



Олимпиада «Физтех» по физике,  
февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Вектор начальной скорости мяча образует угол  $\alpha = 45^\circ$  с горизонтальной плоскостью. Горизонтальное перемещение мяча за время полета  $L = 20$  м.

1) Найдите начальную скорость  $V_0$  мяча.

Если футболист направляет мяч под различными углами к горизонту, из той же точки с начальной скоростью  $V_0$  к высокой вертикальной стенке, то наибольшая высота, на которой происходит соударение мяча со стенкой, равна  $H = 3,6$  м.

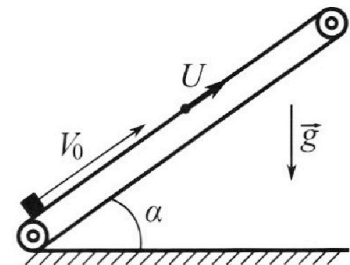
2) На каком расстоянии  $S$  от точки старта находится стенка?

Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол  $\alpha$  такой, что  $\sin \alpha = 0,6$  (см. рис.).

В первом опыте небольшую коробку ставят на покоящуюся ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость  $V_0 = 6$  м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте  $\mu = 0,5$ .

Движение коробки прямолинейное.



1) Какой путь  $S$  пройдет коробка в первом опыте к моменту времени  $T = 1$  с?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью  $U = 1$  м/с, и сообщают коробке скорость  $V_0 = 6$  м/с (см. рис.).

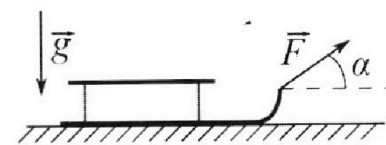
2) Через какое время  $T_1$  после старта скорость коробки во втором опыте будет равна  $U = 1$  м/с?

3) На каком расстоянии  $L$  от точки старта скорость коробки обратится в ноль во втором опыте? Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же кинетической энергии  $K$  на одинаковых участках пути.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом  $\alpha$  к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения кинетической энергии  $K$  действие внешней силы прекращается.



1) Найдите коэффициент  $\mu$  трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Найдите перемещение  $S$  санок в процессе торможения до остановки. Ускорение свободного падения  $g$ . Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

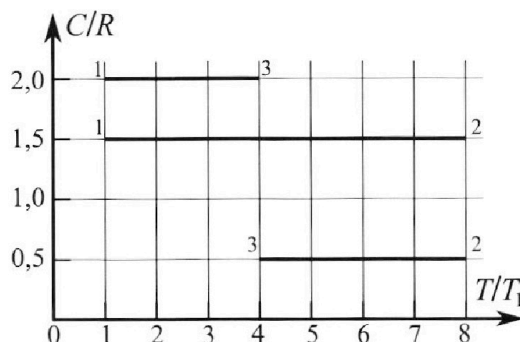
Олимпиада «Физтех» по физике,  
февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



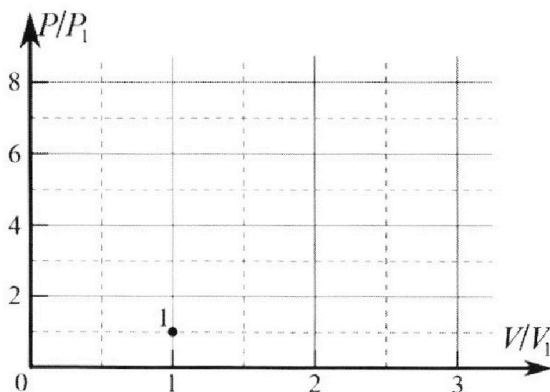
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости  $C$  газа (в единицах универсальной газовой постоянной) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 равна  $T_1 = 200$  К, универсальная газовая постоянная  $R = 8,31$  Дж/(моль·К).



1) Найдите работу  $A_{31}$  внешних сил над газом в процессе 3-1.

2) Найдите КПД  $\eta$  цикла.

3) Постройте график цикла в координатах  $(P/P_1, V/V_1)$ , где  $P_1$  и  $V_1$  давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной  $a$  (см. рис.). Сила натяжения каждой нити  $T$ .

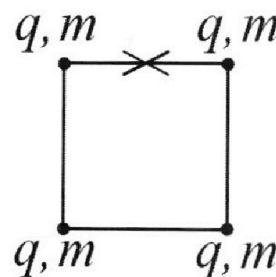
1) Найдите абсолютную величину  $|q|$  заряда каждого шарика.

Одну нить пережигают.

2) Найдите кинетическую энергию  $K$  любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На каком расстоянии  $d$  от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных сверху (на рисунке)?

