



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Вектор начальной скорости мяча образует угол $\alpha = 45^\circ$ с горизонтальной плоскостью. Горизонтальное перемещение мяча за время полета $L = 20$ м.

1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.

Если футболист направляет мяч под различными углами к горизонту, из той же точки с начальной скоростью V_0 к высокой вертикальной стенке, то наибольшая высота, на которой происходит соударение мяча со стенкой, равна $H = 3,6$ м.

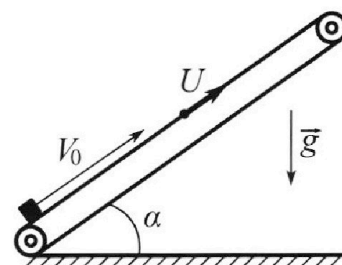
2) На каком расстоянии S от точки старта находится стенка?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin \alpha = 0,6$ (см. рис.).

В первом опыте небольшую коробку ставят на покоящуюся ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 6$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = 0,5$.

Движение коробки прямолинейное.



1) Какой путь S пройдет коробка в первом опыте к моменту времени $T = 1$ с?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью $U = 1$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 6$ м/с (см. рис.).

2) Через какое время T_1 после старта скорость коробки во втором опыте будет равна

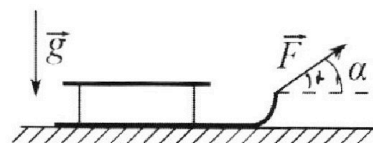
$U = 1$ м/с?

3) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки обратится в ноль во втором опыте? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же кинетической энергии K на одинаковых участках пути.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения кинетической энергии K действие внешней силы прекращается.



1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Найдите перемещение S санок в процессе торможения до остановки. Ускорение свободного падения g .

Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

m - известна (масса санок)

2 15 105



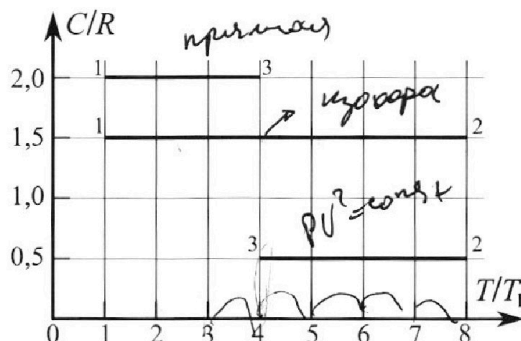
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



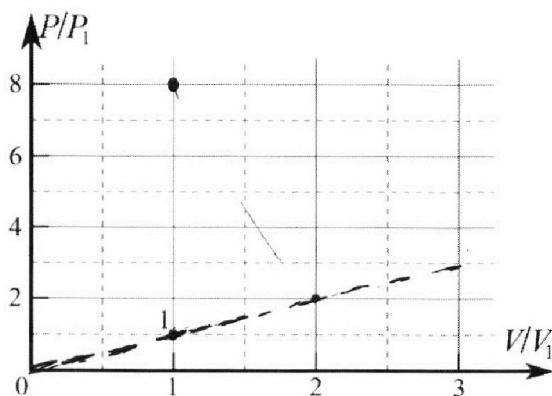
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 равна $T_1 = 200$ К, универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К).



1) Найдите работу A_{31} внешних сил над газом в процессе 3-1.

2) Найдите КПД η цикла.

3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



$$\frac{\Phi}{M} = \frac{p \cdot n}{B \cdot M} = \frac{k \cdot n}{k_B \cdot M} = \frac{k \cdot n^2}{4 \cdot M}$$

5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной a (см. рис.). Сила натяжения каждой нити T .

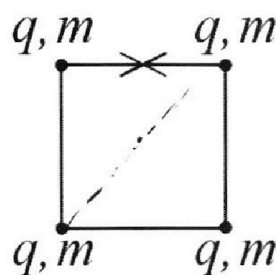
1) Найдите абсолютную величину $|q|$ заряда каждого шарика.

Одну нить пережигают.

2) Найдите кинетическую энергию K любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На каком расстоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных сверху (на рисунке)?

Электрическая постоянная ϵ_0 . Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.



1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1.

Дано:

① $\alpha = 45^\circ$

$L = 20 \text{ м}$

② $k_{\text{max}} = 36 \text{ Н}$

Найти:

① $v_0 = ?$

② $g = ?$

Решение:

① $y = v_0 \sin \alpha t - \frac{g t^2}{2} = 0 \text{ м (возврат на землю)}$

$\Rightarrow t_{\text{max}} = \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g}$

$x = v_0 \cos \alpha t = L \text{ (возврат на землю)}$

$L = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t_{\text{max}} = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g} =$

$= \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$

$v_0 = \sqrt{\frac{g L}{\sin 2\alpha}} = \sqrt{\frac{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 20 \text{ м}}{1}} = 10 \sqrt{2} \frac{\text{м}}{\text{с}}$

② $y = v_0 \sin \beta t - \frac{g t^2}{2}$ (β - произвольный угол.

$x = v_0 \cos \beta t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos \beta}$

$y = v_0 \cdot \sin \beta \cdot \frac{x}{v_0 \cos \beta} - \frac{g \cdot x^2}{2 v_0^2 \cos^2 \beta} = x \tan \beta - \frac{g x^2}{2 v_0^2} (\tan^2 \beta + 1)$

$y(x) = x \tan \beta - \frac{g x^2}{2 v_0^2} (\tan^2 \beta + 1)$

$y(s) = H \Rightarrow$

$s \tan \beta - \frac{g s^2}{2 v_0^2} (\tan^2 \beta + 1) = H$

$g(s) \cdot (\tan^2 \beta + 1) \quad y \neq \tan \beta = s \tan \beta - \frac{g s^2}{2 v_0^2} (\tan^2 \beta + 1)$

