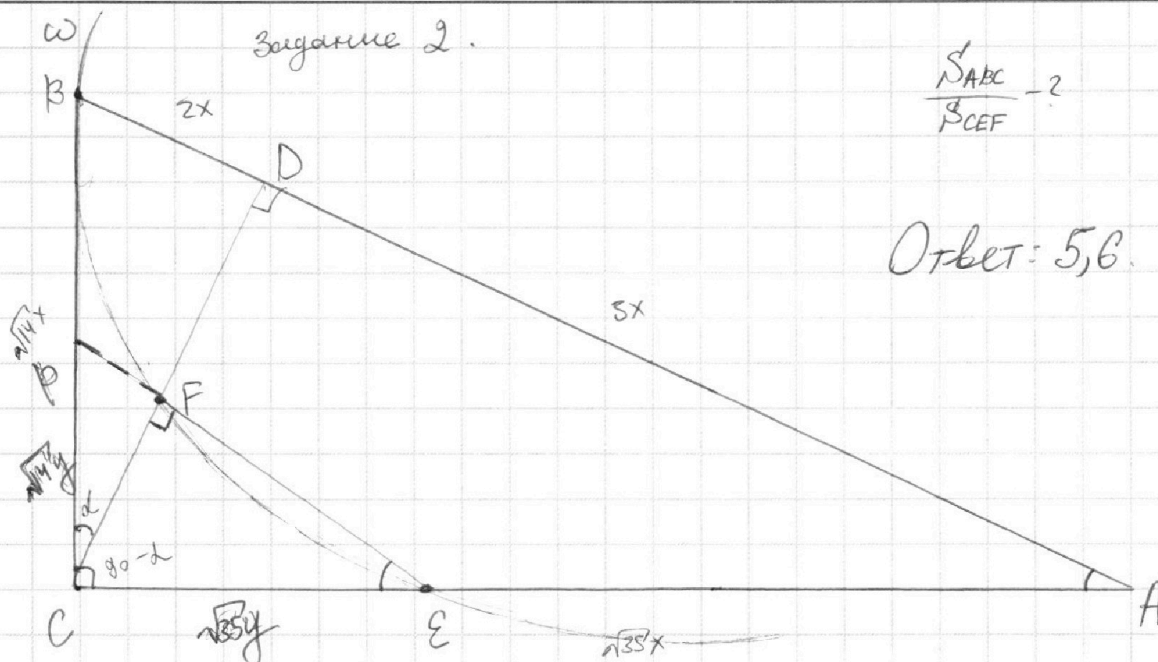
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Решение: $AD:DB = 5:2 \Rightarrow$ пусть $AD = s \cdot x$; $DB = 2 \cdot x$; $\Rightarrow$

$\Rightarrow CD = \sqrt{BD \cdot AD} = \sqrt{10} \cdot x$ (высота, опущенная на гипотенузу равна ср. геом. частей, на которые она делит гипотенузу)

Тогда по т. Пифагора из $\triangle CDA$ и $\triangle CDB \Rightarrow AC = \sqrt{35} \cdot x$; $BC = \sqrt{14} \cdot x$;

Продлим $FE \cap BC = P$; т.к. из условия $FE \parallel AB$, то и

$PE \parallel AB \Rightarrow \angle CPE = \angle B$; $\angle CEF = \angle A$ и $CF \perp PE$, где BC, CD и AC — секущие к паралл. пр. PE и BA ; ~~Решение~~ Аналогично по

3-м углам подобны $\triangle PCE$ и $\triangle ABC$; Тогда пусть $CE = \sqrt{35} \cdot y$ и $PC = \sqrt{14} \cdot y$, где $k = \frac{y}{x}$ — коэф. подобных тр-ников;

Из $\triangle FPC$ и $\triangle PED$: $\angle F = \angle D = 90^\circ$ и $\angle C$ общ. $\Rightarrow$ они подобны с коэф. $k = \frac{CP}{CD} = \frac{y}{x} \Rightarrow PF = 2y$; Аналогично из $\triangle CFE$ и $\triangle CDA$:

$FE = 5y$; т.к. CB — касат. к окружности, а $PE \cap \omega = F$ и E ,

где ω — окр. из условия, то верно след.: $PB^2 = PF \cdot PE \Rightarrow$

$\Rightarrow (\sqrt{14}(x-y))^2 = 2y \cdot 7y \Rightarrow y^2 = (x-y)^2 \Rightarrow \begin{cases} 2y = x; \\ x = 0; \end{cases}$ При $x=0$ тр-ник не существует ($BA=0$); При $2y=x$ не подходит.

