



Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Вектор начальной скорости мяча образует угол $\alpha = 45^\circ$ с горизонтальной плоскостью. Горизонтальное перемещение мяча за время полета $L = 20$ м.

1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.

Если футболист направляет мяч под различными углами к горизонту, из той же точки с начальной скоростью V_0 к высокой вертикальной стенке, то наибольшая высота, на которой происходит соударение мяча со стенкой, равна $H = 3,6$ м.

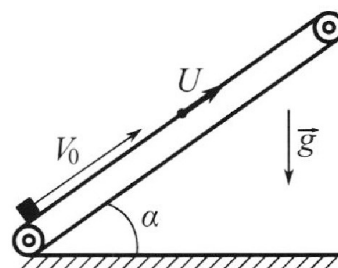
2) На каком расстоянии S от точки старта находится стенка?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin \alpha = 0,6$ (см. рис.).

В первом опыте небольшую коробку ставят на покоящуюся ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 6$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = 0,5$.

Движение коробки прямолинейное.



1) Какой путь S пройдет коробка в первом опыте к моменту времени $T = 1$ с?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью $U = 1$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 6$ м/с (см. рис.).

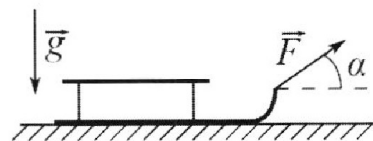
2) Через какое время T_1 после старта скорость коробки во втором опыте будет равна $U = 1$ м/с?

3) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки обратится в ноль во втором опыте? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же кинетической энергии K на одинаковых участках пути.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения кинетической энергии K действие внешней силы прекращается.



1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

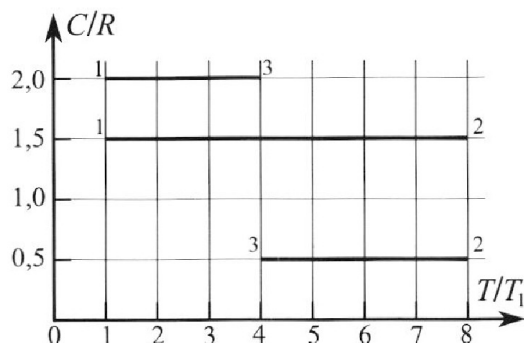
2) Найдите перемещение S санок в процессе торможения до остановки. Ускорение свободного падения g . Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

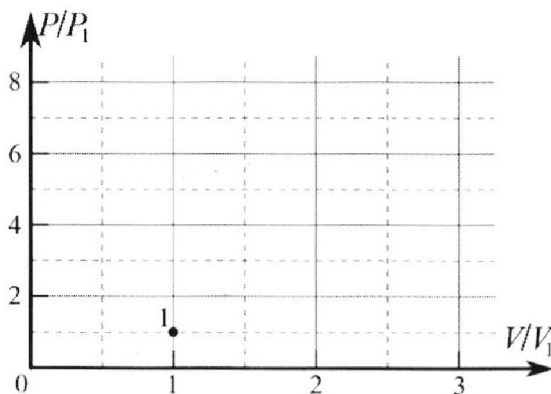
Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 равна $T_1 = 200$ К, универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

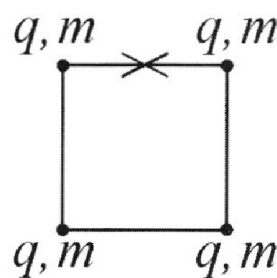


- 1) Найдите работу A_{31} внешних сил над газом в процессе 3-1.
- 2) Найдите КПД η цикла.
- 3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной a (см. рис.). Сила натяжения каждой нити T .

- 1) Найдите абсолютную величину $|q|$ заряда каждого шарика. Одну нить пережигают.
- 2) Найдите кинетическую энергию K любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.
- 3) На каком расстоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных сверху (на рисунке)? Электрическая постоянная ϵ_0 . Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 H &= v_0 \cdot \sin \beta \cdot \left(\frac{2v_0 \sin \beta}{g} \cdot \frac{1}{2} \right) - \frac{g}{2} \cdot \left(\frac{2v_0 \sin \beta}{g} \cdot \frac{1}{2} \right)^2 = \\
 &= \frac{v_0^2 \sin^2 \beta}{g} - \frac{g}{2} \cdot \frac{v_0^2 \sin^2 \beta}{g^2} = \frac{2v_0^2 \sin^2 \beta}{2g} - \frac{v_0^2 \sin^2 \beta}{2g} = \\
 &= \frac{v_0^2 \sin^2 \beta}{2g}, \text{ тогда } \sin^2 \beta = \frac{2gH}{v_0^2}, \text{ т.к. } \sin \beta > 0, \text{ то } \sin \beta = \sqrt{\frac{2gH}{v_0^2}} \\
 \text{т.к. } H - \text{высота точки траектории, то } S = \frac{L_2}{2}, \text{ т.е. } S = \frac{v_0^2 \sin 2\beta}{g} \cdot \frac{1}{2} \\
 (\text{аналогично 1}).
 \end{aligned}$$