т.к. все остальные
величины
const

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$y'(t\rho\beta) = \rho - 2t\rho\beta \cdot \frac{\rho s^2}{2v_0^2} = \rho - t\rho\beta \frac{s^2\rho}{v_0^2} = 0, \text{ т.к. max.}$$

$$\rho = t\rho\beta \cdot \frac{s^2\rho}{v_0^2} \Rightarrow t\rho\beta \cdot \frac{s^2\rho}{v_0^2} = 1$$

$$\Rightarrow t\rho\beta = \frac{v_0^2}{\rho \cdot s^2} = t\rho\beta_{\text{max}} \quad \beta_{\text{max}} - \text{угол при котором } H = \text{max.}$$

$$y = s t\rho\beta - \frac{s^2\rho}{2v_0^2} (t\rho\beta + 1) = s \cdot \frac{v_0^2}{s\rho} - \frac{s^2\rho}{2v_0^2} \cdot \frac{v_0^2}{\rho s^2} - \frac{s^2\rho}{2v_0^2} =$$

$$= \frac{v_0^2}{\rho} - \frac{v_0^2}{2\rho} - \frac{s^2\rho}{2v_0^2} = H.$$

$$\frac{v_0^2}{2\rho} - H = \frac{s^2\rho}{2v_0^2} \Rightarrow s^2 = \frac{2v_0^4}{\rho^2} - \frac{2v_0^2 H}{\rho}$$

$$s = \sqrt{\frac{2v_0^4}{\rho^2} - \frac{2v_0^2 H}{\rho}}$$

~~$$s = \sqrt{\frac{2v_0^4}{\rho^2} - \frac{2v_0^2 H}{\rho}}$$~~
~~$$s = \sqrt{\frac{2v_0^4}{\rho^2} - \frac{2v_0^2 H}{\rho}}$$~~

$$s = \sqrt{\frac{2 \cdot (10\sqrt{2})^4}{(10\sqrt{2})^2} - \frac{2 \cdot (10\sqrt{2})^2 \cdot 3.64}{10\sqrt{2}}} = 16 \text{ м.}$$

Ответ: 1) $v_0 = 10\sqrt{2} \frac{\text{м}}{\text{с}}$

2) $s = 16 \text{ м.}$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\sqrt{2}$

Дано:

① $\sin \alpha = 0,6 \Rightarrow \cos \alpha = 0,8$

$v_0 = 6 \frac{m}{c}$

$M = 0,5$

$T = 1c$

Найти:

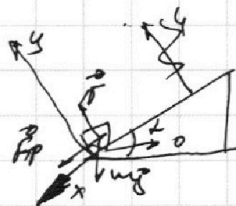
① S - ?

② T_1 - ?

③ L - ?

Решение:

① 3. К. 7:



$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} + mgh + A_{тр} \quad (v_0^2 - \text{скорость момента } T=1c)$$

$$U'_x = -v_0 + at$$

II 3-й закон Ньютона:

$$\vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{тр} = m\vec{a}$$

Оy: $N = mg \cos \alpha$

Оx: $Mg \sin \alpha + \mu Mg \cos \alpha = ma$

$$a = g \sin \alpha + \mu g \cos \alpha = 10 \frac{m}{c^2}$$

$$U'_x = -6 \frac{m}{c^2} + 10 \frac{m}{c^2} \cdot 1c = 4 \frac{m}{c}$$

S $h = S \cdot \sin \alpha$

$$v^2 - u^2 = 2gs \sin \alpha - 2\mu g s \cos \alpha$$

$$S = \frac{v^2 - u^2}{2g \sin \alpha - 2\mu g \cos \alpha} = \frac{36(\frac{m}{c})^2 - 16(\frac{m}{c})^2}{2 \cdot 10 \frac{m}{c^2} \cdot 0,6 - 2 \cdot 0,5 \cdot 10 \frac{m}{c^2} \cdot 0,8} = 5M$$

②

$|U| = 1Mc \Rightarrow U_x = \pm 1 \frac{m}{c}$

$$\begin{cases} U_{x1} = 1 \frac{m}{c} \\ U_{x2} = -1 \frac{m}{c} \end{cases}$$

$$U_x = -v_0 + at_1$$

$$T_1 = \frac{U_x + v_0}{a}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \begin{cases} T_1 = 0,5 \text{ c} \\ T_1 = 0,7 \text{ c} \end{cases}$$

③

Ответ: ① $s = 5 \text{ m}$
② $\begin{cases} T_1 = 0,5 \text{ c} \\ T_1 = 0,7 \text{ c} \end{cases}$

③ —



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(53)

Дано:

k ;

2 ;

найти:

M ?

2) S ?

~~Решение~~

Решение:

1) $\Delta E_k = A_{\text{сп}} \Rightarrow \frac{mv^2}{2} \rightarrow S_1 - \text{пути до момента, когда } E_k = k$

$$k = F \cdot S_1 \cdot \cos 2 - M \sin 2 \cdot S_1$$

$$k = F \cdot S_1 - M \sin 2 \cdot S_1$$

$$F \cdot S_1 - M \sin 2 \cdot S_1 = F \cdot S_1 \cos 2 - M \sin 2 \cdot S_1 + M \sin 2 \cdot S_1$$

$$F = F \cos 2 + M \sin 2$$

$$F(1 - \cos 2) = M \sin 2$$

$$M = \frac{F(1 - \cos 2)}{\sin 2}$$

2) $\Delta E_k = A_{\text{сп}}$

$$-k = A_{\text{сп}} \Rightarrow -k = -M \sin 2 \cdot S$$

$$S = \frac{k}{M \sin 2} = \frac{k}{\frac{F(1 - \cos 2)}{\sin 2} \sin 2} = \frac{k \sin 2}{F(1 - \cos 2)}$$

Ответ: 1) $M = \frac{F(1 - \cos 2)}{\sin 2}$

2) $S = \frac{k \sin 2}{F(1 - \cos 2)}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Б4.

Дано:

$$C_{12} = \frac{3}{2} R$$

$$C_{23} = \frac{R}{2}$$

$$C_{31} = 2R$$

$$T_1 = 200K$$

Найти:

$$A_{31}^{gr} - ?$$

$$2) \eta$$

$$3) \frac{P}{T_1} \quad ?$$

Решение:

$$Q_{31} = C_{31} \Delta T_{31} = C_{31} \cdot V$$

$$Q_{31} = C_{31} V \Delta T_{31} = 2 V R \Delta T_{31} = -6 V R T_1$$

$$Q = \Delta U + A_2^{gr} \Rightarrow A_2^{gr} = Q - \Delta U$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} V R \Delta T_{31} = -\frac{3}{2} V R \cdot 3 T_1 = -\frac{9}{2} V R T_1 =$$

$$= -4,5 V R T_1$$

$$A_2^{gr} = -6 V R T_1 + 4,5 V R T_1 = -1,5 V R T_1$$

$$A_2^{31} = -A_{2K} \Rightarrow A_{2K} = 1,5 V R T_1 = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot 200 =$$

