

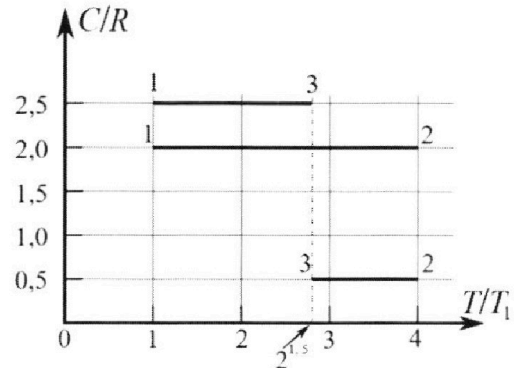
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



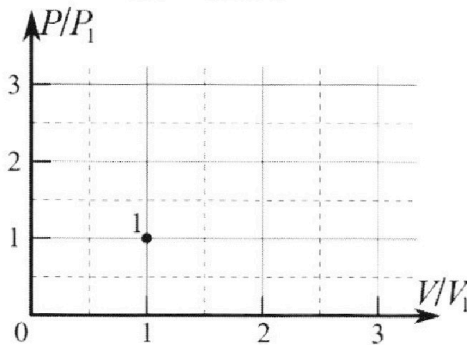
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной R) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 $T_1 = 400$ К, универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К).



1) Найдите работу A_{12} газа в процессе 1-2.

2) Найдите КПД η цикла.

3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



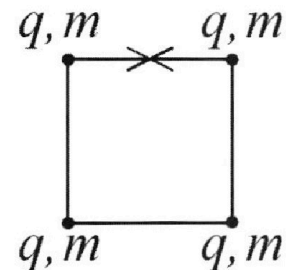
5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной b (см. рис.). Масса каждого шарика m , заряд q .

1) Найдите силу T натяжения нитей.

Одну нить пережигают.

2) Найдите скорость V любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На каком расстоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных сверху (на рисунке)?



Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.



Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023

Вариант 10-01

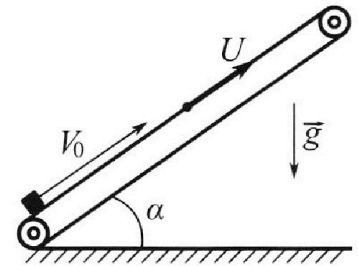
Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. Мяч, посланный теннисистом вертикально вверх, поднимается на максимальную высоту за $T = 2$ с.
- 1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.
 - 2) Теннисист посылает мяч с начальной скоростью V_0 под различными углами к горизонту в направлении высокой вертикальной стенки, находящейся на расстоянии $S = 20$ м от места броска. На какой максимальной высоте мяч ударяется о стенку?
- Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым. Все высоты отсчитываются от точки старта.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin \alpha = 0,8$ (см. рис.).

В первом опыте небольшую коробку ставят на покоящуюся ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 4$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = \frac{1}{3}$. Движение коробки прямолинейное.



- 1) За какое время T после старта коробка пройдет в первом опыте путь $S = 1$ м?

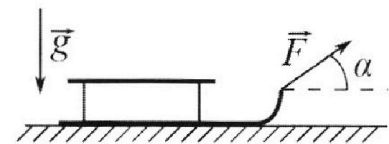
Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью $U = 2$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 4$ м/с.

- 2) На как ом расстоянии L от точки старта скорость коробки во втором опыте будет равна $U = 2$ м/с?
- 3) На какой высоте H , отсчитанной от точки старта, скорость коробки во втором опыте станет равной нулю? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же скорости V_0 за одинаковое время.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения скорости V_0 действие внешней силы прекращается.



- 1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.
- 2) Через какое время T после прекращения действия силы санки остановятся? Ускорение свободного падения g .

Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Ускорение свободного падения g направлено вертикально вниз.
Это начальная скорость в первом случае. Максимальная
высота достигается когда скорость тела равна 0. Из

$v(t) = v_0 - g t$, где t - время полета камня что при
накшимальной высоте $v(t) = 0 \Rightarrow v_0 = g T = 20 \text{ м/с}$.