$$\cos^2 \beta = 1 - \sin^2 \beta = \frac{v_0^2 - 2gH}{v_0^2}, \text{ т.к. } 0^\circ < \beta < 90^\circ, \text{ то}$$

$$\cos \beta = \sqrt{\frac{v_0^2 - 2gH}{v_0^2}}$$

$$S = \frac{v_0^2}{2g} \cdot 2 \sin \beta \cos \beta = \frac{v_0^2}{g} \cdot \sqrt{\frac{2gH}{v_0^2}} \cdot \sqrt{\frac{v_0^2 - 2gH}{v_0^2}} = \frac{\sqrt{2gH(v_0^2 - 2gH)}}{g}$$

$$S = \frac{\sqrt{2 \cdot 10 \cdot 3,6 (10\sqrt{2}^2 - 2 \cdot 10 \cdot 3,6)}}{10} = \frac{\sqrt{7,2 \cdot 10^2 \cdot \sqrt{2}^2 - 4 \cdot 10^2 \cdot 3,6^2}}{10} =$$

$$= \frac{\sqrt{7,2 \cdot 10^2 \cdot 2 - 4 \cdot 10^2 \cdot 3,6^2}}{10} =$$

$$\begin{aligned}
 S &= \frac{200}{10} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 3,6}{200}} \cdot \sqrt{\frac{200 - 2 \cdot 10 \cdot 3,6}{200}} = \frac{\sqrt{72 \cdot 128}}{10} = \frac{\sqrt{2^3 \cdot 3^2 \cdot 2^7}}{10} = \\
 &= \frac{2^5 \cdot 3}{10} = 9,6 \text{ (м)}.
 \end{aligned}$$

$$\text{Отв: } v_0 = 10\sqrt{2} \frac{\text{м}}{\text{с}}; S = 9,6 \text{ м}.$$

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача №1. Дано:

$$\alpha = 45^\circ$$

$$L = 20 \text{ м}$$

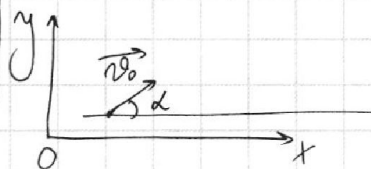
$$H = 3,6 \text{ м}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$v_0 = ?$$

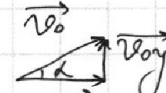
$$S = ?$$

Решение: 1)



$$\vec{r} = \vec{v}_0 t + \frac{g}{2} t^2 \quad (I)$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + g t \quad (II)$$



$$\begin{cases} v_{0y} = v_0 \sin \alpha \\ v_{0x} = v_0 \cos \alpha \end{cases}$$

Уг (I):

$$Oy: y = y_0 + v_{0y} t - \frac{g t^2}{2}, \text{ где } y_0 = 0, v_{0y} = v_0 \sin \alpha$$

тогда при $y = 0$ (мяч упал после удара):

$$0 = v_0 \sin \alpha \cdot t_n - \frac{g t_n^2}{2} \Rightarrow t = \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$\Delta = (v_0 \sin \alpha)^2 - 4 \cdot 0 \cdot \left(-\frac{g}{2}\right) = v_0^2 \sin^2 \alpha$$

$$t_n = \frac{-v_0 \sin \alpha \pm \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha}}{2 \cdot \left(-\frac{g}{2}\right)}, \text{ т.к. } t_n > 0, \text{ то } t_n = \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$Ox: x = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}, \text{ где } \begin{cases} x_0 = 0 \\ v_{0x} = v_0 \cos \alpha, \text{ т.е.} \\ a_x = 0 \end{cases}$$

$$x = v_0 \cos \alpha \cdot t_n, \text{ тогда } L = v_0 \cos \alpha \cdot t_n \text{ (} t_n \text{ - время удара)}$$

$$L = v_0 \cos \alpha \cdot \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{2 v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

$$v_0^2 = \frac{g L}{\sin 2\alpha} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{g L}{\sin 2\alpha}}. \quad v_0 = \sqrt{\frac{10 \cdot 20}{\sin(2 \cdot 45^\circ)}} = 10\sqrt{2} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$2) \text{ Т.к. } y_0 = 0, \text{ то } y_{\max} = v_{0y} \cdot \frac{t_n}{2} - \frac{g}{2} \cdot \left(\frac{t_n}{2}\right)^2, \text{ т.к.}$$

$t_{\text{подъема}} = t_{\text{спуска}}$, а значения $H = y_{\max}$ (высота точки касания).

