Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Вектор начальной скорости мяча образует угол $\alpha = 45^0$ с горизонтальной плоскостью. Горизонтальное перемещение мяча за время полета $L = 20$ м.

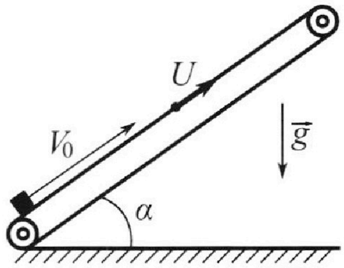
1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.

Если футболист направляет мяч под различными углами к горизонту, из той же точки с начальной скоростью V_0 к высокой вертикальной стенке, то наибольшая высота, на которой происходит соударение мяча со стенкой, равна $H = 3{,}6$ м.

2) На каком расстоянии S от точки старта находится стенка?

Ускорение свободного падения g =10 м/с^2. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin\alpha = 0{,}6$ (см. рис.).
В первом опыте небольшую коробку ставят на *покоящуюся* ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 6$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = 0{,}5$.
Движение коробки прямолинейное.



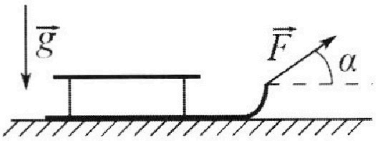
1) Какой путь S пройдет коробка в первом опыте к моменту времени $T = 1$ с?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, *движущуюся* со скоростью $U = 1$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 6$ м/с (см. рис.).

2) Чере з какое время T_1 после старта скорость коробки *во втором опыте* будет равна $U = 1$ м/с?

3) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки обратится в ноль *во втором опыте*? Ускорение свободного падения g =10 м/с^2. Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же кинетической энергии K на одинаковых участках пути.



В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения кинетической энергии K действие внешней силы прекращается.

1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

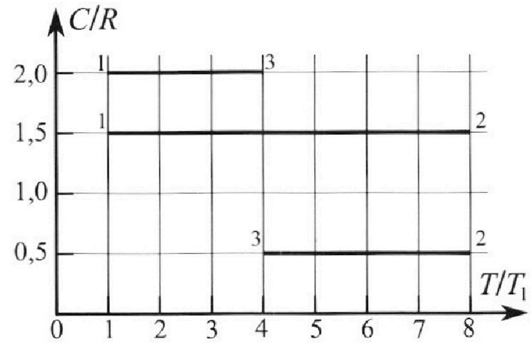
2) Найдите перемещение S санок в процессе торможения до остановки. Ускорение свободного падения g. Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

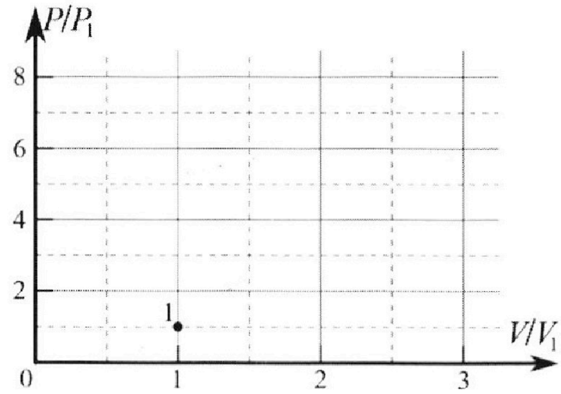
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1(см. рис.). Температура газа в состоянии 1 равна $T_1 = 200$ К,
универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).



1) Найдите работу A_{31} внешних сил над газом в процессе 3-1.

2) Найдите КПД η цикла.

3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



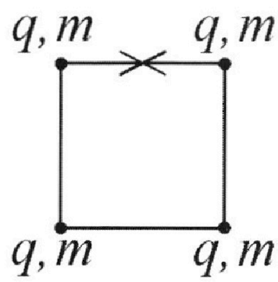
5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной a (см. рис.). Сила натяжения каждой нити T.

1) Найдите абсолютную величину $|q|$ заряда каждого шарика.

Одну нить пережигают.

2) Найдите кинетическую энергию K любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На ка ком расстоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных вверху (на рисунке)?



Электрическая постоянная ε_0. Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 [X] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$H = v_0 \cdot \sin\beta \cdot \left(\frac{2v_0 \sin\beta}{g} \cdot \frac{1}{2}\right) - \frac{g}{2} \cdot \left(\frac{2v_0 \sin\beta}{g} \cdot \frac{1}{2}\right)^2 =$$

$$= \frac{v_0^2 \sin^2\beta}{g} - \frac{g}{2} \cdot \frac{v_0^2 \sin^2\beta}{g^2} = \frac{2v_0^2 \sin^2\beta}{2g} - \frac{v_0^2 \sin^2\beta}{2g} =$$

$= \frac{v_0^2 \sin^2\beta}{2g}$, тогда $\sin^2\beta = \frac{2gH}{v_0^2}$, т.к. $\sin\beta > 0$, то $\sin\beta = \sqrt{\frac{2gH}{v_0^2}}$

т.к. H - высшая точка траектории, то $S = \frac{L_2}{2}$, т.е. $S = \frac{v_0^2 \sin 2\beta}{g} \cdot \frac{1}{2}$ (Аналогично 1)).