Отношение площадей: $S_{ABC} = \frac{AC \cdot BC}{2} = \frac{7\sqrt{10}x^2}{2}$; $S_{CEF} = \frac{CF \cdot FE}{2} = \frac{10y \cdot 5y}{2} = \frac{50y^2}{2}$; $\Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{CEF}} = \frac{7}{5} \left(\frac{x}{y}\right)^2 = \frac{28}{5} = 5,6$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3. $\arcsin(\cos x) = \pi - 2x$;

Аргумент $\arcsin$ определён на $[-1; 1]$, что верно
 $\forall x$ для $\cos x$; Для $\arcsin$ принимаются значения от
 $-\frac{\pi}{2}$ до $\frac{\pi}{2} \Rightarrow -\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi - 2x}{10} \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow -5\pi \leq \pi - 2x \leq 5\pi \Rightarrow -2\pi \leq x \leq 3\pi$;

Тогда исходные уравнение равносильно след. системе:

$$\begin{cases} \sin(\arcsin(\cos x)) = \sin\left(\frac{\pi - 2x}{10}\right); \\ -2\pi \leq x \leq 3\pi; \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = \sin\left(\frac{\pi - 2x}{10}\right); \\ -2\pi \leq x \leq 3\pi; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{10} - \frac{x}{5}\right); \\ -2\pi \leq x \leq 3\pi; \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2\sin\left(\frac{\frac{\pi}{2} - x - \frac{\pi}{10} + \frac{x}{5}}{2}\right) \cos\left(\frac{\frac{\pi}{2} - x + \frac{\pi}{10} - \frac{x}{5}}{2}\right) = 0; \\ -2\pi \leq x \leq 3\pi; \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi}{5} - \frac{2x}{5}\right) = 0; \\ \cos\left(\frac{3\pi}{10} - \frac{3x}{5}\right) = 0; \\ -2\pi \leq x \leq 3\pi; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{5} - \frac{2x}{5} = \pi k; \\ \frac{3\pi}{10} - \frac{3x}{5} = \frac{\pi}{2} + \pi n; \\ -2\pi \leq x \leq 3\pi; \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2}(1 - 5k); \\ x = -\frac{\pi}{3}(1 + 5n); \\ -2\pi \leq x \leq 3\pi; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3\pi; -2\pi; \frac{\pi}{2}; \\ x = 3\pi; -2\pi; \frac{4\pi}{3}; -\frac{\pi}{3}; \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = -2\pi; -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}; \frac{4\pi}{3}; 3\pi;$$

$$\text{Ответ: } \left\{ -2\pi; -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}; \frac{4\pi}{3}; 3\pi \right\};$$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



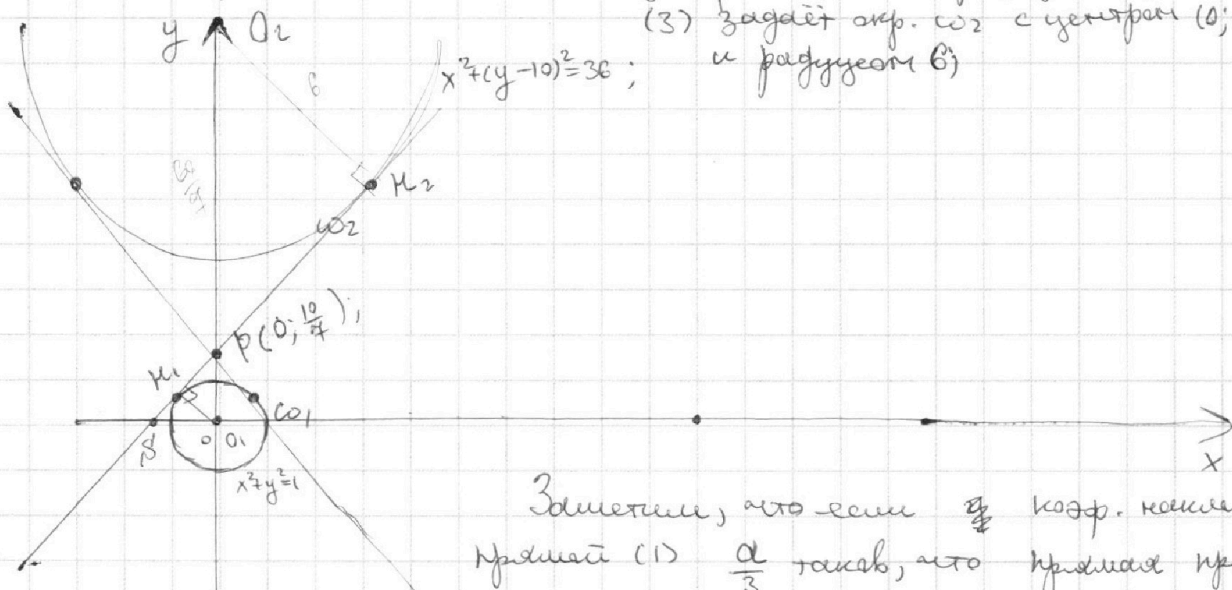
Задача 4.

