



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 13



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{11}7^{11}$, bc делится на $3^{18}7^{16}$, ac делится на $3^{21}7^{38}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-3x+4}-\sqrt{2x^2+x+3}=1-4x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC=1$ и $BC=16$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .
5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$3x+2y=z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{3x^2-4y^2-z^2}{x^2-6y^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 1 час 15 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .
7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX=2\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD:DC$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 ab: 3^{11} \cdot 7^{11} &\Rightarrow ab \geq 3^{11} \cdot 7^{11} > 0 \\
 bc: 3^{18} \cdot 7^{16} &\Rightarrow bc \geq 3^{18} \cdot 7^{16} > 0 \\
 ac: 3^{21} \cdot 7^{38} &\Rightarrow ac \geq 3^{21} \cdot 7^{38} > 0
 \end{aligned}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{(перемножим)} \\ a^2 b^2 c^2 \geq 3^{50} \cdot 7^{65} > 0 \\ \Downarrow \\ abc \geq 3^{25} \cdot 7^{33} \end{array}$$

но т.к. a, b, c - натуральные, то: $abc \geq 3^{25} \cdot 7^{33}$

Ответ: $abc \geq 3^{25} \cdot 7^{33}$

Пример:

$$a = 3^7 \cdot 7^{11}$$

$$b = 3^4$$

$$c = 3^{14} \cdot 7^{27}$$

$$\begin{aligned}
 abc &\geq 3^{25} \cdot 7^{33}, \text{ но } ac \geq 3^{21} \cdot 7^{38} \Rightarrow ac: 7^{38} \geq abc: 7^{33} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow abc \geq 3^{25} \cdot 7^{38}
 \end{aligned}$$

Ответ: $abc \geq 3^{25} \cdot 7^{38}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

пусть $a \equiv \kappa$, тогда $b \equiv m - \kappa \equiv -\kappa$

тогда запишем вторую дробь через остатки:

$$\frac{\kappa + (-\kappa)}{\kappa^2 - \kappa(-\kappa) + \kappa^2}$$

$\kappa^2 + 3\kappa^2 + \kappa^2$ должно делиться на m

$$5\kappa^2 \equiv 0$$

Если $m > 10$, то $\text{НОД}(\kappa^2, m) > 1$, пусть $\text{НОД}(\kappa^2, m) = d$,

тогда мы рассмотрим простой делитель d : пусть этот, тогда:

$\kappa : p$; $m : p \Rightarrow m - \kappa : p$, но тогда $\text{НОД}(a, b) \geq p$, где $p \geq 2$,

это противоречит условию, если $\frac{a}{b}$ - несократимая, то

$$\text{НОД}(a, b) = 1 \Rightarrow m \leq 10$$

Пример:

$a = 1$ дробь $\frac{1}{9}$ - несократимая

$b = 9$ $\frac{a+b}{a^2 - 3ab + b^2} = \frac{1+9}{1-72+81} = \frac{10}{10}$, можно сократить на 10

Ответ: $m = 10$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2-3x+4} - \sqrt{2x^2+x+3} = 1-4x \quad / \cdot 1^2$$

$$2x^2-3x+4 + 2x^2+x+3 - 2\sqrt{2x^2-3x+4}\sqrt{2x^2+x+3} = 1+16x^2-8x$$

$$4x^2-6x-6 = 2\sqrt{2x^2-3x+4}\sqrt{2x^2+x+3}$$

$$6x^2-3x-3 = \sqrt{2x^2-3x+4}\sqrt{2x^2+x+3}$$

$$t = 2x^2-x+3,5, \text{ тогда еще слева!}$$

$$6x^2-3x-3 = 3t-13,5, \text{ а справа!}$$

$$2x^2-3x+4 = t-(2x-0,5)$$

$$2x^2+x+3 = t+(2x-0,5)$$

$$\text{тогда! } \sqrt{2x^2-3x+4}\sqrt{2x^2+x+3} = \sqrt{(t-(2x-0,5))(t+(2x-0,5))} =$$