Для второго случая запишем зависимость координат
 x, y тела (за начало координат берем точку старта) от
скорости $v_0 = \text{const}$ времени ($v_0 = \text{const}$; α - угол над горизонтом
броска запущен мяч.)

$$x = v_0 \cos \alpha \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$$

$$y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{g t^2}{2}$$

Выражая и подставляя t из 1-ого уравнения во 2-е:

$$y = \text{tg} \alpha \cdot x - \frac{g x^2}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} \quad \text{Из тригонометрии: } \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \text{tg}^2 \alpha.$$

$$\text{И.е.: } y = \text{tg} \alpha \cdot x - \frac{g x^2}{2 v_0^2} - \frac{g x^2 \text{tg}^2 \alpha}{2 v_0^2} \quad \text{Пусть мы бросили}$$

мяч под углом α , что при попадании в сетку мы достигли

накшимальной возможной высоты $y = h_{\text{max}}$, мяч тогда $x = S = 20 \text{ м}$

$$h_{\text{max}} = \text{tg} \alpha \cdot S - \frac{g S^2}{2 v_0^2} - \frac{g S^2 \text{tg}^2 \alpha}{2 v_0^2} \Rightarrow \text{tg}^2 \alpha \cdot \frac{g S^2}{2 v_0^2} - \text{tg} \alpha \cdot S + \frac{g S^2}{2 v_0^2} + h_{\text{max}} = 0$$

Расширим это квадратное уравнение относительно $\text{tg} \alpha$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Мы ведем что $\tan \alpha \in \mathbb{R} \Rightarrow D \geq 0$ т.е.:

$$S^2 - 4 \cdot \frac{g S^2}{2v_0^2} \left(\frac{g S^2}{2v_0^2} + h_{\max} \right) \geq 0. \text{ Полагая:}$$

$$h_{\max} \leq \frac{g S^2}{2v_0^2} + \frac{S^2 2v_0^2}{4g S^2} \text{ Полагаясь на известные значения } S, v_0$$

получаем. $h_{\max} \leq 15 \text{ м} \Rightarrow h_{\max} = 15 \text{ м}$. (максимальное значение)

Получим. $h_{\max} < v_0 T - \frac{g T^2}{2}$ $h_{\max} < 20 \text{ м}$ - в первом случае.

Ответ: $h_{\max} = 15 \text{ м}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



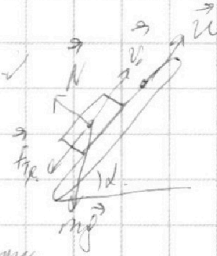
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Во втором случае, скорость тела, которая равна $U = 2 \text{ м/с}$.

В момент когда тело перестает скользить по траектории

на каретку будут действовать абсолютно те же силы.

что и в первом случае $\Rightarrow a_3 = g = 10 \text{ м/с}^2$



Скольжение прекратится когда

скорость каретки станет равна скорости тела.

$$U(t) = V_0 - a_3 t_3 \quad U = V_0 - a_3 t_3 \Rightarrow t_3 = \frac{V_0 - U}{a} = 0,2 \text{ с.}$$

За это время каретка пройдет расстояние $L = V_0 t_3 - \frac{a t_3^2}{2} =$

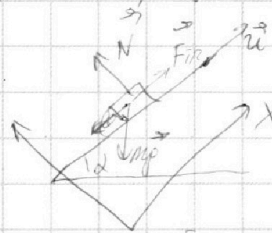
$$= 0,6 \text{ м.}$$

После прохождения расстояния L во втором случае тело

начнет скользить вниз. ($mg \sin \alpha > \mu mg \cos \alpha$)

$$y: N = mg \cos \alpha; \quad F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg \cos \alpha.$$

$$x: m a_4 = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha.$$



$$a_4 = a_2 = 0,6 g = 6 \text{ м/с}^2. \quad \text{Скорость тела будет равна нулю.}$$