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0; \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 2ay + 6b) = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \frac{ax + 4b}{3}; (1) \\ x^2 + y^2 = 1; (2) \\ x^2 + (y - 1)^2 = 3b; (3) \end{cases}$$

Изобразим систему на плоскости

xOy : (2) задаёт окр. ω_1 с центром $(0; 0)$ и радиусом 1;
(3) задаёт окр. ω_2 с центром $(0; 1)$ и радиусом $\sqrt{3b}$



Заметим, что если $\frac{a}{3}$ коэф. наклона
прямой (1) $\frac{a}{3}$ таков, что прямая при
определённом значении b является общей касат.

к ω_1 и ω_2 , то она не может иметь более
2 пересечений с ω_1 и (2) в совокупности: либо она
пересекает окружности ω_1 или ω_2 , а оставшуюся
окр. не пересекает вовсе; либо же является общей

касат. и задаёт две точки касания; Заметим, если
модуль коэф. наклона растёт ~~до~~ $+\infty$, ~~бесконечности~~, то,
будучи в наклоне, где равенств. окруж. касат., новая
прямая будет иметь уже 4 решения, что немыслимо;
но если модуль ~~коэф.~~ коэф. наклона будет умень-
шаться до нуля, то 4 решений не будет никогда, т.к.
не найдётся ни при каком b такой прямой, чтобы
она была общей для обеих касат. $\Rightarrow$ если общие касат.
(см. рис.) имеют углы наклона k и $-k$, где $k > 0$, то решение
существует при $\frac{a}{3} \in (-k; k) \cup (k; +\infty)$; Найдём k :

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Опишем ~~на~~ в СК также O_2, O_1 — центры шр. ω_2 и ω_1 соответственно;
 K_2 и K_1 — основания перпен., опущенные из O_2 и O_1 соответственно.
на прямую с коэф. наклона k ; $P = K_1 K_2 \cap O_y$; Пусть
 $O_2 P = \tilde{a}$; $O_1 P = \tilde{b}$; ~~$\tilde{a} + \tilde{b} = 10$~~ $\tilde{a} + \tilde{b} = 10$, т.к. $O_2(P; 10)$;

$O_2 K_2 \perp K_1 K_2$ и $O_1 K_1 \perp K_1 K_2 \Rightarrow O_2 K_2 \parallel O_1 K_1$ и $\angle K_1 P O_1 = \angle O_2 P K_2$ как
внутренние $\Rightarrow \triangle O_2 K_2 P \sim \triangle O_1 K_1 P$ по 3-м углам и тогда:
 $\frac{\tilde{a}}{\tilde{b}} = \frac{6}{1} \Rightarrow \tilde{a} = 6\tilde{b} \Rightarrow \tilde{a} + \tilde{b} = 10 \Rightarrow \tilde{b} = \frac{10}{7}$ и $\tilde{a} = \frac{60}{7}$; $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ прямая с коэф. наклона k имеет вид: $y = kx + \frac{10}{7}$, где

$$\frac{y-b}{3} = \frac{10}{7} \Rightarrow b = \frac{30}{28} = \frac{15}{14};$$

Заметим, что $K_1 P = \sqrt{O_1 P^2 - O_1 K_1^2} =$

По т. Пифагора $K_1 P = \sqrt{O_1 P^2 - O_1 K_1^2} = \sqrt{\frac{100}{49} - 1} = \frac{\sqrt{51}}{7}$; Тогда
 $\tan \angle K_1 P O_1 = \frac{K_1 P}{K_1 O_1} = \frac{\sqrt{51}}{7}$, но $\triangle S P O_1 \sim \triangle K_1 O_1 P$, где $S =$
 $= O_x \cap K_1 K_2 \Rightarrow \angle K_1 O_1 P = \angle S \Rightarrow \tan \angle K_1 O_1 P = \frac{\sqrt{51}}{7} = \tan \angle S$, но