$$= \sqrt{t^2 - (2x-0,5)^2} = \sqrt{t^2 - 4x^2 + 2x - 0,25} = \sqrt{t^2 - 2t + 6,75}$$

$$3t-13,5 = \sqrt{t^2-2t+6,75} \quad / \cdot 1^2$$

$$9t^2 + 81t + 13,5^2 = t^2 - 2t + 6,75$$

$$8t^2 - 79t + 182,25 - 6,75 = 0 \quad / \cdot$$

$$8t^2 - 79t + 175,5 = 0$$

$$8t^2 - 79t + 175,5 = 0 \quad / \cdot 2$$

$$16t^2 - 158t + 351 = 0$$

$$D = 158^2 - 4 \cdot 16 \cdot 351 = 4(158^2 - 16 \cdot 351) = 4(6241 - 5616) =$$

$$= 4 \cdot 625 = 50^2, \text{ продолжение на другом листе.}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$t_1 = \frac{158-50}{32} = \frac{108}{32} = \frac{27}{8}$$

$$t_2 = \frac{157+50}{32} = \frac{207}{32} = \frac{23}{2}$$

$$1) t = \frac{27}{8} = 2x^2 - x + 3,5 \quad | \cdot 8$$

$$27 = 16x^2 - 8x + 28$$

$$16x^2 - 8x + 1 = 0$$

$$(4x-1)^2 = 0$$

$$x = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$2) \frac{23}{2} t = \frac{13}{2} = 2x^2 - x + 3,5$$

$$6,5 = 2x^2 - x + 3,5$$

$$2x^2 - x + 3 = 0$$

$$D = 1 + 24 = 5^2$$

$$x_1 = \frac{1+5}{4} = 1,5$$

$$x_2 = \frac{1-5}{4} = -1$$

предположим - 1!

$$\sqrt{2x^2-3x+4} - \sqrt{2x^2+x+3} = 1-4x$$

$$\sqrt{2+3+4} - \sqrt{2+1+3} = 1+4$$

$$\sqrt{9} - \sqrt{6} = 5$$

$3-2 \neq 5$, потому что корни раскрываемые с плюсом

предположим 1,5!

$$\sqrt{4,5-4,5+0} - \sqrt{4,5+15+3} = 1-6$$

$$\sqrt{0} - \sqrt{9} = -5$$

$$2-3 \neq -5$$

предположим $\frac{1}{4}$!

$$\sqrt{\frac{1}{8} + \frac{3}{4} + 4} - \sqrt{\frac{1}{8} + \frac{1}{4} + 3} = 1 - 4 \cdot \frac{1}{4}$$

$$\sqrt{\frac{27}{8}} - \sqrt{\frac{27}{8}} = 0$$

||

Ответ: $x = \frac{1}{4}$.

у данного выражения 2 корня, а.к.

при возведении в квадрат мы не

учитывали что под корнем и полу-

чим 4 корня, 2 из них не подходят

из кратных корней, поэтому



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3x + 2y = z \quad \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{z}{z}$$

$$9x^2 + 4y^2 + 12xy = z^2 \quad 3yz + xz = zxy$$

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{3x^2 - 4y^2 - (9x^2 + 4y^2 + 12xy)}{x^2 - 6y^2} = \frac{-6x^2 - 8y^2 - 12xy}{x^2 - 6y^2}$$

$$6x^2 + 8y^2 + 12xy > 0$$

$$6x^2 + 8y^2 + 12xy > 0$$

$$\underbrace{6(x+y)^2}_{>0} + \underbrace{2y^2}_{>0} > 0 \quad \text{з.м.г}$$

↓

$$\frac{-1(6x^2 + 8y^2 + 12xy)}{x^2 - 6y^2}, \text{ если } x^2 - 6y^2 > 0, \text{ то вся дробь } < 0$$

