



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



9 КЛАСС. Вариант 14

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{14}7^{13}$, bc делится на $3^{19}7^{17}$, ac делится на $3^{23}7^{42}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 9ab + b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x.$$

- [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC = 1$ и $BC = 25$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .
- [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$5x - y = 3z \quad \text{и} \quad \frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z}.$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения $\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2}$.

- [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 1 час раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклистику на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 49 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 7 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 36 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .
- [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX = \sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD : DC$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$abc : 3 \begin{matrix} 14 \\ 7 \end{matrix} \begin{matrix} 13 \\ \cdot 7 \end{matrix}$$

$$bc : 3 \begin{matrix} 19 \\ 7 \end{matrix} \begin{matrix} 17 \\ \cdot 7 \end{matrix}$$

$$ac : 3 \begin{matrix} 23 \\ 7 \end{matrix} \begin{matrix} 42 \\ \cdot 7 \end{matrix}$$

$$abc : ac (=) abc : 3 \begin{matrix} 23 \\ \cdot 7 \end{matrix} \begin{matrix} 42 \\ \rightarrow \end{matrix} abc \begin{matrix} 23 \\ > 3 \end{matrix} \begin{matrix} 42 \\ \cdot 7 \end{matrix} \Rightarrow abc : 7 \begin{matrix} 42 \\ \leftarrow \end{matrix}$$

$$abc \cdot bc - ac : 3 \cdot 7 - 3 \cdot 7 - 3 \cdot 7$$

$$a^2 b^2 c^2 : 3 \cdot 7 \rightarrow abc : 3 \cdot 7 \text{ максимум : 7 } = 1$$

$$\begin{matrix} \cancel{a} \cdot \cancel{b} \cdot \cancel{c} \\ \cancel{a} \cdot \cancel{b} \cdot \cancel{c} \\ \cancel{a} \cdot \cancel{b} \cdot \cancel{c} \end{matrix} \begin{matrix} 18 \\ 16 \cdot 14 \\ 14 \end{matrix} \begin{matrix} 9 \\ 9 \\ 14 \end{matrix} \begin{matrix} 5 \\ 5 \\ 5 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow abc : 3 \cdot 7 \Rightarrow abc > 3^{28} \cdot 7^{42}$$

Минимум

$$abc = 3^{28} \cdot 7^{42}$$

$$\begin{matrix} a : 7 \\ a : 7 \\ a : 7 \end{matrix} \begin{matrix} 13 \\ 29 \\ 29 \end{matrix} \begin{matrix} 29+13=42 \\ abc : 7^{42} \end{matrix}$$

$$6 : 7$$

$$\text{Ответ: } abc = 3^{28} \cdot 7^{42}$$



На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО ОДНУ** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\underline{a+b}$$

можем сократить на $m \Rightarrow a+b : m \Rightarrow a \leq -b$

$$a^2 - 9ab + b^2$$

$$a^2 - 9ab + b^2 : m$$

$$(a, b) = 1$$

$$a+b : m$$

таки $a : m$, то $b : m = 1$

$$\begin{array}{r} 25+36-9 \cdot 30 \\ 270 \quad -2530 \\ \hline = 219 \end{array}$$

$$a^2 - 9ab + b^2 : m$$

$a+b : m$ ~~не так~~

$$a^2 - 9ab + b^2 \geq a^2 + 9ab + b^2 \geq 11a^2 \geq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \max m = 11$$

$$\text{пример } a=10 \ b=1$$

$$\frac{10+1}{10-90+1} = \frac{11}{11} : 11$$

ответ: 11

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

072021 №5

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x$$

усл
x < 0

$$3x^2 - 5x + 6 = 0$$

$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 72}}{6}$

нек корней

нек корней

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} = \sqrt{3x^2 + x + 1} + 5 - 6x$$

$$\sqrt{3x^2 + x + 1} + 5 - 6x \geq 0$$

$$\sqrt{3x^2 + x + 1} \geq 6x - 5$$

$$3x^2 + x + 1 \geq (6x - 5)^2$$

$$3x^2 + x + 1 = y$$

$$3x^2 - 5x + 6 = 3x^2 + x + 1 + 5 - 6x$$

$$5 - 6x = z$$

$$\sqrt{y+z} - \sqrt{y} = z$$

$$3x^2 - 5x + 6$$

$$3x^2 + x + 1$$

$$x = \frac{5}{6}$$

$$\frac{3 \cdot 25}{36} - \frac{25}{6} + 6 = 3 \cdot \frac{25}{36} + \frac{5}{6} + 1$$

