



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 13



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{11}7^{11}$, bc делится на $3^{18}7^{16}$, ac делится на $3^{21}7^{38}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-3x+4}-\sqrt{2x^2+x+3}=1-4x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC=1$ и $BC=16$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .
5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$3x+2y=z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{3x^2-4y^2-z^2}{x^2-6y^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 1 час 15 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .
7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX=2\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD:DC$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1) Оценка: $a \leq 3^{11} \cdot 4^{11}$, $b \leq 3^{18} \cdot 4^{16}$, $a \leq 3^{23} \cdot 4^{38} \Rightarrow$

$a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 \leq 3^{(11+18+21)} \cdot 4^{(11+16+38)} = 3^{50} \cdot 4^{65}$ т.к. $(abc)^2$ - квадрат,

то $(abc)^2$: хотя бы $4^{66} \Rightarrow abc \leq 3^{25} \cdot 4^{33} \Rightarrow \min abc = 3^{25} \cdot 4^{33}$

Пример:

Осталось решить две системы

I $\begin{cases} x+y=11 \\ y+z=16 \\ x+z=21 \end{cases}$

и II $\begin{cases} x+y=11 \\ y+z=16 \\ x+z=38 \end{cases}$

решения I $x=4, y=7, z=9$

решения II: x

и вторая сист. $\begin{cases} x+y=11 \\ y+z=16 \\ x+z=38 \end{cases}$ по предположению

$\begin{cases} y+z=16 \\ x+z=38 \end{cases}$ к какому из значений прибавить 9 или

т.к. $2y+x+z=24 \Rightarrow y \leq 0$, а у нас x, y, z положительные степени 4. $\Rightarrow 2y+38=24+k \quad k \geq 11 \Rightarrow \min k=11$

$\Rightarrow x=22, y=0, z=16 \Rightarrow$ оценка $abc \leq 3^{25} \cdot 4^{38}$

$a=3^4 \cdot 4^{22}, b=3^4, c=3^{14} \cdot 4^{16} \Rightarrow$ такой минимум достигается.

Ответ: $\min(abc) = 3^{25} \cdot 4^{38}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2) $\left[\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2} \right]_{a,b \in \mathbb{N}}$ сокр. на m дробь $\Rightarrow a+b \equiv 0$ и $a^2-8ab+b^2 \equiv 0$
 $\Rightarrow a \equiv -b \Rightarrow a^2-8a \cdot (-a) + (-a)^2 \equiv 0 \Rightarrow 10a^2 \equiv 0$

$a^2 \not\equiv 0$ т.к. если ократно $m \Rightarrow \text{НОД}(a, b) \neq 1$

из усл. что $a \equiv -b \Rightarrow 10 \equiv 0 \Rightarrow \max(m) = 10$.

Пример: $a=14$ $b=13$, т.к. a^2 оканч. на 4 и b^2 оканч. на 9
 a з.а. b тоже оканч. на 3 то вся сумма: 10 $a+14+13=30$
10.

Ответ: $\max(m) = 10$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3) $\sqrt{2x^2-3x+4} - \sqrt{2x^2+x+3} = 1-4x$ *умножим на сопряженное.*

$$2x^2-3x+4 - 2x^2-x-3 = (1-4x)(\sqrt{2x^2-3x+4} + \sqrt{2x^2+x+3})$$

$$(1-4x) = (1-4x)(\sqrt{2x^2-3x+4} + \sqrt{2x^2+x+3}) \quad | : (1-4x)$$

$$1 = 2x^2-3x+4 + 2x^2+x+3 + 2\sqrt{(2x^2-3x+4)(2x^2+x+3)}$$

$$x = 2x^2+3 + \sqrt{(2x^2-3x+4)(2x^2+x+3)} \Rightarrow x > 0 \quad \text{т.к.}$$

$$2x^2 > 0 \quad 3 > 0 \quad \text{и} \quad \sqrt{\dots} > 0$$

$$\Rightarrow x \geq 2x^2+3 \quad \text{но} \quad 2x^2+3-x > 0 \quad \text{при} \quad \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$$

Ответ: нет таких x .