$\tan \angle S$ и есть угол наклона ~~пр~~ общей касат. с коэф.

$k > 0 \Rightarrow k = \frac{\sqrt{51}}{7}$ и 4 решения находятся при α

$$\alpha = \frac{3\sqrt{51}}{7};$$

$$\alpha \in (-\infty; -\frac{3\sqrt{51}}{7}) \cup (\frac{3\sqrt{51}}{7}; +\infty);$$

Ответ: $(-\infty; -\frac{3\sqrt{51}}{7}) \cup (\frac{3\sqrt{51}}{7}; +\infty)$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5. Пусть $2x = y \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} \log_5^4 y - 3 \log_5 y = \log_5^3 625 - 3; \\ \log_5^4 y + 4 \log_5 y = \log_5^3 0,2 - 3; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_5^4 y - \frac{3}{\log_5 y} = \frac{4}{3 \log_5 y} - 3; \\ \log_5^4 y + \frac{4}{\log_5 y} = -\frac{1}{3 \log_5 y} - 3; \Rightarrow \\ \begin{cases} y > 0; \\ y \neq 1; \end{cases} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \log_5^4 y = \frac{13}{3 \log_5 y} - 3; \\ \log_5^4 y = -\frac{13}{3 \log_5 y} - 3; \\ \begin{cases} y > 0; \\ y \neq 1; \end{cases} \end{cases} \quad \text{Пусть } \log_5 y = a \text{ и } \log_5 y = b \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^4 = \frac{13}{3a} - 3; \quad (1) \\ b^4 = -\frac{13}{3b} - 3; \quad (2) \\ \begin{cases} y > 0; \\ y \neq 1; \end{cases} \end{cases} \Rightarrow$$

из (1) и (2)

$$\Rightarrow \begin{cases} 3a^5 + 9a - 13 = 0; \quad (1) \\ 3b^5 + 9b + 13 = 0; \quad (2) \end{cases} \xrightarrow{\text{из (1) + (2)}} 3(a^5 + b^5) + 9(a + b) = 0; \Rightarrow$$

$$\begin{cases} y > 0; \\ y \neq 1; \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3(a + b)(a^4 - ba^3 + b^2a^2 - b^3a + b^4 + 3) = 0;$$

$$\begin{cases} a + b = 0; \quad (1) \\ a^4 - ba^3 + b^2a^2 - b^3a + b^4 + 3 = 0; \quad (2) \end{cases}$$

$$(1): a + b = 0 \Rightarrow \log_5 y + \log_5 y = 0 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow 2xy = 1 \text{ и } \left(xy = \frac{1}{2} \right)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

[illegible]

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



МФТИ

$$10 \sin(\cos x) = \pi - 2x$$

$$-1 \leq \cos x \leq 1$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \arcsin(\cos x) \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow -\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi - 2x}{10} \leq \frac{\pi}{2}$$

$$H_1(x_0; y_0);$$

$$1 = x_0^2 + y_0^2;$$

$$x_0^2 + \left(y_0 - \frac{14}{7}\right)^2$$

$$\frac{151}{49} - 1 = \frac{-20}{49} y_0 + \frac{100}{28}$$

$$\frac{7}{10} = y_0; \quad x_0 = \frac{\sqrt{51}}{10}; \quad \sqrt{\frac{51}{49}}$$