$\cos^2\beta = 1 - \sin^2\beta = \frac{v_0^2 - 2gH}{v_0^2}$, т.к $0° < \beta < 90°$, то

$\cos\beta = \sqrt{\frac{v_0^2 - 2gH}{v_0^2}}$.

$$S = \frac{v_0^2}{2g} \cdot 2\sin\beta\cos\beta = \frac{v_0^2}{g} \cdot \sqrt{\frac{2gH}{v_0^2}} \sqrt{\frac{v_0^2 - 2gH}{v_0^2}} = \frac{\sqrt{2gH(v_0^2 - 2gH)}}{g}.$$

$$\cancel{S = \frac{\sqrt{2 \cdot 10 \cdot 3{,}6(10\sqrt{2} - 2 \cdot 10 \cdot 3{,}6)}}{10}} = \frac{\sqrt{7{,}2 \cdot 10^2 \cdot \sqrt{2} - 4 \cdot 10^2 \cdot 3{,}6^2}}{10} =$$

$$\cancel{= 7{,}2\sqrt{2} -}$$

$$S = \frac{200}{10} \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 3{,}6}{200}} \sqrt{\frac{200 - 2 \cdot 10 \cdot 3{,}6}{200}} = \frac{\sqrt{72 \cdot 128}}{10} = \frac{\sqrt{2^3 \cdot 3^2 \cdot 2^7}}{10} =$$

$$= \frac{2^5 \cdot 3}{10} = 9{,}6 \text{ (м)}.$$

Ответ: $v_0 = 10\sqrt{2}\ \frac{м}{с}$; $S = 9{,}6$ м

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 [X] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №1. Дано:

$\alpha = 45^\circ$

$L = 20$ м

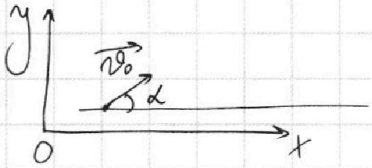
$H = 3{,}6$ м

$g = 10\ \frac{м}{с^2}$

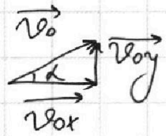
$v_0 - ?$

$S - ?$

Решение: 1)



$$\begin{cases} \vec{r} = \vec{r_0} + \vec{v_0}t + \cancel{g}\,\frac{\vec{a}t^2}{2} \ (I) \\ \vec{v} = \vec{v_0} + \vec{a}t \ (II) \end{cases}$$



$$\begin{cases} v_{0y} = v_0 \cdot \sin\alpha \\ v_{0x} = v_0 \cdot \cos\alpha \end{cases}$$

Из (I):

$Oy:\ y = y_0 + v_{0y}t - \frac{gt^2}{2}$, где $\begin{cases} y_0 = 0 \\ v_{0y} = v_0 \cdot \sin\alpha \end{cases}$,

тогда при $y = 0$ (мяч упал после полета):

$$0 = v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t_n - \frac{g t_n^2}{2} \cancel{\Rightarrow t = \frac{2v_0 \sin\alpha}{}}$$

$$D = (v_0 \cdot \sin\alpha)^2 - 4 \cdot 0 \cdot \left(-\frac{g}{2}\right) = v_0^2 \sin^2\alpha$$

$$t_n = \frac{-v_0 \cdot \sin\alpha \pm \sqrt{v_0^2 \sin^2\alpha}}{2 \cdot \left(\frac{-g}{2}\right)}, \text{ т.к. } t_n > 0, \text{ то } t_n = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}.$$

$Ox:\ x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$, где $\begin{cases} x_0 = 0 \\ v_{0x} = v_0 \cos\alpha \\ a_x = 0 \end{cases}$, т.е.

$x = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t_n$, тогда $L = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t_n$ (t_n - время полета).

$$L = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot \frac{2v_0 \cdot \sin\alpha}{g} = \frac{2v_0^2 \sin\alpha \cdot \cos\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$$

$$v_0^2 = \frac{gL}{\sin 2\alpha} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{gL}{\sin 2\alpha}}.\quad v_0 = \sqrt{\frac{10 \cdot 20}{\sin(2 \cdot 45^\circ)}} = 10\sqrt{2}\left(\frac{м}{с}\right).$$

2) Т.к. $y_0 = 0$, то $y_{max} = v_{0y} \cdot \frac{t_n}{2} - \cancel{\frac{g t_n^2}{2}}\ \frac{g}{2} \cdot \left(\frac{t_n}{2}\right)^2$, т.к.

$t_{подъема} = t_{спуска}$, а значит $H = y_{max}$ (высшая точка траектории).

Аналогично 1): $t_n = \frac{2v_0 \cdot \sin\beta}{g}$ (β - угол, под которым футболист пинает мяч в этом случае). Тогда:

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$t = \frac{v_0}{\mu g\cos\alpha + g\sin\alpha}$ $\quad t = \frac{6}{0{,}5\cdot10\cdot0{,}8+10\cdot0{,}6} = 0{,}6\,(c)$

т.е. коробка сначала проедет $S_1 = v_0 t - \frac{(\mu g\cos\alpha + g\sin\alpha)t^2}{2}$

$S_1 = 6\cdot0{,}6 - \frac{10\cdot0{,}6^2}{2} = 3{,}6 - 1{,}8 = 1{,}8\,(м)$

А потом поедет вниз с тем же ускорением:

$S_2 = \frac{(\mu g\cos\alpha + g\sin\alpha)(T-t)^2}{2} = \frac{10\cdot(1-0{,}6)^2}{2} = 0{,}8\,(м).$

$S = S_1 + S_2 = 2{,}6\,(м).$

2) Ситуация аналогична (1), но $v_{к\,н\,x} = U + v_{кx}$, где $v_{кx} = v_0 + a_x t$.