$$= 249,3 \text{ Дж}$$

② Из графика видно:

$$Q_{12} = C_{12} V \Delta T_{12} > 0$$

$$Q_{23} = C_{23} V \Delta T_{23} < 0$$

$$Q_{31} = C_{31} V \Delta T_{31} < 0$$

$$\eta = \frac{Q_{пог} - |Q_{отп}|}{Q_{пог}} = \frac{C_{12} V \Delta T_{12} - (C_{23} V |\Delta T_{23}| + C_{31} V |\Delta T_{31}|)}{C_{12} V \Delta T_{12}}$$

$$= \frac{1,5 V R \cdot 7 T_1 - 0,5 V R \cdot 4 T_1 - 2 V R \cdot 3 T_1}{1,5 V R \cdot 7 T_1} = \frac{10,5 - 8}{10,5} = \frac{2,5}{10,5} = \frac{5}{21}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

③ Т.к. в каждом процессе $C = \text{const} \Rightarrow$ все процессы политропические;

$$PV^\gamma = \text{const.}, \text{ где } \gamma = \frac{C - C_p}{C - C_v} \begin{cases} C_p = C, \text{ при } P = \text{const.} \\ C_v = C, \text{ при } V = \text{const.} \end{cases}$$

1-2: ~~$P_1 V_1^{\gamma} = P_2 V_2^{\gamma}$~~
 ~~$1.5R - 2.5R = 1.5R - 0.5R$~~

$$C_p = \frac{1}{2} R + R$$

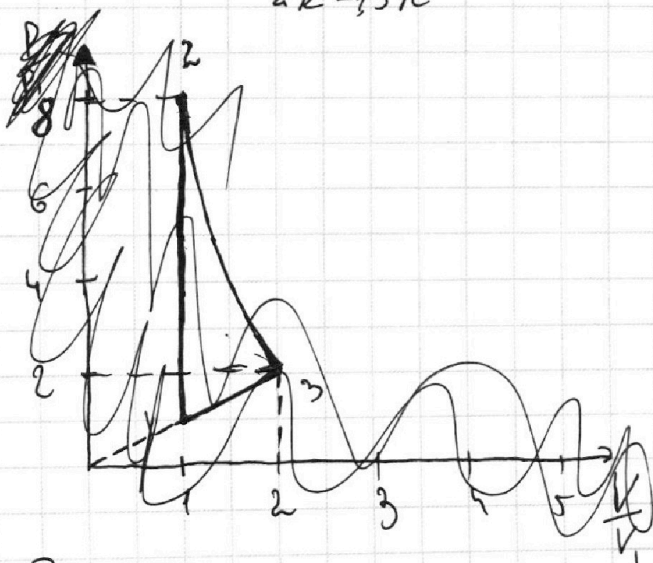
$$C_v = \frac{1}{2} R$$

$\Rightarrow C_{12} = C_v \Rightarrow$ 1-2 - изохора.

2-3: $\gamma = \frac{0.5R - 2.5R}{0.5R - 1.5R} = \frac{-2}{-1} = 2$

$$PV^2 = \text{const}$$

3-1: $\gamma = \frac{2R - 2.5R}{2R - 1.5R} = -1 \Rightarrow PV^{-1} = \text{const} -$ изобара.



Подсказки к построению:

1-2 $P = \text{const} \Rightarrow \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{8T_1} \Rightarrow P_2 = 8P_1$

$$P_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$P_3 V_3 = 4 \nu R T_1 = 4 P_1 V_1$$

$$P_2 V_2 = 8 \nu R T_1 = 8 P_1 V_1$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$P_2 V_2^2 = P_3 V_3^2 \Rightarrow P_2 \cdot V_2 \cdot V_2 = P_3 \cdot V_3 \cdot V_3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 8 P_1 V_1 \cdot V_1 = 1 P_1 V_1 \cdot V_3$$

$$\boxed{V_3 = 2 V_1} \Rightarrow$$

$$P_2 V_2^2 = P_3 V_3^2 \Rightarrow 8 P_1 V_1^2 = P_3 \cdot 4 V_1^2 \Rightarrow \boxed{P_3 = 2 P_1}$$

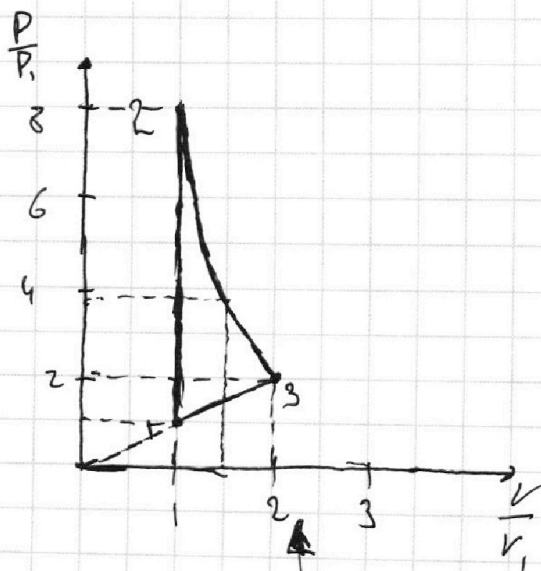
Т.к. P при 3-х $\frac{P}{V} = \text{const} \Rightarrow \frac{P_1}{V_1} = \frac{P_3}{V_3} \Rightarrow \frac{P_1}{V_1} = \frac{2 P_1}{2 V_1}$

Верно $\Rightarrow (-)$ 3 не имеет $\Rightarrow$ цикл.

Для точности рассчитаю P когда $V = 1.5 V_1$

$$P_2 V_2^2 = P_1' (V_1')^2 \Rightarrow 8 P_1 V_1^2 = 2.25 P_1' \cdot V_1^2$$

$$P_1' = \frac{8}{2.25} P_1 \approx 2 \frac{13}{6} P_1 \approx 2.81 P_1$$



- Ответ:
- 1) 2493 Дж.
 - 2) ~~2493 Дж~~ $\frac{5}{21}$.
 - 3) Градусы.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

05

Дано:

T ;

a ;

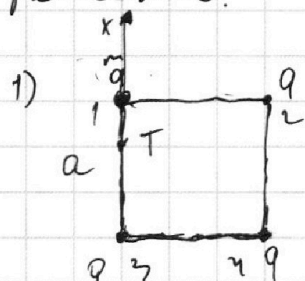
найти:

$|q|$ - ?

k - ?

d - ?