Скорость тела зависит от времени, как $V_x(t) = U - a_2 t_4$, при

$$V_x = 0. \quad U = a_2 t_4 \Rightarrow t_4 = \frac{2 \text{ м/с}}{6 \text{ м/с}^2} = \frac{1}{3} \text{ с.} \quad \text{За это время тело}$$

$$\text{спустится на высоту расстояние } X = \frac{a_2 t_4^2}{2} - U t_4 = -\frac{1}{3} \text{ м.}$$

то есть оно поднимется на $\frac{1}{3} \text{ м}$ тогда $H = (L + X) \sin \alpha = 0,747 \text{ м.}$

$$\text{Ответ: } T = 0,4 \text{ с} \quad L = 0,6 \text{ м.} \quad H \approx 0,747 \text{ м.}$$

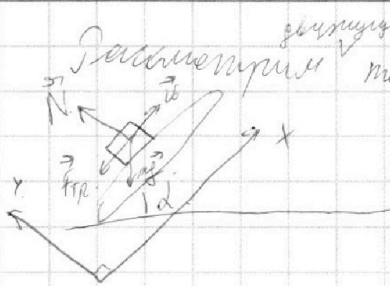
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



движется вверх.

Рассмотрим тело на пресловутой и рассмотрим силы.

Возьм. ось x, y ; x — вдоль направления:

$$y: N = mg \cos \alpha$$

$$F_{тр} = \mu N = \mu mg \cos \alpha$$

$$x: ma_1 = mg \sin \alpha - F_{тр} \Rightarrow ma_1 = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_1 = g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha. \quad \text{— } \Delta \text{ Тогда } v_x \geq 0. \quad (\text{пока тело движется вверх})$$

$$\alpha \text{ Знаем } \sin \alpha = 0,8, \text{ найдем } \cos \alpha: \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = 0,6$$

$$a_1 = 0,8g - \frac{1}{3} \cdot 0,6 \cdot g = g = 10 \text{ м/с}^2$$

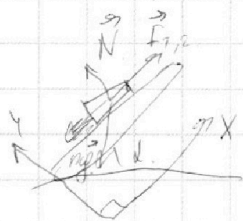
Заметим что t_1 — время движения вверх равно $\frac{v_0}{a_1} = \frac{v_0}{g}$

Уз $v(t) = v_0 - a_1 t_1$, $t_1 = 0,4 \text{ с}$. За это время тело

проходит путь $S_1 = v_0 t_1 - \frac{g a_1 t_1^2}{2} = 0,8 \text{ м}$. Тогда

чтобы тело прошло путь $S = 1 \text{ м}$, оно должно "схватить" путь

на $0,2 \text{ м} = S_2$. Для второго случая:



Приним тело обязательно начнет скользить т.к.

$$F_{тр} \leq \mu N \Rightarrow F_{тр} \leq \mu mg \cos \alpha \leq mg \sin \alpha$$

по оси y все аналогично 1-ому случаю по оси x :

$$ma_2 = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha \quad a_2 = 0,6g = 6 \text{ м/с}^2$$

$$S_2 = \frac{a_2 t_2^2}{2} = 0,2 \text{ м} \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{0,4 \text{ м}}{6 \text{ м/с}^2}} = \frac{1}{\sqrt{15}} \Rightarrow T = t_1 + t_2 = 0,4 + \frac{1}{\sqrt{15}} \text{ с}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

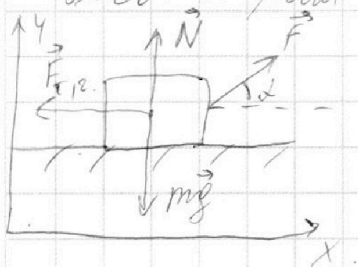
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Мак. кол. катящихся шариков v_1, v_2 шаров в обоих случаях равны и равны v_0 . И время, проделанное мячом одинаково и равно t . Мы можем сделать вывод, что ускорение шаров в обоих случаях, равны и, равны a .

