



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



9 КЛАСС. Вариант 13

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{11}7^{11}$, bc делится на $3^{18}7^{16}$, ac делится на $3^{21}7^{38}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 8ab + b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x.$$

- [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC = 1$ и $BC = 16$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .
- [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$3x + 2y = z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2}$.

- [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклистику на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 1 час 15 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .
- [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX = 2\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD : DC$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1) Оценка: $a^b : 3^{11} \cdot 4^{11}$, $b^c : 3^{18} \cdot 4^{16}$, $c^a : 3^{25} \cdot 4^{38} \Rightarrow$

$$a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 : 3^{(11+18+25)} \cdot 4^{(11+16+38)} = 3^{50} \cdot 4^{66} \text{ т.к. } (abc)^2 - \text{квадрат},$$

то $(abc)^2 : \text{хотя бы } 4^{66} \Rightarrow abc : 3^{25} \cdot 4^{33}$
пример: $\min abc = 3^{25} \cdot 4^{33}$

осталось решить две системы

$$\begin{array}{l} I \quad \begin{cases} x+y=11 \\ y+z=18 \\ x+z=21 \end{cases} \quad \text{решения I: } x=4, y=4, z=14 \\ \text{решения II: } x=11, y=0, z=7 \end{array}$$

и вторая сист. $\begin{cases} x+y=11 \\ y+z=16 \\ x+z=38 \end{cases}$ предположено

$$\begin{cases} y+z=16 \\ x+z=38 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{коэффициент из значений} \\ \text{прибавить с единицей} \end{array}$$

т.к. $2y+x+z=24 \Rightarrow y<0$, а y нас x, y, z положительные
степени 4. $\Rightarrow 2y+38=24+k \quad k \geq 11 \Rightarrow \min k=11$

$$\Rightarrow x=22 \quad y=0 \quad z=16 \quad \Rightarrow \text{окончательно } \min(abc)=3^{25} \cdot 4^{38}$$

$a=3^{\frac{4}{2}} \cdot 4^{22}$, $b=3^4$, $c=3^{14} \cdot 4^{16} \Rightarrow$ такой минимум не существует
а есть. $\text{Ответ: } \min(abc)=3^{26} \cdot 4^{38}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2) $\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2}$ сокр. на m $\Rightarrow a+b \equiv 0 \pmod{m}$ и $a^2-8ab+b^2 \equiv 0 \pmod{m}$

$$\Rightarrow a \equiv -b \pmod{m} \Rightarrow a^2-8a \cdot (-a)+(-a)^2 \equiv 0 \pmod{m} \Rightarrow 10a^2 \equiv 0 \pmod{m}$$

$a^2 \nmid m$ т.к. если оно окраинно $m \Rightarrow \text{НОД}(a, b) \neq 1$

из усл. что $a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow 10 \equiv 0 \pmod{m} \Rightarrow \max(m) = 10$.

Пример: $a=14, b=13$, т.к. a^2 оканч. на 9 и b^2 оканч. на 9
 $a \equiv b \pmod{10}$. Тоже оканч. на 9 то вая сумма: $10 \cdot a + b = 14 + 13 = 30$.

Ответ: $\max(m) = 10$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3) \sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x \quad \text{домножим на сопротивное}$$

$$2x^2 - 3x + 4 - 2x^2 - x - 3 = (1 - 4x)(\sqrt{2x^2 - 3x + 4} + \sqrt{2x^2 + x + 3})$$

$$(1 - 4x) = (1 - 4x)(\sqrt{2x^2 - 3x + 4} + \sqrt{2x^2 + x + 3}) \quad | : (1 - 4x)$$

$$1 = 2x^2 - 3x + 4 + 2x^2 + x + 3 + 2\sqrt{(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3)}$$

$$x = 2x^2 + 3 + \sqrt{(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3)} \Rightarrow x > 0 \quad T. K.$$

$$2x^2 > 0 \quad 3 > 0 \quad \text{и } \dots > 0$$

$$\Rightarrow x \geq 2x^2 + 3 \quad \text{но } 2x^2 + 3 - x > 0 \text{ при } \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$$