$$-5\pi \leq \pi - 2x \leq 5\pi$$

$$-6\pi \leq -2x \leq 4\pi,$$

$$-2\pi \leq x \leq 3\pi$$

$$\cos x = \sin\left(\frac{77-2x}{10}\right)$$

$$\sin(90 - x) = \cos x; \quad -20y_0 + \frac{20}{4}y_0 + 100 - \frac{100}{4} =$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \sin\left(\frac{\pi - 2x}{10}\right) = 0, \quad \frac{100 - 100}{49} =$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \left(\frac{\pi - 2x}{10}\right) = 0, \quad = 36\left(1 - \frac{91}{49}\right);$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin\left(\frac{\frac{5\pi}{10} - 5x - \frac{\pi}{10} + \frac{x}{5}}{2}\right) = 0 \\ \cos\left(\frac{\frac{5\pi}{10} - 5x + \frac{\pi}{10} - \frac{x}{5}}{2}\right) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sin\left(\frac{\pi}{5} - \frac{2x}{5}\right) = 0 \\ \cos\left(\frac{3\pi}{10} - \frac{3x}{5}\right) = 0 \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{\pi}{8} - \frac{2x}{5} = \pi k, k \in \mathbb{Z}; \right. \\ \left. \frac{3\pi}{10} - \frac{3x}{5} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \right] \end{aligned}$$

$$\frac{37}{12} - \frac{3x}{5} - \frac{17}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$\begin{cases} \frac{2x}{5} = \frac{\pi}{5} - \pi k & \begin{cases} x = \frac{\pi - 5\pi k}{2} \\ x = -\frac{\pi - 5\pi k}{2} \end{cases} \\ \frac{3x}{5} = \frac{3\pi}{10} - \frac{5\pi}{10} - \pi k & \begin{cases} x = \frac{\pi - 5\pi k}{2} \\ x = -\frac{\pi - 5\pi k}{2} \end{cases} \end{cases}$$

$$- \text{भार} \quad \frac{17 - 57k}{2} \geq 37$$

$$-4\pi \leq \pi(1-s^k) \leq 6\pi;$$

$$-u \leq 1 - sk \leq 0$$

$$-s \leq -s_k \leq s;$$

$$-1 \leq -k \leq 1;$$

$$-1 \leq k \leq +1;$$

$$k = -1, 0, 1 \Rightarrow x = 3\pi; \frac{\pi}{2}; -2\pi;$$

$$-2\pi \leq \frac{-\pi - \sqrt{3}k}{3} \leq 3\pi$$

$$-677 < -\pi(1 + 5/k) \leq 977$$

$$-9 \leq (1 + 5k) \leq 6$$

$$\begin{aligned} -19 &\leq sk \leq 5 \\ -2 &\leq k \leq 1 \end{aligned}$$

$$k = -2; -1; 0; 1 \Rightarrow X = 3\pi; \frac{4\pi}{3}; \frac{\pi}{3}; -2\pi;$$

$$X = -\frac{\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}; \frac{\pi}{2}; -2\pi; 3\pi;$$

$$\arcsin(\cos(3\pi)) = \pi - 3\pi = -\frac{\pi}{2}$$

~~$\sin(-1) \leq \frac{\pi}{2}$~~

$$X_0 = \sqrt{51} \cdot \frac{3}{5}$$

$$\frac{29}{5} - \frac{50}{5}$$

$$\frac{31}{42} \times 10 =$$

$$= 36; 174$$

$$\begin{array}{r} 6.25 \\ - 21.30 \\ \hline 8.25 \end{array}$$

4. ~~4800~~ = 28

$$\frac{70}{12} - \frac{1}{30}$$

$$= \frac{459}{38} = 12.08$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 2x = v \\ \log_5^4 v - \frac{3}{\log_5 v} = \frac{1}{3} \log_5 v^{25-3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_5 v = t \\ \log_5 y = k \end{cases}$$

$$\log_5^4 y + \frac{4}{\log_5 y} = \frac{1}{3} \log_5 y^{12-3}$$

$$t^4 - \frac{3}{t} = \frac{4}{3t} - 3; \quad t^4 = \frac{13}{3t} - 3;$$

$$k^4 + \frac{4}{k} = -\frac{1}{3k} - 3;$$

$$k^4 = -\frac{13}{3k} - 3;$$

$$t^4 - k^4 = \frac{13}{3} \left(\frac{1}{t} + \frac{1}{k} \right) = \frac{13}{3} \frac{(t+k)}{tk};$$

