



Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023

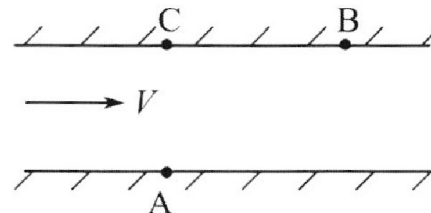
Вариант 09-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные
дроби и радикалы.



1. Пловец трижды переплывает реку. Движение пловца прямолинейное. Скорость пловца в подвижной системе отсчета, связанной с водой, во всех заплывах одинакова по модулю.

В двух первых заплывах А – точка старта, В – точка финиша (см. рис., V – неизвестная скорость течения реки). Ширина реки $AC = d = 70$ м, снос, т.е. расстояние, на которое пловец смещается вдоль реки к моменту достижения противоположного берега, $CB = L = 240$ м.



Продолжительность первого заплыва $T_1 = 192$ с, продолжительность второго заплыва $T_2 = 417$ с.

1) Найдите скорости V_1 и V_2 пловца в лабораторной системе отчета в первом и втором заплывах.

2) Найдите скорость U пловца в подвижной системе отсчета, связанной с водой.

В третьем заплыве пловец стартует из точки А и движется так, что снос минимальный.

3) Найдите продолжительность T третьего заплыва.

2. Футболист на тренировке наносит удары по мячу, лежащему на горизонтальной площадке и направляет мяч к вертикальной стенке. После абсолютно упругого соударения со стенкой мяч падает на площадку. Наибольшая высота, на которой находится мяч в полете, $H = 16,2$ м.

Расстояние от точки старта до стенки в 5 раз больше расстояния от стенки до точки падения мяча на площадку.

1) На какой высоте h происходит соударение мяча со стенкой?

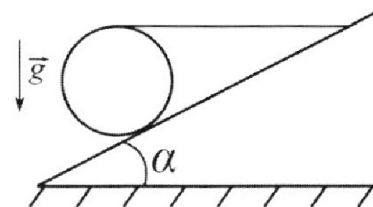
2) Найдите продолжительность t_1 полета мяча от старта до соударения со стенкой.

Допустим, что в момент соударения мяча со стенкой на той же высоте h , стенка движется навстречу мячу со скоростью $U = 2$ м/с.

3) Найдите расстояние d между точками падения мяча на площадку в случаях: стенка покоится, стенка движется.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха пренебрежимо мало. Соударения мяча со стенкой абсолютно упругие. Траектории мяча лежат в вертикальной плоскости перпендикулярной стенке.

3. Однородный шар массой $m = 3$ кг удерживается на шероховатой наклонной плоскости горизонтальной нитью, прикрепленной к шару в его наивысшей точке. Наклонная плоскость образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin \alpha = 0,6$.



1) Найдите силу T натяжения нити.

2) Найдите силу $F_{тр}$ трения, действующую на шар.

3) При каких значениях коэффициента μ трения скольжения шар будет находиться в покое? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023

Вариант 09-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные
дроби и радикалы.

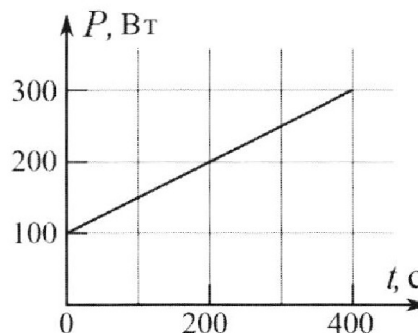
4. Воду нагревают на электроплитке. Начальная температура воды $\tilde{t}_0 = 14^\circ\text{C}$, объем воды $V = 2$ л. Сопротивление спирали электроплитки $R = 20$ Ом, сила тока в спирали $I = 5$ А.

Зависимость мощности P тепловых потерь от времени t представлена на графике (см. рис.).

1) Найдите мощность P_H нагревателя.