$v_{к.н.y} = 0$, т.к. $\begin{cases} v_{0y} = 0 \\ a_y = 0 \end{cases}$, т.е. $v_{к.н.} = v_{к.x.} = U + v_{к.x}$, где

$v_{к.y} = 0$, т.е. $v_{к.н.} = U + \cancel{v_{кx}}\ v_0 + a_x t$

Если $v_{к.н.} = U$, то $\quad v_0 + a_x T_1 = 0 \iff T_1 = \frac{v_0}{\mu g\cos\alpha + g\sin\alpha}$

$T_1 = \frac{6}{0{,}5\cdot10\cdot0{,}8+10\cdot0{,}6} = 0{,}6\,(c)$ или $\quad U + v_0 + a_x t = -U$, т.к.

тогда $|v_{к.н.}| = U$, т.е. $T_1 = \frac{2U + v_0}{\mu g\cos\alpha + g\sin\alpha}$

$T_1 = \frac{2+6}{10} = 0{,}8\,(c)$, берем $T_1 = 0{,}6c$, т.к. $0{,}6c < 0{,}8c$

3) $v_{к.н.} = 0$, т.е. $U + v_0 + a_x\cdot t_0 = 0 \iff t_0 = \frac{U + v_0}{\mu g\cos\alpha + g\sin\alpha}$

$t_0 = \frac{1+6}{10} = 0{,}7\,(c)$

$L = (U+v_0)t + \frac{a t^2}{2} = \frac{(U+v_0)^2}{\mu g\cos\alpha + g\sin\alpha} - \frac{\mu g\cos\alpha + g\sin\alpha}{2}\cdot\frac{(U+v_0)^2}{(\mu g\cos\alpha + g\sin\alpha)^2}$

$L = \frac{(1+6)^2}{10} - \frac{10}{2}\cdot\frac{(1+6)^2}{10^2} = 4{,}9 - \frac{4{,}9}{2} = 2{,}45\,(м).$

Ответ: 1) $S = 2{,}6$ м; 2) $T_1 =$ 0,6c 3) $L = 2{,}45$ м

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2 Дано:

$\sin\alpha = 0{,}6$

$v_0 = 6\ \frac{м}{с}$

$\mu = 0{,}5$

$T = 1с$

$U = 1\ \frac{м}{с}$

$g = 10\ \frac{м}{с}$

$S - ?$

$T_1 - ?$

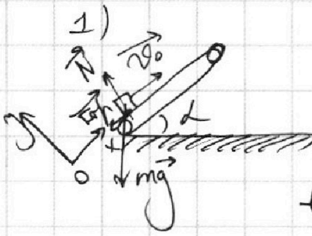
$L - ?$

Решение:

$\sum\limits_{i=1}^{n} \vec{F_i} = m\vec{a}$ II-й закон Ньютона.

~~$Oy: N - mg = ma_y\ (a_y = 0)$~~

1)



~~$Ox: mg$~~

$Oy: N - mg\cdot\cos\alpha = ma_y\ (a_y = 0)$ (I)

$Ox: -F_{тр} - mg\sin\alpha = ma_x$ (II)

(I): $N = mg\cos\alpha$, т.е. $F_{тр.} = \mu\cdot N = \mu mg\cos\alpha$.

(II): $-(\mu mg\cos\alpha + mg\sin\alpha) = ma_x$. Т.к.

$a_y = 0$, то $|a| = |a_x|$, т.е. $|a| = \mu g\cos\alpha + g\sin\alpha$.

$$\begin{cases} \vec{r} = \vec{r_0} + \vec{v_0}t + \frac{\vec{a}t^2}{2} \\ \vec{v} = \vec{v_0} + \vec{a}t \end{cases}$$ ~~$\Rightarrow S = v_0 t - \frac{|a_x|t^2}{2}$~~

~~$S = v_0\cdot T - \frac{(\mu g\cos\alpha + g\sin\alpha)\cdot T^2}{2}$, где $\cos\alpha = \sqrt{1 - \sin^2\alpha} = \sqrt{1 - 0{,}6^2} =$~~

~~$= 0{,}8$ (т.к. $\cos\alpha > 0$, $0° \leq \alpha < 90°$)~~

~~$S = 6\cdot 1 - \frac{(0{,}5\cdot 10\cdot 0{,}8 + 10\cdot 0{,}6)\cdot 1^2}{2} = 6 - 5 = 1$ (м).~~

~~2) Ситуация аналогична 1), но $v_{к.п.} = U + v_к$, где~~ $v_к = v_0 + at$.