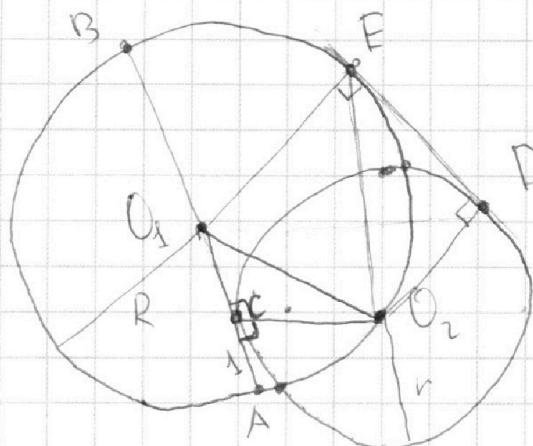
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$BC = 16 \quad CA = 1$$

$$D \Rightarrow R = \frac{16+1}{2} = 8,5$$

O_2C — высота $\triangle O_1O_2A$

$$\Rightarrow r^2 + (8,5-1)^2 = 8,5^2$$

$$r^2 = (8,5-8,5+1)(8,5+8,5-1) = 16 \quad r = 4 \quad R = 8,5$$

$$\text{т.к. } O_1E = O_1O_2 = R \quad \angle O_1EO_2 = 2 \Rightarrow \angle EO_2O_1 = 2$$

$$\text{т.к. } O_1E \perp ED \text{ и } O_2D \perp ED \Rightarrow O_1E \parallel O_2D \Rightarrow$$

$$\angle EO_2D = 2 \quad \text{запишем, что т. синусов. гл. в } \triangle EO_2D \text{ и}$$

$$\triangle O_1EO_2 \quad EO_2 = \frac{ED}{\sin 2} = \frac{r}{\cos 2} \quad \text{так как } \angle EO_1O_2 = 90-2 =$$

$$= 2(\angle O_2ED) \Rightarrow \frac{EO_2}{\sin 2} = \frac{R}{\sin 2} \Rightarrow \frac{R \cdot \sin 2}{\sin 2} = \frac{r}{\cos 2} \Rightarrow$$

↑
гипотенуза между хордой и кас.

$$R \cdot 2 \cdot \cos^2 2 = r$$

$$8,5 \cdot 2 \cdot \cos^2 2 = 4 \quad \cos^2 2 = \frac{4}{17} \quad \cos 2 = \frac{2}{\sqrt{17}}$$

$$\Rightarrow \sin 2 = \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{17}}$$

$$\frac{ED}{\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{17}}} = \frac{4}{\frac{2}{\sqrt{17}}} \quad ED = 2\sqrt{15}$$

$$\text{Ответ: } ED = 2\sqrt{15} = \sqrt{60}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

5) ~~$2x+2z=3x+2y$~~ $(3y+x)(3x+2y)=2xy$
 ~~$9xy+2xy+3x^2+6y^2=2xy$~~ $9xy+3x^2+6y^2=0$

$3(x+y)(x+2y)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=-y \\ x=-2y \end{cases}$

$$\frac{3x^2-4y^2-(3x+2y)^2}{x^2-6y^2} = \frac{3x^2-4y^2-9x^2-4y^2-6 \cdot 12xy}{x^2-6y^2} =$$
$$= \frac{-(6x^2+8y^2+12xy)}{x^2-6y^2}$$

Разберём два случая. $x=-y$ и $x=-2y$

I. $-\frac{(6y^2+8y^2+12y^2)}{-5y^2} = \frac{4}{5}$ II. $-\frac{(24y^2+8y^2-24y^2)}{4y^2} = 4$

Т.к. нам нужен max, то ответ: $y^2_{\max} = 4$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



S - путь

x - в велосипед. y - в мотоцикл.

найти: S - ?

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{S}{x} &= \frac{S}{y} + 2 \\ \frac{S}{x+6} &= \frac{S}{y+6} + \frac{5}{4} \end{aligned} \right.$$

$$\frac{S}{x} = \frac{S}{y} + 2$$

$$S \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right) = 2$$

$$S \left(\frac{y}{xy} - \frac{x}{xy} \right) = 2$$

$$\frac{S}{x+6} = \frac{S}{y+6} + \frac{5}{4}$$

$$\frac{2}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}} = \frac{96}{\frac{y}{x} - \frac{x}{y}} \Rightarrow 2xy = \frac{96xy}{x+y}$$

$$\Rightarrow x+y=48 \quad x=48-y \Rightarrow \frac{S}{54-y} = \frac{S}{y+6} + \frac{5}{4}$$