Ответ: нет таких x, x' .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

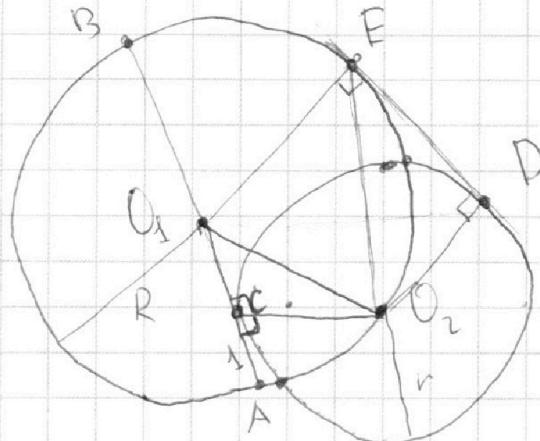
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$BC = 16 \quad CA = 1$$

$$\Rightarrow R = \frac{16+1}{2} = 8,5$$

O_2C - высота $\triangle O_1O_2A$

$$\Rightarrow r^2 + 4(8,5-1)^2 = 8,5^2$$

$$r^2 = (8,5-8,5+1)(8,5+8,5-1) = 16 \quad r = 4 \quad R = 8,5$$

Т.к. $O_1E = O_1O_2 = R$ $\Rightarrow \angle O_1EO_2 = 2$ $\Rightarrow \angle EO_2O_1 = 2$

Т.к. $O_1E \perp ED$ и $O_2D \perp ED \Rightarrow O_1E \parallel O_2D \Rightarrow$

$\angle EO_2D = 2$ значит, что т. синусов. гипотенуз O_1E и O_2D и

$$\triangle O_1EO_2 \quad EO_2 = \frac{ED}{\sin 2} = \frac{r}{\cos 2} \text{ и } \angle EO_1O_2 = 90-2 =$$

$$= 2 (\angle O_2ED) \Rightarrow \frac{EO_2}{\sin 2} = \frac{R}{\sin 2} \Rightarrow \frac{R \cdot \sin 2}{\sin 2} = \frac{r}{\cos 2} \Rightarrow$$

уравнение косинусов.

$$R \cdot 2 \cdot \cos^2 2 = r \quad 8,5 \cdot 2 \cdot \cos^2 2 = \frac{4}{14} \quad \cos 2 = \frac{2}{\sqrt{14}}$$

$$\Rightarrow \sin 2 = \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{14}}$$

$$\frac{ED}{\sqrt{15}} = \frac{4}{\sqrt{14}} \quad ED = 2\sqrt{15}$$

Ответ: $ED = 2\sqrt{15} = \sqrt{60}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5) \quad 2x+2y = 3x+2y \quad (3y+x)(3x+2y) = 2xy$$

$$9xy + 2x^2y + 3x^2 + 6y^2 = 2xy \quad 9xy + 3x^2 + 6y^2 = 0$$

$$3(x+y)(x+2y) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=-y \\ x=-2y \end{cases}$$

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - (3x+2y)^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{3x^2 - 4y^2 - 9x^2 - 4y^2 - 12xy}{x^2 - 6y^2} = \\ = -\frac{(6x^2 + 8y^2 + 12xy)}{x^2 - 6y^2}$$

• Разберём два случая. $x=-y$ и $x=-2y$

$$\text{I. } -\frac{(6y^2 + 8y^2 - 12y^2)}{-5y^2} = \frac{4}{5} \quad \text{II. } -\frac{(24y^2 + 8y^2 - 24y^2)}{x^2 - 6y^2} = 4$$

Т.к. нам нужен max, то $\text{Ответ: } y_{\max} = 4$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

МФТИ.



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

S - путь

x - велосипед. y - мотоцикл.

найти: S ?

$$\frac{S}{x} = \frac{S}{y} + 2$$
$$S \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right) = 2$$

$$\frac{Sy}{x} = \frac{Sx}{y} + 96$$
$$S \left(\frac{y}{x} - \frac{x}{y} \right) = 96$$

$$\frac{S}{x+6} = \frac{S}{y+6} + \frac{5}{4}$$
$$\frac{2}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}} = \frac{96}{y-x} \Rightarrow 2xy = \frac{96xy}{x+y}$$

$$\Rightarrow x+y=48 \quad x=48-y \Rightarrow \frac{S}{54-y} = \frac{S}{y+6} + \frac{5}{4}$$

