



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-12; 24)$, $Q(3; 24)$ и $R(15; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 1.

~~$ab: 2^{14} \cdot 7^{16}$~~

~~$bc: 2^{14} \cdot 7^{14}$~~

~~$ac: 2^{20} \cdot 7^{37} \Rightarrow ac \cdot bc: 2^{20} \cdot 7^{37} \cdot 2^{14} \cdot 7^{14} \neq 2^{34} \cdot 7^{54}$~~

Пусть $a = 2^\alpha \cdot k$, где $k \not\equiv 2$

$b = 2^\beta \cdot l$, где $l \not\equiv 2$

$c = 2^\gamma \cdot m$, где $m \not\equiv 2$

$ab: 2^{14}$

$2^{\alpha+\beta} \cdot kl: 2^{14} \Rightarrow \alpha + \beta \geq 14 \quad (1)$

$bc: 2^{14}$

$2^{\beta+\gamma} \cdot lm: 2^{14} \Rightarrow \beta + \gamma \geq 14 \quad (2)$

$ac: 2^{20}$

$2^{\alpha+\gamma} \cdot km: 2^{20} \Rightarrow \alpha + \gamma \geq 20 \quad (3)$

$(1)+(2)+(3): 2\alpha + 2\beta + 2\gamma \geq 51$

$\alpha + \beta + \gamma \geq 25,5$, но $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{Z}$, значит

$\alpha + \beta + \gamma \geq 26$

$abc = 2^{\alpha+\beta+\gamma} \cdot klm$, т.к. $\alpha + \beta + \gamma \geq 26$, то $abc: 2^{26}$

$ac: 7^{37} \Rightarrow abc: 7^{37}$. Т.к. $\text{НОД}(7^{37}, 2^{26}) = 1$, то

$abc: 2^{26} \cdot 7^{37} \Rightarrow abc \geq 2^{26} \cdot 7^{37}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пример на $abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$

$$a = 2^8 \cdot 7^{10}$$

$$ab = 2^{14} \cdot 7^{10} : 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$b = 2^6$$

$$bc = 2^{18} \cdot 7^{24} : 2^{14} \cdot 7^{14}$$

$$c = 2^{12} \cdot 7^{27}$$

$$ac = 2^{20} \cdot 7^{37} : 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$$

Ответ: минимальное значение $abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2.

Введем обозначение: $(a, b) = \text{НОД}(a, b)$

Т.к. $\frac{a}{b}$ - несократима, то $(a, b) = 1$. Если

$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$ - сократима на m , то $a+b \div m$ и $a^2-6ab+b^2 \div m$, но

$a^2-6ab+b^2 = (a+b)^2 - 8ab$, т.к. $a+b \div m$ и

$a^2-6ab+b^2 \div m$, то $8ab \div m$. Пусть $(a, m) = q$,

и тогда $b \nmid q$, если $q \neq 1$, т.к. $(a, b) = 1$, но

$a+b \div q$, т.к. $a+b \div m$, а $m \div q$, но $a \nmid q$, а $b \nmid q$,

значит $q = 1$, значит $(a, m) = 1$, аналогично $(b, m) = 1$. Т.к. $8ab \div m$, и $(a, m) = (b, m) = 1$,

то $8 \div m \Rightarrow m \leq 8$

Пример на $m = 8$: $a = 5$ $b = 3$ $\frac{a}{b} = \frac{5}{3}$ - несократима

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{5+3}{5^2-6 \cdot 5 \cdot 3+3^2} = \frac{8}{-56} - \text{сократима}$$

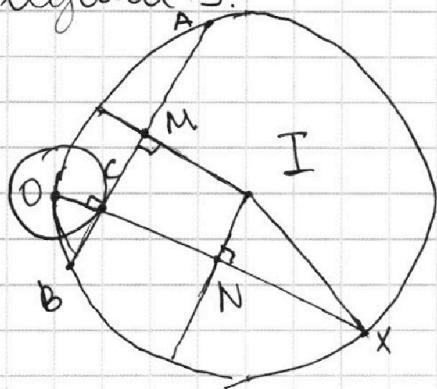
на $m = 8$, т.к. $8 \div 8$ и $-56 \div 8$.

Ответ: при $m = 8$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3.



Пусть I - центр Ω , а

O - центр ω . $BC = x$, тогда $AC = 4x$.