$$S(y+6-54+y) = 5(54-y)(y+6) \Rightarrow S = \frac{5(54-y)(y+6)}{4(2y-48)}$$

$$\Rightarrow \frac{5(54-y)(y+6)(y-42+y)}{(48-y)(2y-48)4 \cdot y} = 2 \quad (\text{в I перенесли S в одну сторону})$$

$$5(54-y)(y+6) = 8y(48-y)$$

$$240y - 5y^2 + 1620 = 384y - 8y^2$$

$$3y^2 - 144y + 1620 = 0 \quad y^2 - 48y + 540 = 0$$

$$y_1 = 30 \quad \text{если } y = 18 \text{ то } S < 0 \Rightarrow y = 30 \Rightarrow S = \frac{5 \cdot 24 \cdot 36}{18 \cdot 18} = 90 \text{ км}$$

$$y_2 = 18$$

Ответ: 90 км.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

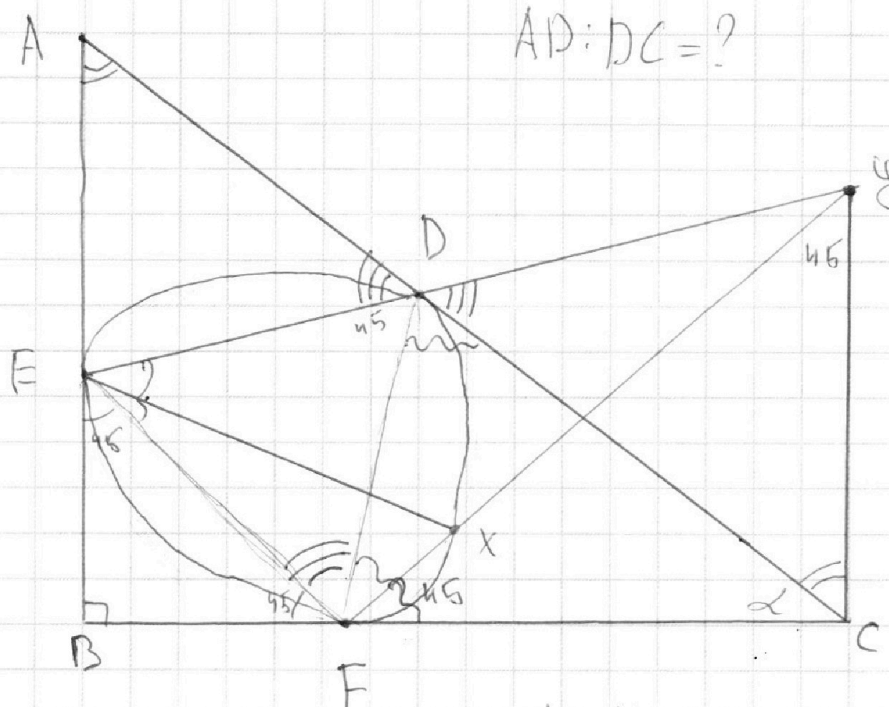
Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$AB \perp BC, BC \perp DC \Rightarrow AB \parallel DC$

$\angle BAC = \angle ACD$ по условию $EX = 2\sqrt{2} \cdot XF$

$\angle ADE = \angle EDC$ - вертикальные $\Rightarrow \triangle ADE \sim \triangle EDC$

$$\frac{AD}{DC} = \frac{ED}{DC} \quad \angle EDC = \angle EDC \cdot \angle EDC = \angle EDC \cdot \angle EDC$$

$$DC = \frac{ED \cdot XF}{EF} \quad \triangle EDC \sim \triangle EDC \text{ т.к.}$$

$\angle EDC$ - общ., а $\angle EDC$ и $\angle EDC$ - опираются на одну дугу. $\Rightarrow \frac{DF}{DC} = 2\sqrt{2}$

$$DF = 2\sqrt{2} \cdot DC \quad \text{доп. } \angle EDC = 45^\circ$$

$$\frac{AD}{DC} = \frac{AE}{FC} \quad \angle EDC = 45^\circ$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \frac{EB}{EF} = \frac{yc}{yF}$$

$$BE = \frac{yc \cdot EF}{yF}$$

$$\frac{AD + DC}{\sin \angle} = \frac{BE + AD}{\cos \angle}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} \times 13 \\ 4 \\ \hline \end{array}$$