~~$v_{к.п.} = U \Leftrightarrow v_к = 0$, т.е. $0 = v_0 + aT_1 \Leftrightarrow T_1 = -\frac{v_0}{a}$~~ $= \frac{-v_0}{-(\mu g\cos\alpha + g\sin\alpha)}$

~~$T_1 = \frac{6}{0{,}5\cdot 10\cdot 0{,}8 + 10\cdot 0{,}6} =$~~

Посмотрим, когда $v_к = v_0 + at$ станет $v_к = 0$:

$t = \frac{-v_0}{a} = \frac{v_0}{\mu g\cos\alpha + g\sin\alpha}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3 ЗИЭ: $\frac{m v^2}{2} = A_{F_2} + A_{F_{тр_2}}$, где $\begin{cases} A_{F_2} = F\cdot l_2 \\ A_{F_{тр_2}} = -F_{тр_2}\cdot l_2 = -\mu m g l_2 \end{cases}$

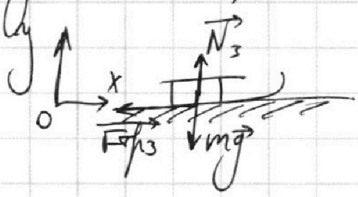
т.к. $l = l_2$, то:

$F\cdot l\cdot\cos\alpha - \mu(mg - F\cdot\sin\alpha)\cdot l = F\cdot l - \mu m g l \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) - \mu m g = F - \mu m g \Leftrightarrow \cos\alpha + \mu\sin\alpha = 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \mu = \frac{1 - \cos\alpha}{\sin\alpha}$.

2) Процесс торможения один и тот же, т.к. $v_{к_1} = v_{к_2} = v$ и ~~сила~~ внешняя сила F не действует.



$\sum_{i=1}^{n} \vec{F_i} = m\vec{a}$

$Oy: mg - N_3 = m a_{y_3}$ $(a_{y_3} = 0)$

$Ox: -F_{тр_3} = m a_{x_3}$, т.е. $F_{тр_3} = \mu N_3 = \mu m g$

$-\mu m g = m a_{x_3} \Rightarrow a_{x_2} = -\mu g$. т.к. $a_{y_3} = 0$, то $|a_3| = \mu g$

$\cancel{S = \frac{v_к^2 - v_н^2}{2a_x} = \frac{-v^2}{-2\mu g} = \frac{v^2}{2\mu g}}$.

ЗИЭ: $\frac{m v^2}{2} \cancel{=} + A_{F_{тр_3}} = 0$, где $A_{F_{тр_3}} = -F_{тр_3}\cdot S$

$K = \mu m g S \Leftrightarrow S = \frac{K}{\mu m g} = \frac{K\cdot\sin\alpha}{(1-\cos\alpha) m g}$

Ответ: $\mu = \frac{1 - \cos\alpha}{\sin\alpha}$; $S = \frac{K\cdot\sin\alpha}{(1-\cos\alpha) m g}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

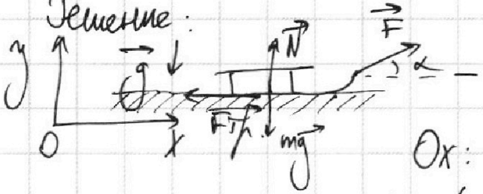
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3. Дано:
~~F~~ F;
k;
α;
g

μ — ?
S — ?

Решение:



$\sum\limits_{i=1}^{n} \vec{F_i} = m\vec{a}$ II-й закон Ньютона.

$Ox:\ F\cdot\cos\alpha - F_{тр.} = ma_x$

$Oy:\ mg - F\cdot\sin\alpha - N = ma_y$, где $a_y = 0$, т.е.

$N = mg - F\cdot\sin\alpha$. Тогда $F_{тр.} = \mu N =$
$= \mu(mg - F\cdot\sin\alpha)$.

Имеем: $F\cdot\cos\alpha - \mu(mg - F\cdot\sin\alpha) = ma_x$, где $a_y = 0 \Rightarrow$
$\Rightarrow a = a_x$.

$F\cdot\cos\alpha - \mu mg + \mu F\sin\alpha = ma \Leftrightarrow F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) - \mu mg = ma$.

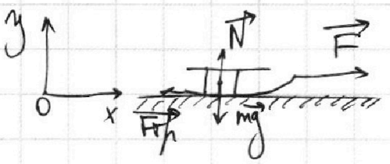
$K = \dfrac{mv^2}{2}$. ЗИЭ: ~~$0 = A_F + A_{Fтр.} + \dfrac{mv^2}{2}$~~

$\dfrac{mv^2}{2} = A_F + A_{Fтр.}$, где $\begin{cases} A_F = F\cdot l\cdot\cos\alpha \\ A_{Fтр.} = -F_{тр.}\cdot l \end{cases}$

$\dfrac{mv^2}{2} = F\cdot l\cdot\cos\alpha - \mu(mg - F\sin\alpha)\cdot l = l(F\cdot\cos\alpha - \mu mg + \mu F\sin\alpha)$

~~$l = \dfrac{at^2}{2}$~~ $l = \dfrac{v_к^2 - v_н^2}{2a} = \dfrac{v^2 - 0^2}{2\cdot\dfrac{F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) - \mu mg}{m}} = \dfrac{mv^2}{2}$

$\dfrac{1}{F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) - \mu mg} = \dfrac{K}{F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) - \mu mg}$