$$(t-k)(t+k)(t^2+k^2) - \frac{13}{3} \frac{(t+k)}{tk} = 0;$$

$$(t+k)((t-k)(t^2+k^2) - \frac{13}{3tk}) = 0;$$

$$\log_5 vy = 0; \Rightarrow vy = 1 \Rightarrow xy = \frac{1}{2};$$

$$\log_5 \left(\frac{v}{y} \right) (t^2 + k^2) = \frac{13}{3} \cdot \frac{1}{\log_5 v \log_5 y};$$

$$3t^5 + 9t - 13 = 0;$$

$$3k^5 + 9k + 13 = 0;$$

$$3t^5 + 9t - 12 = 1;$$

$$(t-1)(3t^4 + 3t^3 + 3t^2 + 3t + 12) = 1;$$

$$3(t^4 + t^3 + t^2 + t + 4)$$

$$(k+1)(3k^4 + 3k^3 + 3k^2 + 3k)$$

$$) = -1;$$

$$\log_5^4 v - \frac{3}{\log_5 v} = \frac{4}{3} \log_5 v^5 - 3;$$

$$\log_5^4 y + \frac{4}{\log_5 y} = -\frac{1}{3} \log_5 y^5 - 3;$$

$$b^4 - a^4 = \frac{13}{3} \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a} \right) = 0;$$

$$a^4 + b^4 + \frac{13}{3} \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a} \right) + 6 = 0;$$

$$a^4 - \frac{3}{a} = \frac{4}{3a} - 3;$$

$$b^4 + \frac{4}{b} = -\frac{1}{3b} - 3;$$

$$a^4 - \frac{13}{3a} + 3 = 0;$$

$$b^4 + \frac{13}{3b} + 3 = 0;$$

$$\begin{cases} kx_1 + 2 = y_1 \\ kx_2 + 2 = y_2 \end{cases}$$

$$k(x_1 - x_2) = y_1 - y_2$$

$$t = \frac{13}{3 \log_5 v}$$

$$10$$

$$-18$$

$$= k \left(\frac{1}{\sqrt{15}} - \frac{1}{\sqrt{15}} \right)$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{15}} = k \left(\frac{1}{\sqrt{15}} - \frac{1}{\sqrt{15}} \right)$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{15}} = k \left(\frac{1}{\sqrt{15}} - \frac{1}{\sqrt{15}} \right)$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{15}} = k \left(\frac{1}{\sqrt{15}} - \frac{1}{\sqrt{15}} \right)$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{15}} = k \left(\frac{1}{\sqrt{15}} - \frac{1}{\sqrt{15}} \right)$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{15}} = k \left(\frac{1}{\sqrt{15}} - \frac{1}{\sqrt{15}} \right)$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{15}} = k \left(\frac{1}{\sqrt{15}} - \frac{1}{\sqrt{15}} \right)$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{15}} = k \left(\frac{1}{\sqrt{15}} - \frac{1}{\sqrt{15}} \right)$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{15}} = k \left(\frac{1}{\sqrt{15}} - \frac{1}{\sqrt{15}} \right)$$

