



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача N1

$a, b, c \in \mathbb{N}$

$abc - ?$
min

$ab: 2^{14} 4^{10}$

$bc: 2^{14} 4^{14}$

$ac: 2^{20} 4^{34}$

Если мы перемножим ab и bc и ac (то есть)
это число будет точно делиться $2^{31} 4^{64}$

Но также будет делиться и самый
маленьший из тройки делитель — $2^{14} 4^{10}$
т.е. любой другой из тройки точно
делится на него:

$$\frac{2^{14} 4^{14}}{2^{14} 4^{10}} = 2^0 4^4$$

$$\frac{2^{20} 4^{34}}{2^{14} 4^{10}} = 2^6 4^{24}$$

Поэтому число $a^2 b^2 c^2: 2^{14} 4^{10}$ а следовательно

$abc: \sqrt{2^{14} 4^{10}}$

$abc: 2^7 4^5 \Rightarrow$ наименьшее возможное
значение abc это и есть
делитель — $2^7 4^5$

Ответ: $2^7 4^5$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задание №2

$$\sqrt{\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}}$$

$\frac{a}{b}$ - несократима дроби

$$\text{Пусть } \frac{a}{b} = k, \text{ тогда } a = bk$$

Подставим в дробь вместо a , bk :

$$\frac{bk+b}{(bk)^2-6 \cdot bk \cdot b+b^2} = \frac{b(k+1)}{b^2(k^2-6k+1)}$$

чтобы дробь была сократима на

$$k+1 = k^2-6k+1$$

$$k^2-7k=0$$

$$k(k-7)=0$$

$$\begin{cases} k=0 \\ k=7 \end{cases}$$

$$m = k+1 = k^2-6k+1$$

наибольшее значение m достигается
при наибольшем значении k , то есть

$$\text{при } k=7$$

⇓

$$m = 7+1 = 8$$

Ответ. при $m=8$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

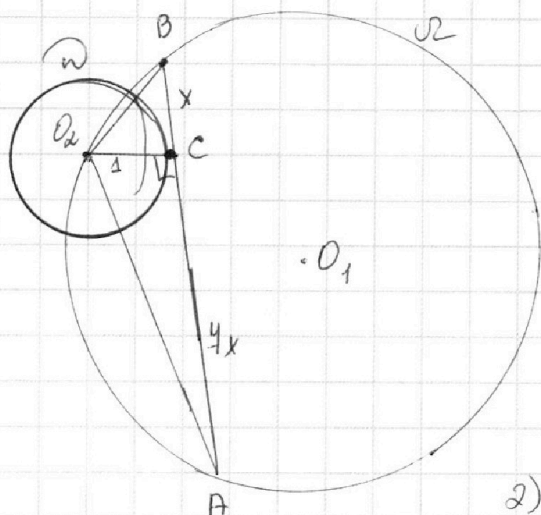
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Задача №3



Вано.

Окр ω y. Oa $r=1$

Окк Ω y. O, $R = 5$

AB - xof 99 oap 2

AB касает. @ B и C

$$\frac{AC}{CB} = \frac{4}{1}$$

Kaistu: AB

1) $\angle AC = 4x$ $BC = x$

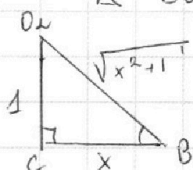
2) AB-краска к окр ω

OA - радиус пров. в точку кас.

по т. о. логиче. праву Р. т. кас

$$O_A C \perp AB$$

3) Рассмотрим прямую

 ΔBO_2C 

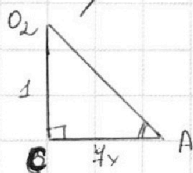
по м. Суворова

$$BD_{\alpha} = \sqrt{x^2 + 1}$$

$$\sin \angle O_2 BC = \frac{O_2 C}{BO_2} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

4) Рассмотрение

прямой $\triangle CO_2A$ ($OC \perp AB$)



по м. Суфачора

$$AO_2 = \sqrt{49x^2 + 1}$$

$$\sin \angle DAC = \frac{AC}{DA} =$$

$$= \frac{0.2 C}{0.2 A} = \frac{1}{\sqrt{49x^2 + 1}}$$

5) $\triangle O_2BA$ - вписан в окр. ω , в центре которой лежит O_1 .