Аналогично 1): $t_n = \frac{2 v_0 \sin \beta}{g}$ (β - угол, под которым футболист ударил мяч в этот момент). Тогда:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$t = \frac{v_0}{\mu g \cos \alpha + g \sin \alpha} \quad t = \frac{6}{0,5 \cdot 10 \cdot 0,8 + 10 \cdot 0,6} = 0,6 \text{ (с)}$$

т.е. коробка сначала пройдет $S_1 = v_0 \cdot t - \frac{(\mu g \cos \alpha + g \sin \alpha) t^2}{2}$

$$S_1 = 6 \cdot 0,6 - \frac{10 \cdot 0,6^2}{2} = 3,6 - 1,8 = 1,8 \text{ (м)}$$

А потом идет вниз с тем же ускорением:

$$S_2 = \frac{(\mu g \cos \alpha + g \sin \alpha) (T - t)^2}{2} = \frac{10 \cdot (1 - 0,6)^2}{2} = 0,8 \text{ (м)}$$

$$S = S_1 + S_2 = 2,6 \text{ (м)}$$

2) Скорость аналогична (1), но $v_{k.n.} = v + v_{k.x}$, где $v_{k.x} = v_0 + a \cdot t$.

$$v_{k.n.y} = 0, \text{ т.к. } \begin{cases} v_{0y} = 0 \\ dy = 0 \end{cases}, \text{ т.е. } v_{k.n.} = v_{k.x} = v + v_{k.x}, \text{ где}$$

$$v_{k.y} = 0, \text{ т.е. } v_{k.n.} = v + v_0 + a \cdot t$$

$$\text{Если } v_{k.n.} = v, \text{ то } v_0 + a \cdot t_1 = 0 \Leftrightarrow T_1 = \frac{v_0}{\mu g \cos \alpha + g \sin \alpha}$$

$$T_1 = \frac{6}{0,5 \cdot 10 \cdot 0,8 + 10 \cdot 0,6} = 0,6 \text{ (с)} \text{ или } v + v_0 + a \cdot t = -v, \text{ т.к.}$$

тогда $|v_{k.n.}| = v$, т.е. $T_1 = \frac{2v + v_0}{\mu g \cos \alpha + g \sin \alpha}$

$$T_1 = \frac{2+6}{10} = 0,8 \text{ (с)}, \text{ так как } T_1 = 0,6 \text{ с, т.к. } 0,6 \text{ с} < 0,8 \text{ с}$$

3) $v_{k.n.} = 0$, т.е. $v + v_0 + a \cdot t_0 = 0 \Leftrightarrow t_0 = \frac{v + v_0}{\mu g \cos \alpha + g \sin \alpha}$

$$t_0 = \frac{1+6}{10} = 0,7 \text{ (с)}$$

$$L = (v + v_0) t + \frac{a t^2}{2} = \frac{(v + v_0)^2}{\mu g \cos \alpha + g \sin \alpha} - \frac{\mu g \cos \alpha + g \sin \alpha}{2} \cdot \frac{(v + v_0)^2}{(\mu g \cos \alpha + g \sin \alpha)^2}$$

$$L = \frac{(1+6)^2}{10} - \frac{10}{2} \cdot \frac{(1+6)^2}{10^2} = 4,9 - \frac{4,9}{2} = 2,45 \text{ (м)}$$

Отв. 1) $S = 2,6 \text{ м}$; 2) $T_1 = 0,6 \text{ с}$

3) $L = 2,45 \text{ м}$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 2 Дано:

$$\sin \alpha = 0,6$$

$$v_0 = 6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\mu = 0,5$$

$$T = 1 \text{ с}$$

$$U = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

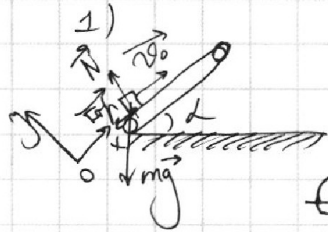
$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$S = ?$$

$$T_1 = ?$$

$$L = ?$$

Решение:



$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = m\vec{a} \quad \text{II закон Ньютона.}$$

$$O_y: N - mg = ma_y (a_y = 0)$$

$$O_x: mg$$

$$O_y: N - mg \cos \alpha = ma_y (a_y = 0) \quad (I)$$

$$O_x: -F_{fr} - mg \sin \alpha = ma_x \quad (II)$$

$$(I): N = mg \cos \alpha, \text{ т.е. } F_{fr} = \mu \cdot N = \mu mg \cos \alpha.$$

$$(II): -(\mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha) = ma_x. \text{ Т.к.}$$

$$a_y = 0, \text{ то } |a| = |a_x|, \text{ т.е. } |a| = \mu g \cos \alpha + g \sin \alpha.$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{a t^2}{2} \Rightarrow S = v_0 t + \frac{|a| t^2}{2}$$

$$S = v_0 T - \frac{(\mu g \cos \alpha + g \sin \alpha) \cdot T^2}{2}, \text{ где } \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - 0,6^2} = 0,8 \text{ (т.к. } \cos \alpha > 0, 0^\circ < \alpha < 90^\circ)$$

$$S = 6 \cdot 1 - \frac{0,5 \cdot 10 \cdot 0,8 + 10 \cdot 0,6}{2} \cdot 1^2 = 6 - 5 = 1 \text{ (м).}$$

$$2) \text{ Скорость аналогична 1), но } v_{k.n.} = v + at, \text{ где } v_k = v_0 + at.$$

$$v_{k.n.} = 0 \Rightarrow v_k = 0, \text{ т.е. } 0 = v_0 + at \Rightarrow \frac{T_1}{T_1} = -\frac{v_0}{a} = -\frac{v_0}{\mu g \cos \alpha + g \sin \alpha}$$

$$T_1 = \frac{6}{0,5 \cdot 10 \cdot 0,8 + 10 \cdot 0,6} =$$

Рассмотрим, когда $v_k = v_0 + at$ станет $v_k = 0$:

$$t = \frac{-v_0}{a} = \frac{v_0}{\mu g \cos \alpha + g \sin \alpha}$$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3 ЗУЖ: $\frac{mv^2}{2} = A_{F_2} + A_{F_{f_2}}$, где $\begin{cases} A_{F_2} = F \cdot l_2 \\ A_{F_{f_2}} = -F_{f_2} \cdot l_2 = -\mu mg l_2 \end{cases}$

