



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 9 КЛАСС. Вариант 13

- [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $3^{11}7^{11}$ ,  $bc$  делится на  $3^{18}7^{16}$ ,  $ac$  делится на  $3^{21}7^{38}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
- [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 8ab + b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x.$$

- [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , диаметр  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC = 1$  и  $BC = 16$ . Найдите длину общей касательной к окружностям  $\omega$  и  $\Omega$ .
- [4 балла] Ненулевые действительные числа  $x, y, z$  удовлетворяют равенствам

$$3x + 2y = z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения  $\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2}$ .

- [5 баллов] Из пункта  $A$  в пункт  $B$  выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт  $B$  на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклистику на дорогу от  $A$  к  $B$ , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в  $B$  на 1 час 15 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между  $A$  и  $B$ .
- [6 баллов] Вписанная окружность  $\omega$  прямоугольного треугольника  $ABC$  с прямым углом  $B$  касается его сторон  $CA, AB, BC$  в точках  $D, E, F$  соответственно. Луч  $ED$  пересекает прямую, перпендикулярную  $BC$ , проходящую через вершину  $C$ , в точке  $Y$ ;  $X$  – вторая точка пересечения прямой  $FY$  с окружностью  $\omega$ . Известно, что  $EX = 2\sqrt{2}XY$ . Найдите отношение  $AD : DC$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab \cdot bc \cdot ac = \text{найдено}$$

$$xyz \in \mathbb{N}$$

$$ab = x^{21} \cdot y^{11}$$

$$bc = y^{18} \cdot z^{10}$$

$$ac = z^{21} \cdot x^{38}$$

$$abc \cdot abc = a^2 b^2 c^2 = x^{50} \cdot y^{65} \cdot z^{50}$$

Т.к.  $abc$  - натуральное число то их произведение тоже

$$\Rightarrow abc = \sqrt{x^{50} \cdot y^{65} \cdot z^{50}} = x^{25} \cdot y^{32} \cdot z^{25}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^{50} \cdot y^{65} \cdot z^{50}} = x^{25} \cdot y^{32} \cdot z^{25} \text{ - натуральное}$$

Т.к.  $x, y, z$  - натуральные  
числа

числа  $x, y, z$  должны быть одинаковы

произведение  $\Rightarrow x, y, z$  - минимальное

$$\Rightarrow abc = 3^{25} \cdot 4^{32} \cdot 5^{25}$$

$$\text{Ответ: } \min abc = 3^{25} \cdot 4^{32} \cdot 5^{25}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

но услов  $\frac{a}{b}$  - несократ  $\Rightarrow \text{НОК}(a,b) = ab$

$$\frac{a+b}{a^2-ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-10ab} \xrightarrow{m} (a+b) \equiv (a+b)^2 \pmod{m}$$

тогда  $a \equiv ab \pmod{m}$

$$10ab \equiv a+b \pmod{m}$$

но т.к.  $\text{НОК}(a,b) = ab$

$\Rightarrow$  максимальное  $m = 10$

$\hookrightarrow$  если  $(a+b) \mid 10 \Rightarrow$

$$a \equiv b \pmod{10}$$

т.д

Отвем. max  $m = 10$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1)  $2x^2 - 3x + 4 = a$

$$D = 9 - 4 \cdot 4 \cdot 2 < 0 \Rightarrow a \geq 0$$

2)  $2x^2 + 2x + 3 = b$

$$D = 1 - 4 \cdot 2 \cdot 3 < 0 \Rightarrow b \geq 0$$

тогда заменим уравн.  $\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = 1$$

$$\sqrt{a} = 1 - \sqrt{b}$$

$$a = 1 - 2\sqrt{b} + b$$

$$2\sqrt{b} = 1 + b - a$$

$$2\sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 + 4x - 1$$

$$2\sqrt{2x^2 + x + 3} = 4x$$

$$x \geq 0$$

$$2 - 3 = 1 - 6$$

проверка:

$$\sqrt{2 \cdot \frac{9}{4} - 3 \cdot \frac{3}{2} + 4} - \sqrt{2 \cdot \frac{9}{4} + \frac{3}{2} + 3} = 1 - 2 \cdot 3$$

$$\sqrt{\left(\frac{9}{2} - \frac{9}{2}\right) + 4} - \sqrt{\frac{9}{2} + \frac{3}{2} + 3} = 1 - 6$$

$$2x^2 + x + 3 = 4x^2$$

$$-1 \neq -5$$

$$2x^2 - x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1,5 - \text{(кор.)}$$

$$D = 1 + 4 \cdot 3 \cdot 2 = 25 = 5^2$$

$$x_{1,2} = \frac{1+5}{4} = 1,5$$

$$x_2 = \frac{1-5}{4} = -1 \text{ (кор. кор.)}$$

→ Ответ: решения нет.