2) Через какое время T после начала нагревания температура воды станет равной $\tilde{t}_1 = 25^\circ\text{C}$?

Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м³, удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·°C).

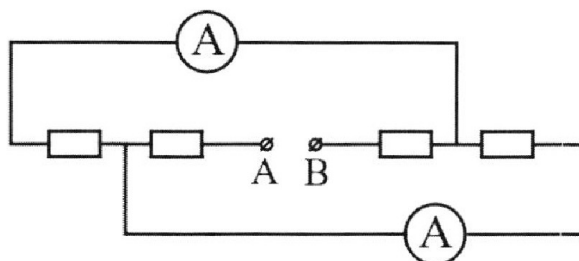


5. В электрической цепи, схема которой представлена на рисунке, четыре резистора, у двух из которых сопротивление по 20 Ом, у двух других сопротивление по 40 Ом. Сопротивление амперметров пренебрежимо мало.

После подключения к клеммам А и В источника постоянного напряжения показания амперметров оказались различными. Меньшее показание $I_1 = 1$ А.

1) Найдите показание I_2 второго амперметра.

2) Найдите напряжение U источника.



1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

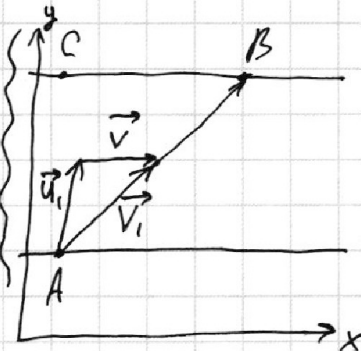
Пусть $\vec{V}_1$ и $\vec{V}_2$ — скорости плота относительно земли в 1 и 2 случаях.

$$\vec{V}_1 t_1 = \vec{AB} \Rightarrow V_1 |\vec{V}_1| = \frac{AB}{t_1} = \frac{\sqrt{L^2 + d^2}}{t_1}$$

$$\vec{V}_2 t_2 = \vec{AB} \Rightarrow V_2 = |\vec{V}_2| = \frac{AB}{t_2} = \frac{\sqrt{L^2 + d^2}}{t_2}$$

$$V_{1x} t_1 = AB_x = BC = L \Rightarrow V_{1x} = \frac{L}{t_1} = 1,25 \text{ м/с}$$

$$V_{1y} t_1 = AB_y = AC = d \Rightarrow V_{1y} = \frac{d}{t_1} = \frac{35}{96} \text{ м/с}$$



$\vec{u}_1$ — пусть это скорость плота относительно воды. $\vec{V}_1 = \vec{u}_1 + \vec{V}$, $V_{1x} = u_{1x} + V$, $V_{1y} = u_{1y}$

Аналогично, для второго случая:

$$V_{2x} = \frac{L}{t_2} = \frac{80}{139} \text{ м/с}, V_{2y} = \frac{d}{t_2} = \frac{35}{417} \text{ м/с}$$

$$\vec{V}_2 = \vec{u}_2 + \vec{V}, V_{2x} = u_{2x} + V, V_{2y} = u_{2y}$$

$$U = |\vec{u}_1| = |\vec{u}_2|; \text{ По теореме Пифагора,}$$

$$u_{1x}^2 + u_{1y}^2 = u_{2x}^2 + u_{2y}^2; V_{1y}^2 + (V_{1x} - V)^2 = V_{2y}^2 + (V_{2x} - V)^2$$

$$V_{1y}^2 + V_{1x}^2 - 2VV_{1x} + V^2 = V_{2y}^2 + V_{2x}^2 - 2VV_{2x} + V^2$$

$$2V(V_{1x} - V_{2x}) = V_{1x}^2 + V_{1y}^2 - V_{2x}^2 - V_{2y}^2$$

$$V = \frac{V_{1x}^2 + V_{1y}^2 - V_{2x}^2 - V_{2y}^2}{2V_{1x} - 2V_{2x}} = \frac{V_1^2 - V_2^2}{2V_{1x} - 2V_{2x}}$$

$$U = \sqrt{u_{1x}^2 + u_{1y}^2} = \sqrt{V_{1y}^2 + (V_{1x} - V)^2}$$

Рассмотрим третий случай:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть плывец плывёт со скоростью $\vec{u}_3$ относительно воды под углом α к оси x .