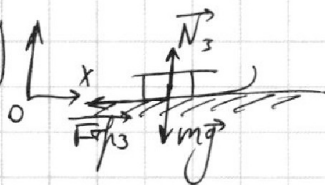
т.к. $l = l_2$, то:

$$F \cdot l \cdot \cos \alpha - \mu (mg - F \cdot \sin \alpha) \cdot l = F \cdot l - \mu mg l \quad (=)$$

$$(\Rightarrow) F(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu mg = F - \mu mg \quad (\Rightarrow) \cos \alpha + \mu \sin \alpha = 1 \quad (\Rightarrow)$$

$$(\Rightarrow) \mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

2) Процесс торможения один и тот же, т.к. $v_{k1} = v_{k2} = v$ и ~~нет~~ внешняя сила F не действует.



$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = m \vec{a}$$

$$Oy: mg - N_3 = m a_{y3} \quad (a_{y3} = 0)$$

$$Ox: -F_{f3} = m a_{x3}, \text{ т.е. } F_{f3} = \mu N_3 = \mu mg$$

$$-\mu mg = m a_{x3} \Rightarrow a_{x3} = -\mu g. \text{ т.к. } a_{y3} = 0, \text{ то } |a_3| = \mu g$$

$$S = \frac{v_k^2 - v_n^2}{2a_x} = \frac{v^2}{-2\mu g} = \frac{v^2}{2\mu g}$$

ЗУЖ: $\frac{mv^2}{2} + A_{F_{f3}} = 0$, где $A_{F_{f3}} = -F_{f3} \cdot S$

$$K = \mu mg S \quad (\Rightarrow) S = \frac{K}{\mu mg} = \frac{K \cdot \sin \alpha}{(1 - \cos \alpha) mg}$$

Ответ: $\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}; S = \frac{K \cdot \sin \alpha}{(1 - \cos \alpha) mg}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

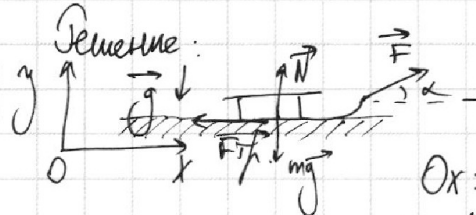
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3. Дано: F , k , g , μ - ?, S - ?

Решение:



$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = m \vec{a} \quad \text{закон Ньютона.}$$

$$Ox: F \cdot \cos \alpha - F_{\text{тр}} = m a_x$$

$$Oy: mg - F \cdot \sin \alpha - N = m a_y, \text{ где } a_y = 0, \text{ т.е.}$$

$$N = mg - F \cdot \sin \alpha. \text{ Тогда } F_{\text{тр}} = \mu N =$$

$$= \mu (mg - F \cdot \sin \alpha).$$

Условие: $F \cdot \cos \alpha - \mu (mg - F \cdot \sin \alpha) = m a_x$, где $a_y = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow a = a_x.$

$$F \cdot \cos \alpha - \mu mg + \mu F \sin \alpha = m a \Leftrightarrow F(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu mg = m a.$$

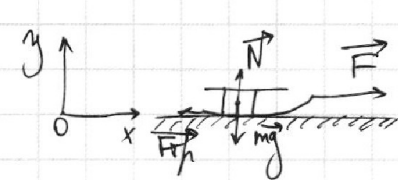
$$k = \frac{m v^2}{2}. \quad \text{ЗУЭ: } \theta = \frac{A_F + A_{F_{\text{тр}}} + \frac{m v^2}{2}}{2}$$

$$\frac{m v^2}{2} = A_F + A_{F_{\text{тр}}}, \text{ где } \begin{cases} A_F = F \cdot l \cdot \cos \alpha \\ A_{F_{\text{тр}}} = -F_{\text{тр}} \cdot l \end{cases}$$

$$\frac{m v^2}{2} = F \cdot l \cdot \cos \alpha - \mu (mg - F \sin \alpha) \cdot l = l (F \cos \alpha - \mu mg + \mu F \sin \alpha)$$

$$l = \frac{v_k^2 - v_{\text{н}}^2}{2a} = \frac{v^2 - 0^2}{2 \cdot \frac{F(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu mg}{m}} = \frac{m v^2}{2}$$

$$\frac{1}{F(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu mg} = \frac{1}{k}$$