- |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Решение

- 1)  $A'$  - центр мал. окр
- 2) ~~пробегут ток~~

задача

Ч. 1. В. АВ - диаметр

$$\Rightarrow A'C + B'C = 14 \Leftrightarrow AO = OB = R = 7,5$$

$$\Rightarrow OA' = 7,5; OC = 7,5;$$

3) по Т. Пифагора  $A'C = 4 \Rightarrow A'E = 4$

4) ~~пробегут~~ через о прямую и  $DE \perp EE' \Rightarrow \angle EEE' = 90^\circ$   
 $\angle DDE' = 90^\circ$

Ч. 2. Продолжаем вдоль диаметра  $\perp \Rightarrow OE'ED$  - ~~треугольник~~

~~треугольник~~  $\Rightarrow OE' = ED$ ,  $OB = EE'$

5) по Т. Пифагора  $OA'^2 = A'E'^2 + E'O^2$

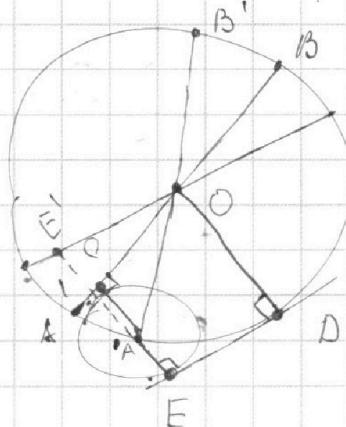
$$7,5^2 - (8,5 - 4)^2 = OE'^2$$

$$7,5^2 - (4,5)^2 = OE'^2$$

$$(4)(13) = OE'^2$$

$$OE' = 2\sqrt{13} \Rightarrow DE = 2\sqrt{13}$$

Ответ: Длина концевой  
равна  $2\sqrt{13}$



- |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

## Составим уравнение.

$$1) \angle_m + 2 = \angle_8 \Leftrightarrow \frac{8}{V_m} + 2 = \frac{8}{V_8} \Leftrightarrow V_8 \cdot 8 + 2V_m V_8 = (V_m - 8)$$

$$\Rightarrow 2V_m \cdot V_8 = 8(V_m - V_8)$$

$$2) \frac{V_8 \cdot 8}{V_m} + 9,6 = \frac{8V_m}{V_8} \Rightarrow V_8^2 \cdot 8 + 9,6 V_m V_8 = 8 \cdot V_m^2$$

$$3) \frac{8}{V_m + 8} + 1,25 = \frac{8}{V_8 + 8} \Rightarrow (V_m + 8) + 1,25 = V_8 + 8 + 1,25 V_m \cdot V_8 + 9,5 V_m + 9,5 V_8 + 9,5 + 1,25$$

$$V_8 \cdot 8 + 2V_m V_8 = V_8 \cdot 8 + 1,25 V_m \cdot V_8 + 9,5 V_m + 9,5 V_8 + 9,5$$

$$\Rightarrow V_m V_8 = 10 (V_m + V_8) + 60$$

$$w_2 \approx \text{уравнение. } 9,6 V_m V_8 = 8(V_m - V_8)(V_m + V_8) = 9,6 V_m V_8$$

$$2V_m V_8 (V_m + V_8) = 9,6 V_m + V_8 - 48$$

$$\begin{cases} V_m + V_8 = 48 \\ V_m \cdot V_8 = 540 \end{cases} \Rightarrow 48 V_8 - V_8^2 = 540$$