Рассмотрим 1-ый случай:



Введем оси x и y :

$$y: N + F \sin \alpha = mg \Rightarrow N = mg - F \sin \alpha$$

$$F_{тр} = \mu N = \mu mg - \mu F \sin \alpha$$

$$x: F \cos \alpha - F_{тр} = ma \Rightarrow ma = F \cos \alpha - \mu mg + \mu F \sin \alpha$$

Рассмотрим второй случай:



$$y: N_1 = mg$$

$$F_{тр1} = \mu N_1 = \mu mg$$

$$x: F - F_{тр1} = ma \Rightarrow ma = F - \mu mg$$

уравняем для обоих случаев: $F - \mu mg = F \cos \alpha - \mu mg + \mu F \sin \alpha$

$$1 = \cos \alpha + \mu \sin \alpha \Rightarrow \mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} \text{ где } \alpha - \text{это угол наклона}$$

из условия год.

Получ. прекращение действия силы F по условию будет действовать.

вот только сила $F_{тр1} = \mu mg \Rightarrow a_1 = \mu g$ - ускорение

замедления. Тогда $T = \frac{v_0}{a} = \frac{v_0}{\mu g} = \frac{v_0 \sin \alpha}{(1 - \cos \alpha) g}$ Ответ: $\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$ $T = \frac{v_0 \sin \alpha}{(1 - \cos \alpha) g}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Рассмотрим силы в начальной момент времени. Причем все силы отталкивающие и силы направлены к центру сферы.

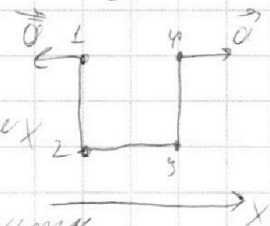
Равды ввиду симметрии (силы правостороннего взаимодействия можно не учитывать.)

шарик: $\vec{T} + \vec{T} = \sqrt{2}\vec{F} + 0,5\vec{F}$

$\sqrt{2}T = \sqrt{2}F + 0,5F$

$T = \frac{F(\sqrt{2} + 0,5)}{\sqrt{2}}$, где $F = k \frac{q^2}{b^2} \Rightarrow T = \frac{\sqrt{2} k q^2 (\sqrt{2} + 0,5)}{2 b^2}$

Перенесем центр. на картинке выбиты по осям x, y симметрич. шары 2, 3



Все же перенесем центр

шары 1, 4 на картинке выбиты в леву и вправо соответственно

с ускорением: $a_0 = \frac{kq^2}{b^2} + \frac{\sqrt{2} kq^2}{4b^2}$ После этого ускорение начнет убавлять до нуля. В общей сумме шарик

пройдет часть окружности радиусом b преддифференцирует его нулю и рассматривает дугу угла $dS = \frac{v}{2a}$ на малом участке.

скорость и ускорение можно считать постоянными.

Принтерим $S = \frac{v^2}{2a}$ $S \cdot Sa = S v \cdot (\int_0^x dx = \frac{x^2}{2}) S \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{v^2}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{1}{42} \cdot \left(\frac{kq^2}{b^2} + \frac{\sqrt{2} kq^2}{4b^2} \right)} = \frac{kq^2 + \sqrt{2} kq^2}{b^2} \sqrt{\frac{1}{42}}$ - скорость 1-ого шарика



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: $T = \frac{\sqrt{2} \cdot kq^2 (\sqrt{2} + 0,5)}{2b^2}$; $V = \frac{kq^2}{b^2} + \frac{\sqrt{2}kq^2}{4b^2} \cdot \sqrt{\frac{9b}{2}}$
m

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

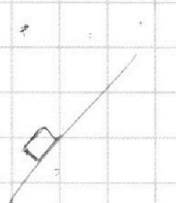
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



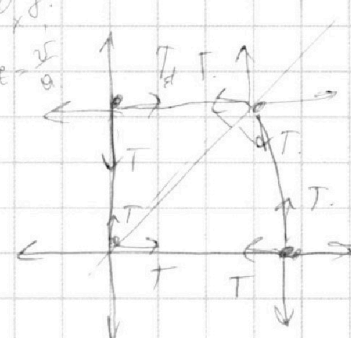
$0,84 \quad \alpha S = 0,04 = 0,2$
 $0,6 + 0,333 \quad \frac{8}{3} = 2 \frac{2}{3}$