$\perp OC \perp AB$ - радиусе в точку касания

Продлим до второго пересечения с Ω в точке X ,
тогда $OC \cdot CX = AC \cdot CB$, так $OC = 1$, т.к.
это радиусе ω , тогда $CX = AC \cdot CB = 4x^2$.

Опустим перпендикуляры из I на AB и OX , пусть их основания M и N соответственно. Так т.к. I - центр, то $MI \perp AB$ и $NI \perp OX$.
И M и N - середины AB и OX .

$$MC = MB - BC = \frac{AB}{2} - BC = \frac{8x}{2} - x = 3x.$$

MIN - прямоугольник, так как $MI \perp AB$ и $NI \perp OX$, т.к.

$$\left. \begin{array}{l} MI \perp CM \\ CN \perp CM \end{array} \right\} \Rightarrow MI \parallel CN$$

$$\left. \begin{array}{l} MI \perp CM \\ IN \perp CN \\ MC \perp CN \end{array} \right\} \Rightarrow IN \parallel MC$$

$$IN = MC = 3x.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\Delta INX (\angle INX = 90^\circ)$$

$$NX = \sqrt{IN^2 + IX^2} \text{ по Теореме Пифагора.}$$

IX — радиус Ω , значит $IX = 5$.

$$NX = \sqrt{25 - 9x^2}$$

$$XOC = 2NX = 2\sqrt{25 - 9x^2}$$

$$XOE = OC + CX = 1 + 4x^2$$

$$2\sqrt{25 - 9x^2} = 1 + 4x^2 \quad t = x^2 \geq 0$$

$$2\sqrt{25 - t} = 1 + 4t (*)$$

$1 + 4t$ возрастает
 $2\sqrt{25 - t}$ убывает $\Rightarrow (*)$ — максимум
один корень.

$t = 1$ — корень, $\Rightarrow x = 1$ и он единственный
 $x^2 = 1$

$\begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$ не удовлетворяет условию задачи
 $x = 1$.

$$AB = 8x = 8.$$

Ответ: $AB = 8$.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4.

$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$$

$$a = 2-7x$$

$$b = 2x^2+2x+1 = x^2+(x+1)^2 > 0$$

$$\sqrt{a+b} - \sqrt{b} = a \quad \sqrt{a+b} \geq \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0$$

$$\sqrt{a+b} = a + \sqrt{b} \quad \sqrt{a+b} \leq \sqrt{b} \text{ при } a \leq 0, \text{ значит}$$

значим $\sqrt{a+b} - \sqrt{b}$ и a одного знака,

$$\text{тогда } \sqrt{a+b} - \sqrt{b} = a \Leftrightarrow (\sqrt{a+b} - \sqrt{b})^2 = a^2$$

$$a+b - 2\sqrt{a+b} \cdot \sqrt{b} + b = a^2$$

$$2b - 2\sqrt{b} \cdot \sqrt{a+b} = a^2 - a$$

$$2\sqrt{b}(\sqrt{b} - \sqrt{a+b}) = a(a-1)$$

$$a \geq 0 \quad \sqrt{b} - \sqrt{a+b} \leq 0 \Rightarrow 2\sqrt{b}(\sqrt{b} - \sqrt{a+b}) \leq 0, a(a-1) \leq 0$$

значит при $a \geq 0 \quad a \leq 1$

$$a \leq 0 \quad \sqrt{b} - \sqrt{a+b} > 0$$

$$\sqrt{a+b} = a + \sqrt{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b = a^2 + 2a\sqrt{b} + b \\ a + \sqrt{b} \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 + 2a\sqrt{b} - a = 0 \\ a + \sqrt{b} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a(a + 2\sqrt{b} - 1) = 0 \\ a + \sqrt{b} \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \\ 2x^2 + 2x + 1 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \alpha = 0 & (1) \\ \alpha - 1 = 2\sqrt{b} & (2) \\ \alpha + \sqrt{b} \geq 0 & (3) \end{cases}$$

(1) $\alpha = 0$

$$2 - 4x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{4}$$

(2) $\alpha - 1 = 2\sqrt{b}$

$$1 - 4x = 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 4x \geq 0 & (2a) \\ 1 - 14x + 49x^2 = 4(2x^2 + 2x + 1) & (2b) \end{cases}$$