рассмотрим когда $x^2 - 6y^2 < 0$

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = 3 + \frac{14y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2}$$

$$\frac{14y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} \leq 0 \Rightarrow \frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} \leq 3$$

Ответ: 3.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

пусть x - расстояние от A до B

y - скорость мотоциклиста

z - скорость велосипедиста, тогда:

первое условие даёт: $1 \text{ час } 15 \text{ минут} = \frac{5}{4} \text{ часа}$

$$1) \frac{x}{y} + z = \frac{x}{z}$$

второе условие:

$$2) \frac{x}{y} + 96 = \frac{x}{z} \cdot y$$

третье условие:

$$3) \frac{x}{y+6} + \frac{5}{4} = \frac{x}{z+6}$$

Перепишем их:

$$1) xz + zy z = xy$$

$$2) xz^2 + 96yz = y^2 x$$

$$3) 4(xz + 6x) + (y+30)(z+6) = 4(xy + 6x)$$

$$4xz + 24x + 5yz + 30y + 30z + 180 = 4xy + 24x$$

$$4xyz + 5yz + 30y + 30z + 180 = 4xy$$

Выразим x из первого:

$$xy - xz = 2yz; \quad x(y-z) = 2yz \quad x = \frac{2yz}{y-z}$$

Подставим во 2:

$$xz^2 + 96yz = y^2 x$$

$$x(y^2 - z^2) = 96yz$$

$$x(y-z)(y+z) = 96yz$$

$$\frac{2yz}{y-z}(y-z)(y+z) = 96yz$$

$$2yz^2 + 2y^2z = 96yz \quad / : yz \text{ т.к. } y \neq 0; z \neq 0$$

$$2z + 2y = 96$$

$$z + y = 48 \quad \text{запишем}$$

подставим на третье
уравнение:

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

а $y + z = 48$

умножим первое на 4:

$$4x + 8y + 4z = 42y$$

и перепишем третье:

$$4x + 5y + 3z + 30z + 180 = 42y$$

приравняем:

$$4x + 8y + 4z = 4x + 5y + 30z + 180$$

$$3yz = 30y + 30z + 180$$

$$yz = 10y + 10z + 60$$

$$\begin{cases} yz = 10y + 10z + 60 \\ y + z = 48 \end{cases}$$

$y = 48 - z$, подставим:

$$(48 - z)z = 480 - 10z + 10z + 60$$

$$48z - z^2 = 540$$

$$z^2 - 48z + 540 = 0 \quad 540 = 2 \cdot 27 \cdot 10; 4 \cdot 540 = 16(135)$$

$$D = 48^2 - 4 \cdot 540 = 16(144 - 135) = 16 \cdot 9 = 12^2$$

$$z_1 = \frac{48 + 12}{2} = 30 \quad \text{соответственно } y = 18$$

$$z_2 = \frac{48 - 12}{2} = 18 \quad 30$$

Когда мы вычитали x мы получили: $\frac{2yz}{y-z}$

$$\text{т.к. } x > 0; \quad y - z > 0 \quad y > z \Rightarrow y = 30; \quad z = 18$$

проверим данные:



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

 **МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$y = 30$$

$$z = 18$$

$$\lambda = \frac{2y \pm}{y - z} = \frac{2 \cdot 30 \cdot 18}{12} = \frac{30 \cdot 18}{6} = 30 \cdot 3 = 90$$