$\sum\limits_{i=1}^{n} \vec{F_i} = m\vec{a}$

$Oy:\ mg - N_2 = ma_{y_2}\ (a_{y_2} = 0)$ (I)

$Ox:\ F - F_{тр_2} = ma_{x_2}$ (II)

$F_{тр_2} = \mu\cdot N_2 = \mu mg$ (из (I))

т.к. $a_{y_2} = 0$, то $a_2 = a_{x_2}$

(II): $F - \mu mg = ma_2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 [ ] 2 [ ] 3 [ ] 4 [X] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№4. $Q = \Delta U + A$

$\cancel{Q_{отд.}} \Rightarrow Q_{получ.} = Q_{12}$

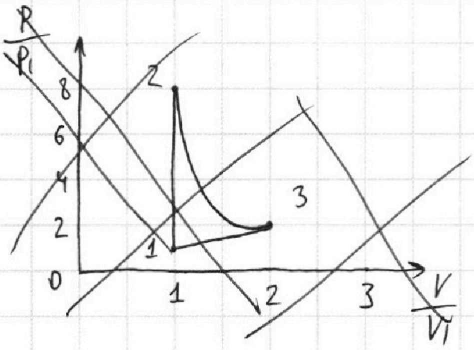
$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}$, где $A_{12} = 0$, $\Delta U_{12} = \nu R(T_2 - T_1) = \nu R \cdot 7T_1$

$Q_{12} = 1 \cdot 8{,}31 \cdot 7 \cdot 200 = 11634.$

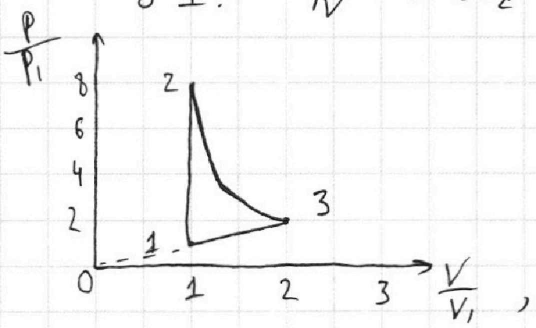
$Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23}$. $\Delta U_{23} = \nu R(T_3 - T_2) = -4\nu R T_1$

$Q_{23} = -4 \cdot 1 \cdot 8{,}31 \cdot 200 + 6848 = 0.$

$\cancel{\eta = 1 - \frac{0 + 6848 - 2493}{11634} = \frac{4355}{11634}}$.



1–2: изохорный
2–3: $p \cdot V^2 = const_1$.
3–1: $\frac{p}{V} = const_2$.



т.к. в процессе 3-1 газ лишь отдавал, а не получал энергию,

то $\eta = 1 - \frac{|Q_{отд}|}{Q_{получ.}} = 1 - \frac{|A_{31} + \nu R(T_1 - T_3)|}{Q_{12} + Q_{23}} =$

$= 1 - \frac{2493 + 1 \cdot 8{,}31 \cdot 600}{11634} = \frac{4155}{11634}$

Ответ: 1) $A_{31} = 2493$ Дж; 2) $\eta = \frac{4155}{11634}$

N 4

$$\frac{p_3V_3}{p_1V_1} = \frac{T_3}{T_1} \Leftrightarrow \frac{\frac{V_3}{V_1}\cdot V_3}{V_1} = \frac{T_3}{T_1} \Leftrightarrow V_3 = \sqrt{4\cdot V_1^2} = 2V_1$$

$p_3 = 2p_1$, т.к. $V_2 = V_1$, то $V_3 = 2V_2$.

Из процесса 2-3: $pV^2 = const.$, т.е. $p_2V_2^2 = p_3V_3^2$, где $V_3 = 2V_2$:

$p_2\cdot V_2^2 = p_3\cdot(2V_2)^2$ т.е. $p_2 = 4p_3$. Имеем: $\begin{cases} p_2 = 4p_3 = 8p_1 \\ V_2 = \frac{1}{2}V_3 = V_1 \\ T_2 = 2T_3 = 8T_1 \end{cases}$

1) $A_{31} = -A_{31_2} = -\int\limits_{V_3}^{V_1} p\,dV =$

$= -\int\limits_{V_3}^{V_1} C\cdot V\,dV = \frac{CV_3^2 - CV_1^2}{2}$, где $C = p_3\cdot V_3^{-1}$.

$A_{31} = \frac{C}{2}\left(V_3^2 - \left(\frac{1}{2}V_3\right)^2\right) = \frac{3C}{8}V_3^2 = \frac{3}{8}\cdot p_3\cdot V_3^{-1}\cdot V_3^2 = \frac{3}{8}p_3V_3 =$

$= \frac{3}{8}\nu RT_3 = \frac{3}{8}\nu R(4T_1) = \frac{3}{2}\nu RT_1$.

$A_{31} = \frac{3}{2}\cdot 1\cdot 8{,}31\cdot 200 = 831\cdot 3 = 2493$ (Дж). $A_{31_2} = -A_{31} = -2493$ (Дж).

2) $\eta = \frac{A_2}{Q_{получ.}}$, где $A_2 = A_{12_2} + A_{23_2} + A_{31_2}$, $A_{12} = 0$ (процесс изохорный).