по т. синусов

$$\frac{BO_2}{\sin \angle BAO_2} = 2R$$

$$\frac{AO_2}{\sin \angle O_2BA} = 2R$$

$$BO_2 = 2R \sin \angle BAO_2 = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{49x^2 + 1}} = \frac{2}{\sqrt{49x^2 + 1}}$$

$$AO_2 = 2.5 \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{10}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

см ис оборотс $\sqrt{x}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

продолжение 3 год 9 сем

$$6) BO_2 = \frac{10}{\sqrt{49x^2 + 1}} \quad \Bigg/ \quad \frac{10}{\sqrt{49x^2 + 1}} = \sqrt{x^2 + 1}$$

$$BO_2 = \sqrt{x^2 + 1}$$

$$\frac{100}{49x^2 + 1} = x^2 + 1$$

$$49x^4 + x^2 + 49x^2 + 1 = 100$$

$$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$$

по схеме Горнера:

	49	0	50	0	-99	
1	49	49	99	99	0	⊕ $x=1$ - корень
-1	49	0	99	0	⊕ $x=-1$ - корень	

$$(x+1)(x-1)(49x^2 + 99) = 0$$

$$49x^2 + 99 = 0$$

при x

$$\begin{cases} x=1 - \\ x=-1 - \end{cases}$$

не корень, так $x > 0$
(x - сторона)

$$4) AB = AC + CB = x + 4x = 8x = 8 \cdot 1 = 8$$

Ответ: 8

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3 задачи 24

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 4x$$

$$\begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \\ 2x^2 + 2x + 1 \geq 0 \\ 2 - 4x \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x^2 - 2x - 3x + 3 \geq 0 \\ 7x \leq 2 \\ 2x^2 + 2x + 1 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} (x-1)(x-\frac{3}{2}) \geq 0 \\ x \leq \frac{2}{2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & 2x^2 + 2x + 1 = 0 \\ & D = 2^2 - 4 \cdot 2 < 0 \end{aligned}$$

т.к. a (старший член) $a > 0$

$$y = 2x^2 + 2x + 1 \quad \text{но} \quad \begin{aligned} & \text{на } x=0 \text{ } y=1 \\ & 2 > 0 \Rightarrow \text{вершина вверх} \end{aligned} \Rightarrow$$

$$x \in (-\infty; \frac{2}{7}]$$

$$a = \sqrt{2x^2 - 5x + 3} \quad b = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

Заметим, что

$$a^2 - b^2 = 2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 = -7x + 2$$

$$\begin{cases} a^2 - b^2 = 2 - 7x \\ a - b = 2 - 7x \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} & a - b = a^2 - b^2 \\ & (a-b)(a+b) - (a-b) = 0 \\ & (a-b)(a+b-1) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} a = b \\ a + b = 1 \end{cases}$$

I. $a = b$

$$\begin{aligned} \sqrt{2x^2 - 5x + 3} &= \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \\ 2x^2 - 5x + 3 &= 2x^2 + 2x + 1 \\ 7x &= 2 \\ x &= \frac{2}{7} \end{aligned}$$

$$II. \quad a + b = 1$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$\begin{cases} 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \geq 0 \\ x \in \mathbb{R} \quad x^2 - 5x + 3 \geq 0 \end{cases}$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 1 + 2x^2 + 2x + 1 - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$\begin{cases} 2x^2 + 2x + 1 \leq 0 \quad ; \quad 2x(x+1) \leq 0 \\ x \in (-\infty; -1] \cup [0; +\infty) \end{cases}$$

$$2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 4x - 1$$

См. и обратное



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

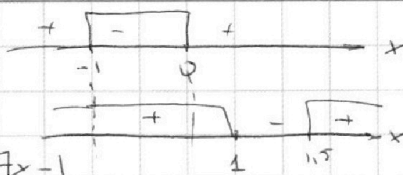
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

продолжи

4

$$\begin{cases} x \in [-1; 0] \\ 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 7x - 1 \end{cases}$$