Ответ: 90 км



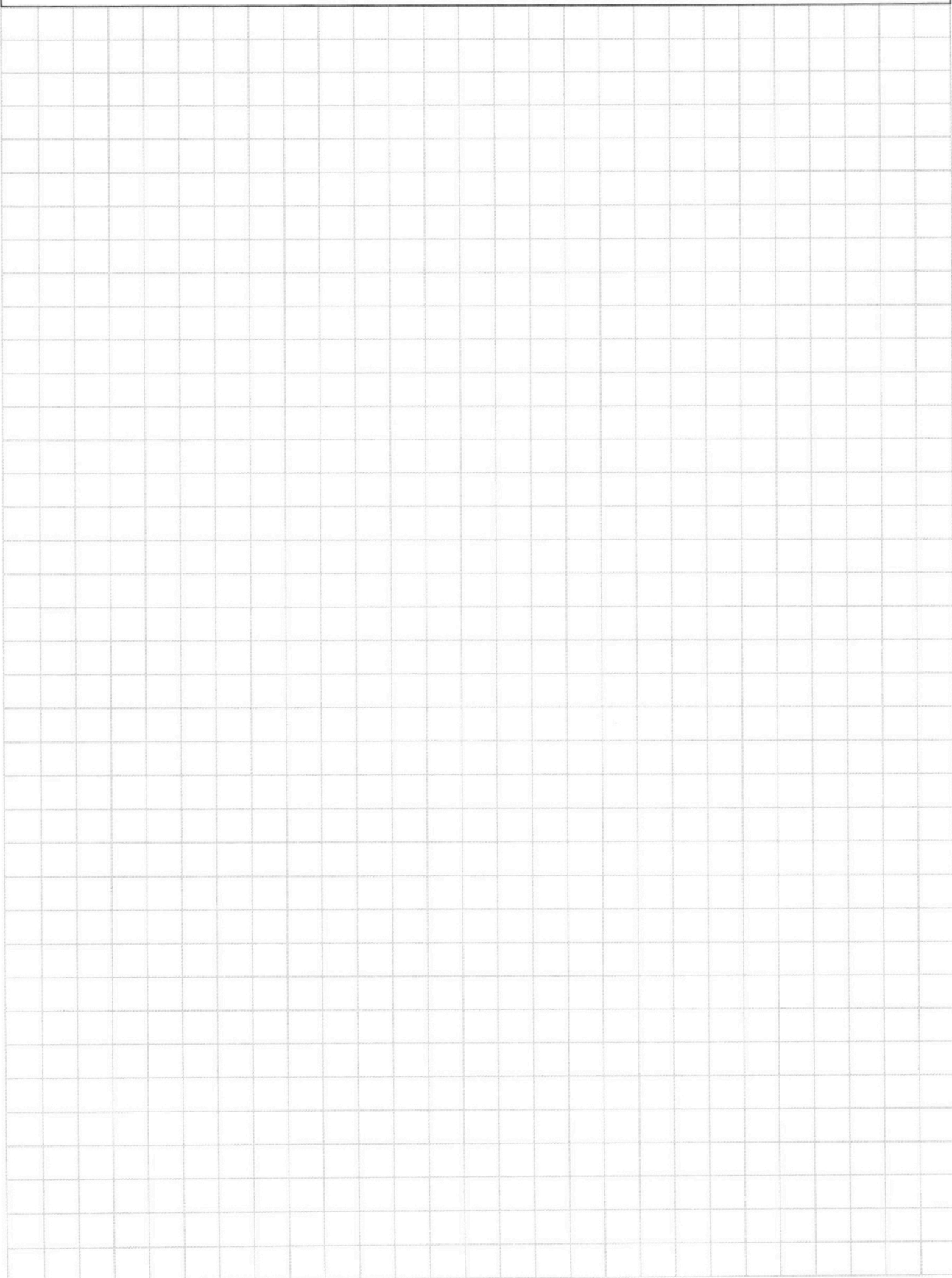
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



x - расстояние

$S = 15 \cdot 6$

y - скорость мот.

z - скорость велосип.