$A_{23_2} = \int\limits_{V_2}^{V_3} p\,dV = \int\limits_{V_2}^{V_3} \frac{C_2}{V^2}\,dV = -\frac{C_2}{V}\Big]_{V_2}^{V_3} = -\frac{C_2}{V_3} + \frac{C_2}{V_2} = C_2\left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_3}\right) =$

$= C_2\left(\frac{2}{V_3} - \frac{1}{V_3}\right) = \frac{C_2}{V_3}$, где $C_2 = p_3\cdot V_3^2$, т.е. $A_{23_2} = p_3V_3 =$

$= \nu RT_3$. $A_{23_2} = 1\cdot 8{,}31\cdot 800 =$ ~~3324 (Дж)~~ 6648 (Дж).

$$\eta = \frac{A_2}{Q_{получ.}} = 1 - \frac{|Q_{отд}|}{Q_{получ.}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№4. $\delta Q = dU + \delta A \Leftrightarrow c\nu dT = \frac{i}{2}\nu R dT + PdV \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \cancel{c = \frac{\frac{i}{2}\nu R dT + PdV}{\nu dT} = \frac{\frac{i}{2}\nu R dT + PdV}{\nu (PdV + Vdp)} = \frac{\frac{i}{2}\nu R(PdV + VdP) + PdV}{\nu (PdV + Vdp)} =}$

$\cancel{= \frac{i}{2}R + \frac{PdV}{\nu(PdV + Vdp)}}$, где $\nu = 1$ моль:

$\cancel{c = \frac{i}{2}R + \frac{PdV}{PdV + Vdp}}$

$$c = \frac{\frac{i}{2}\nu R dT + PdV}{\nu dT} = \frac{i}{2}R + \frac{PdV}{PdV + Vdp}R$$

$\frac{c}{R} = \frac{i}{2} + \frac{PdV}{PdV + Vdp}$. Рассм. процесс 1-2: $\frac{c}{R} = \frac{i}{2} + \frac{PdV}{PdV + Vdp} = 1{,}5$

т.к. газ одноатомный, то $\frac{i}{2} = 1{,}5 \Rightarrow PdV = 0$, т.е. процесс изохорный ($V = const$)

Тогда $\begin{cases} p_1 V_2 = \nu R T_1 \\ p_2 V_1 = \nu R T_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2} \Leftrightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{1}{8} \Leftrightarrow p_2 = 8p_1$, $V_2 = V_1$

Рассм. процесс 2-3: $\frac{c}{R} = 0{,}5 = 1{,}5 + \frac{PdV}{PdV + Vdp} \Leftrightarrow \frac{PdV}{PdV + Vdp} = -1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2pdV + Vdp = 0 \Leftrightarrow \frac{dp}{p} + 2\frac{dV}{V} = 0 \Leftrightarrow pV^2 = const.$

Рассм. процесс 3-1: $2 = 1{,}5 + \frac{PdV}{PdV + Vdp} \Leftrightarrow 0{,}5PdV + 0{,}5Vdp = PdV \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow PdV - Vdp = 0 \Leftrightarrow -1 \cdot \frac{dp}{p} + \frac{dV}{V} = 0 \Leftrightarrow p \cdot V^{-1} = \underline{const.}$

$\cancel{1)\ A_{31} = A_{газа\,31} = -\int_{V_3}^{V_1} PdV = -\int_{V_3}^{V_1} c \cdot V dV = -(cV_1^2 - cV_3^2)}$

$\begin{cases} p_3 V_3 = \nu R T_3 \\ p_1 V_1 = \nu R T_1 \end{cases}$, где $\frac{p_3}{V_3} \cdot \frac{V_1}{p_1} = 1 \Leftrightarrow p_3 = \frac{V_3}{V_1} p_1$ и $\frac{T_3}{T_1} = 4$, т.е.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5 Дано:

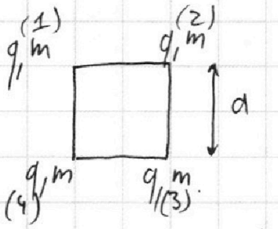
$a;\ T$

$|q|$ - ?

K - ?

d - ?

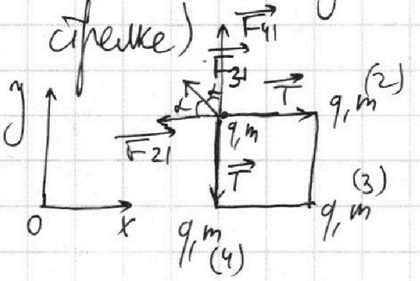
Решение:



$\vec{F} = k\frac{|q_1||q_2|}{r^3}\vec{r}$, где

$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$.