Электрическая постоянная  $\epsilon_0$ . Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

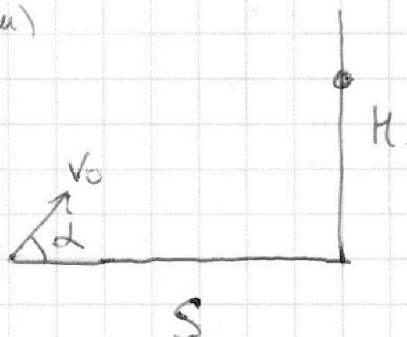
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

51.12

$$V_0 = 10\sqrt{2} \frac{м}{с}$$

$$H = 3,6 м \text{ (максимум)}$$

$$S = ?$$



$$H(\alpha):$$

$$V_0 \cos \alpha t = S \rightarrow t = \frac{V_0 \cos \alpha S}{V_0 \cos \alpha}$$

$$V_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2} = H$$

$$V_0 \sin \alpha \cdot \frac{S}{V_0 \cos \alpha} - \frac{gS^2}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} = H$$

$$S \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{gS^2}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} = H \quad D = 0$$

$$D = -\frac{g}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} S^2 + \operatorname{tg} \alpha \cdot S - H = 0$$

$$D = \operatorname{tg}^2 \alpha = 4H \cdot \frac{g}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha - \frac{4gH}{2V_0^2}}{\cos^2 \alpha} = 0$$

$D = 0$  — граница зоны существования

$$2V_0^2 \sin^2 \alpha = 4gH$$

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{4gH}{2V_0^2}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 10 \cdot 3,6}{2 \cdot 10 \cdot 2}} = 0,6, \quad \cos \alpha = 0,8$$

$(\alpha \in (0, 90))$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

5.  ~~$V_0 \cos \alpha = \frac{L}{t_n}$~~   $t_n = \frac{L}{V_0 \cos \alpha}$

$$V_0 \sin \alpha = \frac{g t_n}{2}$$

$$V_0 \sin \alpha = \frac{g}{2} \cdot \frac{L}{V_0 \cos \alpha}$$

$$V_0 = \frac{gL}{2 V_0 \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 20 \text{ м}}{2}$$

$$V_0^2 = \frac{gL}{2 \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 20 \text{ м}}{2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} =$$

$$= \frac{200}{2 \cdot \frac{2}{4}} = 200$$

$$V_0 = \sqrt{200} = 10\sqrt{2} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Проверим:

$$V_0 = 10\sqrt{2} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$t = \frac{2V_0 \sin \alpha}{g} = \frac{2 \cdot 10\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{10} = 2 \text{ (с)}$$

$$L = V_0 \cos \alpha t = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 10\sqrt{2} = 20 \text{ (м)} \quad \checkmark$$

Ответ:  $V_0 = 10\sqrt{2} \frac{\text{м}}{\text{с}}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

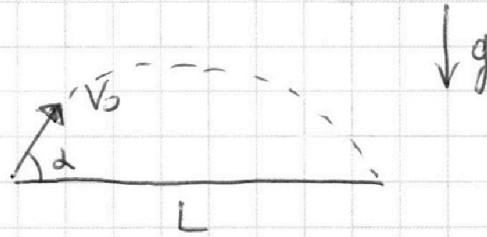
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



51

1)

Дано:  
 $\alpha = 45^\circ$   
 $L = 20 \text{ м}$   
 $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$



Найти:  
 $V_0$

1. Мяч, брошенный под углом к горизонту летит по параболе

2.  $V_x = V_0 \cos \alpha = \text{const}$  - горизонтальная проекция неизменна т.к. сопротивлений пренебрежимо мало

$V_y = V_0 \sin \alpha - gt$  - скорость по вертикали зависит от времени из-за ускорения свободного падения

3. Пусть мяч упал через время  $t_n$

$$L = V_x \cdot t_n = V_0 \cos \alpha \cdot t_n$$

$$V_0 \sin \alpha \cdot t_n - \frac{gt_n^2}{2} = 0 \quad - \text{упало на исходную высоту}$$

4.

$$\begin{cases} V_0 \cos \alpha \cdot t_n = L \\ V_0 \sin \alpha \cdot t_n - \frac{gt_n^2}{2} = 0, t_n \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_0 \cos \alpha \cdot t_n = L \\ V_0 \sin \alpha = \frac{gt_n}{2} \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$v_0$

$$\begin{cases} 0,8 v_0 t = S \\ 0,6 v_0 t - 5 t^2 = 3,6 \end{cases}$$

$$5 t^2 - 0,6 v_0 t + 3,6 = 0$$

$$D = (0,6 v_0)^2 - 4 \cdot 3,6 \cdot 5 = 0,36 \cdot 2 \cdot 100 - 72 = 72 - 72 = 0$$

$$t = \frac{-(-0,6 v_0)}{2 \cdot 5} = \frac{0,6 v_0}{10} = 0,6 \sqrt{2} \text{ (с)}$$

$$S = 0,8 v_0 t = 0,6 \sqrt{2} \cdot 10 \sqrt{2} \cdot 0,8 = 9,6 \text{ м}$$

0,48 \cdot 20

Ответ: 9,6 м

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

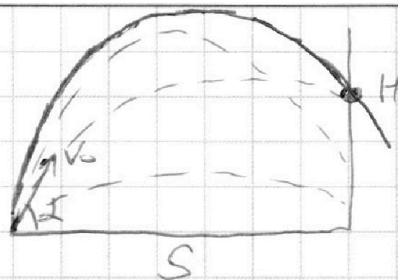
1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



2)  $V_0 = 10\sqrt{2} \frac{m}{s}$   
 $H = 3,6 \text{ м (максимум)}$   
 $S = ?$



$H(\alpha)$ :