L' - новый снос.

$$\vec{V}_3 = \vec{u}_3 + \vec{V}, \quad V_{3x} = U \cos \alpha + V, \quad V_{3y} = U \sin \alpha$$

$$V_{3y} T = d \Rightarrow T = \frac{d}{U \sin \alpha}. \quad V_{3x} T = L' = (U \cos \alpha + V) \frac{d}{U \sin \alpha}.$$

если $U > V$ (но у меня нет калькулятора, поэтому я не буду это проверять), то

$$\forall \alpha: L' = 0, \text{ тогда } U \cos \alpha + V = 0, \cos \alpha = -\frac{V}{U}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{\sqrt{U^2 - V^2}}{U}, \quad T = \frac{d}{\sqrt{U^2 - V^2}}.$$

Иначе надо найти такой α , что

$$L' = (U \cos \alpha + V) \frac{d}{U \sin \alpha} = \frac{d U \cos \alpha}{U \sin \alpha} + \frac{d V}{U \sin \alpha} = d \cot \alpha + \frac{d V}{U \sin \alpha} - \text{минимально, и } T = \frac{d}{U \sin \alpha}.$$

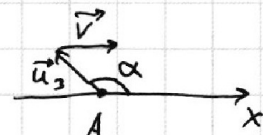
$$\text{Ищем: 1) } V_1 = \frac{\sqrt{L^2 + d^2}}{t_1}, \quad V_2 = \frac{\sqrt{L^2 + d^2}}{t_2},$$

$$2) \quad U = \sqrt{V_{1y}^2 + \left(V_{1x} - \frac{V_1^2 - V_2^2}{2V_{1x} - 2V_{2x}} \right)^2}, \quad \text{где}$$

$$V_{1y} = \frac{d}{t_1}, \quad V_{1x} = \frac{L}{t_1}, \quad V_{2x} = \frac{L}{t_2}.$$

$$3) \quad T = \frac{d}{\sqrt{U^2 - V^2}}, \text{ если } U > V,$$

иначе $T = \frac{d}{U \sin \alpha}$, где при α снос минимальный.



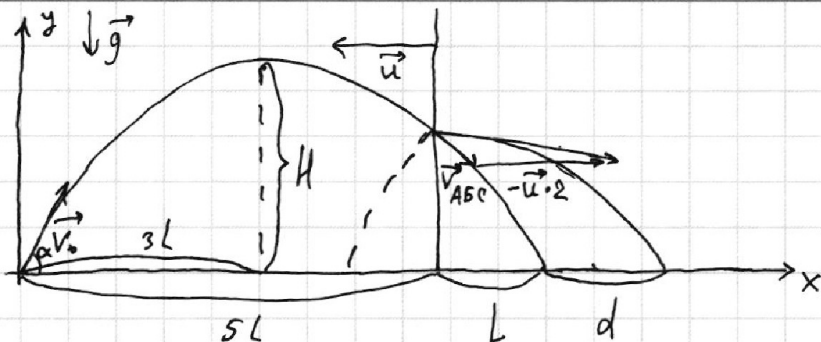
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Когда шарик абсолютно ^{упруго} ~~упруго~~ ^{остается} ~~отражается~~,
то скорость относительно стены отражается
симметрично, относительно вертикальной
крайней. Пока стенка покоится, можно считать,
что скорость шарика относительно земли
 $\vec{v}_{ABC}$ отразится симметрично. Тогда
можно и траекторию отобразить симметрично,
и считать, что тело движется по параболе.