Т.к. положение шаров симм., то рассм. левый верхний и распишем действующие на него силы (Пусть он будет первым, остальные 2; 3 и 4 по часовой стрелке)



$\sum_{i=1}^{4}\vec{F_i} = m\vec{a}$

$Oy: F_{41} - T + F_{31}\cdot\cos\alpha = ma_y$

$Ox: F_{21} - T + F_{31}\cdot\sin\alpha = ma_x$,

где $a_y = a_x = 0$.

$$\begin{cases} F_{41} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q^2}{a^2} \\ F_{21} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q^2}{a^2} \\ F_{31} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q^2}{2a^2} \end{cases}, \text{т.е.} \quad \begin{cases} \frac{q^2}{4a^2\pi\varepsilon_0} + \frac{q^2}{8a^2\pi\varepsilon_0}\cdot\cos 45^\circ = T \\ \frac{q^2}{4a^2\pi\varepsilon_0} + \frac{q^2}{8a^2\pi\varepsilon_0}\cdot\sin 45^\circ = T \end{cases}$$

тогда

$$T = \frac{q^2}{4\pi a^2\varepsilon_0}\left(1 + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \Leftrightarrow q^2 = \frac{4\pi\varepsilon_0 T a^2}{1 + \frac{\sqrt{2}}{4}}$$

$$\Leftrightarrow |q| = \sqrt{\frac{16\pi\varepsilon_0 T a^2}{4+\sqrt{2}}}.$$

2) Найдем кин. энергию (K) (1) шарика (левого верхнего):

ЗСЭ: $q\cdot\varphi_{нач.} = q\cdot\varphi_{кон.} + K$, где $\begin{cases} q\varphi = E_п \\ K = E_к \end{cases}$.

$$\varphi_{нач.} = \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{a} + \frac{q}{\sqrt{2}a} + \frac{q}{a}\right) =$$

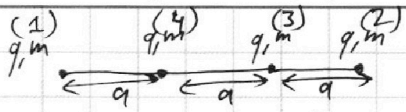
$$= \frac{(4+\sqrt{2})q}{2a}\cdot\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№5. 2) 

$$\varphi_k = \varphi_{2_2} + \varphi_{3_2} + \varphi_{4_2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{3a} + \frac{q}{2a} + \frac{q}{a}\right) =$$

$$= \frac{11q}{24\pi\varepsilon_0 a}$$

$$\cancel{\frac{q(2\sqrt{2}+1)}{4\sqrt{2}\pi\varepsilon_0 a} = \frac{11q}{24\pi\varepsilon_0 a} + K \Leftrightarrow K = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a}\left(\frac{2\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}} - \frac{11}{24}\right) =}$$

$$\cancel{= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a}\cdot\left(\frac{12(4+\sqrt{2})}{24} - \frac{11}{24}\right) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a}\cdot\frac{37+12\sqrt{2}}{24}.}$$

$$\frac{(4+\sqrt{2})q^2}{2a}\cdot\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{11q^2}{24\pi\varepsilon_0 a} + K \Leftrightarrow K = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}\left(\frac{4+\sqrt{2}}{2} - \frac{11}{6}\right)$$

$$= \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}\cdot\frac{12+3\sqrt{2}-11}{6} = \frac{3\sqrt{2}+1}{6}\cdot\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a} =$$

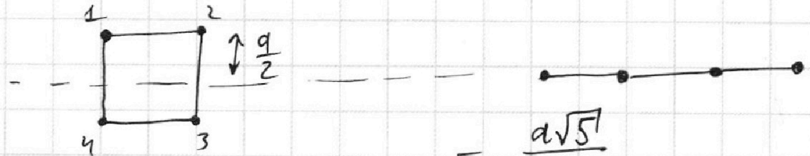
$$\cancel{= \frac{3\sqrt{2}-1}{24\pi\varepsilon_0 a}\cdot\sqrt{\frac{16\pi\varepsilon_0 T a^2}{4+\sqrt{2}}} = \frac{3\sqrt{2}-1}{24\pi\varepsilon_0 a}\cdot 4a\cdot\sqrt{\frac{\pi\varepsilon_0 T}{4+\sqrt{2}}} =}$$

$$\cancel{= \frac{3\sqrt{2}-1}{6\pi\varepsilon_0}\sqrt{\frac{\pi\varepsilon_0 T}{4+\sqrt{2}}}}$$

$$\frac{3\sqrt{2}+1}{6}\cdot\frac{16\pi\varepsilon_0 T a^2}{4+\sqrt{2}}\cdot\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 a} = \frac{(3\sqrt{2}+1)\cdot 4a^2 T}{6(4+\sqrt{2})a} = \frac{(3\sqrt{2}+1)2a^2T}{3(4+\sqrt{2})a} =$$

$$= \frac{2(6+\sqrt{2})a^2T}{(12\sqrt{2}+6)a} = \frac{(6+\sqrt{2})aT}{3+6\sqrt{2}} = a\cdot T\cdot\left(\frac{6+\sqrt{2}}{3+6\sqrt{2}}\right).$$

3) $\cancel{K_{min} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a}\left(\frac{4+\sqrt{2}}{2} - \frac{5}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}-1}{2}\cdot\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a}.}$



, т.е. $d = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$

Ответ: 1) $|q| = \sqrt{\frac{16\pi\varepsilon_0 T a^2}{4+\sqrt{2}}}$ 2) $K = a\cdot T\cdot\frac{6-\sqrt{2}}{3+6\sqrt{2}}$ 3) $d = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Черновик.