$2T \sqrt{2} l = \sqrt{2} F$

$0,9833 \cdot 0,8$

$V = \omega R \cdot e^{-\frac{r}{a}}$

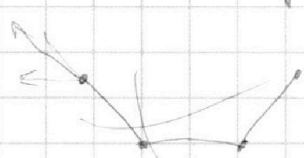
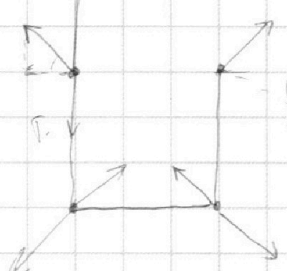
$S = \frac{\sqrt{F^2 + 0,04 F^2}}{2}$



$F = k \frac{q^2}{Rb}$

$T = k \frac{q^2}{b}$

$S = \frac{v^2}{2a}$



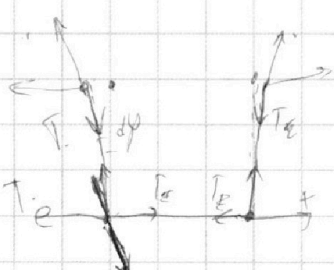
$p_1 v_1 = \sqrt{2} R T_1$

$\sqrt{2} R T = p_2 b - p_1 v_1$

$Q = \Delta U + A_2 = C m \Delta T$

$C = \frac{\Delta U + A_2}{m \Delta T} = \frac{3}{2} \sqrt{2} R T + p \Delta$

$F = k \frac{q^2}{b^2}$

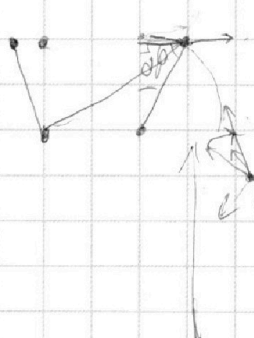


$F = k \frac{q^2}{2b^2}$

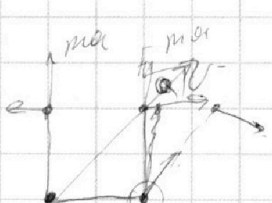
$3 \frac{k q^2}{b^2}$

$\sqrt{2} F + \frac{F}{2} = F (\sqrt{2} + \frac{1}{2})$

$T_1 = m a = \frac{v^2}{2b}$



$F \cos \alpha = m \frac{dv}{dt}$



80.

$F = m a, \Sigma F = m a$

$m a_1$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

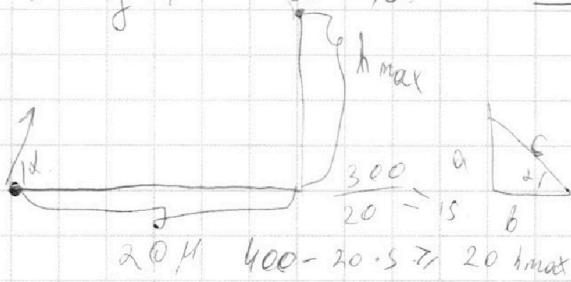
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$V_0 = gT = 20 \text{ м/с}$$

$$\frac{10 \text{ м/с} \cdot 400 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}{400 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}} = 10 \text{ м.с}$$



$$\begin{aligned} \text{tg } \alpha &= \frac{a}{b} = \frac{a^2 + b^2}{c^2} = \frac{c^2}{a^2} = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \\ 1 - \text{tg}^2 \alpha &= \frac{b^2 - a^2}{b^2 - a^2} \\ \frac{1}{\cos^2 \alpha} &= \frac{c^2}{b^2} = \frac{a^2}{b^2} + 1 \end{aligned}$$

$$x = V_0 \cos \alpha T = 20 \text{ м} \Rightarrow T = \frac{x}{V_0 \cos \alpha}$$

$$y = V_0 \sin \alpha T - \frac{gT^2}{2} = h_{\max} = \text{tg} \alpha x - \frac{g x^2}{2 V_0^2 \cos^2 \alpha} =$$