$$S(y+6-54+y) = 5(54-y)(y+6) \Rightarrow S = \frac{5(54-y)(y+6)}{4(2y-48)}$$

$$\Rightarrow \frac{5(54-y)(y+6)(y-48+y)}{(48-y)(2y-48)4 \cdot y} = 2 \quad (6 \text{ I перенесли } S \text{ в одну сторону.})$$

$$5(54-y)(y+6) = 28y(48-y)$$

$$240y^2 - 240y - 5y^2 + 1620 = 384y - 8y^2$$

$$3y^2 - 144y + 1620 = 0 \quad y^2 - 48y + 540 = 0$$

$$y_1 = 30 \quad \text{если } y = 18 \text{ то } S < 0 \Rightarrow y = 30 \Rightarrow S = \frac{5 \cdot 24 \cdot 36}{4 \cdot 12} = 90 \text{ км}$$

$$y_2 = 18$$

Ответ: 90 км.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

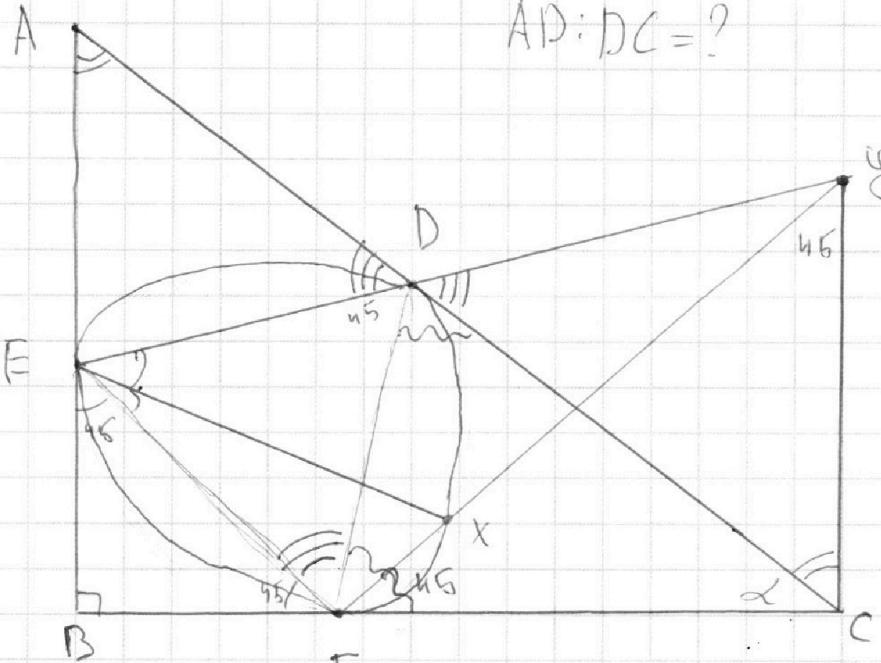
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$AD : DC = ?$$

$AB \perp BC, BC \perp FC \Rightarrow AB \parallel FC \Rightarrow$
 $\angle BAC = \angle ACY$ по условию $EX = 2\sqrt{2}XY$
 $\angle ADE = \angle DCY$ - вертикальные $\Rightarrow \triangle ADE \sim \triangle DCY$

$$\frac{AD}{DC} = \frac{EX}{CY} \quad \text{deg(\circ)} y = \angle YD \cdot \angle YE = \angle X \cdot \angle F$$

$$CY = \frac{\angle X \cdot \angle F}{\angle E} \quad \triangle EYK \sim \triangle YFD \quad \text{T.k.}$$

$\angle EYF$ - одн., а $\angle YEX$ и $\angle DFY$ - опираются на
одинаковые углы. $\Rightarrow \frac{EX}{DF} = 2\sqrt{2}$

$$CY = \frac{DF}{EX} \quad DF = 2\sqrt{2}CY \quad \text{доказано}$$

$$\frac{EX}{DF} = \frac{AE}{FC} \quad CY = FC \quad \frac{AD}{DC} = \frac{AE}{FC} \quad FC = CY \\ \text{или } CY = 45^\circ$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \frac{EB}{EF} = \frac{yc}{yF}$$

$$BE = \frac{yc \cdot EF}{yF}$$

$$AD + DC = \frac{BE + AD}{\sin \angle} = \frac{BE + DC}{\cos \angle}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