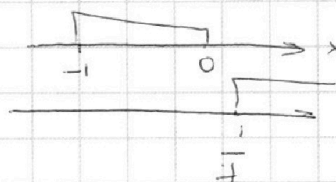
$$2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 7x - 1$$



$$\begin{cases} x \in [-1; 0] \\ 7x - 1 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x - 1 \geq 0 \quad ; \quad x \geq \frac{1}{7} \\ 2(2x^2 + 2x + 1) = (7x - 1)^2 \end{cases}$$

и



$$x \in \emptyset$$

$$x = \frac{2}{7}$$

Ответ:

$$\frac{2}{7}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача №6

$$\begin{cases} ax - y + 108 = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

кол-во решений системы = кол-во пересечений графиков

I $y = ax + 108$

II $((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$

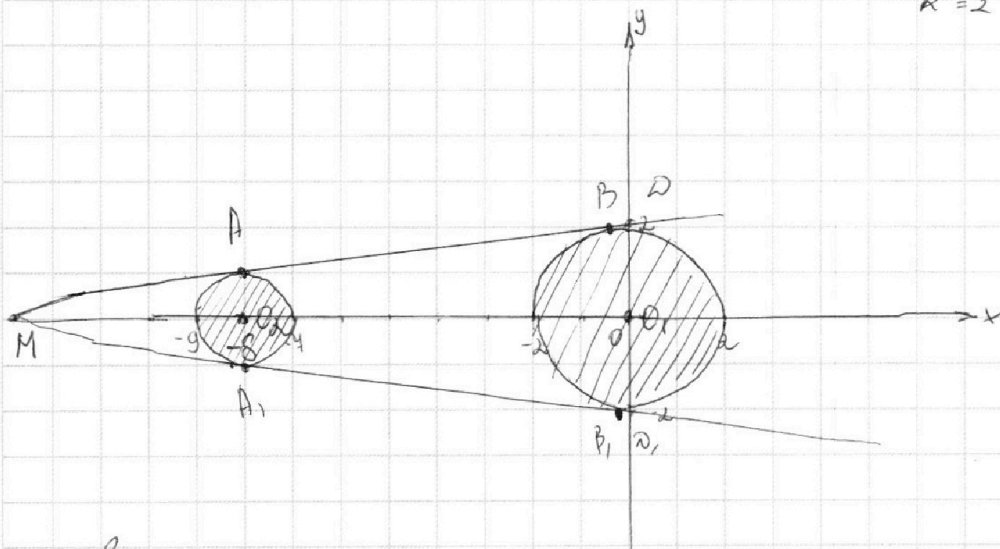
$$\begin{cases} (x+8)^2 + y^2 \geq 1 \\ x^2 + y^2 \leq 2^2 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} (x+8)^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + y^2 \geq 2^2 \end{cases}$$

— это все графики окружностей

$x^2 + y^2 = 2^2$
Окр. с (0; 0)
R = 2

$(x+8)^2 + y^2 = 1$
Окр. с (-8; 0)
R = 1

построим график



Заметим, что система $уф$ будет иметь ровно 2 решения, когда $у = ax + 108$ будет общей касательной к двум окружностям. Пусть точка пересечения двух касательных — (1; 1)

Учитро окружностей NO_1 и NO_2

точки касания с окр.: OA и OB , OA_1 и OB_1

точки пересечения с осью OD и OD_1 или на обороте

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

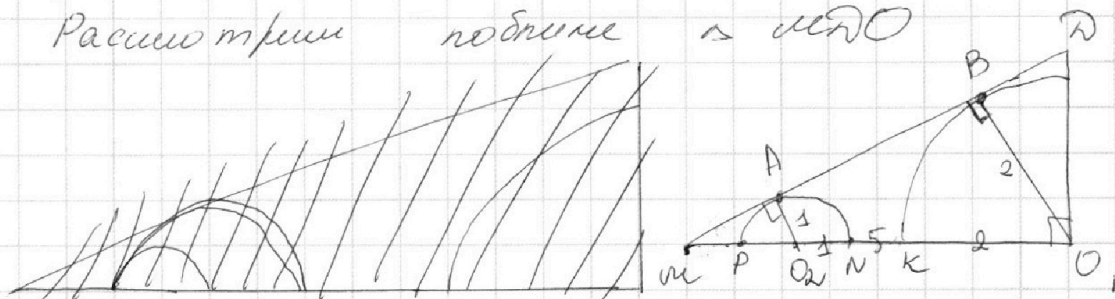
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Продолжение 6 задачи №1

Рассмотрим подобие $\triangle MBO$



Расставим точки пересечения окружностей с осью Ox
(1) P, N, K соответственно.