$$\begin{aligned} z &= 30,17 \\ y &= 18,30 \\ x &= \frac{2 \cdot 540}{12} = 90 \end{aligned}$$

$$1) \frac{x}{y} + z = \frac{2}{z} \quad \frac{24}{z} = x + zy = \frac{2z}{y} - 140 \quad \frac{75}{60} = 1 \frac{15}{60} = 1 \frac{1}{4} = \frac{5}{4} = 1,25 = \frac{540}{420}$$

$$x \cdot y + zy = 2z + 90y$$

$$2) \frac{2 \cdot z}{y} + 96 = \frac{24}{z} \quad \frac{90}{30} + 2 = \frac{90}{18} \quad \frac{18 \cdot 30}{6} = 90 \quad 2760$$

$$3) \frac{x}{y+6} + \frac{5}{4} = \frac{2}{z+6} \quad 3 \cdot 18 + 96 = 150 \quad \frac{90}{36} + \frac{5}{4} = \frac{94}{4} \quad z(2+zy) = 24$$

$$1) xz + zy = 2y \quad z(y-z) = 24z; \quad x = \frac{24z}{y-z}$$

$$2) xz^2 + 96yz = y^2x \quad 48 - z = \frac{10z + 60}{z - 10}$$

$$4(xz + 6z) + (5y + 30)(z + 6) = 4(2y + 6x)$$

$$4xz + 24x + 5yz + 30y + 30z + 180 = 4xy + 24x \quad D = 6 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 8 - 4 \cdot 540$$

$$3) 4xz + 5yz + 30y + 30z + 180 = 4xy = 4xz + 8yz$$

$$3yz = 30y + 30z + 180$$

$$yz = 10y + 10z + 60 \quad y(z-10) = 10z + 60$$

$$\frac{24z^3}{y-z} + 96yz = \frac{24z^2z}{y-z} \quad y = \frac{10z + 60}{z - 10}$$

$$4xz + 5yz + 30y + 30z + 180 = 4xy$$

$$4x(y-z) = 8yz$$

$$8yz = 5yz + 30y + 30z + 180$$

$$3yz = 30y + 30z + 180$$

$$yz = 10y + 10z + 60$$

$$y(z-10) = 10z + 60$$

$$y = \frac{10z + 60}{z - 10}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{matrix} x & y & z \\ \int & \int_1 & \int_2 \\ \text{non} & & \text{век.} \end{matrix}$$

$$z + \frac{5}{v_1} = \frac{5}{v_2}$$

$$v_2 \cdot \frac{5}{v_1} + 96 = v_1 \cdot \frac{5}{v_2}$$

$$\frac{5}{v_1 + 6} + \frac{5}{4} = \frac{5}{v_2 + 6}$$

$$100x + 960 = \frac{40}{x} + 100x + 400$$

$$\frac{40}{x} = 560$$

$$40 = 560x$$

$$x = \frac{40}{560} = \frac{1}{14} = \frac{2}{28} = \frac{1}{14}$$

$$y = 290$$

$$z = 10$$

$$20 + \frac{20}{14} = \frac{260}{14} \text{ V}$$

$$\frac{100}{14} + 960 = \frac{290^2}{14}$$

$$80 + \frac{40}{14} = \frac{4 \cdot 290}{14}$$

$$2 + \frac{1}{14 \cdot 290} = \frac{1}{140}$$

$$29 + \frac{1}{290} = \frac{1}{10}$$

$$280 +$$

$$2v_2 + 5v_2$$

$$2z + 2z = 2y$$

$$z^2 x + 96z = y^2 x$$

$$\frac{x}{y+6} + \frac{5}{4} = \frac{x}{z+6}$$

$$xz + 6x - \frac{5z + 30}{1} = 2y + 6x$$

$$42z + 24x + 5z + 30 = 42y + 24x$$

$$42z + 5z + 30 = 42y$$

$$2z + 2z = 2y$$

$$8z + 42z = 42y = 42z + 5z + 30$$

$$3z = 30$$

$$z = 10$$

$$20 + 10x = 2y \quad y = \frac{20 + 10x}{2} = \frac{20}{2} + 5x$$

$$100x + 960 = y^2 x$$

$$40x + 50 + 30 = 42y$$

$$42y = 80 + 40x = 40x + 50 + 30$$

$$20y + 102y = 100x + 960$$

$$100x + 960 = \left(\frac{40}{x} + 100 + \frac{400}{x} \right) x \quad \left| x = \frac{40}{x} + 100x + 400 \right.$$