$$y(t) = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}. \text{ При } y(T) = H, v_y = 0, \text{ значит,}$$

$$2Hg = v_0^2 \sin^2 \alpha - 0^2 \Rightarrow H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}, v_0 \sin \alpha = \sqrt{2gH}.$$

$$v_0 \sin \alpha = gT \Rightarrow T = \sqrt{\frac{2H}{g}}.$$

$x(t) = v_0 \cos \alpha t$. Максимальную высоту тело
имело, когда находилось в середине своего пути
по горизонтали, т.е. $x(T) = v_0 \cos \alpha \sqrt{\frac{2H}{g}} = 3L$,
а $v_0 \cos \alpha t_1 = 5L \Rightarrow \sqrt{\frac{2H}{g}} : t_1 = \frac{3}{5}, t_1 = \frac{5}{3} \sqrt{\frac{2H}{g}}.$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$y(t_1) = \sqrt{2gH} \cdot \frac{5}{3} \sqrt{\frac{2H}{g}} - \frac{g}{2} \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^2 \cdot \frac{2H}{g} = \frac{5}{3} \cdot 2H - \frac{25}{9} H = \frac{5}{9} H = h.$$

Во втором случае при ударе $\vec{V}_{ABC} = \vec{V}_{отн} + \vec{u}$, $\vec{V}_{отн} = \vec{V}_{ABC} - \vec{u}$ — скорость относительно стены до удара. $\vec{V}'_{ABC}$ (новая скорость шара) получится симметричным отражением $\vec{V}_{отн}$ и прибавлением $\vec{u}$. Запишем это в проекциях:

$$y: V'_{ABC} y = V_{ABC} y$$

$$x: V'_{ABC} x = -(V_{ABC} x + u) - u = -V_{ABC} x - 2u$$

Как и в прошлый раз, для удобства отобразим $\vec{V}'_{ABC}$ относительно вертикали. Новый вектор скорости (сразу после удара) $\vec{V}_{ABC} - 2\vec{u}$. Оставшееся время падения зависит только от вертикальной проекции, а она не изменилась. Время равно $2T - t_1 = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2H}{g}}$. $d = (V_{ABC} x + 2u) \left(\frac{1}{3} \sqrt{\frac{2H}{g}}\right) - V_{ABC} x \left(\frac{1}{3} \sqrt{\frac{2H}{g}}\right) = \frac{2}{3} u \sqrt{\frac{2H}{g}}$.

Ответ: 1) $h = \frac{5}{9} H$; 2) $t_1 = \frac{5}{3} \sqrt{\frac{2H}{g}}$; 3) $d = \frac{2}{3} u \sqrt{\frac{2H}{g}}$.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

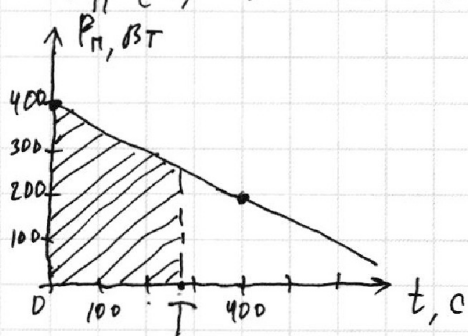


По закону Джоуля-Ленца, выделяемая спиралью мощность $P_H = I^2 R = (5A)^2 \cdot 20 \Omega = 500 \text{ Вт}$. $m = \rho V = 2 \text{ кг}$ — масса воды

$Q = cm(\tilde{t}_1 - \tilde{t}_0) = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}^\circ\text{C}} \cdot 2 \text{ кг} \cdot 11^\circ\text{C} = 92400 \text{ Дж}$ — столько надо подвести теплоты к воде, чтобы её нагреть.

$P_H = \text{const}$, а P линейно зависит от t . полезная мощность, которая поступает к воде, $P_n(t) = P_H - P(t)$ — тоже линейная зависимость. $P_n(0) = 500 \text{ Вт} - 100 \text{ Вт} = 400 \text{ Вт}$.