$\frac{49}{36}\frac{kq^2}{r^2}$ $T_0 = 4\frac{1}{3}\frac{kq^2}{a^2}$

$200 - 72 = 128$

$72 = 2^3 \cdot 3^2$ $128 = 2^7$

Изнач $T_0 = \frac{4kq^2}{a^2}$

$T = \frac{58}{36}\frac{kq^2}{r^2}$

$T = \frac{43 kq^2}{36 r^2}$

$\frac{49}{36}\frac{kq^2}{r^2} - \frac{kq^2}{r^2} + \frac{kq^2}{r^2} + \frac{kq^2}{4r^2}$

$= \boxed{\frac{58 kq^2}{36 r^2}}$

$\frac{kq^2}{a^2}\left(1+\frac{1}{2\sqrt{2}}\right) = \frac{kq^2}{d^2}\frac{4+\sqrt{2}}{4}$

$q = \sqrt{\frac{4a^2T}{(4+\sqrt{2})k}}$

$c_p = \frac{i}{2}R$ $\frac{i}{2}\nu RT$ $c_p \nu T$ $c_V \nu T = \frac{i}{2}R\Delta T$

$\frac{kq^2}{4r^2} + \frac{kq^2}{r^2} - \frac{kq^2}{r^2} = \frac{kq^2}{4r^2}$

$c_p \nu T = pV_2 - pV_1 + \frac{i}{2}R\nu\Delta T$

$\nu RT_2 - \nu RT_1$

$C = 0$. $1{,}5 = \frac{pdV}{Vdp + pdV}$ $5pdV + 3Vdp = 0$

$p_3 = 2p_1$ $p_2 = 8p_1$

$-\frac{x^{-1}}{2} = (-1) - \frac{x^2}{2}$

$\int \frac{1}{x^2}dx = \int x^{-2}dx = \frac{x^{-1}}{2}$

$-(CV_1^2 - CV_3^2) = C\left(\frac{1}{4}V_3^2 - V_3^3\right) = \frac{3}{4}V_3^2 C$

$\frac{p_3}{V_3} \cdot V_3^2 \frac{3}{4} = p_3V_3 \cdot \frac{3}{4} = \nu RT_3 \cdot \frac{3}{4}$

$pV^{\frac{5}{3}} = const$ $p \cdot V^3 = p V^2$

$= 36 + 9 + 4$

$\frac{49}{36}\frac{kq^2}{r^2}$

$11634 - 4986 = 6648$ $6648 - 2493 = 4155$

$831 \cdot 3 = 2493$ $831 \cdot 6 = 4986$ $831 \cdot 4 = 3324$

$\frac{4\pi\varepsilon_0 Ta^2}{\frac{4+\sqrt{2}}{4}} = \frac{16\pi\varepsilon_0 Ta^2}{4+\sqrt{2}}$

$pV^2 = const \iff p = \frac{C}{V^2}$

$$\frac{p\,dV}{p\,dV + V\,dp} = \frac{\frac{C}{V^2}\,dV}{\frac{C}{V^2}\,dV + V\cdot\left(-2CV^{-3}\,dV\right)} = \frac{\frac{1}{V^2}}{\frac{1}{V^2} - \frac{2}{V^3}\cdot V} = \frac{1}{1-2} = -1$$

$d\left(\frac{C}{V^2}\right) = C\cdot V^{-2} = -2CV^{-3}\,dV$

$p = V\cdot const$

$\frac{49}{20} = \frac{245}{100} = 2{,}45$

$q = \frac{H\cdot м^2}{K}$

$k = \frac{H\cdot м^2}{Кл^2}$

$\frac{kq}{r} + \frac{kq}{r} + \frac{kq}{2r} = \frac{5kq}{2r}$

$pV^2 = const,\ = 23$

$1\cdot 0{,}7 + 6\cdot 0{,}7 - \frac{10}{2}\cdot 0{,}7^2 = 4{,}9 \quad \frac{4{,}9}{2} = 2{,}45$

$p = \frac{C}{V^2}$

$q = м\cdot\sqrt{\frac{H\cdot м^2}{Кл^2}\cdot H} = \frac{H\cdot м^2}{Кл}$

$\sqrt{H\cdot\frac{Кл^2}{H\cdot м^2}}\cdot м = Кл$

$\boxed{Q_{ниж} = \frac{(\sqrt{2}-1)\,q\,k}{m}}$

$2\frac{q}{a} + \frac{q}{\sqrt{2}a} = \frac{2\sqrt{2}q}{\sqrt{2}a} + \frac{q}{\sqrt{2}a} = \frac{q(2\sqrt{2}+1)}{\sqrt{2}a}$

$\frac{q}{3a} + \frac{q}{2a} + \frac{q}{a} = \frac{2q}{6a} + \frac{3q}{6a} + \frac{6q}{6a} = \frac{11q}{6a}$

$\frac{2\sqrt{2}+1}{4\sqrt{2}} \approx \frac{3{,}8}{4\cdot 1{,}4} \approx \frac{1}{1{,}4} \approx 0{,}8$

$\frac{11}{24} \approx 0{,}5$

$\frac{p\,dV}{V\,dp + p\,dV}$

$\eta = 1 - \frac{Q_{отд}}{Q_{получ}} = \frac{Q_{получ} - Q_{отд}}{Q_{получ}}$

Черновик

$\sqrt{1 - \frac{36}{100}} = \sqrt{\frac{64}{100}} = 0{,}8$

$\frac{H\cdot м^2}{Кл^2}\cdot\frac{Кл}{м}\cdot\frac{Кл}{м}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