Решение:



4 заряд номер 1:

На него действуют две силы $|T|$ и 3 силы Кулона:

Вдоль ось x Тогда:

$$F_{13x} + F_{14x} - T = 0$$

$$\frac{kq^2}{a^2} + \frac{kq^2}{2a^2} \cdot \cos 45^\circ = T$$

$$\frac{kq^2}{2a^2} + \frac{kq^2}{a^2} + \frac{kq^2 \sqrt{2}}{4} = T$$

$$q^2 \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0 a^2} + \frac{\sqrt{2}}{4\pi\epsilon_0 a^2} \right) = T$$

$$q^2 = \frac{T}{\frac{4+\sqrt{2}}{16\pi\epsilon_0 a^2}}$$

$$|q| = 4a \sqrt{\frac{T \cdot \epsilon_0 \cdot \pi}{4+\sqrt{2}}}$$

$$E_1 = \frac{1}{2} \sum q_i \varphi_i = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot q \cdot \left(\frac{2kq}{a} + \frac{kq}{a\sqrt{2}} \right) =$$

$$= \frac{4kq^2}{a} + \frac{\sqrt{2}kq^2}{a} = \frac{kq^2}{a} (4+\sqrt{2}) = \frac{q^2 \cdot \sqrt{2}}{4\pi\epsilon_0 a}$$

$$= \frac{q^2 \cdot (4+\sqrt{2})}{4\pi\epsilon_0 a} = \frac{\frac{T \cdot 16\pi\epsilon_0 a^2}{4+\sqrt{2}} \cdot (4+\sqrt{2})}{4\pi\epsilon_0 a} = T \cdot 4a$$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

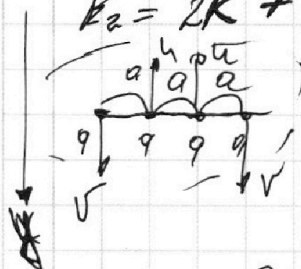
В силу симметрии конструкции

скорости шаров (3) и (4) будут равны;

v - скорость (1) и (2) также равны скорости шаров (1) и (2)

$v_{2x} = u$ - скорость (3) и (4)

$$E_2 = 2K + \frac{2mu^2}{2} + \frac{kg^2}{a} + \frac{kg^2}{2a} + \frac{kg^2}{3a} + \frac{kg^2}{a} + \frac{kg^2}{2a} + \frac{kg^2}{a} \quad \text{---}$$



$=$

$$2K + \frac{2mu^2}{2} + \frac{kg^2}{a} + \frac{kg^2}{2a} + \frac{kg^2}{3a} + \frac{kg^2}{a} + \frac{kg^2}{2a} + \frac{kg^2}{a} =$$

$$\frac{2m\dot{\varphi}^2}{2} + \frac{2mu^2}{2} + \frac{kg^2}{a} + \frac{kg^2}{3a} =$$

$$= \frac{2m\dot{\varphi}^2}{2} + \frac{2mu^2}{2} + \frac{13kg^2}{3}$$

$$3C.4.: 2m\dot{\varphi} - 2mu = 0$$

$$3C.7. \quad \dot{\varphi} = u$$

$$\Rightarrow 4K + \frac{13kg^2}{3} = T \cdot \omega a$$

$$4K + \frac{13 \cdot \frac{T \cdot 16\pi^2 a^2}{4 + \sqrt{2}}}{12\pi^2 a} = T \cdot \omega a$$

$$4K + \frac{52a \cdot T}{3(4 + \sqrt{2})} = T \cdot \omega a$$

$$K = \frac{a \cdot T}{4} \left(4 - \frac{52}{3(4 + \sqrt{2})} \right) = aT \left(1 - \frac{52}{12(4 + \sqrt{2})} \right) = aT \left(1 - \frac{13}{3(4 + \sqrt{2})} \right)$$

$$\textcircled{3} \quad T, K \int \vec{F}_{ext} \Rightarrow \vec{L}_C = 0$$

$\vec{v}_C = \vec{0}$
скорость ц.м.

$\vec{L}'_{c.m.}$

В случае 1 ц.м.

Расположен на
пересечении диагоналей
квадрата

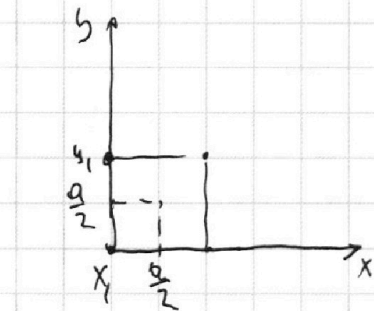
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

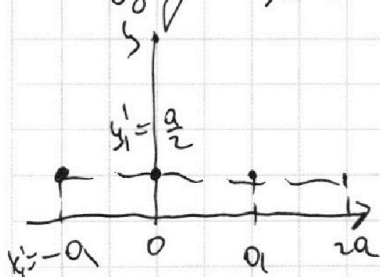
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Т.к. шарики выровняются
в горизонтальную линию,
то з.м. будет лежать на

этой прямой $y_{з.м.} = \frac{a}{2} = \cos \alpha \Rightarrow$ все шары
будут лежать на прямой $y = \frac{a}{2}$



≠ шары (1):

$$y_1 = a; \quad x_1 = 0$$

$$y_1' = \frac{a}{2} \quad x_1' = -a$$

$$d = \sqrt{(x_1 - x_1')^2 + (y_1 - y_1')^2} = \sqrt{a^2 + 0,25a^2} =$$

$$= a \sqrt{1,25} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

Ответ: 1) $|q| = 4a \sqrt{\frac{\pi \cdot \epsilon_0 \cdot T}{4 + \sqrt{2}}}$

2) $k = aT \cdot \left(1 - \frac{13}{3(4 + \sqrt{2})}\right)$

3) $d = \frac{a\sqrt{5}}{2}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| ☒ | ☒ | ☒ | ☒ | ☒ | ☒ | ☒ |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{2 \cdot 200 \cdot 36}{10} =$$