$P_n(400) = 500 \text{ Вт} - 300 \text{ Вт} = 200 \text{ Вт}$. Построим $P_n(t)$ по 2 точкам. Можно вывести уравнение этой прямой.



$P_n(t) = 400 - 0,5t$. Количество теплоты, подведённое к воде, численно равно площади

под графиком (это прямоугольная трапеция). $Q(t) = \frac{P_n(0) + P_n(t)}{2} \cdot t = \frac{400 + 400 - 0,5t}{2} \cdot t = 400t - \frac{1}{4}t^2$. Решим уравнение:



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$\text{Уравнение: } 400t - \frac{1}{4}T^2 = 92400\text{ Дж}$$

$$\frac{1}{4}T^2 - 400t + 92400\text{ Дж} = 0$$

$$D = 400^2 - 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot 92400\text{ Дж} = 160000 - 92400\text{ Дж} = 67600\text{ Дж} = 260^2$$

$$T = \frac{400 \pm 260}{2 \cdot \frac{1}{4}}; \quad T = 2(400 \pm 260);$$

$$T = 280\text{ (с)} \quad \text{или} \quad T = 1320\text{ (с)}$$

При $T = 1320\text{ с}$ P_n станет < 0 , значит нас интересует первый корень уравнения (во время нагревания, а не во время остывания).

Ответ: 1) 500 Вт; 2) через 280 с.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

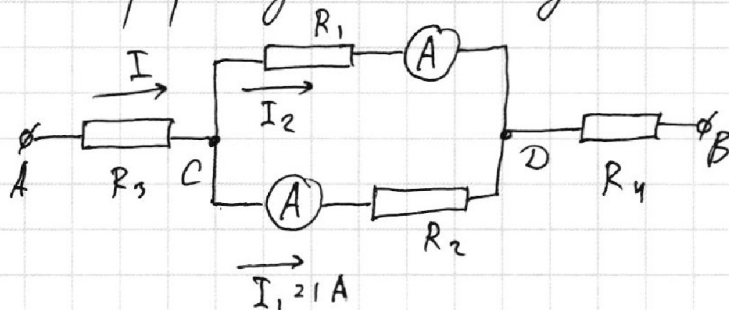
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Перерисуем схему:



$$U_{CD} = I_1 R_2 \pm I_2 R_1 \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_1}{R_2}, \text{ но из условия следует, что } I_1 \neq I_2, \text{ но м.к.}$$
$$\frac{R_1}{R_2} = 2 \text{ или } \frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{2}.$$

$$1) \frac{R_1}{R_2} = 2 \Rightarrow R_1 = 40 \text{ Ом}, R_2 = 20 \text{ Ом}, I_2 = 0,5 \text{ А},$$
$$I = I_1 + I_2 = 1,5 \text{ А}. U = I R_3 + I_1 R_2 + I R_4 =$$
$$= I (R_3 + R_4) + I_1 R_2 = 1,5 \text{ А} \cdot 60 \text{ Ом} + 1 \text{ А} \cdot 20 \text{ Ом} =$$
$$= 110 \text{ В}$$

$$2) \frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow R_1 = 20 \text{ Ом}, R_2 = 40 \text{ Ом}, I_2 = 2 \text{ А},$$
$$I = I_1 + I_2 = 3 \text{ А}. U = I (R_3 + R_4) + I_1 R_2 =$$
$$= 3 \text{ А} \cdot 60 \text{ Ом} + 1 \text{ А} \cdot 40 \text{ Ом} = 220 \text{ В}.$$

Ответ: 1) $I_2 = 0,5 \text{ А}$ или $I_2 = 2 \text{ А}$;
2) $U = 110 \text{ В}$ или $U = 220 \text{ В}$.