(2a) $1 - 4x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{4}$

(2b) $1 - 14x + 49x^2 = 8x^2 + 8x + 4$

$$41x^2 - 22x - 3 = 0$$

$$\frac{D}{4} = (11)^2 - (-3) \cdot 41 = 121 + 123 = 244 = 4 \cdot 61$$

$$x_1 = \frac{11 - 2\sqrt{61}}{41} < \frac{1}{4} < \frac{1}{3}$$

$$x_2 = \frac{11 + 2\sqrt{61}}{41} > \frac{11 + 2\sqrt{49}}{41} = \frac{11 + 2 \cdot 7}{41} = \frac{25}{41} > \frac{1}{4} \text{ не подходит}$$

$$(3) \alpha + \sqrt{b} \geq 0 \quad \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \geq 4x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 2 \leq 0 & (3a) \\ \begin{cases} 4x - 2 \geq 0 & (3b) \\ 2x^2 + 2x + 1 \geq (4x - 2)^2 & (3b) \end{cases} \end{cases}$$

(3a) $4x - 2 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{2}{4}$

(3b) $4x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{2}{4}$

(3b) $2x^2 + 2x + 1 \geq 49x^2 - 28x + 4$

$$47x^2 - 30x + 3 \leq 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$44x^2 - 30x + 3 = 0$$

$$\frac{D}{4} = (15)^2 - 3 \cdot 44 = 225 - 132 = 93$$

$$x_1 = \frac{15 + \sqrt{93}}{44}$$

$$x_2 = \frac{15 - \sqrt{93}}{44}$$

$$x \in \left[\frac{15 - \sqrt{93}}{44}; \frac{15 + \sqrt{93}}{44} \right]$$

$$\begin{cases} x \leq \frac{2}{7} \\ x > \frac{2}{7} \\ x \in \left[\frac{15 - \sqrt{93}}{44}; \frac{15 + \sqrt{93}}{44} \right] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{2}{7} \\ x \in \left(\frac{2}{7}; \frac{15 + \sqrt{93}}{44} \right] \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x \in (-\infty; \frac{15 + \sqrt{93}}{44}]$$

$$\begin{cases} x = \frac{2}{7} \\ x = \frac{11 + 2\sqrt{61}}{44} \\ x \in (-\infty; \frac{15 + \sqrt{93}}{44}] \end{cases} \quad \frac{11 + 2\sqrt{61}}{44} > \frac{15 + \sqrt{93}}{44} \quad \frac{11 + 2\sqrt{49}}{44} > \frac{15 + \sqrt{100}}{44}$$
$$> \frac{11 + 14}{44} = \frac{25}{44} > \frac{25}{44} > \frac{15 + \sqrt{100}}{44}$$
$$> \frac{15 + \sqrt{93}}{44}, \text{ значит}$$

$$x = \frac{11 + 2\sqrt{61}}{44} \text{ не подходит}$$

$$x = \frac{2}{7} \text{ подходит по } 0.23$$

$$\text{Ответ: } \left\{ \frac{2}{7} \right\}$$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐



Задача 5.

Возьмем ^{с целыми координатами} какую-то точку $A(x_1, y_1)$, поймаем, где лежат ~~все~~ точки $B(x_2, y_2)$, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 0$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 0 \Rightarrow y_2 = -2x_2 + 12 + y_1 + 2x_1$$

Значит ~~все точки~~ ^{только} все точки B

лежат на прямой $y = -2x + 12 + y_1 + 2x_1$,

возьмем точку на прямой $y = -2x + 12 + y_1 + 2x_1$, ~~эта прямая получается параметризацией~~ ^(*)
~~с целыми координатами~~ $B(x_2, -2x_2 + 12 + y_1 + 2x_1)$

$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 2x_2 - 2x_1 - 2x_2 + 12 + y_1 + 2x_1 + y_1 = 12$. Значит наша точка с целыми координатами на прямой подходит.