$$\Rightarrow V_8^2 - 48 V_8 + 540 = 0$$

$$P_2 = 38 = 6^2$$

$$x_1 = \frac{24+6}{2} = 30$$

$$x_2 = \frac{24-6}{2} = 18$$

у 1 нуля нет

но есть корень

но это  $V_m > V_8$

$$\text{тогда } V_8 = 18 \text{ km/h; } V_m = 30 \text{ km/h}$$

$$\text{Ответ: } V_8 = 18 \text{ km/h; } V_m = 30 \text{ km/h.}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                          |   |                          |   |                          |   |                          |   |                          |   |                          |   |                                     |   |
|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|-------------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> | 1 | <input type="checkbox"/> | 2 | <input type="checkbox"/> | 3 | <input type="checkbox"/> | 4 | <input type="checkbox"/> | 5 | <input type="checkbox"/> | 6 | <input checked="" type="checkbox"/> | 7 |
|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|-------------------------------------|---|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Решение

$$1) \text{Чисто } \angle A = 2 \Rightarrow \angle DCY = 2$$

$$\Rightarrow \angle EOD = 180 - 2; \Rightarrow \angle OED = \frac{1}{2} \alpha$$

$$2) \angle BEO = 90^\circ \text{ т.к. } AB \text{ -касательная.}$$

$$\Rightarrow \angle DEB = 90^\circ + \frac{1}{2} \alpha$$

$$3) \text{ по Сл. Вспомогател. теореме } (EBCY)$$

$$90 + 90 + 90 + \frac{1}{2} \alpha + \angle EYC = 360$$

$$\Rightarrow \angle CYD = 90 - \frac{1}{2} \alpha$$

$$\Rightarrow \angle CDY = 90 - \frac{1}{2} \alpha \Rightarrow \angle DCY = \pi/10$$

$$\Rightarrow DC = YC = FC \Rightarrow \angle CFY = 45^\circ; \Rightarrow \angle EFO = 45^\circ \text{ non contradic.}$$

Квадрат  $\Rightarrow \angle CEF = 90^\circ \Rightarrow EF - \text{диагональ гипотенузы} = 1$

$\Rightarrow \triangle EBF \sim X$  - пропорц.  $\Rightarrow \triangle EFB = \triangle FXH \Rightarrow EF = FX$

$$4) \text{Чисто } XY = a \Rightarrow EX = 2\sqrt{2}a \text{ и } \text{но т.к. } \angle EFO = 45^\circ \Rightarrow EF = FX = 2a$$

$$\Rightarrow FC^2 + CY^2 = PY^2 \text{ (но т.к. } \angle EFO = 45^\circ \Rightarrow a^2 = 2FC^2$$

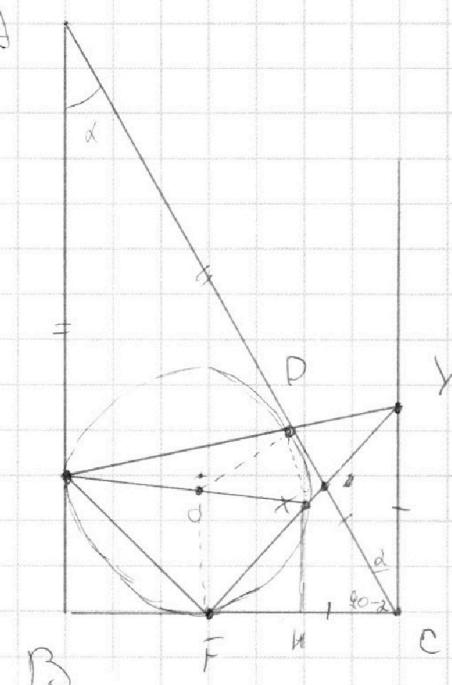
$$\Rightarrow FC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

5)  $\triangle ADE$  и  $\triangle EYD$  очевидно подобны по 2 признакам;  $\Rightarrow \frac{DC}{AD} = \frac{DY}{ED}$

$$6) \text{Чисто } \text{но т.к. } EY = \sqrt{4a^2 + a^2} = \sqrt{5}a;$$

$\Rightarrow \angle AEF = 90^\circ$  т.к. очевидно  $\angle AOC = \angle F = 90^\circ; \angle G - \text{одинак.}$

$$\Rightarrow \frac{EY}{XY} = \frac{DY}{FY} \Rightarrow \frac{a}{\sqrt{3}a} = \frac{DY}{3a} \Rightarrow \frac{3}{\sqrt{3}}a = DY \Rightarrow ED = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}a = \frac{3}{\sqrt{15}}a = \frac{10}{\sqrt{15}}a$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