$$\text{если } x > \frac{5}{6} \text{ то } \sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x < 0$$

$$\text{если } x > \frac{5}{6} \text{ то } \sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + x + 1} > 5 - 6x > 0$$

$$\text{если } z = 0 \text{ то } x = \frac{5}{6} \neq 0 \Rightarrow z \leq 1 \Rightarrow x \leq \frac{3}{2}$$

$$\sqrt{y+z} - \sqrt{y} = z \Rightarrow y+z = z^2 + y + 2\sqrt{y} \Rightarrow z^2 - 2z + 2\sqrt{y} = 0 \Rightarrow 2\sqrt{y} = 2(z-1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4y = 4z^2 - 4z \Rightarrow 4(3x^2 + x + 1) = 4(z^2 + 2z + 1) \Rightarrow 12x^2 + 4x + 4 = 4z^2 + 8z + 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 12x^2 - 52x + 12 = 0 \Rightarrow 6x^2 - 13x + 3 = 0 \Rightarrow (6x-1)(x-3) \leq 0,$$

$$\text{отвем: } \frac{5}{6}, \frac{13 - \sqrt{97}}{12}$$

$$\frac{13 - \sqrt{169 - 72}}{12}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

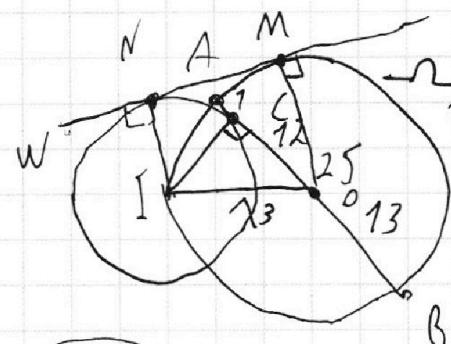


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

К-т. перпендикуляр из
точки M

Г - центр и
Н - т. кас W

о - центр Γ \sim МА-т. кас



$$AC = 1 \quad \text{и} \quad CB = 25$$

$$26 = AC + CB = AO + OB = 2AO \Rightarrow$$

$$AO = OB$$

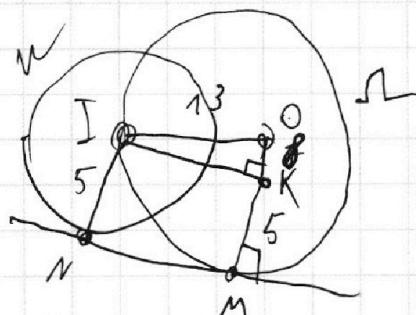
наг. \square
 $\Rightarrow AO = OB = 13 = OI$

$$AO = 13 \quad AC = 1 \Rightarrow CO = 12$$

OI - $\frac{OC}{OI}$ \Rightarrow
 ΔOIC - прямоугл.

$$IO = 13 \Rightarrow IC = 5$$

$$OC = 12$$



$$IN = 5 \quad OC = 13$$

$$\Rightarrow OK = 8$$

$$OK \perp$$

прямоуг.

$$\left. \begin{array}{l} IK = \sqrt{169 - 64} \\ MN \end{array} \right\} \Rightarrow IK = \sqrt{105}$$

$$\sqrt{169 - 64} = \sqrt{105}$$

ответ: $MN = \sqrt{95} \times \sqrt{105}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5x - y = 3z$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{2} \Rightarrow \frac{15y}{2yz} - \frac{x}{xy} + \frac{8z}{xz}$$

$$25x^2 - y^2 - z^2 + 6z^2 + 6z^2$$

или $z < 0$ и

$$18z + 6y > 0$$

$$\frac{8}{x} = \frac{15y - z}{yz} > 0 \Rightarrow x < 0$$

$$5x - 3z + y > 0$$

??