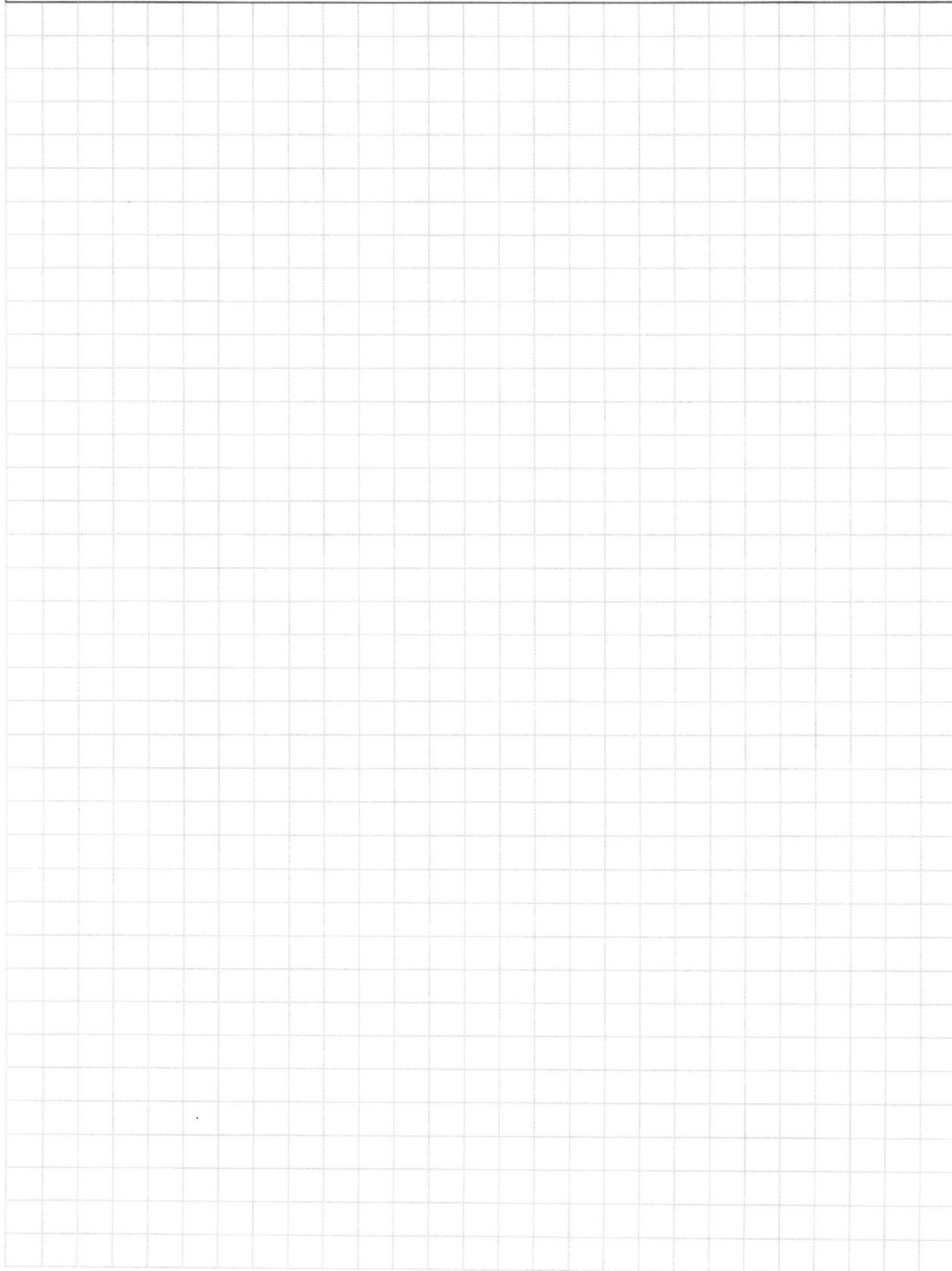
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$V_1^2 - V_2^2 = \frac{62500}{192} - \frac{62500}{417} = \frac{62500(417 - 192)}{192 \cdot 417}$$