$$\begin{array}{r} 1240 \\ 240 \\ \hline 267 \\ 58 \\ \hline 84100 \\ 16 \\ \hline 384 \\ 96 \\ \hline 13440 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ 8 \\ \hline 112 \end{array} \}$$

$$\begin{array}{r} 1120 \\ 1160 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 124 \\ 4 \\ \hline 1160 \end{array} \}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3x + 2y = z \quad \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z} \quad 3yz + xz = 2xy$$

$$\frac{3x^2 - 14y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = 3 - \frac{14y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{xy(4y - z)(y(4y + z))}{(x - y\sqrt{6})(z + y\sqrt{6})}$$

$$\frac{14y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} \geq 0$$

$$1) \quad 14y^2 > z^2 \quad \text{и} \quad x^2 < 6y^2$$

$$9x^2 + 4y^2 + 12xy = z^2$$

$$9x^2 + 4y^2 + 12xy + 4xz = z^2$$

$$4y^2 + 12xy = z^2 - 9x^2 - 6xz$$

$$20y^2 = 5z^2 - 45x^2 - 60xy > z^2 + x^2$$

$$4z^2 > 46x^2 + 60xy$$

$$36x^2 + 76y^2 + 48xy = 4z^2 > 46x^2 + 60xy$$

$$12xy > \frac{2z^2 - 9x^2}{2}$$

$$12xy - 6xy = -4xy$$

$$(3x + 2y)(x - 2y) - 4xy = z^2$$

$$zx - 2zy - 4xy = z^2$$

$$-4xy = -6yz - 22x$$

$$14y^2 > 12x^2 - 12xy$$

$$8y^2 > 5x^2 + 12xy$$

$$8y(y - 2) > 52(x + y) + 12y$$

$$\frac{2(-x - 8y - z)}{x^2 - 6y^2}$$

$$-9x^2 + 4y^2 - 12xy + 3x^2 - 4y^2 =$$

$$= -1(6x^2 + 12xy + 4y^2)$$

$$\frac{6x^2 + 12xy + 4y^2}{6y^2 - x^2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a, b : 3^{11} \cdot 7^{11}$$

$$\frac{11}{16} = 2 \cdot 7$$

0

$$a^2 - 8ab + b^2 - a - b : m$$

$$(a-b)^2 - 4ab - a - b$$

$$\frac{1}{4} - 4250 - a(2b+1) - b(2a+1)$$

$$\frac{1}{4} \geq 2$$

$$a^2 b^2 c^2 \geq 3^{50} \cdot 7^{65} = \frac{6}{4}$$

$$(2x^2 - 2x) - 2x$$

$$abc \geq 3^{25} \cdot 7^{33} - (2 \cdot 1 \cdot 1)$$

$$a(a-4)$$

$$a+b = m \cdot k$$

$$a^2 - 8ab + b^2 = m \cdot c$$

$$\frac{a+b}{(2a-22b)^2 - 3(a^2+b^2)} \cdot \frac{1}{9} \geq \frac{10}{1+11-72} = \frac{10}{810}$$

$$2x^2 - 2x = 6$$

$$(t-3)^2 = (t-2x+4)(t+2x+3)$$

$$\frac{a+b}{(a-b)^2 - 4ab}$$

$$8ab \equiv 8 \cdot k(-k) \equiv -8k^2$$

$$2x^2 - 3x + 4 + 2x^2 + 2x + 3 = 2\sqrt{2x^2 - 3x + 4} \sqrt{2x^2 + 2x + 3} = 1 + 16x^2 - 8x$$

$$12x^2 - 8x - 6 = -2$$

$$(k, m-k) = 1$$

$$6x^2 - 3x - 3 = -\sqrt{2x^2 - 3x + 4} \sqrt{2x^2 + 2x + 3}$$

$$k+m-k$$

$$(6x^2 - 3x - 3)^2 = (2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + 2x + 3)$$