Тогда если $12 + y_1 + 2x_1$ и y у двух точек совпадают значения выражений

$12 + y + 2x$, то им подходят в пару друг и те же точки, т.к. прямая $y = -2x + 12 + y_1 + 2x_1$ будет для них одинакова.

$$12 + y_1 + 2x_1 = 12 + y_2 + 2x_2 \Rightarrow y_2 - y_1 = -2(x_2 - x_1)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

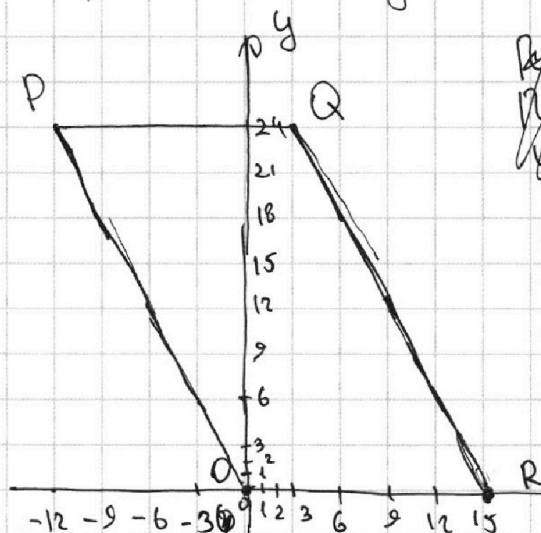
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Значит все такие точки лежат на
прямой с угловым коэффициентом -2.



Для
прямых PQ и QR угловый
коэффициент -2.

(*) - эта прямая получается
параллельным переносом
прямой, с угловым коэф-
фициентом -2, проходящей
через точку A, вправо на 6
единиц, т.к. это
прямая имеет уравнение

$$y = (-2 \cdot 6) - 2x + 2x_1 + y_1 = -2(x - 6) + 12 + 2x_1 + y_1.$$

Прямая PO - $y = -2x$, QR - $y = -2x + 30$

Возьмем отрезок PO, т.к. угловой

коэффициент прямой PO -2, то все
с целыми координатами

точки на PO в пару попадают все точки с

целыми координатами на прямой

$y = -2x + 12$, в точках с целыми коорди-

натами на PO и на $y = 12$, значим

возмож пар между этими точками $13 \cdot 13 = 13^2$

Теперь подвинем прямую PO на единицу вправо

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

вместе с PO подвинется и прямая y , она
сдвинется также на 1 вправо, ~~также на~~
~~каждая~~ на PO и на y также будет по
13 точек с целыми координатами, знач-
ит пар будет 13^2 . Продолжим сдвигать
 PO пока y не совпадет с QR . Если мы
продолжим сдвигать PO , то точки
принадлежащие в пары будут вне $PQRO$,
значит дальней пар. не будет. Таким
образом мы прошли по всем точкам
пары $PQRO$ с целыми координатами,
чтобы первоначальная прямая $y = -2x + 12$
пересекла QR $-2x + 30$ потребовалось
сдвинуть её вправо на 10 единиц, на
каждом шаге пар было 13^2 , ~~значит~~
всего шагов было 10, значит пар
 $10 \cdot 13^2 = 1690$
Ответ: 1690 пар



1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6.

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

Мы хотим найти при каких a и b у этой системы ровно 2 решения и тогда мы ответим на вопрос задачи

$$\begin{cases} y = ax + 10b \quad (2) \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \quad (1) \end{cases}$$

$$(1) ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$$

$$\begin{cases} (x+8)^2 + y^2 - 1 \leq 0 \\ x^2 + y^2 - 4 \geq 0 \\ (x+8)^2 + y^2 - 1 \geq 0 \\ x^2 + y^2 - 4 \leq 0 \end{cases}$$

Чтобы у системы было два решения, у данной совокупности должно быть два решения, при $y = ax + 10b$.

Каждая из систем в данной совокупности имеет либо бесконечно много решений, либо одно, либо none, тогда чтобы было два решения у каждой из систем должно быть по одному решению.

$$\begin{cases} (x+8)^2 + y^2 \geq 1 \\ x^2 + y^2 \leq 4 \end{cases} - 1 \text{ решение}$$

$$\begin{cases} (x+8)^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + y^2 \geq 4 \end{cases} - 1 \text{ решение}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

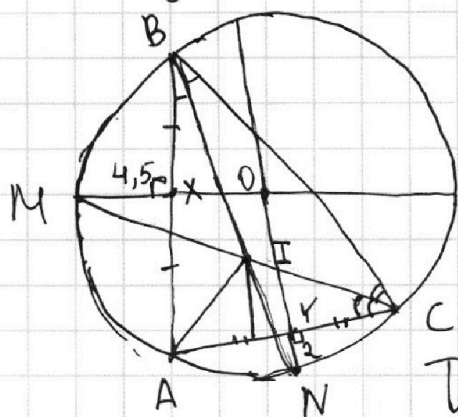
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 4



Т.к. M и N - середины дуг AB и AC , то CM - биссектриса угла ACB , а BN - биссектриса угла ABC .