Искать угол - парабола безотщадности  
(1 угол попадания, 2 угла - невозможны)

$$V_0 \cos \alpha \cdot t = S$$

$$t = 0$$

$$V_0 \sin \alpha - \frac{gt^2}{2} = H$$

$$V_0 \sin \alpha \cdot \frac{S}{V_0 \cos \alpha} - \frac{g}{2} \frac{S^2}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} = H$$

$$S \tan \alpha - \frac{gS^2}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} = H$$

$$\left(-\frac{g}{2V_0^2 \cos^2 \alpha}\right) S^2 + (\tan \alpha) S + (-H) = 0$$

$$D = \frac{(\tan \alpha)^2 + \frac{4gH}{2V_0^2 \cos^2 \alpha}}{4 \cdot \left(-\frac{g}{2V_0^2 \cos^2 \alpha}\right) \cdot (-H)} = \frac{\sin^2 \alpha - \frac{4gH}{2V_0^2}}{\cos^2 \alpha} =$$

$$= 0 \Rightarrow \sin \alpha = \pm \sqrt{\frac{4gH}{2V_0^2}}, \quad 0 < \alpha < 90$$

$\Downarrow$   
Только +

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{4gH}{2V_0^2}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 10 \cdot 3,6}{2 \cdot 100 \cdot 2}} = \sqrt{0,36} = 0,6$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = 0,8$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

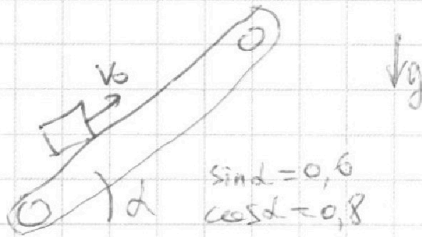
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3



$$v_0 - g \sin \alpha t - \mu g \cos \alpha t = 0 - 1 \quad \text{— ОММ. левый } v = -1 \text{ при } \text{право } v = 0$$

$$t = \frac{v_0 + 1}{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} = \frac{7 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \left( \frac{6}{10} + \frac{4}{10} \right)} = 0,7 \text{ с}$$

Время не зависит от  $\mu$ .

$$\Delta X = (v_0 - g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)) t = (6 - 10(0,6 + 0,4)) \cdot 0,7 = -2,8 \text{ м}$$

$$\Delta X = \frac{v_0 + v}{2} t = \frac{6 + 0}{2} \cdot 0,7 = 2,1 \text{ м}$$

равнозамедл. движение — от точки старта по ленте

$$\Delta X' = v \cdot t = 0,6 \text{ м — пройдет точка старта}$$

$$L = \Delta X + \Delta X' = 2,1 \text{ м} + 0,6 \text{ м} = 2,7 \text{ м}$$

$$\text{Ответ: } 2,7 \text{ м}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

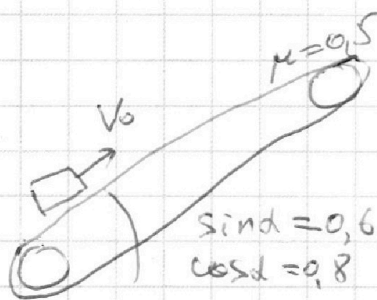
1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

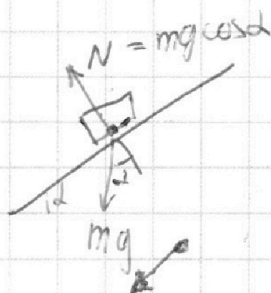
S2

1)



$$T = 1 \text{ c}$$

$$S = ?$$



$$a = g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = g(0,6 + 0,4) = g$$

$$S = v_0 t - \frac{at^2}{2} = 0$$

1. До остановки

$$v_0 = at \rightarrow t = \frac{v_0}{a} = 0,6 \text{ c}$$

$$S_1 = \frac{at^2}{2} = \frac{10 \cdot 0,36}{2} = 1,8 \text{ (м)}$$

2. После остановки - разгон вниз,

$$a' = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = 0,2g$$

$$S_2 = \frac{a'(T-t)^2}{2} = \frac{2 \cdot 0,2 \cdot (0,4)^2}{2} = 0,16 \text{ м}$$

$$S = S_1 + S_2 = 1,96 \text{ м} - \text{пути} - \text{длины траектории}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

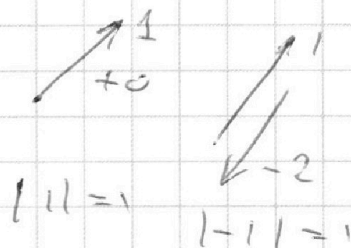
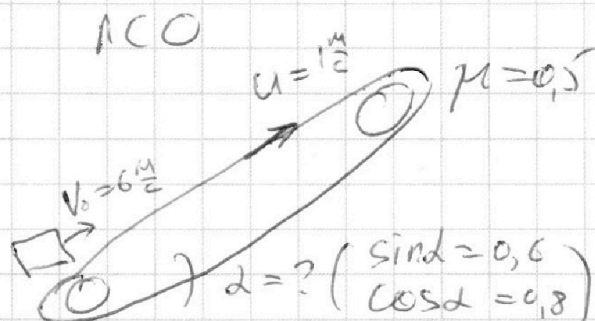
1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