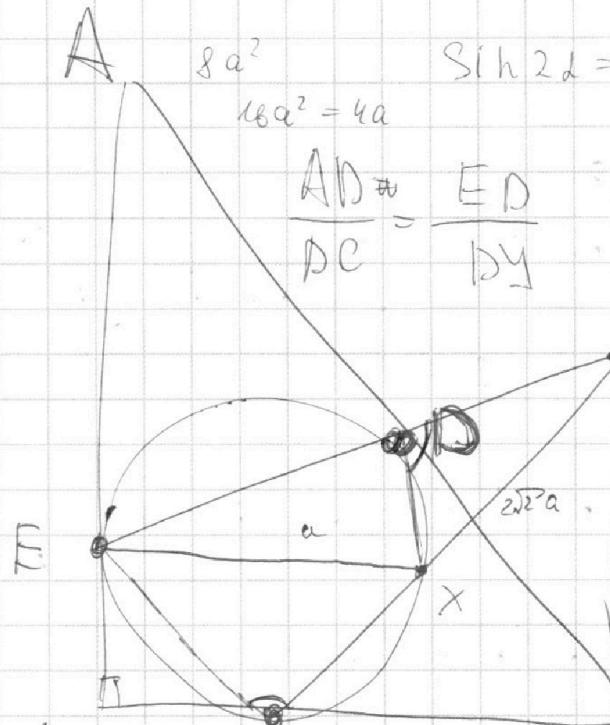
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

**МФТИ.**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$16a^2 = 4a$$

$$\frac{AD}{DC} = \frac{ED}{DY}$$

$$45 \quad 22,5 \quad \frac{1}{2}\alpha + \frac{\pi}{2}$$

$$ED \cdot DY = EX \cdot XF$$

$$4a + 9a = 13a^2$$

$$\sqrt{13}a$$

$$135 = \alpha$$

$$9a^2 \quad \frac{9}{2}a^2$$

$$135 - \alpha \quad 67,5 - \frac{1}{2}\alpha$$

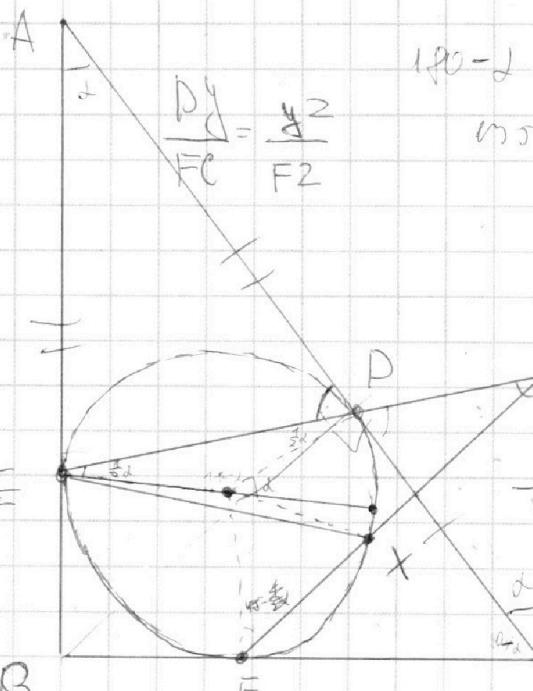
B. F

$$ED \cdot AD = 2,8a \cdot \alpha$$

$$45 + \alpha \quad 22,5 + \frac{1}{2}\alpha \quad \frac{3}{5}$$

$$ED \cdot DY = \frac{a \cdot \alpha \cdot XF}{8 \sin \gamma} = \frac{a \cdot \alpha \cdot 2\sqrt{2}a}{8 \sin E}$$

$$a \pi \quad 45 - 135 + \alpha \quad EX = 2\sqrt{2} \cdot y$$



$$\frac{DY}{FC} = \frac{y^2}{F^2}$$

$$130 - \alpha$$

$$45 + \alpha$$

$$EDX = 90^\circ$$

$$90 + \alpha = \angle ODE = \alpha + DC$$

$$ODE = 90^\circ$$

$$\frac{3\sqrt{2}}{2}a$$

$$45 - \frac{1}{2}\alpha$$

$$90 - \frac{1}{2}\alpha$$

$$DY = \frac{FC \cdot y^2}{F^2} \frac{45 + \alpha}{2}$$

$$45 - \frac{1}{2}\alpha$$

$$\frac{3\sqrt{2}a}{2} \cdot \frac{\alpha}{1} \cdot \frac{1}{3\alpha} \cdot a\sqrt{2}$$