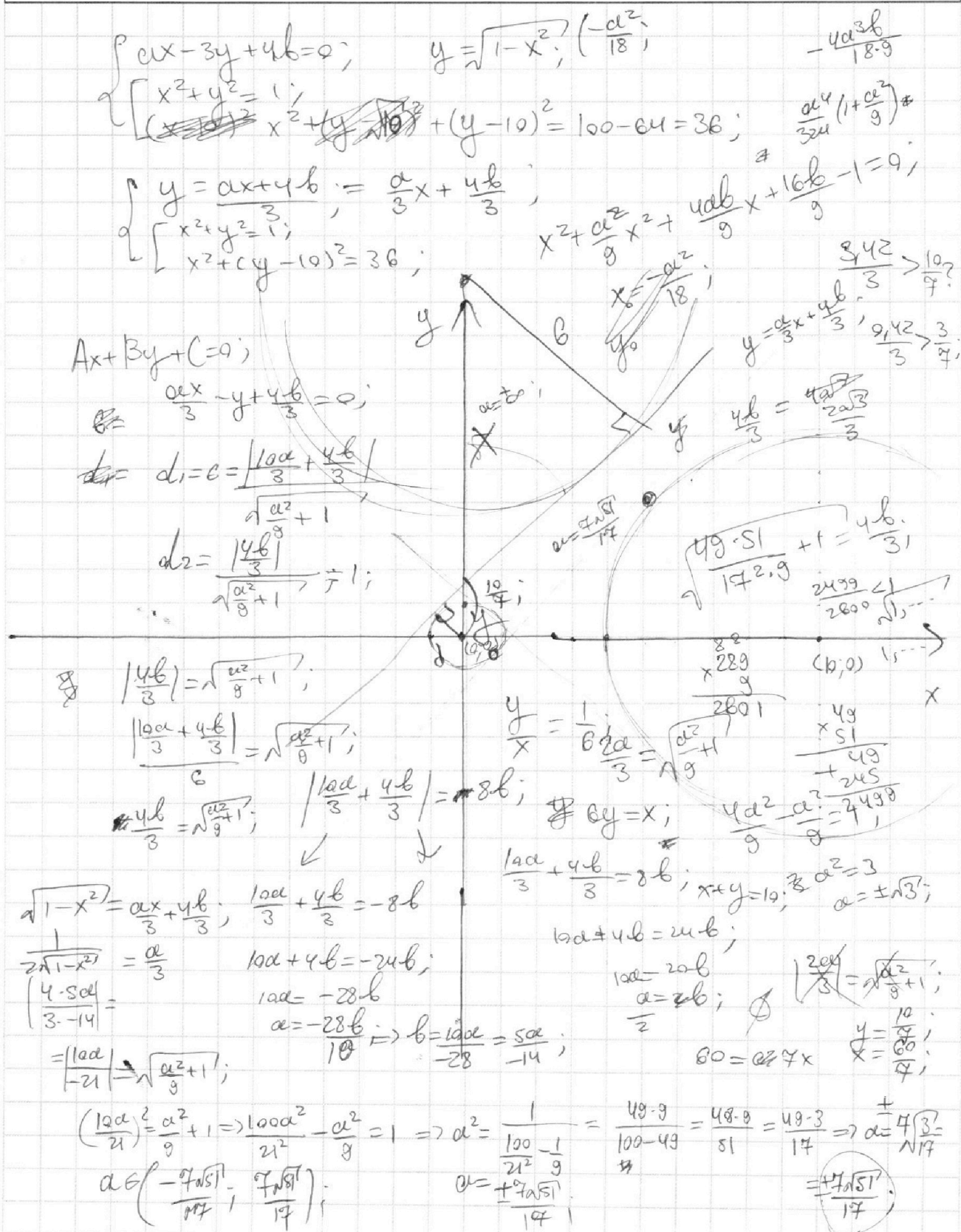
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ





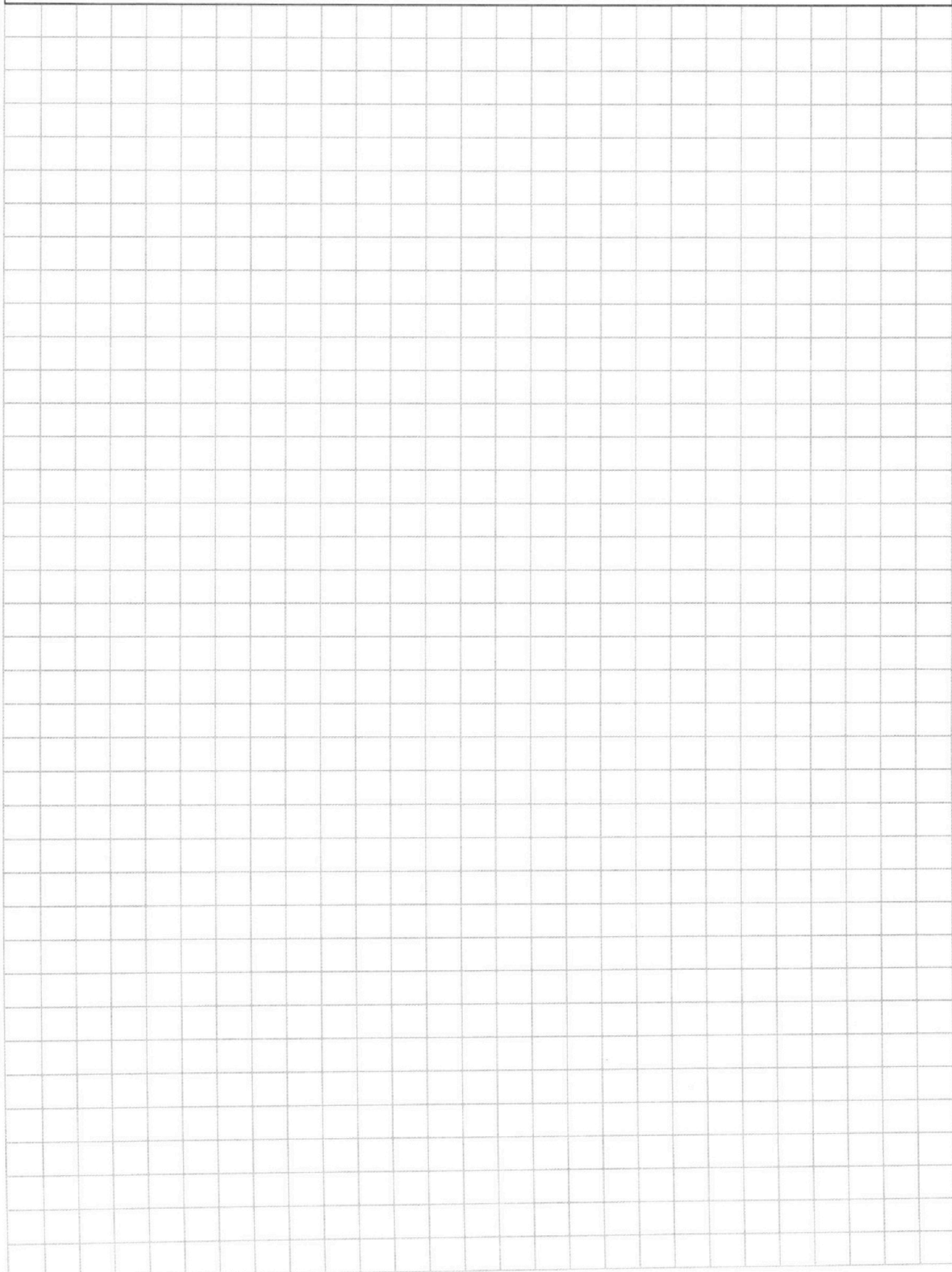
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{\log_s^4 v - \log_s^4 y}{\log_s \frac{v}{y} \cdot \log_s vy} = \frac{13}{3} \left(\frac{1}{\log_s v} + \frac{1}{\log_s y} \right);$$

$$\cdot (\log_s^2 vy - 2 \log_s v \log_s y) = \frac{13}{3} (\log_s v + \log_s y);$$

$$(\log_s^2 vy - 2 \log_s v \log_s y) = \frac{13}{3} \left(\frac{\log_s vy}{\log_s v \log_s y} \right);$$

$$\log_s vy = 0$$

$$\log_s \frac{v}{y} (\log_s^2 vy - 2 \log_s v \log_s y) = \frac{13}{3} \cdot \frac{1}{\log_s v \log_s y};$$

$$(\log_s v - \log_s y) \log_s v \log_s y =$$

$$= \log_s^2 v \log_s y - \log_s y^2 \log_s v;$$

$$a^4 - b^4 = \frac{13}{3} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right);$$

$$a^4 + b^4 = \frac{13}{3} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) - 0;$$

$$a^8 - b^8 = \left(\frac{13}{3} \right)^2 \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} \right)$$

$$a^3(a-b) \cdot a(a-b)(a^2+b^2) + b^{4+3}$$

$$b^2 a(a-b)$$

$$b^{4+3} a^3 + b^5 =$$

$$= (a+b)(a^4 - a^3 b + a^2 b^2 - a b^3 + b^4 - a b^5)$$

$$a^4 = \frac{13}{3a} - 3;$$

$$a^4 + 3 = \frac{13}{3a};$$

$$3a^5 + 9a - 13 = 0;$$

$$3b^5 + 9b + 13 = 0;$$

$$(a+b)(a$$

$$3(a^5 + b^5) + 9(a+b) = 0;$$

$$\begin{array}{r|l} a^5 + 0 \cdot a^4 + 0 \cdot a^3 + 0 \cdot a^2 + a + b^5 & a+b \\ -a^5 + b^5 & \\ \hline -ba^4 + 0 \cdot a^3 & \\ -ba^4 - ba^3 & \\ \hline -b^2 a^3 + 0 \cdot a^2 & -b^2 a^2 + a \\ -b^2 a^2 + 0 \cdot a & +b^4 a + b^5 \end{array}$$