Тогда точка пересечения CM и BN - центр вписанной окружности треугольника ABC , обозначим её как I . Тогда нам надо найти расстояние AI .

M - середина дуги $\overset{AB}{\curvearrowright} \Rightarrow MA = MB$, значит, M на серединном перпендикуляре к AB , тогда. Расстояние от M до AB - длина перпендикуляра из M на AB , пусть его основание X . Тогда $MX = 4,5$ и X - середина AB . Пусть Y - основание перпендикуляра из N на AC , тогда аналогично получаем $NY = 2$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Прямые MX и NY до пересечения, пусть
они пересекаются в точке O , т.к.

$MX \perp AB$, $NY \perp AC$, AB и AC — диаметры
окружности, описанной около $\triangle ABC$,
то точка их пересечения — центр ^{этой}
окружности. Значит O — центр
окружности, описанной около $\triangle ABC$



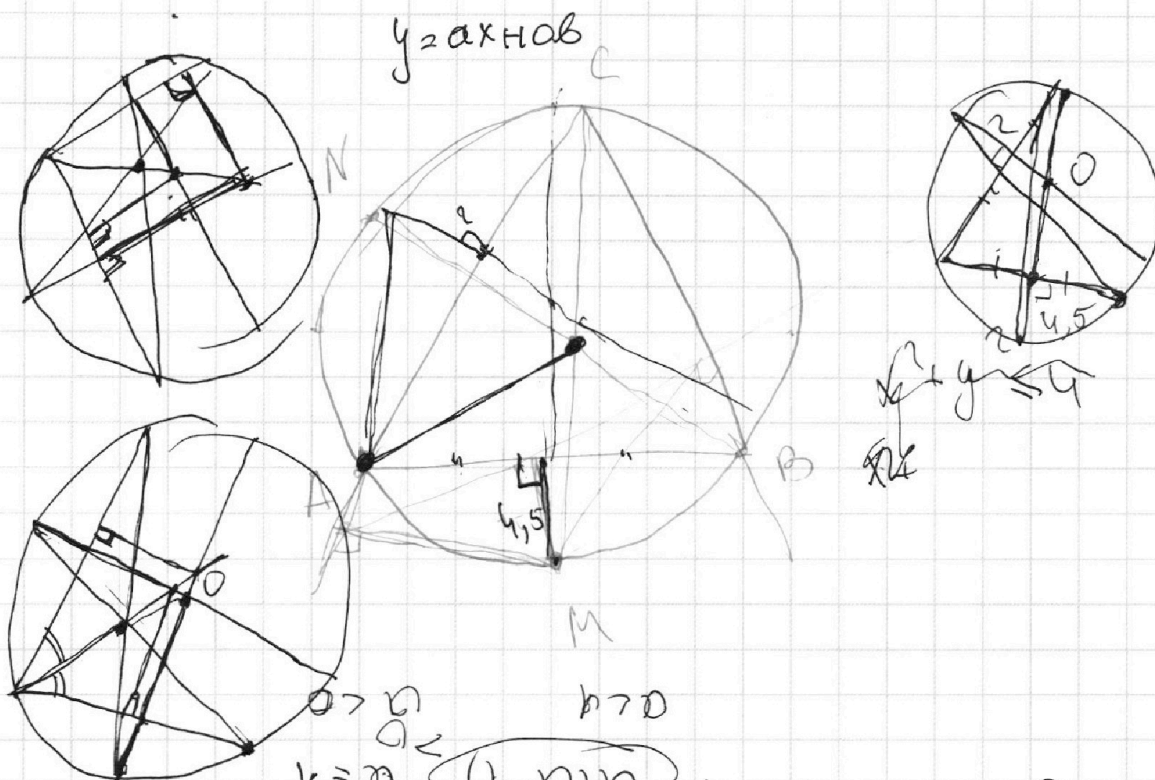
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a + 2b = a^2 + 2\sqrt{a+6} + 2 = 9 + 2 + a$$
$$2\sqrt{a+6} = 9 + a - a^2$$
$$2\sqrt{a+6} = 9 + a - a^2$$
$$2\sqrt{a+6} = 9 + a - a^2$$