2) Опыт 2



1

Коробка должна остановиться **смы. пути**

$$v_{0\text{мн}} = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$a = (g \sin \alpha + \mu g \cos \alpha) = 10 \cdot 0,6 + 10 \cdot 0,4 = 10 \left( \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right)$$

$$t_1 = \frac{v_{0\text{мн}}}{a} = 0,5 \text{ с} \quad (\text{н. 2})$$

2

$$\Delta L = u \cdot t = 0,5 \text{ м} \quad \text{путь}$$

$$\Delta L_{\text{отн}} = v_{0\text{мн}} t - \frac{a t^2}{2} = 5 \cdot 0,5 - \frac{10 \cdot 0,25}{2} = 5 - 1,25 = 3,75 \text{ м}$$

$\Delta L =$  Путь этого: (подобный случай на обратной пути)

$$a' = g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$\Delta V = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}} \quad (\text{в другую сторону, но так же по модулю в АСО})$$

$$t_2 = t_1 + \frac{\Delta V}{a'} = 1,5 \text{ с}$$

$$T_1 = \begin{bmatrix} 0,5 \\ 1,5 \end{bmatrix}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2)  $\mu = 0,5$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{0,6}{0,8} = \frac{3}{4} > \mu \quad - \text{ все время}$$

будет ~~вниз~~ ~~вверх~~ ~~изменять~~ ~~скорость~~ по направлению

~~$V_0 = 5 \text{ м/с}$~~   $V_0 = 5 \text{ м/с}$  - в с.о. ленты

①  $V_0 - \mu g \cos \alpha t - g \sin \alpha t = V(t)$

$$V = V_0 - \mu g \cos \alpha T_1 - g \sin \alpha T_1 =$$

$$= 5 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 0,8 \cdot T_1 - 10 \cdot 0,6 \cdot T_1 = 0 \text{ м/с}$$

$$5 - 4T_1 - 6T_1 = 0 \text{ м/с}$$

$$5 \text{ м/с} = 10 T_1$$

②  $T_1 = 0,5 \text{ с}$   ~~$T_1 = 0,5 \text{ с}$~~  - по пути ~~наверх~~

Скорость в ЛСО равна  $1 \frac{\text{м}}{\text{с}} \Rightarrow$  относительно ленты 0

~~3)  $V_{\text{ленты}} = -1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$~~

~~$$V_0 - \mu g \cos \alpha t$$~~

ответ:  $0,5 \text{ с} = T_1$

3) Скорость равна нулю в ЛСО,  
лента: (ее с.о.)

$\Rightarrow$  ~~только~~ ~~одно~~ ~~направление~~ ~~ленты~~  $\Delta V = 6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$   $\nearrow$   $1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$   $\searrow$   $1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Реш

Дано:  
 $\sin \alpha = 0,6$   
 $\cos \alpha = 0,8$

$v_0 = 6 \frac{m}{c}$   
 $\mu = 0,5$

Найти:

Опыт 1

1) лента покоится

$v_0 = 6 \frac{m}{c}$

$\mu = 0,5$

$t = 1 c$

Найти:  $S$

Опыт 2

2) лента  $u = 1 \frac{m}{c}$

$v_0 = 6 \frac{m}{c}$

$T_1 = ?$

Скорость коробки  $v_1 = u$

3)  $u = 1 \frac{m}{c}$

$v_0 = 6 \frac{m}{c}$

$v_2 = 0$

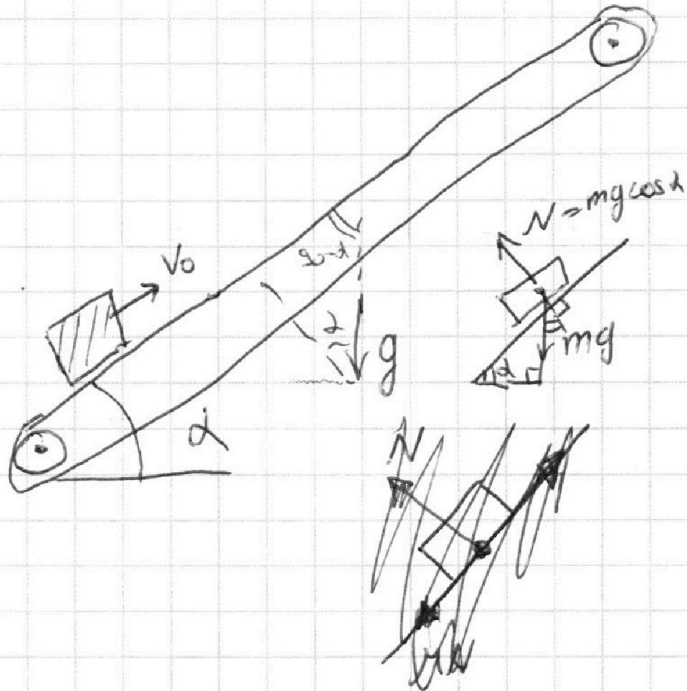
$L_1 = ?$

$g = 10 \frac{m}{c^2}$

$v_1$  - скорость коробки в момент  $T_1$

$v_2$  - скорость на расстоянии  $L$  во 2 опыте

1)