или $z < 0$ и mo

$$(8z + 6y) < 0$$

или $(8z + 6y) < 0$ и mo

$$z < 0 >$$

$$\Rightarrow z(8z + 6y) > 0$$

$$25x^2 - y^2 - z^2 + 6z^2$$

$$\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{8z^2 + 6yz}{y^2 + 3z^2} = \frac{25x^2 - y^2 - z^2}{25x^2 - 6z^2 - 6z^2} = \frac{z \cdot (8z + 6y)}{x^2 + 3z^2} > 0 \Rightarrow 5x - 3z + y > 0$$

$$5x - y = 3z \quad \frac{5}{yz} - \frac{1}{xz} = \frac{3}{x^2} \Rightarrow \frac{5}{yz} = \frac{3}{xy} + \frac{1}{xz}$$

$$y \cdot 3 \left(\frac{3}{xy} + \frac{1}{xz} \right) > \frac{x}{xy} + \frac{8z}{xz}$$

или $(8z + 6y) < 0$ и mo

$$z < 0 >$$

$$\Rightarrow z(8z + 6y) > 0$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z} \quad x = \frac{3z + t}{5}$$

$$8xz \neq xy = 15xy$$

$$40xz + 3z^2 + y^2 = 45zy + 15y^2$$

$$3z^2 - 4yz + 15y^2 = 0 \Rightarrow 3z^2 - 4yz + 15y^2 = 0$$

$$y^2 - 6yz - 5z^2 = 0 \quad 15y^2 - 40yz - 65z^2 = 0$$

$$68z^2 + 86yz = 0$$

$$5x = \frac{5}{3}z$$

$$z = 3x$$

$$y = -4x$$

$$8z^2 + 6yz = 0$$

$$z \cdot (8z + 6y) = 0$$

$$8z + 6y = 0$$

$$y = -\frac{4}{3}z$$

$$\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} = p \Rightarrow 25x^2 - y^2 - z^2 = p \cdot (y^2 + 3z^2)$$

$$8z^2 + 6yz = p \cdot (y^2 + 3z^2)$$

$$x = 1 \quad z = 3 \quad y = -4$$

Ответ: 0

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

8 - велос. ехал $x+1$ ч

користь v_8

11 - потр. ехал x ч

користь v_{11}

{ $\frac{1}{2} \cdot 4 = 2$ - путь

$$(x+1) \cdot v_8 = 5$$

$$x \cdot v_{11} = 5$$

$$1 \cdot (v_{11} - v_8) = 49 \text{ км}$$

$$(x+1) \cdot v_{11} = x \cdot v_8 + 49 \text{ км} \Rightarrow x v_{11} + v_{11} = 5 - v_8 \cdot 1 + 49 \text{ км} \quad v_{11} - v_8 = 49 \text{ км}$$

$$v_{11} = 49 + v_8$$

время при ук. $v_{11} = 49 + v_8$ $t = 1$ ч

$$(v_8 + 7) \cdot t = 5$$

$$(v_8 + 7) \cdot (t = 1) = 5$$

$$\begin{aligned} 39 \text{ мин} &= \frac{39}{60} \text{ ч} = \\ &\cancel{\cancel{39}} \cancel{\cancel{60}} \cancel{\cancel{4}} = \\ &\cancel{\cancel{13}} \cancel{\cancel{20}} \cancel{\cancel{4}} = \\ &= 0,65 \text{ ч} \end{aligned}$$

$$(x+1) \cdot (v_8 = 5) \Rightarrow v_8 \cdot x + v_8 = v_8 \cdot x + 49 \cdot x \Rightarrow v_8 = \frac{49 \cdot x}{1}$$

$$x \cdot (v_8 + 49) = 5$$

$$(x+1) \cdot 49x = 5$$

$$(v_8 + 7) \cdot t = 5$$

$$x \cdot (49x + 49) = 5$$

$$\begin{aligned} 38 &= \cancel{\cancel{38}} \cancel{\cancel{4}} = \\ &\cancel{\cancel{36}} \cancel{\cancel{6}} = \\ &= 0,6 \text{ ч} \end{aligned}$$

$$(v_8 + 56) \cdot (t = 1) = 5$$

$$(49x + 7) \cdot t = 5$$

$$(49x + 56) \cdot (t = 1) = 5$$

$$\begin{aligned} 2) \quad 49x + 7t &= 49x + 49x \cdot \frac{13}{20} + 56t - 56 \cdot \frac{13}{20} \\ 56 \cdot \frac{13}{20} - 49t &= 49x \cdot \frac{13}{20} = 58 \cdot \frac{13}{20} - 7t - 7x \cdot \frac{13}{20} \\ 49x \cdot t + 7t &= 49x \cdot t + 49 \cdot 0,6x + 56t - 56 \cdot 0,6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 56 \cdot 0,6 - 49t &= 49 \cdot 0,6x \\ 8 \cdot 0,6 - 7t &= 7 \cdot 0,6x \Rightarrow t = \frac{48}{70} + \frac{6}{10}x \end{aligned}$$