$$= \frac{62500 \cdot 225}{192 \cdot 417}$$

$$42 \cdot 22 = 84 \cdot 11 = 924$$

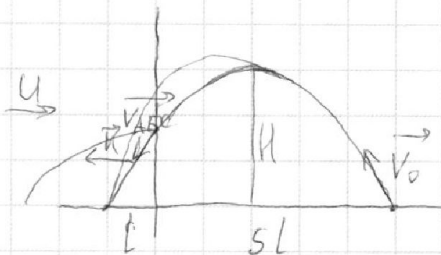
$$\frac{192}{225}$$

$$2(V_{1x} - V_{2x}) = 2,5 - \frac{160}{139} + \frac{92}{84} \cdot \frac{26}{26}$$

$$156$$

$$2,5 \cdot 192 \cdot 417 - 160 \cdot 192 \cdot 417 = 1592(2,5 \cdot 417 - 417)$$

$$1592$$



$$y: 0 + V_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}$$

$$T_{\max} = \frac{V_0 \sin \alpha}{g} = \frac{\sqrt{2gH}}{g} = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

$$V_0 \sin \alpha = g T_{\max} = \frac{200}{400} = 0,5$$

$$H = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$V_0 \sin \alpha = \sqrt{2gH}; V_0 \cos \alpha \sqrt{\frac{2H}{g}} = 3l$$

$$V_0 \cos \alpha t = 3l; \sqrt{\frac{2H}{g}} : t_1 = \frac{3}{5}; t_1 = \frac{5}{3} \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

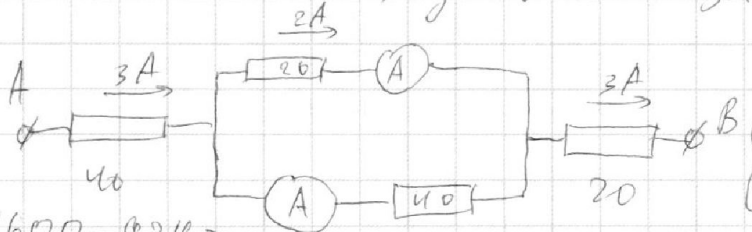
$$h = \frac{5}{3} \sqrt{2gH} \sqrt{\frac{2H}{g}} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^2 \cdot \frac{8H}{g} = \frac{5}{3} \sqrt{4H^2} - \frac{25}{9} H =$$

$$= \frac{5}{3} \cdot 2H - \frac{25}{9} H = H \left(\frac{10}{3} - \frac{25}{9} \right) = \frac{5}{9} H$$

$$\vec{V}_{ABC} = \vec{V}_{OTK} + \vec{U}, \vec{V}_{OTK} = \vec{V}_{ABC} - \vec{U}$$

$$P_H = I^2 R = 25 \cdot 20 = 500 \text{ BT}$$

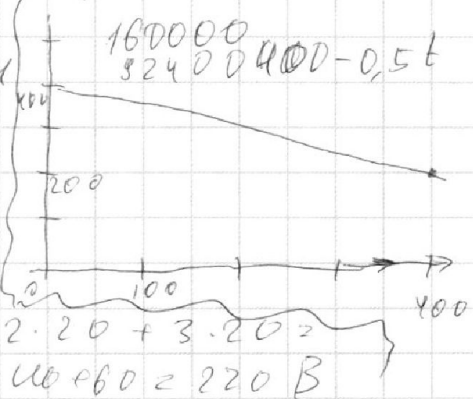
$$x: V_0 \cos \alpha + U; y: V_0 \sin \alpha - gt$$



$$1600 - 924 =$$

$$1600 - 900 - 24 = I^2 R$$

$$= 700 - 24 = 676$$



$$3 \cdot 40 + 2 \cdot 20 + 3 \cdot 20 =$$

$$= 120 + 40 + 60 = 220 \text{ B}$$