$$x^2 + (m-k)^2 - 8 + k+m-k = x^2 + m^2 - 8x^2 = x^2 + m^2 - 8x^2$$

$$36x^4 + 9x^2 + 9 + 36x^3 - 36x^2 + 18x = 4x^4 + 2x^3 + 6x^2 - 6x^3 - 3x^2 - 9x + 8x^2 + 4x + 12$$

$$a \equiv k$$

$$b \equiv -k$$

$$32x^4 - 32x^3 - 38x^2 + 23x - 3 = 0$$

$$x^2(32x^2 - 38) + x(32x^2 - 38) - 3 - 15x = 0$$

$$x^2 + x^2 + 8x^2$$

$$(x^2 - 2)(32x^2 - 38) - 3(1+5x) = 0$$

$$-6x^2 \equiv 0$$

$$10x^2 \equiv 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$\sqrt{2x^2-3x+4} - \sqrt{2x^2+x+3} = 1-4x$$

$$x+2 = x^2+4-4x+x^2-x$$

$$(x-2)^2+x^2-x$$

$$(x+1)^2+x^2-x+2$$

$$(x-2)^2+x^2+5x-1$$

$$t=2x^2$$

$$2x^2-3x+4+2x^2+x+3-2\sqrt{\dots}\sqrt{\dots} = 4+16x^2-8x^2+5,50$$

$$12x^2-6x-6=2$$

$$6x^2-3x-3 = \sqrt{2x^2-3x+4} \cdot \sqrt{2x^2+x+3}$$

$$3t=13,5$$

$$t=2x^2-x+3,5$$

$$\sqrt{t-(2x+0,5)} \cdot \sqrt{t-(2x-0,5)} =$$

$$= \sqrt{t^2-(2x-0,5)^2} =$$

$$= t^2-4x+2x-0,25 =$$

$$= \sqrt{t^2-2t+6,75} = 3t-13,5$$

$$t^2-2t+6,75 = 9t^2+81t+(13,5)$$

$$t_1 = \frac{158+50}{32} = \frac{208}{32} = \frac{104}{16} = \frac{52}{8} = \frac{13}{2}$$

$$t_2 = \frac{158-50}{32} = \frac{108}{32} = \frac{54}{16} = \frac{27}{8}$$

$$16t^2-158t+351=0$$

$$\begin{array}{r} 208 \overline{) 13} \\ \underline{416} \\ 176 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 175 \overline{) 5} \\ \underline{175} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 135 \overline{) 115} \\ \underline{675} \\ 405 \\ \underline{135} \\ 270 \\ \underline{270} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 158 \overline{) 12} \\ \underline{79} \\ 79 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \overline{) 125} \\ \underline{125} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 105 \overline{) 16} \\ \underline{16} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 135 \overline{) 16} \\ \underline{16} \\ 2101 \\ \underline{331} \\ 5616 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 624 \overline{) 14} \\ \underline{5616} \\ 225 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$\frac{1}{8} - \frac{6}{8} + 4 = 3 + \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$$

$$3 + \frac{1}{8} + \frac{1}{4}$$

$$1 - \frac{6}{8} = \frac{1}{4}$$

$$= \frac{1}{8} - \frac{3}{4} + 4 = \frac{1}{8} - \frac{6}{8} + \frac{32}{8} = \frac{27}{8}$$

$$\frac{1}{8} + \frac{2}{8} + \frac{29}{8} = \frac{32}{8}$$

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$$

$$= \frac{1}{8} + \frac{2}{8} + \frac{24}{8} =$$

$$\therefore \frac{27}{b} = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$$