~~$v_0 t - \frac{g \sin \alpha t^2}{2}$~~

$S = v_0 T - \frac{g \sin \alpha T^2}{2} - \frac{\mu g \cos \alpha T^2}{2}$

↑ проекция  $g$

↑ уменьшение от силы трения

$S = 6 \frac{m}{c} \cdot 1 c - \frac{10 \frac{m}{c^2} \cdot 0,6 \cdot 1 c^2}{2} - \frac{0,5 \cdot 10 \frac{m}{c^2} \cdot 0,8 \cdot 1 c^2}{2}$

$= 6 m - 3 m - 2 m = 1 m$

Ответ:  $1 m = S$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

③ (0 м/с 2)

$V=0$  - в ЛСО  $\Rightarrow$  относительно земли  
едет вниз,  $\nabla$  скорость  $1 \text{ м/с}$  (-и)

~~через 1,5 с~~

$t_1 = 0,5 \text{ с}$  - остановка отн. земли

$$t_2 = \frac{1 \text{ м/с}}{a \sin \alpha} = \frac{1 \text{ м/с}}{g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha} = \frac{1 \text{ м/с}}{10 \cdot 0,6 - \frac{1}{2} \cdot 0,8 \cdot 10} = 1 \text{ с}$$

$$t_0 = t_1 + t_2 = 1,5 \text{ с}$$

$$S_1 = \frac{V_0 t_1}{2} = \frac{6 \cdot 0,5}{2} = 1,5 \text{ м}$$

$$S_2 = \frac{2V_0 t_2}{2} = V_0 t_2 = 6 \text{ м}$$

$$S_1 + S_2 = 7,5 \text{ м} = L$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2) После окончания разгона по горизонтали (вдоль перемещения) действует единственная сила - трение

↓  
До остановки  $A_{\text{тр}} = \Delta E_k = K$  (было  $K$ , стало  $0$ , тело стоит)

$$\overbrace{m \cdot mg \cdot S}^{A_{\text{тр}}} = \overbrace{K}^{\Delta E_k}$$

$$S = \frac{K}{\mu mg} = \frac{K}{mg \left( \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} \right)}$$

Ответ:  $S = \frac{K}{mg \left( \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} \right)}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

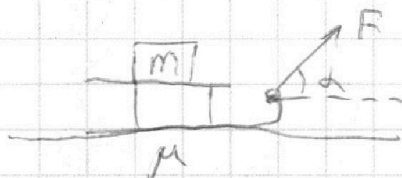
**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

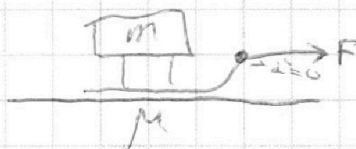


№3

1) Случай 1



*m-известна*  
Случай 2



$$N = (mg - F \sin \alpha)$$

$$N_2 = mg$$

$$F_{\text{тр}} = \mu(mg - F \sin \alpha)$$

$$F_{\text{мп}, I} = \mu mg$$

$$A = \Delta E_k + A_{\text{тр}}$$

↑  
против  
F<sub>тр</sub>

$$A_2 = \Delta E_k + A_{\text{тр}, I}$$

~~$$N \quad A = F \cdot \Delta \vec{r} = F \cdot S \cdot \cos \alpha$$~~

~~$$\mu mg \cdot S + \Delta E_k = F S \cos \alpha$$~~

~~$$\mu(mg - F \sin \alpha) \cdot S \cdot \cos \alpha + \Delta E_k = A \quad (1)$$~~

~~$$\mu mg \cdot S = \mu F S \sin \alpha \cos \alpha + \Delta E_k = A$$~~

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta E_k + \mu S(mg - F \sin \alpha) &= \underbrace{F \cdot \cos \alpha \cdot S}_{\text{работа силы тяги}} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta E_k + \mu S mg &= F \cdot S \end{aligned} \right.$$

$$F \cos \alpha - \mu(mg - F \sin \alpha) = F - \mu mg$$

$$F(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu mg = F - \mu mg$$

$$\cos \alpha + \mu \sin \alpha = 1$$

Ответ:

$$\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$Q_{31} = (T_1 - T_3) \sqrt{\cdot} \cdot 2R = -600R - 1 \text{ моль} \cdot 2 \cdot R \cdot \frac{1}{2} = R = -1200R \text{ (моль} \cdot \text{K)}$$

3. По 1 началу ТД

$$Q = \Delta U + A$$

В цикле  $\Delta U = 0$

↓

$$Q_{\text{подв}} - Q_{\text{отв}} = A$$

↑  
подведенное  
тепло

↑  
отведенное

$$\eta = \frac{Q_{\text{подв}} - Q_{\text{отв}}}{Q_{\text{подв}}} = \frac{\sum Q \text{ (с учетом знака)}}{Q_{\text{подв}} \text{ (столько с "+"')}} =$$

↑  
затрач. энергия

$$= \frac{2100R + (-400R) + (-1200R)}{2100R} = \frac{2100 - 1600}{2100} =$$

$$= \frac{5}{21} = \boxed{\frac{5}{21}}$$

Ответ:  $\eta = 5/21$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

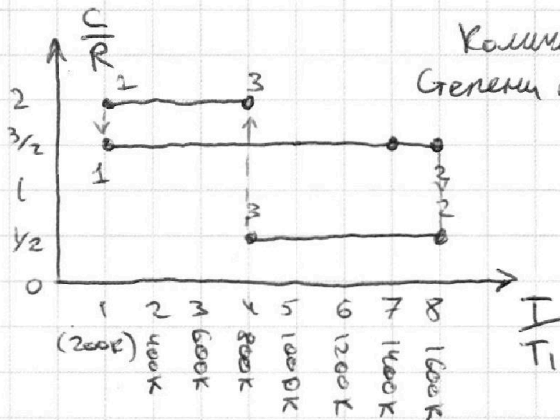
1     2     3     4     5     6     7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