13

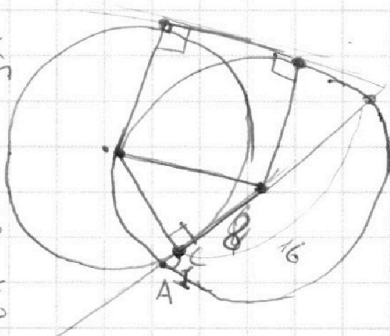
$$49 + 13 \cdot 169 -$$

$$8 \cdot 34 \cdot \frac{56}{3}$$

32

$$9 + 49 -$$

$$14^2 - 13^2$$



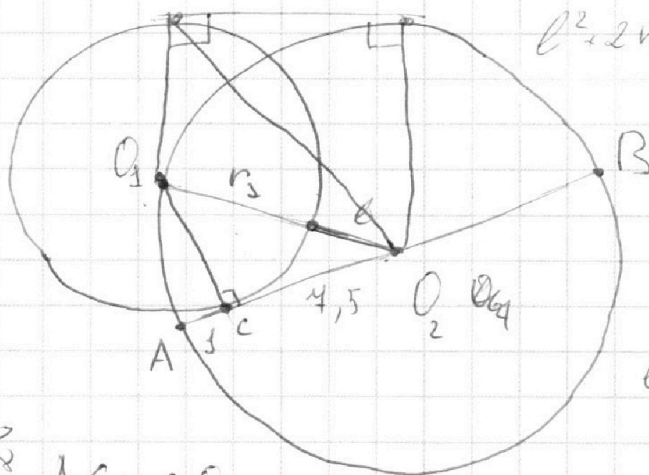
$$(4,5)^2 = 2r_1l + l^2 =$$

$$= 2r_1l + l^2$$

$$(r_1 + l)r_1 = (4,5)^2$$

$$(r_1 + l)^2 = r_1^2 + (4,5)^2$$

$$l^2 + 2r_1l = (4,5)^2$$



$$(-2x^2 + x + 1)(-2x^2 + x + 1) =$$

$$= 4x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 2x + 1$$

$$9(4x^4 - 4x^3 - 3x^2 + 2x + 1) = 36x^4 - 36x^3 - 27x^2 + 18x + 9$$

$$l(l + r_1) = r_1^2$$

$$32x^4 - 32x^3 - 32x^2 + 32x + 3 = 0$$

$$r_1^2 - 2r_1l + l^2 = 0$$

$$1 + x = 16 - x$$

$$2x = 15 \quad x = 4,5$$

$$(r_1 - l)(r_1 + l)$$

$$3(-2x^2 + x + 1)$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$1 - 4x$$

$$2x^2 - 3x + 4 - 2x^2 - x - 43$$

$$-4x + 1$$

$$\cancel{1 - 4x}^1 = (1 - 4x) \left(\sqrt{2x^2 - 3x + 4} + \sqrt{2x^2 + x + 3} \right)$$

$$1 = 2x^2 - 3x + 4 + 2x^2 + x + 8 + 2\sqrt{(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3)}$$