$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = m \vec{a}$$

$$Oy: mg - N_2 = m a_{y2} (a_{y2} = 0) \quad (I)$$

$$Ox: F - F_{\text{тр}2} = m a_{x2} \quad (II)$$

$$F_{\text{тр}2} = \mu \cdot N_2 = \mu mg \quad (\text{из } (I))$$

Т.к. $a_{y2} = 0$, то $a_2 = a_{x2}$

$$(II): F - \mu mg = m a_2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N4.

$$Q = \Delta U + A$$

~~$$Q_{12} = Q_{12}$$~~

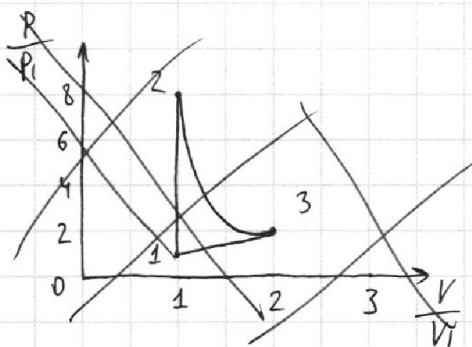
$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}, \text{ где } A_{12} = 0; \Delta U_{12} = \sqrt{R}(\tau_2 - \tau_1) = \sqrt{R} \cdot 7T,$$

$$Q_{12} = 1 \cdot 8,31 \cdot 7 \cdot 200 = 11634$$

$$Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23}, \Delta U_{23} = \sqrt{R}(\tau_3 - \tau_2) = -4\sqrt{R}T,$$

$$Q_{23} = -4 \cdot 1 \cdot 8,31 \cdot 200 + 6848 = 0.$$

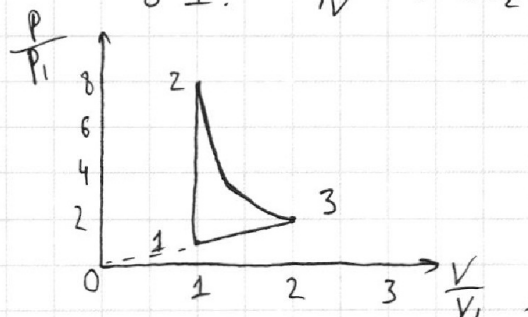
~~$$Q_{12} = 11634$$~~



1-2: изотермический

2-3: $p \cdot V^2 = \text{const } t_1$

3-1: $\frac{p}{V} = \text{const } t_2$



т.к. в процессе 3-1 газ лишь отдавал, а не получал энергию,

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{отг}|}{Q_{нагр.}} = 1 - \frac{(A_{31} + \sqrt{R}(\tau_1 - \tau_3))}{Q_{12} + Q_{23}} =$$

$$= 1 - \frac{2493 + 1 \cdot 8,31 \cdot 600}{11634} = \frac{4155}{11634}$$

Отв: 1) $A_{31} = 2493 \text{ Дж}$; 2) $\eta = \frac{4155}{11634}$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 4

$$\frac{p_3 V_3}{p_1 V_1} = \frac{T_3}{T_1} \Leftrightarrow \frac{V_3}{V_1} \cdot V_3 = \frac{T_3}{T_1} \Leftrightarrow V_3 = \sqrt{\frac{T_3}{T_1} V_1^2} = 2V_1$$

$$p_3 = 2p_1, \text{ т.к. } V_2 = V_1, \text{ то } V_3 = 2V_2$$

Из процесса 2-3: $pV^2 = \text{const.}$, т.е. $p_2 V_2^2 = p_3 V_3^2$, где $V_3 = 2V_2$:

$$p_2 \cdot V_2^2 = p_3 (2V_2)^2 \xrightarrow{\text{т.е.}} p_2 = 4p_3 \text{ Имеем: } \begin{cases} p_2 = 4p_3 = 8p_1 \\ V_2 = \frac{1}{2}V_3 = V_1 \\ T_2 = 2T_3 = 8T_1 \end{cases}$$

$$1) A_{31} = -A_{32} = -\int_{V_3}^{V_1} p dV =$$

$$= -\int_{V_3}^{V_1} C \cdot V dV = \frac{CV_3^2 - CV_1^2}{2}, \text{ где } C = p_3 \cdot V_3^{-1}$$

$$A_{31} = \frac{C}{2} (V_3^2 - (\frac{1}{2}V_3)^2) = \frac{3C}{8} V_3^2 = \frac{3}{8} \cdot p_3 \cdot V_3^{-1} \cdot V_3^2 = \frac{3}{8} p_3 V_3 =$$

$$= \frac{3}{8} \sqrt{RT_3} = \frac{3}{8} \sqrt{R(4T_1)} = \frac{3}{2} \sqrt{RT_1}$$

$$A_{31} = \frac{3}{2} \cdot 1 \cdot 8,31 \cdot 200 = 831 \cdot 3 = 2493 \text{ (Дж)}. A_{312} = -A_{31} = -2493 \text{ (Дж)}$$

$$2) \eta = \frac{A_2}{Q_{\text{нагр.}}}, \text{ где } A_2 = A_{12} + A_{23} + A_{312}, A_{12} = 0 \text{ (процесс изохорный)}$$