54

1)



Количество:  $\nu = 1$  моль    Газ  
Степень свободы:  $i = 3$  (одноат.)

$$U = \frac{i}{2} \nu R T$$

31:  $T_1 = 200 \text{ K}$   
 $T_3 = 600 \text{ K}$

$$Q = \Delta U + A_{\text{газа}} = \Delta U - A_{\text{над газом}}$$

Определим  $Q_{31}$  и  $Q_{12}$  — теплоемкость и тепло, сообщенное газу при изменении температур от  $T_i$  до  $T_j$

$$Q_{31} = (T_1 - T_3) \nu \cdot 2R \quad (C_{31} = 2R)$$

$$\Delta U_{31} = (T_1 - T_3) \nu \cdot \frac{3}{2} R$$

$\Downarrow$

$$A_{31} = Q_{31} - \Delta U_{31} = (T_1 - T_3) \cdot \frac{R}{2} \nu =$$

$$= 400 \text{ K} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{K}} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \text{ моль} =$$

$$= 200 \cdot 8,31 = 1662 \text{ (Дж)}$$

Ответ:  $A_{31} = 1662 \text{ Дж}$

2)  $\nu$  тепло подводится в процессе 12 (температура растёт) и отводится на 23, 31

$$Q_{12} = (T_2 - T_1) \nu \cdot \frac{3}{2} R = 1400 \text{ K} \cdot 1 \text{ моль} \cdot \frac{3}{2} R =$$

$$= 2100 \cdot R \text{ (моль} \cdot \text{K)} \quad \text{— подводим}$$

$$Q_{23} = (T_3 - T_2) \nu \cdot \frac{1}{2} R = -800 \text{ K} \cdot 1 \text{ моль} \cdot \frac{1}{2} R =$$

$$= -400 R \text{ (моль} \cdot \text{K)} \quad \text{— отб}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3. Процесс 31

$$C = 2R$$

$$p \cdot V^{n_2} = \text{const}$$

$$C = \frac{C_p - n_2 C_v}{1 - n_2} = 2R$$

$$\frac{5}{2}R - n_2 \cdot \frac{3}{2}R = 2R(1 - n_2) \quad | \cdot 2$$

$$5R - 3R \cdot n_2 = 4R - 4R \cdot n_2$$

$$R = 3R \cdot n_2 - 4R \cdot n_2$$

$$R = -R \cdot n_2$$

$$n_2 R = -1$$

$$p \cdot V^{-1} = \text{const}$$

$$C = \frac{C_p + C_v}{2}$$

$$\frac{p}{V} = \text{const}$$

Ответ: см. график

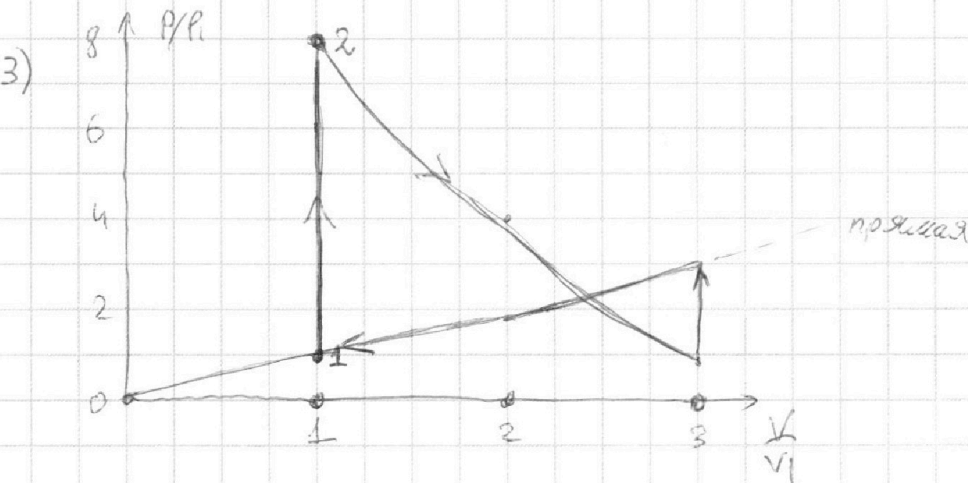
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1. Процесс 1-2  $C = \frac{3}{2}R = C_V$  — изохора,  $\Delta V = 0, A = 0$

(Менно идет только на внутр. энергию:

$$\Delta U = \frac{3}{2}DR\Delta T \quad Q = C\Delta T = \frac{3}{2}RV\Delta T$$

$$P \sim \frac{1}{V}T \quad (PV = \overset{\text{const}}{D} \overset{\text{const}}{RT})$$