$$\frac{200}{10 \cdot 20} = 1$$

$$\frac{200 \cdot 10}{200} =$$

$$\frac{200^2}{10^2} = 20^2 = 400$$

$$\sqrt{400 - 36 \cdot 4} =$$

$$\sqrt{250}$$

$$\frac{400}{250}$$

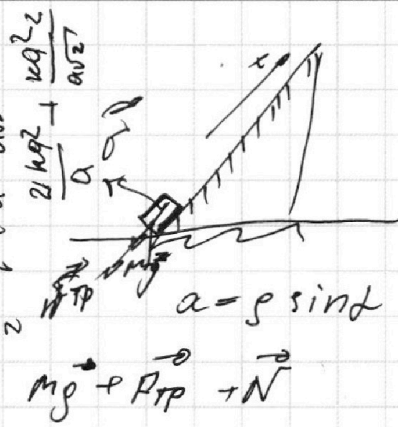
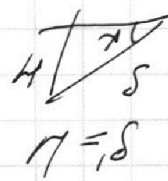
$$v^2 = 2g s \sin \alpha - 2v_0 \cos \alpha$$

$$2gH = v^2 + 2v_0 \cos \alpha$$

$$v^2 = 2gH + v_0^2 - 2v_0 \cos \alpha$$

$$\frac{v^2}{2} = gH + \frac{v_0^2}{2} - v_0 \cos \alpha$$

$$\frac{mv^2}{2} = mgH + \frac{mv_0^2}{2} - mv_0 \cos \alpha$$



$$mg + R + N$$

$$mg \sin \alpha + 4mg \cos \alpha = ma$$

$$g \sin \alpha + 4g \cos \alpha = a$$

$$6 + 4 = a$$

$$a = 10 \frac{m}{s^2}$$

$$s = \frac{a + 2}{2}$$

$$s = \frac{v_0^2 - a^2}{2} = \frac{6^2 - 10^2}{2} = -17$$

$$s = 17$$

$$\frac{2000}{10 \cdot 16} = \frac{20}{4} = 5$$

$$v^2 - v_0^2 = 2g s \sin \alpha - 2v_0 \cos \alpha$$

$$\frac{35}{12 - 8} = 8.75$$

$$\frac{35}{5}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$y(x) = x + gL - x^2 \cdot \frac{g}{2v_0^2} (1 + g^2 L + 1) = 11$$

$$y = 9 + gL - x^2 \cdot \frac{g}{2v_0^2} (1 + g^2 L + 1)$$

$$y'(x) = 0 - \frac{g^2}{2v_0^2} \cdot (2 + gL) = 0$$

$$2 + gL = \frac{g^2}{2v_0^2}$$

$$y'(x) = 0 - \frac{g^2}{2v_0^2} \cdot (2 + gL) = 0$$

$$g = \frac{g^2}{v_0^2} + gL$$

$$gL \cdot \frac{g}{v_0^2} = 1$$

$$gL = \frac{v_0^2}{g}$$

$$y(x) = 9 + gL - \frac{g^2}{2v_0^2} \cdot (1 + g^2 L + 1) = 11$$

$$\frac{v_0^2}{g} - \frac{g^2}{2v_0^2} \cdot \frac{v_0^4}{g^2} = 11$$

$$\frac{v_0^2}{g} - \frac{v_0^2}{2} = 11$$

$$v^2 = v_0^2 + 2gs \sin \alpha - 2v_0 g \cos \alpha$$

$$v^2 = v_0^2 + 2gs \sin \alpha - 2v_0 g \cos \alpha$$

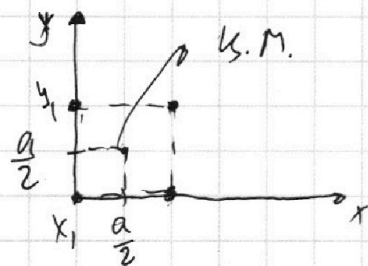
$$v^2 = v_0^2 + 2gs \sin \alpha - 2v_0 g \cos \alpha$$

$$\frac{v_0^2}{g} - \frac{v_0^2}{2} = 11$$

$$v_0^2 - \frac{v_0^2}{2} = 22$$

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

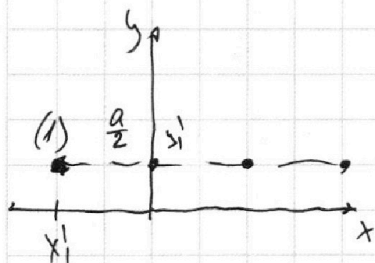
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



То Т.к. шарик выровняется
в горизонтальную линию,

то ц.м. будет лежать на этой линии;

$\Rightarrow y_{\text{ц.м.}} = \frac{a}{2} = \text{const} \Rightarrow$ все шары будут
лежать на прямой $y = \frac{a}{2}$



и шарик 1)

$$y_1' = \frac{a}{2}; \quad x_1' = -a, \text{ т.к.}$$

линия горизонтальна.

$$x_1 = 0; \quad y_1 = a$$

$$d = \sqrt{(x_1 - x_1')^2 + (y_1 - y_1')^2} = \sqrt{0,25a^2 + a^2} =$$

$$= a\sqrt{1,25} = 0,5a\sqrt{5} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

Далее:

- 1) $|q| = 4a \sqrt{\frac{\pi \epsilon_0 \rho}{4 + \sqrt{2}}}$
- 2) $k = aT \left(1 - \frac{52}{12(4 + \sqrt{2})} \right)$
- 3) $d = \frac{a\sqrt{5}}{2}$