$$A_{23} = \int_{V_2}^{V_3} p dV = \int_{V_2}^{V_3} \frac{C_2}{V^2} dV = -\frac{C_2}{V} \Big|_{V_2}^{V_3} = -\frac{C_2}{V_3} + \frac{C_2}{V_2} = C_2 \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_3} \right) =$$

$$= C_2 \left(\frac{2}{V_3} - \frac{1}{V_3} \right) = \frac{C_2}{V_3}, \text{ где } C_2 = p_3 \cdot V_3^2, \text{ т.е. } A_{232} = p_3 V_3 =$$

$$= \sqrt{RT_3}. A_{232} = 1 \cdot 8,31 \cdot 800 = 6648 \text{ (Дж)}$$

$$\eta = \frac{A_2}{Q_{\text{нагр.}}} = 1 - \frac{|Q_{\text{отг.}}|}{Q_{\text{нагр.}}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$N4. \delta Q = dU + \delta A \quad (\Rightarrow) \quad c \delta T = \frac{i}{2} R \delta T + P dV \quad (\Rightarrow)$$

$$\begin{aligned} (\Rightarrow) \quad c &= \frac{\frac{i}{2} R \delta T + P dV}{\delta T} = \frac{\frac{i}{2} R \delta T + P dV}{\delta (P dV + V dp)} = \frac{\frac{i}{2} R (P dV + V dp) + P dV}{\delta (P dV + V dp)} = \\ &= \frac{\frac{i}{2} R + \frac{P dV}{V (P dV + V dp)}}{1}, \text{ где } \delta = (\text{мало}) \\ c &= \frac{i}{2} R + \frac{P dV}{P dV + V dp} \end{aligned}$$

$$c = \frac{\frac{i}{2} R \delta T + P dV}{\delta T} = \frac{i}{2} R + \frac{P dV}{P dV + V dp} R$$

$$\frac{c}{R} = \frac{i}{2} + \frac{P dV}{P dV + V dp} \quad \text{Таким образом 1-2: } \frac{c}{R} = \frac{i}{2} + \frac{P dV}{P dV + V dp} = 1.5$$

т.к. из условия, то $\frac{i}{2} = 1.5 \Rightarrow P dV = 0$, т.е. процесс изотермический ($V = \text{const}$)

$$\text{Тогда } \begin{cases} p_1 V_1 = \nu R T_1 \\ p_2 V_2 = \nu R T_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2} \Leftrightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{1}{8} \Leftrightarrow p_2 = 8 p_1, \text{ где } V_2 = V_1$$

$$\text{Таким образом 2-3: } \frac{c}{R} = 0.5 = 1.5 + \frac{P dV}{P dV + V dp} \Leftrightarrow \frac{P dV}{P dV + V dp} = -1 \quad (\Rightarrow)$$

$$\Leftrightarrow 2 P dV + V dp = 0 \quad (\Rightarrow) \quad \frac{dp}{p} + 2 \frac{dV}{V} = 0 \quad (\Rightarrow) \quad p V^2 = \text{const.}$$

$$\text{Таким образом 3-1: } 2 = 1.5 + \frac{P dV}{P dV + V dp} \quad (\Rightarrow) \quad 0.5 P dV + 0.5 V dp = P dV \quad (\Rightarrow)$$

$$\Leftrightarrow P dV - V dp = 0 \quad (\Rightarrow) \quad \frac{dp}{p} - \frac{dV}{V} = 0 \quad (\Rightarrow) \quad p \cdot V^{-1} = \text{const.}$$

$$1) A_{31} = A_{изм 31} = - \int_{V_3}^{V_1} P dV = - \int_{V_3}^{V_1} C \cdot V dV = - (C V_1^2 - C V_3^2)$$

$$\begin{cases} p_3 V_3 = \nu R T_3 \\ p_1 V_1 = \nu R T_1 \end{cases} \text{ где } \frac{p_3}{p_1} \cdot \frac{V_1}{V_3} = 1 \quad (\Rightarrow) \quad p_3 = \frac{V_3}{V_1} p_1 \text{ и } \frac{T_3}{T_1} = 4, \text{ т.е.}$$

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№5 Дано:

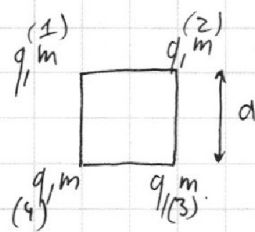
a ; T

$|q|$ - ?

k - ?

d - ?