$$= \text{tg} \alpha x - \frac{g x^2 (1 + \text{tg}^2 \alpha)}{2 V_0^2} = \text{tg} \alpha x - \frac{g x^2 \text{tg}^2 \alpha}{2 V_0^2} = h_{\max} \quad 15$$

$$\text{tg} \alpha \in \mathbb{R} \quad 400 - 20(5 + h_{\max}) \neq 0$$

$$D \geq 0 \quad D = x^2 - 4 \cdot \frac{g x^2}{2 V_0^2} \cdot \left(\frac{g x^2}{2 V_0^2} + h_{\max} \right) \geq 0$$

$$\frac{g x^2 \text{tg}^2 \alpha}{2 V_0^2} - \text{tg} \alpha x + \frac{g x^2}{2 V_0^2} + h_{\max} = 0 \quad \frac{4}{60} = \frac{1}{15}$$

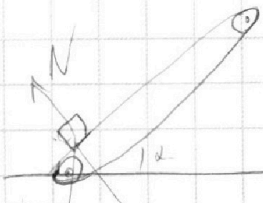
$$h_{\max} \frac{g x^2}{2 V_0^2} \leq x - 4 \frac{g x^2}{4 V_0^2} \quad 20 \text{ м/с} \cdot 2 - \frac{10 \cdot 4}{2} = 20$$

$$h_{\max} \leq \frac{300 \cdot 400 \cdot 2}{400 \cdot 10 \cdot 5} \leq 60 \text{ м} \quad F_{T2} \leq \mu N$$

$$N = mg \cos \alpha$$

$$mg \cdot 0,8 > mg \cdot \frac{1}{3} \cdot 0,6$$

$$ma_1 = mg \cdot 0,8 + N \text{tg} \alpha \cdot \frac{1}{3} \cdot 0,6$$



$$mg \sin \alpha$$

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \\ &= 0,6 \end{aligned}$$

$$a = g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$T_2 = \frac{m_1 a_1}{\sin \alpha} = \frac{1}{15} \cdot 10 = 0,2 \text{ М}$$

$$T_1 = \frac{V_0}{a_1} = \frac{20}{10} = 2 \text{ с}$$

$$S_1 = \frac{V_0 \cdot T_1 - a_1 T_1^2}{2} = \frac{20 \cdot 2 - 10 \cdot 2^2}{2} = 0,8 \text{ М}$$

$$S_2 = \frac{a_2 T_2^2}{2} \quad ma_2 = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha = 0,18 g \quad T = T_1 + T_2$$

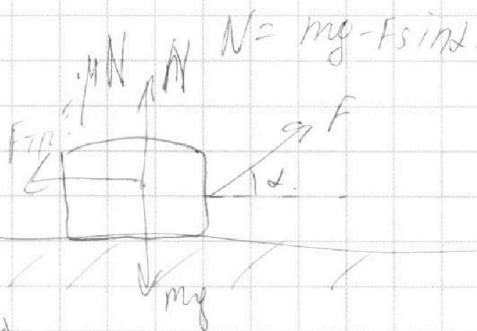
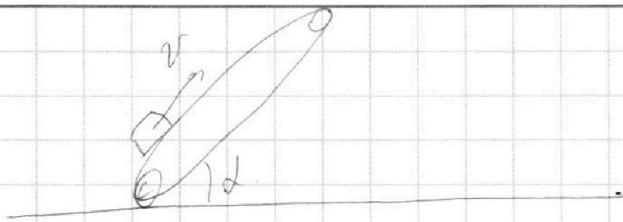
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$F_1 = F_2 = F \quad v_1 = v_2 = v_0$$
$$\Downarrow \quad \Downarrow$$
$$a_1 = a_2$$

$$1) \quad ma = F \cos \alpha - \mu mg + \mu F \sin \alpha$$

$$2) \quad ma = F - \mu mg$$

$$\cos \alpha + \mu \sin \alpha = 1$$

$$\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$3) \quad v_0 = a \cdot t, \quad F_* = 0, \quad ma_* = \mu mg = \mu g$$

$$t = \frac{v_0}{a_*} = \frac{v_0 \sin \alpha}{(1 - \cos \alpha) g}$$