2. Процесс 2-3  $C = \frac{1}{2}R$

Политропа:  $PV^n = \text{const} \quad C = \frac{C_p - nC_V}{1-n}$

$$\frac{1}{2}R = \frac{\frac{5}{2}R - n \cdot \frac{3}{2}R}{1-n}$$

$$PV^2 = \text{const} \quad P \sim \frac{1}{V^2}$$

$$\frac{1}{2}(1-n) = \frac{5}{2} - \frac{3}{2}n$$

$$1-n = 5-3n$$

$$1 = 5-2n$$

$$n = 2$$

$$C = \frac{\frac{5}{2}R - 2 \cdot \frac{3}{2}R}{1-n} = \frac{1}{2}R$$

$$PV^2 = 8P_1 \cdot V_1^2 = 2P_1 (2V_1)^2 = \frac{8}{9}P_1 \cdot 9V_1^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

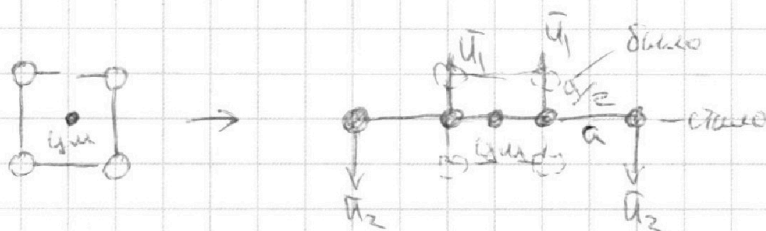
1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



2)



1.  $u_1$  и  $u_2$  - скорости шариков

2. Из сохранения импульса:

$$2mu_1 + 2mu_2 = 0 \Rightarrow u_1 = -u_2 \Rightarrow |u_1| = |u_2| = u$$

3. Из сохранения энергии

$$4 \cdot \left( \frac{kg^2}{a^2} \cdot 2 + \frac{kg^2}{2a^2} \right) = 2 \underbrace{\left( \frac{kg^2}{a^2} \cdot 2 + \frac{kg^2}{(2a)^2} \right)}_{\text{центры}} + 2 \underbrace{\left( \frac{kg^2}{a^2} + \frac{kg^2}{4a^2} + \frac{kg^2}{9a^2} \right)}_{\text{края}} + E_k$$

$$\frac{kg^2}{a^2} (8+2) = \frac{kg^2}{a^2} \left( 4 + \frac{1}{2} + 2 + \frac{1}{2} + \frac{2}{9} \right) + E_k$$

$$\frac{kg^2}{a^2} \left( 10 - 7 \frac{2}{9} \right) = E_k$$

$$\uparrow 2 \frac{2}{9} = \frac{25}{9}$$

$$\frac{kg^2}{a^2} \cdot \frac{25}{9} = \frac{4mu^2}{2}$$

$$E_k = \frac{mu^2}{2} = \frac{1}{4} \left( \frac{kg^2}{a^2} \cdot \frac{25}{9} \right) = \frac{25}{36} \frac{kg^2}{a^2} = \frac{25}{36} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a^2}$$

Ответ:

3) т.к. нет внешних сил, то  $v_{цм} = 0$  в любой момент времени  $\Rightarrow \Delta X_{цм} = 0$   
(координата центра масс)

Шарики посередине - на расстоянии  $a/2$ , по краям  $\frac{a}{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

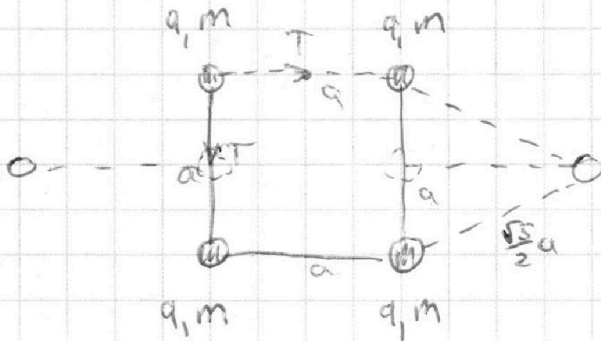
**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



85

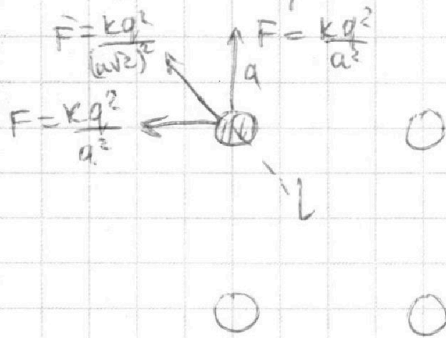
Ответ к п.3



~~Вд~~  $\sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2} a$

1) Для шарика:  $\Sigma \vec{F} = 0$  - условие равновесия

$\Delta a$  - сторона



$\Sigma F = 2\vec{F} + Q\vec{F}^1$ , по оси L

$$F_L = \frac{kq^2}{2a^2} + 2 \cdot \frac{kq^2}{a^2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1+2\sqrt{2}}{2} \frac{kq^2}{a^2}$$

Спроецируем T:  
на прямую L

$F_L = 2T \cos 45^\circ = 2T \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\frac{1+\sqrt{2} \cdot 2}{2} \frac{kq^2}{a^2} = T\sqrt{2}$

$T = \frac{1+2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \frac{kq^2}{a^2} = \frac{1+2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a^2}$

⇓

$|q| = \sqrt{\frac{T \cdot 4\pi\epsilon_0 \cdot a^2}{\left(\frac{1+2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\right)}}$