$$(x+1) \cdot 49x = (49x + 7) \cdot \left(\frac{48}{70} + \frac{6}{10}x \right)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+1) \cdot 49x = (49x+7) \cdot \left(\frac{48}{70} + \frac{6}{10}x\right)$$
$$(x+1) \cdot 49x = 5$$
$$49x^2 + 49x = \frac{49 \cdot 48}{70} \cdot x + \frac{48}{10} + \frac{49 \cdot 6x^2}{10} + \frac{42}{10} \cdot x$$
$$\cancel{x^2} \left(\frac{392}{5} \right) + x \left(49 - \frac{7 \cdot 24}{5} + \frac{27}{5} \right) - \frac{48}{10} = 0$$
$$x^2 \cdot 392 + x \cdot (49 - 16.8 - 5.4) - 4.8 = 0$$
$$x^2 \cdot 196 + x \cdot 49 - 12 = 0$$

должен быть член, так как $x > 0$

$$-49 \pm \sqrt{49^2 + 48 \cdot 4} = -1 + \sqrt{49 + 192}$$
$$x = \frac{-1 + \sqrt{241}}{8}$$
$$295 - 189 = 56$$

$$x^2 \cdot \left(49 - \frac{49 \cdot 3}{5}\right) + x \cdot \left(49 - \frac{4 \cdot 7 \cdot 24}{5} - \frac{21}{5}\right) - \frac{48}{10} = 0$$

$$x^2 \cdot 98 + x \cdot (295 - 168 - 21) - 12 = 0$$

$$x^2 \cdot 98 + x \cdot (561 - 24) = 0$$

$$x^2 \cdot 49 + x \cdot 28 - 12 = 0$$

должен быть член, так как $x > 0$

$$x = \frac{-28 + \sqrt{7^2 \cdot 4^2 + 7^2 \cdot 4 \cdot 3}}{7^2 \cdot 2} = \frac{-28 + 2 \cdot \sqrt{49}}{7^2 \cdot 2} = \frac{2}{7^2} = \frac{2}{49}$$

$$S = \left(\frac{2}{7} + 1\right) \cdot \frac{2}{7} \cdot 49 = 19 + 4 = 18 \text{ км}$$

ответ: $S = 18 \text{ км}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

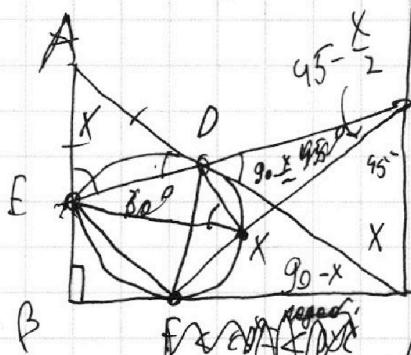
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \cancel{EX} &= \cancel{XY} \\ 8.45^\circ &\cancel{\sin XEX} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \angle AED &= 90 - \frac{x}{2} \\ \angle EFB_2 &= \angle BFB = 45^\circ \\ \angle EFD &= 45 + \frac{x}{2} \end{aligned} \Rightarrow \angle EDF = 45^\circ$$



$$\cancel{XY} = \cancel{EX} \quad \sqrt{2} \cancel{XY} = EX$$

$$\cancel{\sin 45^\circ} = \cancel{\sin XEX} \quad \sqrt{2} \cdot XY = EX$$

$$\begin{aligned} \angle AED &= 90 - \frac{x}{2} \quad \cancel{\sin XEX} = \cancel{\sin 45^\circ} = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \angle ADE &= 90^\circ - x \\ \angle EAD &= \angle DCY \\ \Rightarrow \triangle AED &\sim \triangle DCY \\ \Rightarrow \frac{AD}{DC} &= \frac{ED}{DY} \end{aligned}$$

$$\angle EYX = 30^\circ \quad \Rightarrow \angle DCY - x =$$

$$= \angle EAQ \quad \Rightarrow \angle AAE = x \quad \Rightarrow \angle ACE = 90 - x$$