$$1) |q| = 4a \sqrt{\frac{\pi \epsilon_0 \rho}{4 + \sqrt{2}}}$$

$$2) k = aT \left(1 - \frac{13}{3(4 + \sqrt{2})} \right)$$

$$3) d = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$



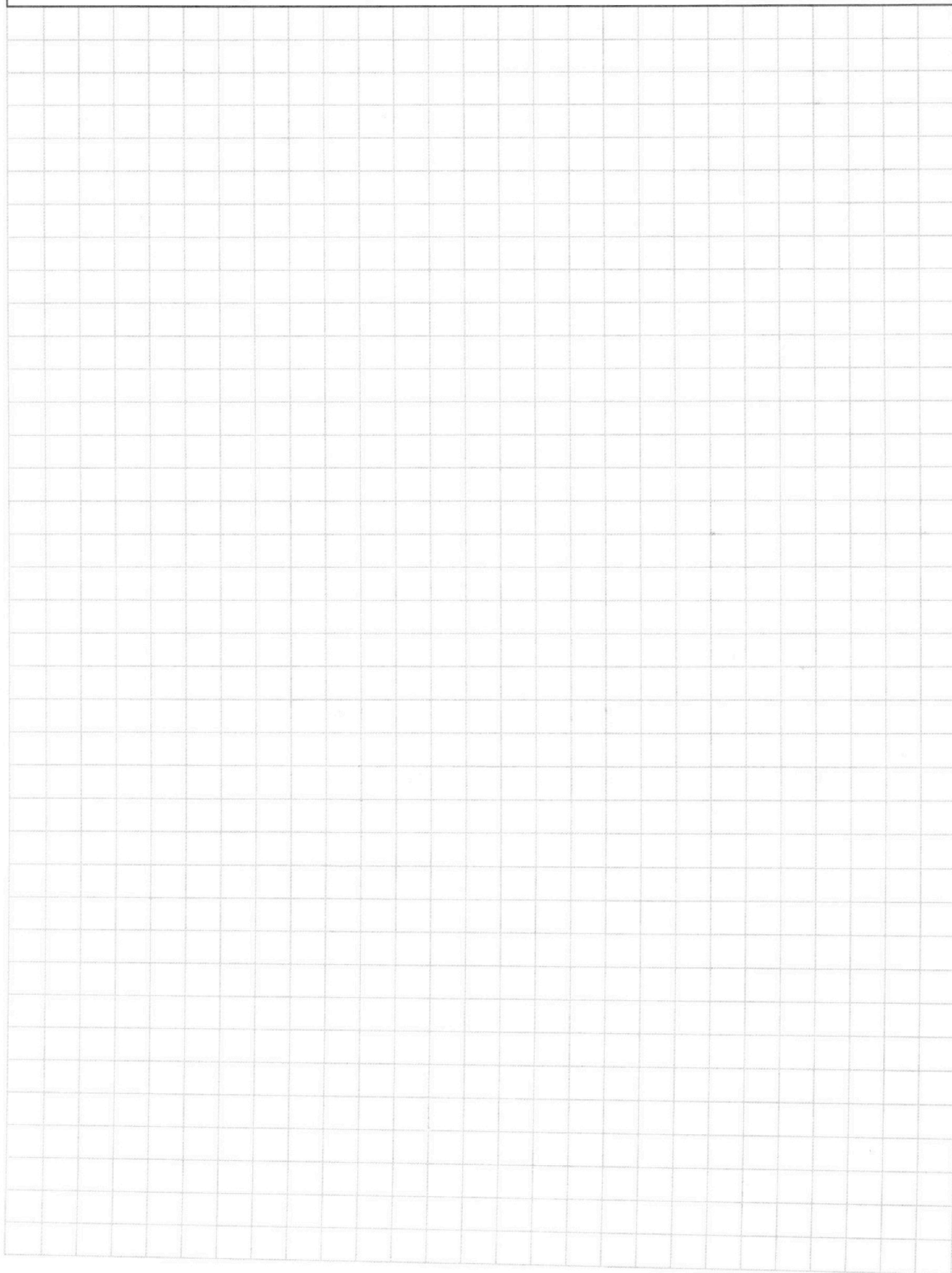
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

 **МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№1.

$$y = v_0 t \sin \alpha - \frac{g t^2}{2} = 0 \quad t = \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$x = v_0 \cos \alpha t \quad 2 v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

$$L = \frac{v_0^2 \cdot 1}{g} \Rightarrow v_0 = \sqrt{g L} = \sqrt{10 \cdot 20 \text{ м}} = 10\sqrt{2} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v_0 \sin \alpha - \frac{g t}{2} = 0 \Rightarrow t = \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

$$L = v_0 = \frac{g L \cdot g}{\sin 2\alpha} \Rightarrow v_0 = \sqrt{g L} = 10\sqrt{2} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\frac{2 v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = H_{\max}$$

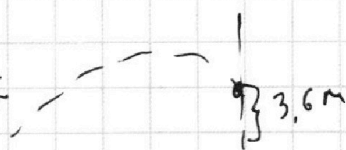
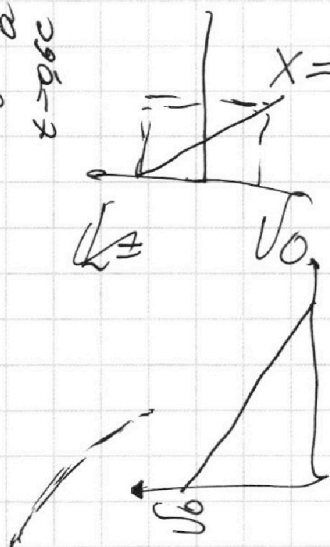
$$\sin^2 \alpha = \frac{2 H_{\max} g}{v_0^2} = \frac{\sqrt{243}}{v_0} = \frac{2 \cdot 36 \cdot 10}{10\sqrt{2}}$$

$$y = v_0 \sin \alpha t - \frac{g t^2}{2}$$

$$y = v_0 \sin \alpha t - \frac{g t^2}{2} = H_{\max}$$

$$x = v_0 \cos \alpha t$$

$$\frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{2}{2\sqrt{2}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$y = v_0 \sin \alpha t - \frac{g t^2}{2}$$

$$\frac{v_0^2}{2g} \frac{\chi^2}{\cos^2 \alpha}$$

$$x = v_0 \cos \alpha t$$

$$t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha} \quad y = v_0 \sin \alpha \cdot \frac{x}{v_0 \cos \alpha} - \frac{g \cdot x^2}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} =$$

$$y = x \tan \alpha - x^2 \cdot \frac{g}{2 v_0^2 (\tan^2 \alpha + 1)}$$

$$y(x) = x \tan \alpha - x^2 \cdot \frac{g}{2 v_0^2 (\tan^2 \alpha + 1)} = H_{\max}$$

$$x^2 \cdot \frac{g^2}{2 v_0^2 (\tan^2 \alpha + 1)} - x \tan \alpha + H_{\max} = 0$$

$$\left(\frac{\sin}{\cos} \right)' = \frac{\cos \cdot \cos - \sin \cdot \sin}{\cos^2} \quad x^2 \cdot \frac{g^2}{2 v_0^2} (2 \tan \alpha) - x = 0$$

$$\frac{\cos 2 \cdot \cos 2 + \sin 2 \cdot \sin 2}{\cos 2} = X = \frac{x^2 \cdot g^2}{2 v_0^2} \tan \alpha \quad \sin^2 + \cos^2 = 1$$

$$\tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\frac{x \cdot g^2}{2 v_0^2} \cdot \tan \alpha = 0$$

$$\tan \alpha = 0$$

$$\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha$$

$$y(x) = x \tan \alpha - \frac{x^2}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha}$$

$$y(x) = \tan \alpha - 2 \cdot \frac{g}{2 v_0^2} \cdot \frac{g}{2 v_0^2} (1 + \tan^2 \alpha) = H_{\max}$$

$$\tan \alpha - x \cdot \frac{g}{v_0^2} (\tan^2 \alpha + 1) = 0$$

$$\tan \alpha = x \cdot \frac{g}{v_0^2} (\tan^2 \alpha + 1)$$

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№2

Дано:

① $v_0 = 6 \frac{m}{s}$;

$\sin \alpha = 0,6$;

$M = 0,5$;

$T = 10$;

② $u = 1 \frac{m}{s}$

Найти:

① S - ?

② T_1 - ?

③ L - ?

Решение:

II 3-й Ньютона:

1) $m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{TP} = m\vec{a}$

Oy: $N = mg \cos \alpha$

Ox: $mg \sin \alpha + Mmg \cos \alpha = ma$

$a = g \sin \alpha + M g \cos \alpha$

$\cos \alpha = 0,8$ (так как $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$)
 $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$

$a = 10 \frac{m}{s^2} \cdot 0,6 + 0,5 \cdot 10 \frac{m}{s^2} \cdot 0,8 = 10 \frac{m}{s^2}$

X $s = v_0 t + \frac{a t^2}{2}$ (v_0 - в начале транспортира)

$S = v_0 T + \frac{a T^2}{2} = 6 \frac{m}{s} \cdot 10 - \frac{10 \frac{m}{s^2} \cdot (10)^2}{2} = 1 m$

② Из закона изменения энергии:

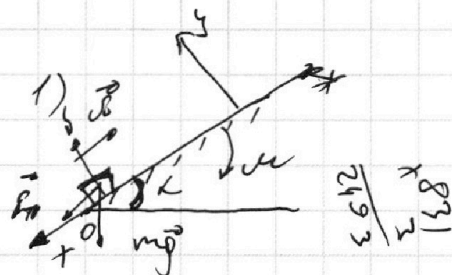
$\frac{mv^2}{2} = mgh + \frac{mu^2}{2} + A_{тр}$

$\frac{mv^2}{2} = mgh + \frac{mu^2}{2} - Mmg \cos \alpha s'$

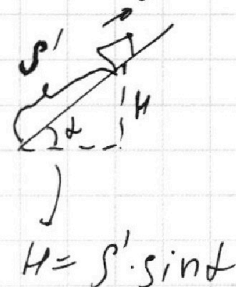
$v^2 = 2gs' \sin \alpha - 2Mg \cos \alpha s' + u^2$

$s' (2g \sin \alpha - 2Mg \cos \alpha) = v^2 - u^2$

$s' = \frac{v^2 - u^2}{2g \sin \alpha - 2Mg \cos \alpha} = \frac{36 \frac{m^2}{s^2} - 1 \frac{m^2}{s^2}}{2 \cdot 10 \frac{m}{s^2} \cdot 0,6 - 2 \cdot 0,5 \cdot 10 \frac{m}{s^2} \cdot 0,8} \Rightarrow$



$3 \cdot 1.831.200 = 5.493$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$R = \frac{35}{4} = 8,75 \text{ М}$$

$$S = v_0 t - \frac{a t^2}{2} \quad (a = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \text{ (из пункта 1)})$$

$$\frac{a}{2} t^2 - v_0 t + S = 0 \quad \frac{1+2}{1} \quad \frac{1}{2} R = \frac{3}{2} R$$

$$K = 1 \text{ Мпс}$$

$$\frac{1}{2} R = \frac{5}{3} R$$

$$S = \frac{k}{\text{мг}} = \frac{k}{\frac{1-\cos \alpha}{\sin \alpha} \text{ мг}} = \frac{k \sin \alpha}{\text{мг}(1-\cos \alpha)}$$

// V=const

$$N_1 \cdot \frac{R}{2} \quad C_{12} = 1,5 \cdot \frac{3}{2} R \quad C_{31} = 2R$$

$$C_{23} = \frac{R}{2}$$

$$\frac{C-C_p}{C-C_v} =$$

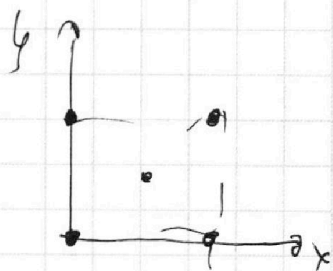
$$\frac{\frac{R}{2} - \frac{5}{3} R}{\frac{R}{2} - \frac{3}{2} R}$$

$$\frac{R}{2} - \frac{3}{2} R$$

$$Q = C \Delta T = 2 \nu R \Delta T$$

$$Q = A + \Delta U \quad A = Q - \Delta U$$

$$A = 2 \nu R \Delta T - \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{\nu R \Delta T}{2} = \frac{3 \nu R T}{2}$$



$$z_{cy} = \frac{2 m a}{4 m} = \frac{a}{2}$$

$$z_{cx} = \frac{2 m a}{4 m} = \frac{a}{2}$$

$$\frac{3 \cdot 8,31 \cdot 200}{2} = 3 \cdot 831 = 2493 \approx 2500$$

$$15 = 12 - 3 = \frac{2}{12 \cdot 0 + 2400} =$$

$$-9942 + 3 \cdot 2400 =$$

$$-1112$$

$$-12831 = -12831 = 0992$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$P = \frac{d}{v}$$

$$8P = \frac{d}{v}$$

$$8P = \frac{d}{2v} \quad 2 = 4Pv$$

$$112 = 2 \cdot 1 \cdot 2 = 8Pv \quad S(2g \sin \alpha - 2\mu g \cos \alpha) = \frac{v^2}{2} - u^2$$

$$S = \frac{36 - 16}{2 \cdot 10 \cdot 0.6 - 2 \cdot 10 \cdot 0.8} = \frac{36 - 16}{4} = 5 \text{ м.}$$