$$2x = 2x^2 + 4 + 4x^2 + 8 + 2\sqrt{\dots}$$

$$x > 0$$

$$x > 2x^2 + 3$$

$$0 > 2x^2 - x + 3$$

$$(x^2 - 1)^2 + x^2 + 2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



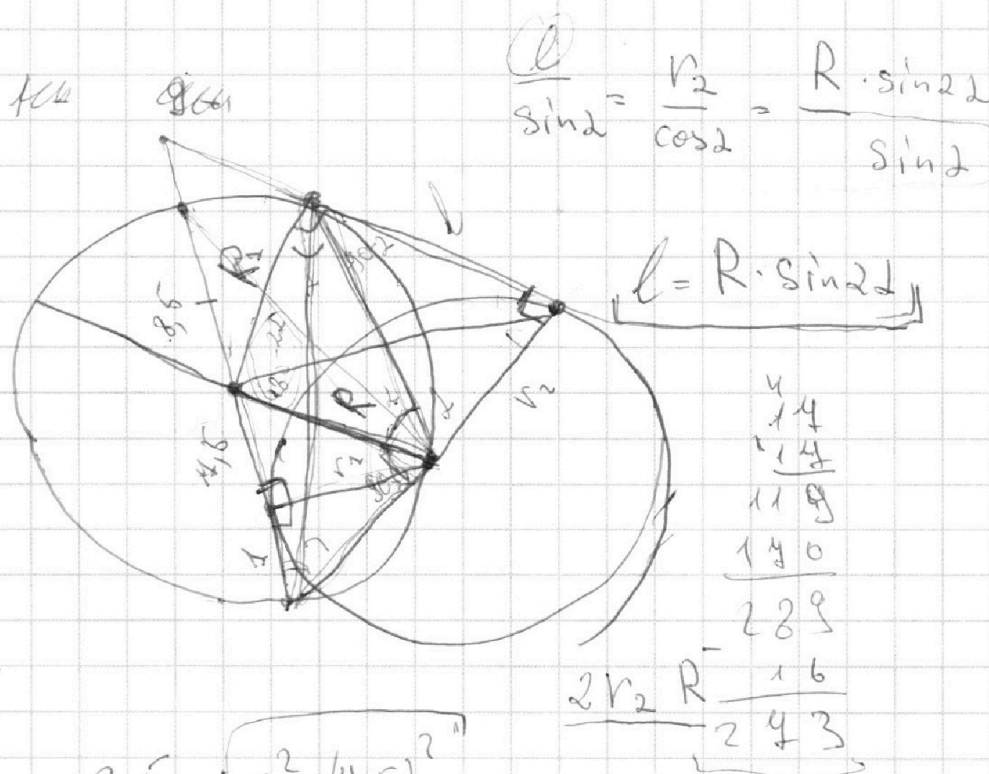
$$2x^2 - 3x + 4 = (2x - 2)(x - 2) + 3x$$

$$(2x^2 + x + 3) = (2x + 3)(x + 1)$$

$$1 + 16x^2 - 8x = 4x^2 - 2x + 4 - 2\sqrt{\quad}$$

$$2\sqrt{\quad} = -12x^2 + 6x + 6$$

$$\sqrt{\quad} = -6x^2 + 3x + 3 \quad (9) + 36 \cdot 4$$



$$\frac{l}{\sin 2} = \frac{R_2}{\cos 2} = \frac{R \cdot \sin 2}{\sin 2}$$

$$l = R \cdot \sin 2$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 14 \\ 14 \\ 119 \\ 140 \\ 289 \\ 2r_2 R \quad 16 \\ \hline 243 \end{array}$$

$$\frac{8,5}{\cos 2} = \frac{(r_1^2 + (4,5)^2)^{1/2}}{\cos 2}$$

$$\frac{4}{\cos 2} = 8,5 \cdot 2 \cos 2$$

$$\frac{4}{8,5} \cdot \frac{2}{14} = \cos 2 \quad 243$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$11 + 18 + 21 = 50$$

$$11 + 16 + 38 = 65$$

$$a = 3^{11}$$

$$1234564$$

$$a^2 b^2 c^2 = 3^{50} \cdot 4^{65}$$

$$a^2 b^2 c^2 = 3^{32} \cdot 4^{49}$$

$$abc = 3^{25} \cdot 4^{33}$$

$$\frac{abc}{a} = c$$

$$a + b = 11$$

$$a + b = 11$$

$$a = 11 - b$$

$$b + c = 12$$

$$c + a = 21$$

$$a + b = 11$$

$$c + 11 - b = 21 \quad c - b = 10$$

$$b + c$$

$$2c = 28$$

$$c = 14$$

$$a = 4$$

$$b = 4$$

$$\text{НОД}(a, b) = 1$$

$$a(a-b)(b-c)$$

$$\frac{a+b}{(a-b)^2 - 6ab}$$

$$10$$

$$8 \cdot 25$$

$$m = 10$$

$$25$$

$$a + b : m$$

$$a \equiv -b$$

$$a^2 \equiv 0$$

$$a^2 - 2ab + b^2 : m$$

$$10 a^2 \equiv 0$$

$$50 -$$

$$2a^2 + 8a^2 \equiv 0$$

$$2a^2(1+4) \equiv 0$$

$$50 - 200$$

$$49 + 9 =$$

$$8 - 9 \cdot 3$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 24 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$$

$$10$$

$$40$$

$$\begin{array}{r} 2186 \\ - 53 \\ \hline \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} + 4x = 1 + \sqrt{2x^2 + x + 3}$$