B

C

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\left(\frac{S}{V_m}\right) + 2 = \left(\frac{S}{V_8}\right)$$

$$V_8 \cdot \frac{S}{V_m} + 96 = V_m \cdot \frac{S}{V_8}$$

$$\frac{S}{V_m + 6} + 14 = \frac{S}{V_8 + 6}$$

$$\frac{30}{4} = 7,5$$

$$\frac{15}{2} = 7,5$$

$$\frac{V_8 \cdot S + 96 V_m}{V_m} = \frac{S \cdot V_m}{V_8}$$

$$V_8^2 \cdot S + 96 V_m V_8 = S \cdot V_m^2$$

$$S(V_8^2 - V_m^2) = -96 V_m V_8$$

$$S(V_m^2 - V_8^2) = 96 V_m V_8$$

$$S(V_m - V_8)(V_m + V_8) = 96 V_m V_8$$

$$S(V_m + V_8)(0,1 V_m V_8 - 6) = 96 V_m V_8$$

$$2 V_m V_8 (0,1 V_m + V_8 - 6) = 96 V_m V_8$$

$$\begin{aligned} & V_8^2 - 48 V_8 + 540 = 0 \\ & D_2 = 24^2 - 540 = 36 \end{aligned}$$

$$\frac{S + 2 V_m}{V_m} = \frac{S}{V_8}$$

$$(V_8 \cdot S + 2 V_m V_8) = V_m \cdot S$$

$$2 V_m V_8 = S(V_m - V_8)$$

$$\begin{aligned} & \frac{V_8 \cdot S}{V_m} + 96 = \frac{S \cdot V_m}{V_8} \\ & \frac{S + 1,25 V_m + 7,5}{V_m + 6} = \frac{S}{V_8 + 6} \end{aligned}$$

$$V_m \cdot S + 96 V_m = (V_8 \cdot S + 1,25 V_m V_8 + 7,5 V_8)$$

$$+ 96 + 4,5 V_m + 45 =$$

$$V_8 \cdot S + 2 V_m V_8 = 8 V_8 \cdot S + 1,25 V_m V_8 + 7,5 V_8 + 7,5 V_m$$

$$+ 45$$

$$0,75 V_m \cdot V_8 = 7,5 (V_m + V_8 + 6)$$

$$7,5 V_m \cdot V_8 = 7,5 (V_m + V_8 + 6)$$

$$V_m \cdot V_8 = 10 V_m + 10 V_8 + 60$$

$$10 (V_m + V_8 + 6)$$

$$V_m \cdot V_8 = 540$$

$$(0,1 V_m \cdot V_8) = V_m + V_8 = 48$$

$$0,1 V_m + V_8 = 48$$

$$V_m = 48 - V_8$$

$$48 V_8 - V_8^2 = 540$$



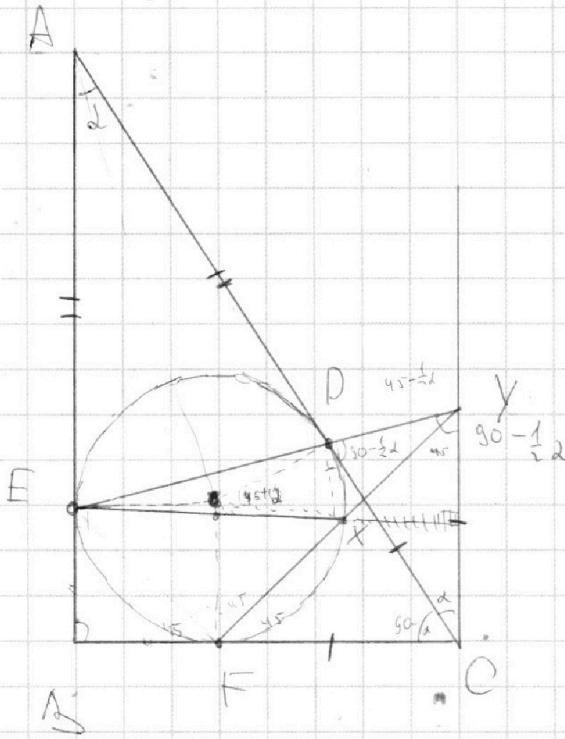
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:



 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



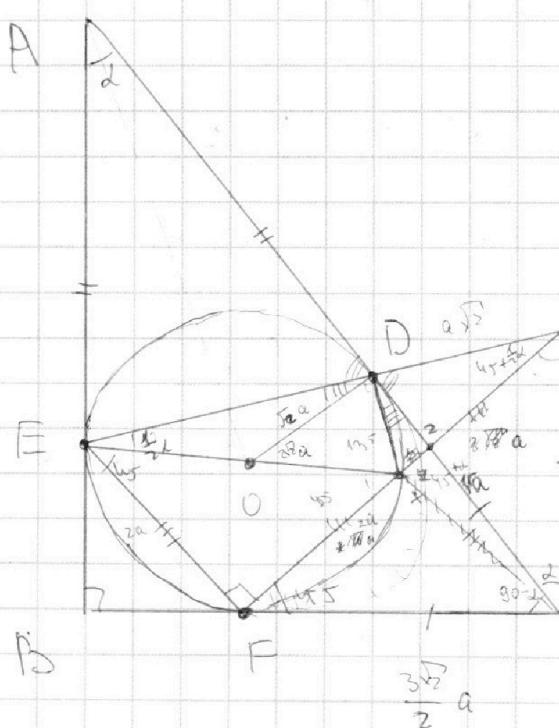
$$Ex = 2\sum xy$$

$$\angle FOD = 180^\circ - 2$$

$$\Rightarrow \angle OED = \frac{1}{2}d$$

$$\text{if } \Rightarrow C \beta E D = y_0 + \frac{1}{\gamma} d$$

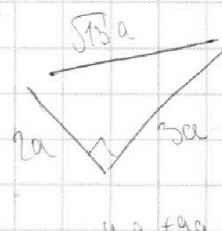
$$x_0 f(g_0 + g_0^{-1} \cdot \frac{1}{2}) = g_0^{-1} \cdot \frac{1}{2}$$



$$F \cdot dy = \sqrt{13a^2} = 2a^2$$

$$\sqrt{10} = 2a$$

$$a = \frac{\sqrt{15}}{2}$$



$$\text{Q8} \quad \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{3x}{\sqrt{4x^2+9}} \quad a=3$$

$$\text{By } \sqrt{9a^2} = 3a$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 45 \\ - 6 \\ \hline 15 \end{array}$$