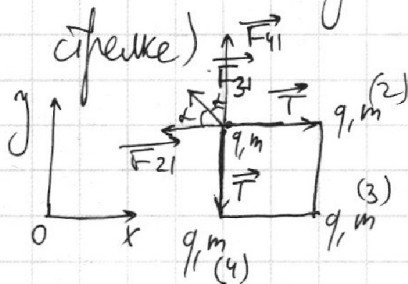
Решение:



$$\vec{F} = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^3} \vec{r}, \text{ где}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

т.к. положение шаров симм., то расси. левый
верхний и распишем действующие на него
силы (пусть он будет первым, остальные 2, 3 и 4 по часовой



$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = m\vec{a}$$

$$Oy: F_{11} - T + F_{31} \cdot \cos 45^\circ = ma_y$$

$$Ox: F_{21} - T + F_{31} \cdot \sin 45^\circ = ma_x$$

где $a_y = a_x = 0$.

$$\begin{cases} F_{11} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a^2} \\ F_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a^2} \\ F_{31} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{2a^2} \end{cases}, \text{ т.е.}$$

$$\begin{cases} \frac{q^2}{4a^2\pi\epsilon_0} + \frac{q^2}{8a^2\pi\epsilon_0} \cdot \cos 45^\circ = T \\ \frac{q^2}{4a^2\pi\epsilon_0} + \frac{q^2}{8a^2\pi\epsilon_0} \cdot \sin 45^\circ = T \end{cases}$$

$$T = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2} \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \Rightarrow q^2 = \frac{4\pi\epsilon_0 T a^2}{1 + \frac{1}{\sqrt{2}}}$$

$$|q| = \sqrt{\frac{16\pi\epsilon_0 T a^2}{4 + \sqrt{2}}}$$

2) Найдём кин. энергию (k) (1) шарика (левого верхнего):

$$ЗЭД: q \cdot \varphi_{\text{нач.}} = q \cdot \varphi_{\text{кон.}} + K, \text{ где } \begin{cases} q\varphi = E_{\text{п.}} \\ K = E_{\text{к.}} \end{cases}$$

$$\varphi_{\text{нач.}} = \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{a} + \frac{q}{\sqrt{2}a} + \frac{q}{a} \right) =$$

$$= \frac{(4 + \sqrt{2})q}{2a} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5. 2)

$$U_k = U_{22} + U_{32} + U_{42} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{3a} + \frac{q}{2a} + \frac{q}{a} \right) =$$

$$= \frac{11q}{24\pi\epsilon_0 a}$$

$$\frac{q(2\sqrt{2}+1)}{4\sqrt{2}\pi\epsilon_0 a} = \frac{11q}{24\pi\epsilon_0 a} + K \Leftrightarrow K = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a} \left(\frac{2\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}} - \frac{11}{24} \right) =$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a} \left(\frac{12(4+\sqrt{2})}{24} - \frac{11}{24} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a} \cdot \frac{37+12\sqrt{2}}{24}$$

$$\frac{(4+\sqrt{2})q^2}{2a} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = \frac{11q^2}{24\pi\epsilon_0 a} + K \Leftrightarrow K = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} \left(\frac{4+\sqrt{2}}{2} - \frac{11}{6} \right)$$

$$= \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} \cdot \frac{12+3\sqrt{2}-11}{6} = \frac{3\sqrt{2}+1}{6} \cdot \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} =$$

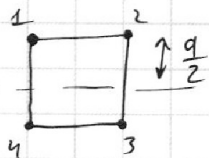
$$= \frac{3\sqrt{2}+1}{24\pi\epsilon_0 a} \cdot \sqrt{\frac{16\pi\epsilon_0 T a^2}{4+\sqrt{2}}} = \frac{3\sqrt{2}+1}{24\pi\epsilon_0 a} \cdot 4a \cdot \sqrt{\frac{\pi\epsilon_0 T}{4+\sqrt{2}}} =$$

$$= \frac{3\sqrt{2}+1}{6\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{\pi\epsilon_0 T}{4+\sqrt{2}}}$$

$$\frac{3\sqrt{2}+1}{6} \cdot \frac{16\pi\epsilon_0 T a^2}{4+\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0 a} = \frac{(3\sqrt{2}+1) \cdot 4a^2 T}{6(4+\sqrt{2})a} = \frac{(3\sqrt{2}+1) 2a^2 T}{3(4+\sqrt{2})a}$$

$$= \frac{2(6+\sqrt{2})a^2 T}{(12\sqrt{2}+6)a} = \frac{(6+\sqrt{2})a^2 T}{3(4+\sqrt{2})} = a \cdot T \cdot \left(\frac{6+\sqrt{2}}{3+6\sqrt{2}} \right)$$

3) $K_{\text{конт.}} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a} \left(\frac{4+\sqrt{2}}{2} - \frac{5}{2} \right) = \frac{\sqrt{2}-1}{2} \cdot \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a}$