$$\angle EYX = 30^\circ \quad \Rightarrow \angle DCY - x =$$

$$= \angle EAQ \quad \Rightarrow \angle AAE = x \quad \Rightarrow \angle ACE = 90 - x$$

$$\begin{aligned} \cancel{EX} &= \cancel{XY} \quad \cancel{DCY} < \cancel{CY} \\ \angle EFC &= \angle DCY \quad \Rightarrow \angle YFC = 45^\circ \Rightarrow \angle EFY = 90^\circ \\ \angle BCY &= 90^\circ \quad \Rightarrow \angle BEF = 45^\circ \end{aligned}$$

$$\angle EXD = \angle EFD = 90 - \frac{x}{2}$$

$$\begin{aligned} \angle EDF &= \angle FXE = 95^\circ \quad \angle YXD = 45 + \frac{x}{2} \\ \angle AAE &= \angle XDC = 90 - \frac{x}{2} \quad \left. \begin{array}{l} \angle FYC = 45^\circ \\ \angle PCY = x \end{array} \right\} \Rightarrow \angle XFD = 45 - \frac{x}{2} \quad \Rightarrow \angle XDY = 90^\circ \end{aligned}$$

$$EX^2 = ED^2 + XD^2 \quad XY^2 = ED^2 + DY^2$$

$$2XY^2 = ED^2 + XD^2 \quad XY^2 = ED^2 + DY^2$$

$$DX = \sqrt{ED \cdot DY}$$

$$ED^2 = XD^2 + 2DY^2$$

$$\frac{ED^2}{DY^2} = \frac{XD^2}{DY^2} + 2 = \frac{1}{z^2} \quad z^2 = 4L^2 \quad z = 2L \quad z^2 - 2z - 2 = 0 \quad z = 2 = 1$$

$$\Rightarrow \frac{ED}{DY} = 2 = \frac{AD}{DC}$$

$$\text{Ответ: } \frac{AD}{DC} = 2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{y^2}{x+3z} = 5x - y = 3z$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z}$$

$$5x = 3z + y \quad 25x^2 z = 9z^2 + y^2 z^2 + yz^2$$

$$25x^2 = (3z+y)^2$$

$$\geq 25x^2 \geq 3z^2 + y^2$$

$$\Rightarrow 8yz + xz = 15xy \Rightarrow 8yz + \frac{(3z+y) \cdot z}{5} = 3 \cdot (3z+y) \cdot y \Rightarrow$$

✓ $\underline{25x^2 - y^2 - z^2}$ все в квадрате помножить на $x, y, z > 0$

$$\frac{y^2 + 3z^2}{11}$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{15}{z}$$

$$\frac{9z^2 + 6z + y^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{8z^2 + 6zy}{y^2 + 3z^2} \quad 8yz + xz = 15xy$$

~~$$6yz = \frac{3}{4}xz + \frac{45}{4}xy$$~~

$$2) 40xz + \frac{(3z+y) \cdot z}{5} = 8 \cdot (3z+y) \cdot y$$

$$40xz + 3z^2 y^2 = 9z^2 xy + y^2$$

~~$$32xz = 3y^2 - 3z^2$$~~

$$32^2 - 81y^2 = 4y^2 \Rightarrow 67y^2 = \frac{9}{2}z^2 - \frac{45}{2}y^2$$

~~$$32 = 3z^2 - 3y^2$$~~

~~$$8z^2 + \frac{9}{2}z^2 + \frac{45}{2}y^2 = 27z^2 + 45y^2$$~~

$$\Rightarrow \frac{8z^2 + \frac{9}{2}z^2 - \frac{45}{2}y^2}{y^2 + 3z^2} = 1 \quad \frac{27z^2 - 45y^2}{27z^2 + 45y^2}$$

2; 1; 3

$$100 - 79 = 21 \quad 4 + 7 = 11$$

$$\frac{21}{28} > \frac{90}{28} = \frac{95}{24}$$

~~(8z^2)~~ ~~45y^2~~ ~~20~~

$$25x^2 - y^2 - z^2 = 4y^2$$

$$25x^2 = 4y^2 + 4z^2 \quad 5z^2 = 0$$

~~$$68z^2 = 3xz^2 \quad 40yz + 3z^2 + y^2$$~~

~~$$y^2 - 6y^2 - 3z^2 + 4z^2 = 0$$~~

$$3z^2 - 15y^2 = 4z^2$$

$$y^2 - 6y^2 - 5z^2 = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!