$$8P_1 v_1^2 = P_2 v$$

$$\vec{v}_{abc} = \vec{v}_{отн} + \vec{v}_{пер} = \vec{0}$$

$$P_1 v_1 = P_2 v$$

$$\vec{v}_{отн} = \vec{v} - \vec{v}_{пер}$$

$$\frac{130}{20} \cdot \frac{16}{20} = \frac{128}{20} \cdot \frac{8}{20}$$

$$P_2 v_2 = P_3 v_3 \quad v_{отн x} = 0 + 1 \frac{1}{2} = 1 \frac{1}{2}$$

$$P_2 v_2 = P_3 v_3$$

$$v_8 = 0.6t$$

$$v_{отн x} = 1 \frac{1}{2}$$

$$\frac{m v^2}{2} = m g S \sin \alpha - \mu m g \cos \alpha$$

$$\frac{v}{v} = \frac{g}{g}$$

$$1 + \frac{v}{v} = \frac{g}{g}$$

$$8P_1 v_1^2 = m P_2 v$$

$$\frac{800}{225} = \frac{16}{45} = v^2 = \frac{36}{4} = 9$$

$$P_2 = \frac{v}{v} = \frac{g}{g}$$

$$v^2 = S(2g \sin \alpha - 2\mu g \cos \alpha)$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2}{3} - \frac{2}{3}$$

$$S = \frac{36}{4} = 9 \text{ м}$$

$$\frac{45}{16} \approx 3$$

$$P = 2v$$

$$2 \frac{13}{16}$$

$$1 - 1$$

$$\frac{C - CP}{2R - \frac{2}{5}R} = \frac{C - CP}{2R - \frac{2}{5}R}$$

$$C = CP$$

$$\frac{2}{5} = \frac{2}{5}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3.

$$F \frac{mv^2}{2} = F \cdot \cos 2\theta - \mu mg (mg - F \sin \theta) S$$

$$\frac{mv^2}{2} = F \cdot S - \mu mg \cos 2\theta$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

$$F \cdot S - \mu mg \cos 2\theta = F \cos 2\theta - \mu mg (mg - F \sin \theta) S$$

$$v_1 = v_2 = v_3 = v_4$$

$$F - \mu mg \cos 2\theta = F \cos 2\theta - \mu mg + \mu F \sin \theta$$

$$v_1 v_2 = v_3 v_4$$

$$F = F \cos 2\theta + \mu F \sin \theta$$

$$v_1 v_2 = v_3 v_4$$

$$F = F (\cos 2\theta + \mu \sin \theta)$$

$$\frac{mv^2}{2} = F \cdot S - \mu mg S$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{v_3}{v_4} \quad \left. \begin{array}{l} v_1 = v_2 \\ v_3 = v_4 \end{array} \right\}$$

$$\frac{mv^2}{2} = F \cdot \cos 2\theta - \mu (mg + F \sin \theta) S$$

$$v_1 = v_2$$

$$F + \mu mg = F \cos 2\theta - \mu mg + F \sin \theta$$

$$v_1 = v_2$$

$$F = F (\cos 2\theta + \mu \sin \theta) =$$

$$v_1 = v_2$$

$$v_1 = v_2$$

$$v_1 = v_2$$

$$\mu \sin \theta = -\cos 2\theta$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{v_3}{v_4}$$

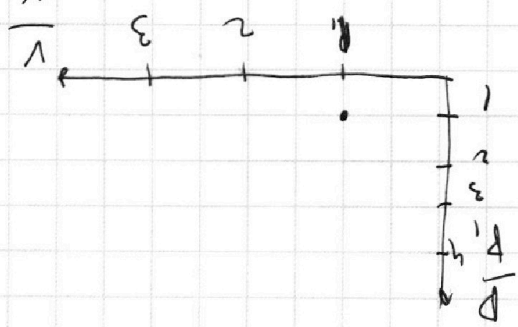
$$v_1 = v_2$$

$$v_1 = v_2$$

$$v_1 = v_2$$

$$v_1 = v_2$$

$$v_1 = v_2$$



$$v_1 = v_2$$

$$v_1 = v_2$$

$$v_1 = v_2$$

$$v_1 = v_2$$

$$v_1 = v_2$$

$$v_1 = v_2$$

$$v_1 = v_2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

МФТИ

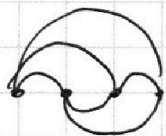
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$2 \frac{kq^2}{a} + \frac{kq^2}{a\sqrt{2}}$$



$$\frac{kq^2}{a} + \frac{kq^2}{2a} + \frac{kq^2}{3a} + \frac{kq^2}{a} + \frac{kq^2}{2a} + \frac{kq^2}{a}$$



$$\frac{kq^2}{a} + \frac{kq^2}{2a} + \frac{kq^2}{3a} + \frac{kq^2}{a} + \frac{kq^2}{2a} + \frac{kq^2}{a}$$

$$\frac{952}{91}$$

$$\frac{252}{42}$$

$$\frac{8}{2\sqrt{2}} \cdot 4 \cdot \frac{8}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{8}{2\sqrt{2}}$$

$$44 = \frac{2\sqrt{2}}{2} - \frac{8}{2\sqrt{2}} - \frac{8}{2\sqrt{2}} - \frac{2\sqrt{2}}{2} - \frac{4\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{2} - \frac{8}{2\sqrt{2}}$$

$$\frac{90}{98} \times 3.6$$

$$\frac{441}{98} \times 3.6$$

$$\frac{13T \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \epsilon \phi a^2}{3 \frac{1}{2} (4 + \sqrt{2}) \epsilon \phi a^2} =$$

$$= \frac{T \cdot 13 \cdot 4 \cdot a}{3(4 + \sqrt{2})} = \frac{52T}{3 + 4\sqrt{2}} a$$

$$\sqrt{\frac{9}{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{2} + \frac{2\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

$$\frac{8}{2\sqrt{2}} = \frac{8}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{2 \cdot 2} = 2\sqrt{2}$$

$$y = 8 + 8 - 8 \cdot (4 + 1) = 8$$

$$\frac{(20 + 4)21}{2} - \frac{12(4 + \sqrt{2})}{2} =$$

$$= \frac{(20 + 4)21}{2} - \frac{12(4 + \sqrt{2})}{2}$$

$$\frac{2}{13} = \frac{2}{13}$$

$$k = \frac{52T}{3 + 4\sqrt{2}}$$