$$a + 2b = a^2 + 2\sqrt{a+6} + 2 = 9 + 2 + a$$
$$2\sqrt{a+6} = 9 + a - a^2$$
$$2\sqrt{a+6} = 9 + a - a^2$$
$$2\sqrt{a+6} = 9 + a - a^2$$

$$a + 2b = a^2 + 2\sqrt{a+6} + 2 = 9 + 2 + a$$
$$2\sqrt{a+6} = 9 + a - a^2$$
$$2\sqrt{a+6} = 9 + a - a^2$$
$$2\sqrt{a+6} = 9 + a - a^2$$

$$a + 2b = a^2 + 2\sqrt{a+6} + 2 = 9 + 2 + a$$
$$2\sqrt{a+6} = 9 + a - a^2$$
$$2\sqrt{a+6} = 9 + a - a^2$$
$$2\sqrt{a+6} = 9 + a - a^2$$

$$a + 2b = a^2 + 2\sqrt{a+6} + 2 = 9 + 2 + a$$
$$2\sqrt{a+6} = 9 + a - a^2$$
$$2\sqrt{a+6} = 9 + a - a^2$$
$$2\sqrt{a+6} = 9 + a - a^2$$

$$a + 2b = a^2 + 2\sqrt{a+6} + 2 = 9 + 2 + a$$
$$2\sqrt{a+6} = 9 + a - a^2$$
$$2\sqrt{a+6} = 9 + a - a^2$$
$$2\sqrt{a+6} = 9 + a - a^2$$

$$a + 2b = a^2 + 2\sqrt{a+6} + 2 = 9 + 2 + a$$
$$2\sqrt{a+6} = 9 + a - a^2$$
$$2\sqrt{a+6} = 9 + a - a^2$$
$$2\sqrt{a+6} = 9 + a - a^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab: 2^{14} 7^{10} \quad bc: 2^{14} 7^{17} \quad ac: 2^{20} 7^{37}$$

$$a^2 b^2 c^2: 2^{54} 7^{64} \quad a = 2^{10} 7^{37} \quad c = 2^{20} 7^{37} \quad c = 2^{20}$$

$$a^2 b^2 c^2 \geq 2^{54} 7^{64} \quad 2abc \geq 2^{46} 7^{32} \quad 2^{26} c \geq 2^{12}$$

$$(a, b) = 1 \quad a + b \geq 20 \quad a^2 + b^2 \geq 17 \quad y + z \geq 20 \quad x + y + z \geq 17$$

$$a + b: m \quad a^2 - 6ab + b^2: m \quad x + y + z \geq 20 \quad 2x + 2y + 2z \geq 17$$

$$a^2 - 6ab + b^2: m \quad x + y + z \geq 20 \quad 2x + 2y + 2z \geq 17$$

$$= (a+b)^2 - 8ab$$

$$8ab: m \quad c = 1 \quad a = 2^{14} 7^{14} \quad b = 2^{20} 7^{37}$$

$$a + b: m \quad q \quad (a, m) \neq 1 \Rightarrow (a, m) = q \quad (a, b) = 1 \Rightarrow b \nmid a$$

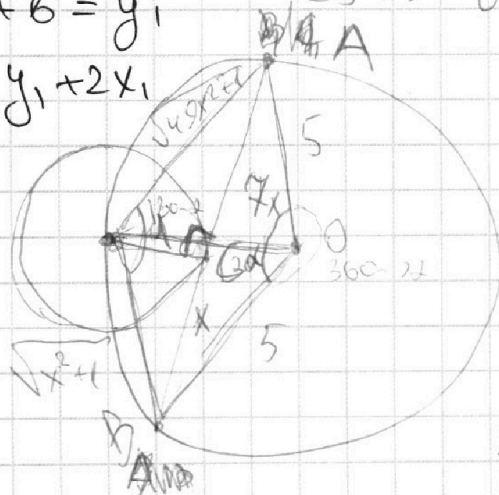
$$8ab: m \quad (a, m) = 1 \quad (b, m) = 1$$

$$8: m \quad b \geq m$$

$$m = 8 \quad 5 \quad 3 \quad 25 + 9 - 6 \cdot 5 \cdot 3 = 34 - 90 = -56 : 8$$

$$-2x_1 + b = y_1$$

$$b = y_1 + 2x_1$$



$$\cos^2 2\alpha = 1 - \sin^2 2\alpha$$

$$x_1 \quad y_1$$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

$$y_2 = -2x_2 + 2 + 2x_1 + 2y_1$$