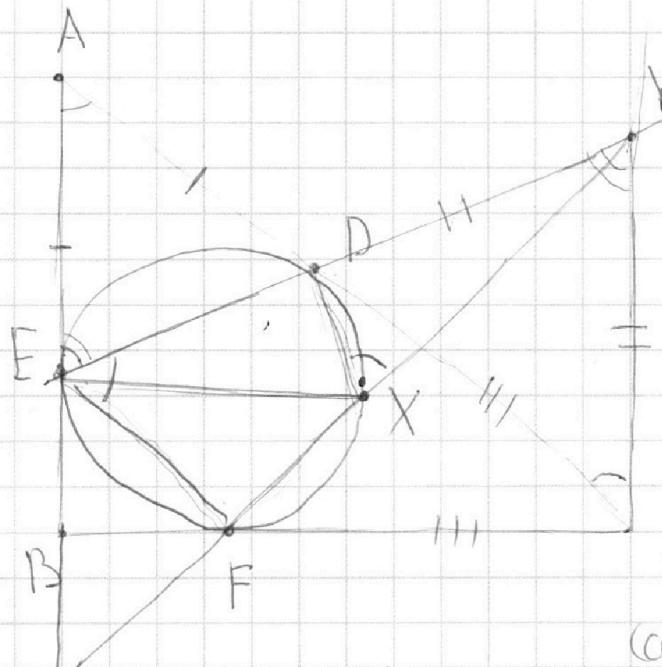
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



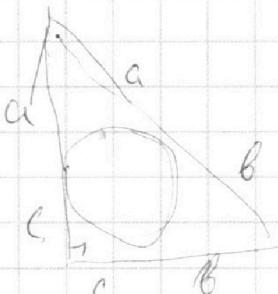
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AD}{DC} = \frac{ED}{DY}$$



$$(a+c)^2 + (c+b)^2 = (a+b)^2$$

$$DY \cdot ED = \cancel{8\sqrt{XY \cdot XF}} \quad a^2 + b^2 + 2ac + 2bc = 2ab^2 + 2ab$$

$$DY = \frac{2\sqrt{XY \cdot XF}}{ED}$$

$$\frac{2y^2 + 6xy}{-5y^2}$$

$$c^2 + c(a+b) = ab$$

$$2y^2 - 6y^2$$

$$-(6x^2 + 8y^2 + 6xy)$$

$$(x+y)(x+2y) = 0$$

$$-5y^2$$

$$x^2 - 6y^2$$

$$5y^2$$

$$(x+y)$$

$$(x=-y)$$

$$\frac{-4}{-5}$$

$$\left(\frac{4}{5}\right)$$

$$+(24y^2 + 8y^2 - 12y^2)$$

$$x = -2y$$

$$c^2$$

10

$$c(a+b+c) = ab$$

$$24ab(a+b)(a+b+2c) =$$

$$= (a+b)(P+2c) \quad c = \frac{ab}{P}$$

$$P - a - b = \frac{ab}{P}$$

$$c = P - a - b$$

$$P^2 - P(a+b) = ab(c^2 + c(a+b))$$

На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО ОДИНУ** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} \times 13 \\ \times 4 \\ \hline 14 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 12 \\ \times 4 \\ \hline 48 \end{array}$$

13

$$49 + \cancel{169} -$$

$$(8 \cdot 3 \cdot 4) \times 56$$

32

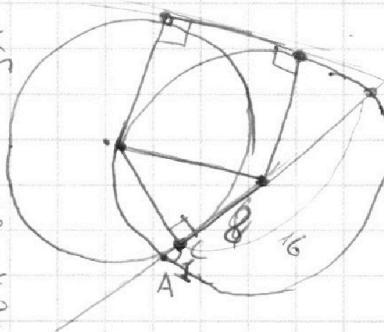
$$9 + 49 -$$

$$14^2$$

$$13^2$$

$$(2x+4)(2x+2)(x+2) = 2x^2 + 4x + 2x^2 + 4x + 3x + 4 + 2x^2 + 4x + 3 = 1 + 16x^2 - 8x$$

$$4x^2 - 3x + 4 + 2x^2 + 4x + 3 - 2\sqrt{(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3)} = 2\sqrt{4x^4 + 2x^3 + 6x^2 + 6x^3 + 8x^2 + 8x^2 + 8x^3 - 3x^2 - 8x + 2\sqrt{4x^4 + 2x^3 + 6x^2 + 6x^3 + 8x^2 + 8x^2 + 8x^3 - 3x^2 - 8x}}$$