$$3x^2 - 4y^2 = 9x^2 + 12xy - 4y^2$$

$$x^2 - 8y^2$$

$$3x + 2y = 2$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3x + 2y}$$

$$\begin{array}{l} -6x^2 - 12xy - 8y^2 \\ -4xy \end{array}$$

$$\frac{-4xy}{x^2 - 8y^2} = \frac{3x^2 + 4y^2}{x^2 - 6y^2}$$

$$a + b = c$$

$$\frac{3}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{ab}$$

$$(3b+a)(a+b) = 8ab$$

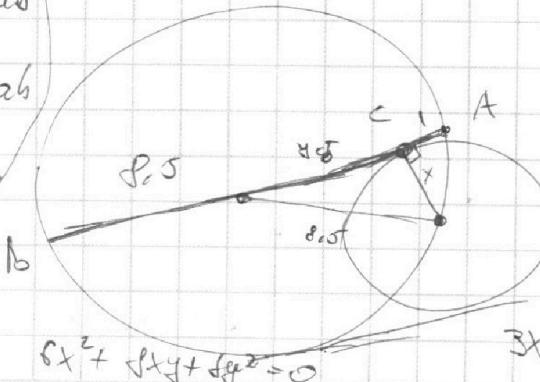
$$3ab + a^2 + 3b^2 + ab = 2ab$$

$$a^2 + 4ab + 3b^2 = 2ab$$

$$a^2 + 2ab + 3b^2 = 0$$

$$9x^2 + 12xy + 12y^2 = 0$$

$$3x^2 + 4xy + 4y^2 = 0$$



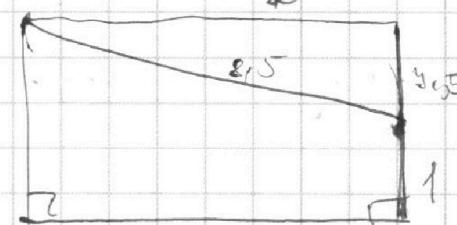
$$x^2 = 8.5^2 + 4.5^2$$

$$x^2 = 1(16) - 4y^2$$

$$x^2 = 4^2 \quad x = \sqrt{32}$$

$$3c(3x + 4y) = -4y^2$$

$$3x^2 + 4xy = -4y^2$$



$$S = 8.5 \cdot 4.5$$

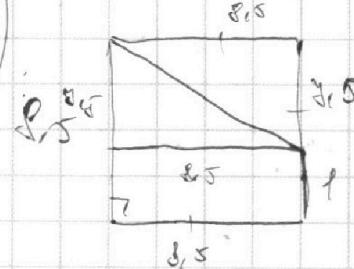
$$S = \frac{1}{2} \cdot 8.5 \cdot 4.5$$

$$\frac{1}{2}$$

$$8.5^2 = 8.5 \cdot 2 \cdot 4.5$$

$$8.5(8.5 - 3.75)$$

$$8.5($$



$$8.5$$

$$8.5$$

$$8.5$$

$$8.5$$

$$8.5$$

$$8.5$$

$$8.5$$

$$8.5$$

$$8.5$$

$$8.5$$

$$8.5$$

$$8.5$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3 \cdot 4,5. \sqrt{a^2 - b^2} = a - b$$

$$\text{a } (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 (\sqrt{a} + \sqrt{b}) = (\sqrt{a} - \sqrt{b})$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a+b)^2 - 4ab = (a+b)^2 - 4ab - 4ab = \sqrt{a} + \sqrt{b} = 0$$

$$= (a+b - 2\sqrt{ab})(a+b+2\sqrt{ab}) - 6ab = (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = 6ab$$

$$= (a+b)^2 - 10ab \quad \sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{2x^2 + 3x + 4} + 2(4x-1)\sqrt{2x^2 + 3x + 4} + (4x-1)^2$$

$$(a+b) \quad \sqrt{a} - \sqrt{ab} = b$$

$$(a+b) \equiv (a+b)^2$$

$$(a+b)^2 - 10ab$$

$$2 \cdot 5ab$$

$$-5$$

$$\sqrt{a} = \sqrt{ab} + b$$

$$+ 10ab = (a+b)$$

$$\sqrt{a^2 - \sqrt{ab}} = b$$

$$\sqrt{2x^2 + 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + 3x + 4} = 1 + 4x = a + b + 2b\sqrt{ab} + b^2$$

$$a = \sqrt{\log(a; b)} = ab$$

$$2(4x-1)\sqrt{-16x^2 + 6x - 1}$$

$$3 = 3 - 16x^2 + 6x - 2$$

$$2x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$4,5.$$

$$2(1-4x)\sqrt{-16x^2 + 6x - 1} = -16x^2 + 6x - 1$$

$$2x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$1-4x \geq 0$$

$$-(b+1) = 2\sqrt{ab} \quad a+b = 2x \quad x \neq 2$$

$$\sqrt{2x^2 + 3x + 4} + 4x = a + 2x^2 + x + 3$$

$$1 \leq 4x$$

$$10 \quad 1$$

$$2 \quad 135$$

$$30 \quad 3$$

$$6 \quad 5+9$$

$$50 \quad 5$$

$$10 \quad 1$$

$$70 \quad 4$$

$$14 \quad 30$$

$$100 \quad 1$$

$$18 \quad 2$$

$$20 \quad 2$$

$$22 \quad 3$$

$$30 \quad 2$$

$$30 \quad 2$$

$$50 \quad 1$$

$$68 \quad 1$$

$$2x^2 + 3x + 4 \leq 1 - 4x - b^2$$

$$b + 2\sqrt{ab} + 1 = 2ab + 2\sqrt{ab}$$

общее

$$2x^2 + 3x + 4 + 3x^2 + 3x + 4 \leq 1 - 4x - b^2$$

$$b^2 + 1 = 2ab$$

крайнее

$$2x^2 + 3x + 4 + 3x^2 + 3x + 4 \leq 1 - 4x - b^2$$

$$(1-4x)^2 + 1 \leq 2(2x^2 + 3x + 4)$$

$$16x^2 - 8x + 2 \leq 24x^2 + 6x + 8$$

$$12x^2 - 2x - 6 = 0$$