т.е. $d = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2} =$

$$= \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

Ответ: 1) $q_1 = \sqrt{\frac{16\pi\epsilon_0 T a^2}{4+\sqrt{2}}}$ 2) $K = a \cdot T \cdot \frac{6-\sqrt{2}}{3+6\sqrt{2}}$ 3) $d = \frac{a\sqrt{5}}{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик

$$\frac{49}{36} \frac{kg^2}{r^2}$$

$$T_0 = 4 \frac{1}{3} \frac{kg^2}{a^2}$$

$$\frac{49}{36} \frac{kg^2}{r^2}$$

$$\frac{200}{72} = \frac{25}{9}$$

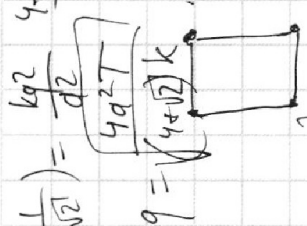
$$\begin{array}{r} 72 \div 2 = 36 \\ 36 \div 2 = 18 \\ 18 \div 2 = 9 \\ 9 \div 3 = 3 \\ 3 \div 3 = 1 \end{array}$$

$$\frac{98}{156}$$

$$\begin{array}{r} 128 \div 2 = 64 \\ 64 \div 2 = 32 \\ 32 \div 2 = 16 \\ 16 \div 2 = 8 \\ 8 \div 2 = 4 \end{array}$$

$$T_0 = \frac{4kg^2}{a^2}$$

$$= \frac{kg^2}{a^2} (4 + \sqrt{2})$$



$$T = \frac{58}{36} \frac{kg^2}{r^2}$$

$$72 = 2^3 \cdot 3^2$$

$$128 = 2^7$$

$$\frac{kg^2}{a^2} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} \right) = \frac{kg^2}{a^2} \cdot \frac{7}{32}$$

$$C_p = \frac{1}{2} R$$

$$\frac{49}{36} \frac{kg^2}{r^2} = \frac{58}{36} \frac{kg^2}{r^2}$$

$$C = 0$$

$$\frac{kg^2}{4r^2} + \frac{kg^2}{r^2} - \frac{kg^2}{r^2} = \frac{kg^2}{4r^2}$$

$$C_p V T = \frac{1}{2} R \Delta T$$

$$P V_2 - P V_1 + \frac{1}{2} R \Delta T$$

$$\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x}$$

$$\frac{P_3}{V_3} \cdot V_3^2 \cdot \frac{3}{4} = \frac{P_3 V_3 \cdot \frac{3}{4}}{1}$$

$$-(C_{V1}^2 - C_{V3}^2) = -(C(\frac{1}{4} V_3^2 - V_3^3)) = \frac{3}{4} V_3^2 C$$

$$\frac{49}{36} \frac{kg^2}{r^2}$$

$$\frac{11634}{4986}$$

$$\frac{241}{5} - \frac{241}{5}$$

$$P \cdot V^{\frac{1}{3}} = P \cdot V^2$$

$$\frac{165160 a^2}{4 + \sqrt{2}}$$

$$\frac{836}{4986}$$

$$\frac{m}{2}$$

$$\frac{32}{3324}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Handwritten calculations and diagrams on graph paper.

Top right diagram: A vector diagram showing forces P_1, P_2, P_3 and a resultant R . A triangle is formed with sides $15, 24, 29$. Angles are marked as 83.1° and 83.1° .

Top middle: Calculations for Q_{max} and Q_{min} .
 $Q_{max} = 1 - \frac{P_{огр}}{P_{огр} - Q_{огр}}$
 $Q_{min} = 0.5$

Top left: Calculations for u and u_2 .
 $u = \frac{H \cdot u_2}{K \cdot u_2} = \frac{36}{100} = 0.36$
 $u_2 = 0.8$
 $u = \frac{3.8}{4.4} = 0.86$

Middle left: A diagram of a rectangular structure with dimensions $83.1, 240, 6848$. Calculations for u and u_2 .
 $u = \frac{H \cdot u_2}{K \cdot u_2} = \frac{129}{240} = 0.5375$
 $u_2 = 0.8$
 $u = \frac{3.8}{4.4} = 0.86$

Middle right: Calculations for P and u .
 $P = \frac{C}{V^2} = 23$
 $u = \frac{H \cdot u_2}{K \cdot u_2} = \frac{1.07 + 6 \cdot 0.7 - \frac{2}{10} \cdot 0.7^2}{10} = 0.7$
 $u_2 = 0.8$
 $u = \frac{3.8}{4.4} = 0.86$

Bottom left: Calculations for u and u_2 .
 $u = \frac{H \cdot u_2}{K \cdot u_2} = \frac{1.07 + 6 \cdot 0.7 - \frac{2}{10} \cdot 0.7^2}{10} = 0.7$
 $u_2 = 0.8$
 $u = \frac{3.8}{4.4} = 0.86$

Bottom right: Calculations for P and u .
 $P = \frac{C}{V^2} = 23$
 $u = \frac{H \cdot u_2}{K \cdot u_2} = \frac{1.07 + 6 \cdot 0.7 - \frac{2}{10} \cdot 0.7^2}{10} = 0.7$
 $u_2 = 0.8$
 $u = \frac{3.8}{4.4} = 0.86$

Bottom center: Calculations for u and u_2 .
 $u = \frac{H \cdot u_2}{K \cdot u_2} = \frac{1.07 + 6 \cdot 0.7 - \frac{2}{10} \cdot 0.7^2}{10} = 0.7$
 $u_2 = 0.8$
 $u = \frac{3.8}{4.4} = 0.86$

Bottom right diagram: A vector diagram showing forces P_1, P_2, P_3 and a resultant R . A triangle is formed with sides $15, 24, 29$. Angles are marked as 83.1° and 83.1° .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