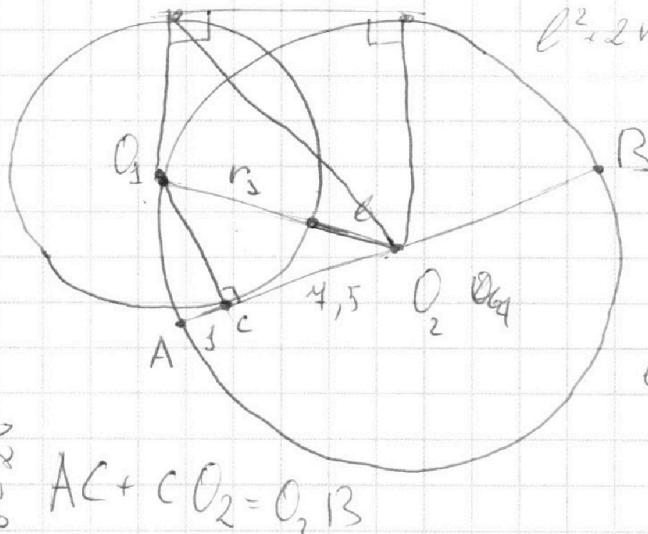
$$(4,5)^2 = \ell^2 + 2r_1l + l^2 = \\ = \ell^2 + 2r_1l + r_1^2$$

$$(r_1 + \ell)^2 = r_1^2 + (4,5)^2$$

$$\ell^2 + 2r_1l - (4,5)^2$$

$$(-2x^2 + x + 5)(-2x^2 + x + 3) = \\ = 4x^4 - 2x^3 - 2x^2(2x^3 + x^2 + x - 2x^2 + x + 1)$$

$$36x^4 - 36x^3 - 24x^2 + 18x + 9 = 4x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 4x^3 - 4x^2 - 9x + 2x^2 + 4x + 12$$



$$\ell(\ell + r_1) = r_1^2$$

$$r_1^2 - \ell r_1 + \ell^2 = 0$$

$$32x^4 - 32x^3 - 38x^2 - 38x + 23x + 3 = 0$$

$$(r_1 - \ell)(r_1 + \ell)$$

$$3(-2x^2 + x + 5)$$

$$1 + x = 16 - x$$

$$2x = 15 \quad x = 4,5$$

✓

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$1 - 4x$$

$$2x^2 - 3x + 4 - 2x^2 + x - 4 = 3$$

$$-4x + 1$$

$$\cancel{4}(1 - \cancel{4}x) = (1 - 4x) \left(\sqrt{2x^2 - 3x + 4} + \sqrt{2x^2 + x + 3} \right)$$

$$x = 2x^2 - 3x + 4 + 2x^2 + x + 3 + 2\sqrt{(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3)}$$

$$2x = 2x^2 + 4 + \cancel{4}x^2 + \cancel{3} + \cancel{2}\sqrt{1}$$

$$x > 0$$

$$x > 2x^2 + 3$$

$$0 > 2x^2 - x + 3$$

$$(x^2 - 1)^2 + x^2 + 2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2x^2 - 3x + 4 = (2x - 2)(x - 2) + 3x$$