Ответ:  $|q| = \sqrt{\frac{4\pi\epsilon_0 T a^2}{\left(\frac{1+2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\right)}}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7

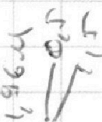


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

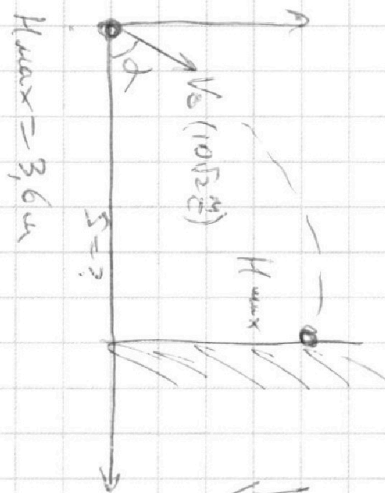
$$\frac{3}{2} \cdot 1400 - \frac{1}{2} \cdot 800 = 20600$$

$$\frac{2100 - 400 - 1200}{2100} = \frac{500}{2100} = \frac{5}{21}$$

- ✓ 1 (1) (2)
- ✓ 2 (1) (2) (3)
- ✓ 3 (1) (2) (3)
- ✓ 4 (1) (2) (3)
- ✓ 5 (1) (2) (3)



1.15  
1.964



$$V_0 = 10\sqrt{2} \text{ м/с}$$

$$t = \frac{S}{V_0 \cos \alpha}$$

$$h = V_0 t \sin \alpha - \frac{g t^2}{2} = 50 t \sin \alpha - \frac{0.5 g^2}{210^2 \cos^2 \alpha}$$

$$= S \cdot \sin \alpha \cos \alpha - g S^2$$

818

На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО ОДНУ** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{\frac{f(x+\Delta x)}{g(x+\Delta x)} - \frac{f(x)}{g(x)}}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x)g(x) - f(x)g(x+\Delta x)}{\Delta x g(x)g(x+\Delta x)}$$

$$= \frac{f(x+\Delta x)g(x) - f(x)g(x) + f(x)g(x) - f(x)g(x+\Delta x)}{\Delta x g^2 x} = \frac{f'(x)g(x) - g'(x)f(x)}{g^2 x}$$

~~$\frac{f(x)}{g(x)}$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



2) Дано:

$$v_0 = 10 \text{ м/с}$$

$$L = 2 \text{ м}$$

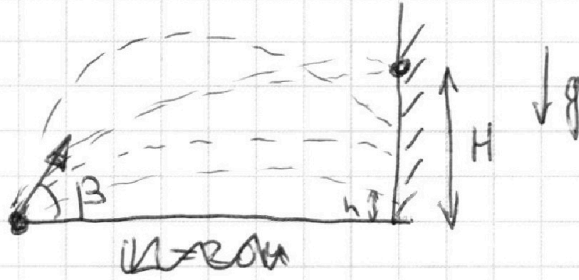
$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Найти:

$$H = 3,6 \text{ м}$$

Найти:

S



ИЗВОД

$$S = ?$$

$$v_0 = 10\sqrt{2} \frac{\text{м}}{\text{с}} \text{ (п.1)}$$

1. Пусть мяч стартует под углом  $\beta$  и летит  
в  $t_0$  до удара; ударяется на высоте  $h$  в стену  
2. Тогда

$$\begin{cases} v_0 \cos \beta t' = S & \rightarrow t' = \frac{S}{v_0 \cos \beta} \\ v_0 \sin \beta t' - \frac{gt'^2}{2} = h \end{cases}$$

$$v_0 \sin \beta \cdot \frac{S}{v_0 \cos \beta} - \frac{g}{2} \cdot \frac{S^2}{v_0^2 \cos^2 \beta} = h$$

$$\frac{v_0}{v_0} \cdot \operatorname{tg} \beta S - \frac{gS^2}{2v_0^2 \cos^2 \beta} = h$$

$$S \cdot \operatorname{tg} \beta - \frac{gS^2}{2v_0^2 \cos^2 \beta} = h$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Число  $n$  должно быть максимальным:

$$S \cdot \operatorname{tg} \beta - \frac{g S^2}{2V_0^2 \cos^2 \beta} \rightarrow \max$$

$$\frac{S \cdot \sin \beta}{\cos \beta} - \frac{g S^2}{2V_0^2 \cos^2 \beta} \rightarrow \max$$

$$\frac{S}{\cos \beta} \left( \sin \beta - \frac{g S}{2V_0^2 \cos \beta} \right) \rightarrow \max$$

$$\frac{S}{\cos \beta} \left( \frac{2V_0^2 \sin \beta \cos \beta - g S}{2V_0^2 \cos \beta} \right) \rightarrow \max$$

$$\frac{S (2V_0^2 \sin \beta \cos \beta - g S)}{2V_0^2 \cos^2 \beta} \rightarrow \max$$

Это функция от  $\beta$

$$f' \left( \frac{S (2V_0^2 \sin \beta \cos \beta - g S)}{2V_0^2 \cos^2 \beta} \right) = \frac{S}{2V_0^2} \left( \frac{\sin \beta \cos \beta - g}{\cos^2 \beta} \right) =$$

=



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!