$$2-3 = 1-6$$

$$t = 2x^2 - x + 3,5$$

1) $t = \frac{23}{2}$ $4,5 - 4,5 + 4$

2) $t = \frac{27}{8}$ $4,5 + 1,5 + 3$

$$2) \frac{27}{8} = 22 - 2 + 3,5$$

$$\frac{27}{4} = 4x^2 - 2x + 7$$

$$27 = 16x^2 - 8x + 28$$

$$16x^2 - 8x + 1 = 0$$

$$\frac{18}{18+14} = \frac{18}{32} = \frac{9}{16}$$

$2 - 1 + 3$

$2 + 3 + 4$

$$3 - 2 = 1 + 4$$

$$T_3 = 4x^2 - 2x + 1$$

$$\sqrt{2+3+4} - \sqrt{2-1+3} = 1+1$$

$$3 - 2 = 1 \text{ u}$$

$$4x^2 - 2x - 6 = 0$$

$$\sqrt{1 - \frac{3}{4}xy} = 1 - \frac{3}{8}xy - \frac{9}{64}x^2y^2 - \frac{27}{1024}x^3y^3 - \frac{27}{131072}x^6y^6 - \dots$$

$$= 1 - \frac{6}{8} + \frac{32}{8} =$$

$$= \sqrt{\frac{25}{8}} = \frac{5}{2\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{2+3+4} = 3$$

$$\sqrt{2-1+3} = 2$$

$$2x^2 - x - 3 = 0$$

$$D = 14 \cdot 24 = 5^2$$

$$a_1 = \frac{1+5}{4} = \frac{6}{4} = 1,5$$

$$x_2 = \frac{1-5}{4} = -1$$

$$D = 64 - 64 = 0$$

$$(4\lambda + 1)^2 = 0$$

$$4.2 = -1$$

$$x = -\frac{1}{4} = -0,25$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$3x + 2y = z$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}$$

$$a =$$

$$a + b = 11$$

$$b =$$

$$b + c = 16$$

$$c =$$

$$a + c = 38$$

$$9x^2 + 4y^2 + 12xy = z^2$$

$$3x^2 + 4y^2 > 6xy$$

$$a + b + c = 38$$

$$- 6x^2 - 8y^2 - 12xy$$

$$x^2 + y^2 \geq 2xy$$

$$25$$

$$c = 27$$

$$a = 11$$

$$-1(6x^2 + 8y^2 + 12xy)$$

$$3x^2 + 3y^2 \geq 6xy$$

$$a = 11$$

$$3 - \frac{14y - z^2}{x^2 - 6y^2}$$

$$10y^2 = 3 \cdot 34y^2 + \frac{11y^2}{3} =$$

$$x^2 < 6y^2$$

$$x^2 < 6y^2$$

$$= 11y^2 \sqrt{\frac{34}{3}}$$

$$14y^2 - z^2 < 0$$

$$14y^2 > z^2$$

$$10 = 3 \cdot 34 + 11 \sqrt{\frac{34}{3}}$$

$$14y^2 < z^2$$

$$10y^2 > 9x^2 + 12xy$$

$$a + b = 11$$

$$b + c = 16$$

$$a + c = 27$$

$$54y^2 > 9x^2 = z^2 - 4y^2 - 12xy$$

$$a + b + c = 57$$

$$54y^2 > z^2 - 12xy = z^2 + 16y^2 + 162z$$

$$c = 27$$

$$b = 4$$

$$7y^2 > x^2 + y^2 > 2xy = 3yz + xz$$

$$a = 7$$

$$14y^2 > z^2$$

$$3yx + 6y^2 + 3x^2 + 2xy = 2xy$$

$$14y^2 > 6yz + 2xz$$

$$4 \cdot 3xy + 6y^2 + 3x^2 = 0$$

$$14y^2 = z^2$$

$$14y^2 = z^2$$

$$10y^2 = 9x^2 + 12xy$$

$$12xy + 24y^2 + 12x^2 = 0$$

$$3x + 14y = z$$

$$3x + 14y = z$$

$$12xy + 34y^2 + 12x^2 = 9x^2 + 12xy$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}$$

$$3xz + 2z = 2xy$$

$$34y^2 = 3x^2$$

$$x = \sqrt{\frac{34y^2}{3}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