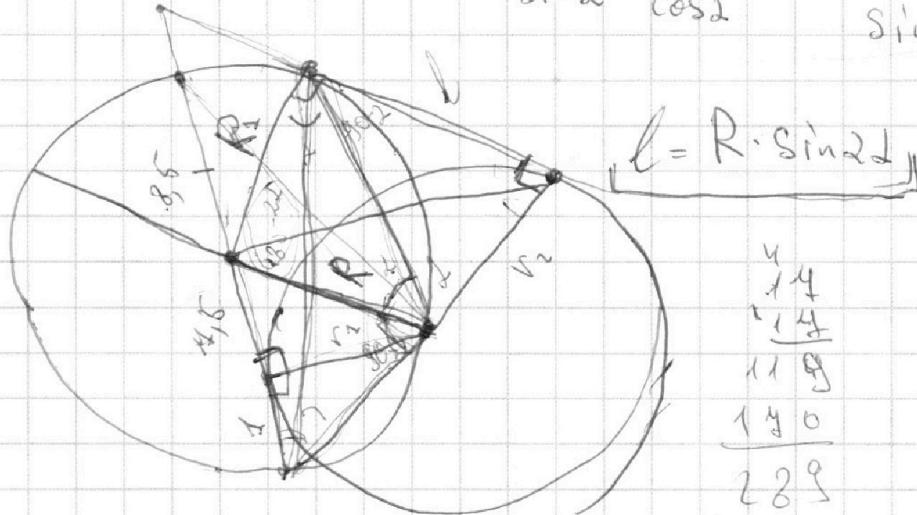
$$(2x^2 + x + 3) = (2x + 3)(x + 1)$$

$$1 + 16x^2 - 8x = 4x^2 - 2x + 4 - 2x$$

$$2\sqrt{-12x^2 + 6x + 6}$$

$$\sqrt{-12x^2 + 3x + 6} \quad (3) + 36 \cdot 4$$

$$\frac{R}{\sin 2} = \frac{r_2}{\cos 2} = \frac{R \cdot \sin 2}{\sin 2}$$



$$\begin{array}{r} 4 \\ 14 \\ 14 \\ \hline 118 \\ 140 \\ \hline 288 \end{array}$$

$$\frac{2r_2 R}{243} = \frac{16}{14}$$

$$\frac{8,5}{\cos 2} = \frac{(r_1^2 + (y_{1,6})^2)^{1/2}}{14}$$

$$\frac{4}{\cos 2} = 8,5 \cdot 2 \cos 2$$

$$\frac{4}{8,5} = \frac{2}{\cos 2} \quad 143$$

$$\frac{4}{8,5} = \cos 2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$11+18+321 = \underline{50}$$

$$a=3^{11} \quad \text{б/р } 1234567$$

$$11+16+38 = 65$$

$$a^2 b^2 c^2 : 3^{60} \cdot 4^{65}$$

$$a^2 b^2 c^2 : 3^{32} \cdot 4^{49}$$

$$abc : 3^{25} (4^{33})$$

$$\frac{abc}{a} =$$

$$abc \quad a$$

$$a+b=11 \quad a=11-b$$

$$\begin{matrix} b \\ c \end{matrix}$$

$$b+c=12$$

$$c+a=21$$

$$a+b=11$$

$$4 \quad 3$$

$$c+11-b=21 \quad c-b=10$$

$$b+c$$

~~$$4 \quad 3$$~~

$$2c=28 \quad c=14$$

$$\text{НОД}(a, b) = 1$$

$$\begin{cases} a=4 \\ b=4 \end{cases}$$

$$a(b-ab) \cancel{+} b^2$$

$$\frac{a+b}{(a-b)^2} - 6ab$$

$$10$$

$$m=10 \quad 8 \cdot 25$$

$$a+b:m$$

$$a \equiv -b$$

$$a^2 \equiv 0$$

$$25$$

$$a^2 - 2ab + b^2 : m$$

$$10a^2 \equiv 0$$

$$50-$$

$$2a^2 + 8a^2 \equiv 0$$

$$2a^2(1+4) \equiv 0$$

$$50-200$$

$$49+9 -$$

$$8 \cdot 9 \cdot 3$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 24 \\ \hline 216 \\ - 53 \\ \hline \end{array}$$

$$10$$

$$40$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} + 4x = 1 + \sqrt{2x^2 + x + 3}$$

$$2x^2 - 3x + 4 + 16x^2 + 8x\sqrt{2x^2 - 3x + 4}$$

$$t = 2x^2 - 3x + 4$$

$$\sqrt{t} = \sqrt{t + 4x - 1} = \sqrt{x^2 - 6xy}$$

$$9x^2 - 4y^2 - 6xy$$

$$-6x^2 - 8y^2 - 6xy$$

$$(1-4x)$$

$$3x+2y=2$$

$$-2(3x^2 + 4y^2 + 3xy) -$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}$$