$$2x^2 - 3x + 4 + 16x^2 + 8x\sqrt{2x^2 - 3x + 4}$$

$$t = 2x^2 - 3x + 4$$

$$\sqrt{t} = \sqrt{t + 4x - 1} \quad x^2 - 6y^2$$

$$(1 - 4x)$$

$$3x + 2y = x$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}$$

$$-2(3x^2 + 4y^2 + 3xy) -$$

$$1,25 (x+y)(3x+4y)$$

$$\frac{3y+x}{xy} = \frac{2}{3x+2y}$$

$$3 \frac{3y(3x+2y) + x(3x+2y)}{2} = 2xy$$

$$(2y+x)(x+y)$$

$$9xy + 2xy + 3x^2 + 6y^2 = 3(11xy + 3x^2 + 6y^2)$$

$$3xy = \frac{(3x+2y)(3y+4x)}{2} \quad 3(3xy + 6y^2 + x^2) = 0$$

$$24xy + 9xy + 6y^2 + 3x^2 + 2xy = 2xy \quad 3xy + 2y^2 + x^2 \Big|_{x+y}$$

$$9xy + 6y^2 + 3x^2 = 0$$

$$y \cdot (x+y)(x+2y) =$$

$$3(x+y)(x+2y) = 0$$

$$= x^2 + 2xy$$

$$x = 11 - y$$

$$2z = 44$$

$$z - y = 28$$

$$11 - y + z = 39$$

$$z =$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$(54-y)(y+6) = (54y - y^2 + 324 - 6y) \cdot 5$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 54 \\ \hline 108 \\ \times 42 \\ \hline 216 \\ \hline 1620 \\ \hline 2304 \end{array}$$

$$\frac{2 \cdot 4xy}{y-x} =$$

$$\frac{y}{x} - \frac{x}{y} \quad 240y - 5y^2 + 1620 - 30y =$$

$$\frac{xy}{y^2 - x^2} = 384y - 2y^2$$

$$30+24 \quad \frac{144 \pm 12}{2}$$

$$2xy = \frac{96xy}{(x+y)}$$

$$2x+2y=96$$

$$x=48-y$$

$$114y - 3y^2 + 1620 = 0$$

$$\frac{S}{54-y} = \frac{S}{y+6} + \frac{5}{4}$$

$$y^2 - 38y - 540 = 0 \quad \begin{array}{l} 24 \pm 6 \\ 30 \end{array}$$

$$S(y+6)4 = S(54-y)4 + 5(54-y)(y+6)$$

$$4S(y+6-54+y) = 5(54-y)(y+6)$$

$$4S(2y-48) = 5(54-y)(y+6)$$

$$S = \frac{5(54-y)(y+6)}{4(2y-48)}$$

$$5(54-y)(y+6) = 8y(48-y)$$

$$\frac{5(54-y)(y+6)}{(48-y)(2y-48)4} = \frac{5(54-y)(y+6)}{4y(2y-48)} + 2$$

$$\frac{5(54-y)(y+6)(y-48+y)}{(48-y)(2y-48)4 \cdot y} = 2$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 32 \\ \hline 64 \\ \times 32 \\ \hline 2160 \\ \hline 3604 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



S

v_1

v_2

$$\frac{S}{v_1} = \frac{S}{v_2} + 2$$

~~4,5~~

$$\frac{v_2(0,45v_2 + 4,5)}{4,5v_2 + 4,5} +$$

$$\frac{S}{v_1} \cdot v_2 = \frac{S}{v_2} \cdot v_1 + 96$$

$$S \left(\frac{v_2}{v_1} - \frac{v_1}{v_2} \right) = 96$$

$$\frac{S}{v_1 + 6} = \frac{S}{v_2 + 6} + 1,25$$

$$S \left(\frac{1}{v_1 + 6} - \frac{1}{v_2 + 6} \right) = 1,25$$

$$S \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right) = 2$$

$$\begin{array}{r} 5 \quad 9 \\ \hline 36 \end{array}$$

$$\frac{1,25(v_1 + 6)(v_2 + 6)}{v_2 - v_1} = \frac{2v_1v_2}{v_2 - v_1}$$

4,5

$$1,25v_1(v_1 + 6)(v_2 + 6) = (v_1v_2 + 6v_2 + 6v_1 + 36)1,25$$

$$= 2v_1v_2 \quad 4,5v_2 + 4,5v_1 + 4,5 = 0,45v_1v_2$$

$$4,5v_2 + 4,5 = v_1(0,45v_2 - 4,5)$$

$$v_1 = \frac{4,5v_2 + 4,5}{0,45v_2 - 4,5}$$