$$1,25(x+y)(3x+4y)$$

$$\frac{3y+x}{xy} = \frac{2}{3x+2y}$$

$$3 \cdot 3y(3x+2y) + x(3x+2y) = 2xy$$

2

$$(2y+x)(x+y)$$

$$9xy + 2xy + 3x^2 + 6y^2 = 3,11xy + 3x^2 + 6y^2$$

$$8xy = \frac{(3x+2y)(8y+2x)}{2} \quad 3(3xy + 2y^2 + x^2) = 0$$

$$8xy + 9xy + 6y^2 + 3x^2 + 2xy = 2xy \quad 3xy + 2y^2 + x^2 \quad |_{x+y}$$

$$9xy + 6y^2 + 3x^2 = 0$$

$$y \cdot (x+y)(x+2y) =$$

$$3(x+y)(x+2y) = 0$$

$$= x^2 + 2xy,$$

$$x = 11 - y$$

$$22 = 44$$

$$2-y=28$$

$$11-y+2=39 \quad z =$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 54 \\ \times 6 \\ \hline 324 \\ + 324 \\ \hline 384 \\ - 384 \\ \hline 0 \\ \times 8 \\ \hline 64 \\ + 384 \\ \hline 144 \\ \times 2 \\ \hline 288 \\ - 288 \\ \hline 0 \\ 144(48-y^2) \\ \hline 2304 \end{array}$$
$$\frac{2 \cdot 6xy}{(x+y)} = \frac{y}{x} = \frac{2}{y}$$
$$240y - 5y^2 + 1620 - 30y =$$
$$= 384y - 8y^2$$
$$30 + 84 \quad \frac{144 + 12}{2}$$

$$\begin{array}{r} 2304 \\ - 2160 \\ \hline 144 \end{array}$$
$$2xy = \frac{26xy}{(x+y)} \quad 2x+2y = 96$$
$$x = 48-y$$
$$114 \quad 500+40$$
$$38. \quad \frac{48+12}{2}$$
$$114y - 3y^2 + 1620 = 0$$

$$\frac{S}{54-y} = \frac{S}{y+6} + \frac{5}{4}$$
$$y^2 - 38y + 540 = 0$$
$$x_1 x_2 = 540$$
$$x_1 + x_2 = -38$$

$$S(y+6)4 = S(54-y)4 + 5(54-y)(y+6)$$

$$4S(y+6-54+y) = 5(54-y)(y+6)$$

$$4S(2y-48) = 5(54-y)(y+6)$$

$$S = \frac{5(54-y)(y+6)}{4(2y-48)}$$

$$90-6 \quad 10 \cdot 3-6$$

$$480$$

$$5(54y-4y)(y+6) = 8y(48-y)$$

$$\frac{5(54-y)(y+6)}{(48-y)(2y-48)} = \frac{5(54y-y)(y+6)}{4y(2y-48)} + 2$$

$$\begin{array}{r} 38 \\ \times 38 \\ \hline 304 \\ + 38 \\ \hline 1440 \\ - 1440 \\ \hline 0 \\ 2160 \\ \hline 3604 \end{array}$$

$$\frac{5(54-y)(y+6)(y-48+y)}{(48-y)(2y-48)4 \cdot y} = 2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

S

U₁

U₂

$$\frac{S}{U_1} \neq \frac{S}{U_2} + 2$$

~~$$S = U_2 (0,45 U_2 + 4,5)$$~~

$$4,5 U_2 + 4,5$$

$$\frac{S}{U_1} \cdot U_2 = \frac{S}{U_2} \cdot U_1 + 96$$

$$S \left(\frac{U_2}{U_1} - \frac{U_1}{U_2} \right) = 96$$

$$\frac{S}{U_1+6} = \frac{S}{U_2+6} + 1,25 \quad S \left(\frac{1}{U_1+6} - \frac{1}{U_2+6} \right) = 1,25$$

$$S \left(\frac{1}{U_1} + \frac{1}{U_2} \right) = 2$$

$$\frac{5}{\pi} \frac{9}{36}$$

$$\frac{1,25(U_1+6)(U_2+6)}{U_2-U_1} = \frac{2 U_1 U_2}{U_2+U_1}$$

$$1,25 U_1 (U_1+6) (U_2+6) = (U_1 U_2 + 6 U_2 + 6 U_1 + 36) 1,25$$

$$= 2 U_1 U_2 \quad 4,5 U_2 + 4,5 U_1 + 45 = 0,45 U_1 U_2$$

$$4,5 U_2 + 45 = U_1 (0,45 U_2 - 4,5)$$

$$U_1 = \frac{4,5 U_2 + 45}{0,45 U_2 - 4,5}$$