1) $O_1 O_2 = 8$, радиусы абсцисс $O_2(-8; 0)$ $O_1(0; 0)$
 $O_2 N = 1$
 $K O_1 = 2$
 $\Downarrow$
 $NK = 5$

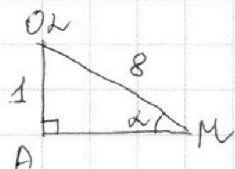
$O_2 A \perp MB$ радиус $\perp$ касат.
 $O_1 B \perp MB$ радиус $\perp$ касат.

2) Рассмотрим $\triangle MAO_2 \sim \triangle MBO_1$ по I кр.
 $\angle BMO_1$ - общий
 $\angle MAO_2 = \angle MBO_1 = 90^\circ$
 $\frac{MO_2}{MO_1} = \frac{O_2 A}{O_1 B}$

$\angle MO_2 = x$, тогда

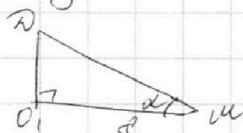
$\frac{x}{x + O_2 O_1} = \frac{1}{2}$
 $2x = x + 8$
 $x = 8 \Rightarrow O_2 M = 8, MO_1 = 8 + 8 = 16$
 т.е. $M(-16; 0)$

3) $\triangle MAO_2$ - прямоугол
 $\sin \alpha = \frac{AO_2}{O_2 M}$



$\sin \alpha = \frac{1}{8}$

4) $\triangle MO_1 B$ - прямоугол



$\sin \angle BMO_1 = \sin \alpha$

$\sin \angle BMO_1 = \frac{BO_1}{MO_1}$

$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{1}{64}} = \frac{\sqrt{63}}{8}$
 см. в след. стр.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Продолжим 6 задачу на

$$\cos \alpha = \frac{MO_1}{OM} \quad OM = \frac{MO_1}{\cos \alpha} = \frac{16 \cdot 8}{\sqrt{63}} = \frac{2 \cdot 64}{\sqrt{63}}$$

$$\sin \alpha = \frac{DO_1}{OM}$$

$$DO_1 = \sin \alpha \cdot OM = \frac{1}{8} \cdot \frac{2 \cdot 64}{\sqrt{63}} = \frac{16 \sqrt{63}}{63} = \frac{16 \sqrt{7}}{21}$$

5) Прямая имеет координаты $(0; \frac{16\sqrt{7}}{21})$

т.к. касательная к окружности симметрична относительно ОХ, то прямая $(0; -\frac{16\sqrt{7}}{21})$

6) $y = ax + 10b$ проходит через $1) M (-16; 0)$ и $1) D (0; \frac{16\sqrt{7}}{21})$

$$\begin{cases} -\frac{16\sqrt{7}}{21} = 10b \\ 0 = -16a + 10b \end{cases} \quad \begin{cases} b = -\frac{8\sqrt{7}}{105} \\ a = \frac{10}{16}b \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = -\frac{8\sqrt{7}}{105} \\ a = \frac{-16\sqrt{7}}{16} \cdot \frac{8\sqrt{7}}{105 \cdot 21} \end{cases} \quad \begin{cases} b = -\frac{8\sqrt{7}}{105} \\ a = -\frac{\sqrt{7}}{21} \end{cases}$$

$$y = -\frac{\sqrt{7}}{21}x + \frac{8\sqrt{7}}{105}$$

касательная симметрична $\Rightarrow$

$$y = \frac{\sqrt{7}}{21}x + \frac{8\sqrt{7}}{105}$$

Вспомогат. при $a = \frac{\sqrt{7}}{21}$ и $b = \frac{8\sqrt{7}}{105}$
при $a = -\frac{\sqrt{7}}{21}$ и $b = \frac{8\sqrt{7}}{105}$

имеет уравнения имеет всего 2 прям.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

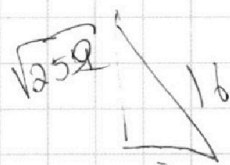
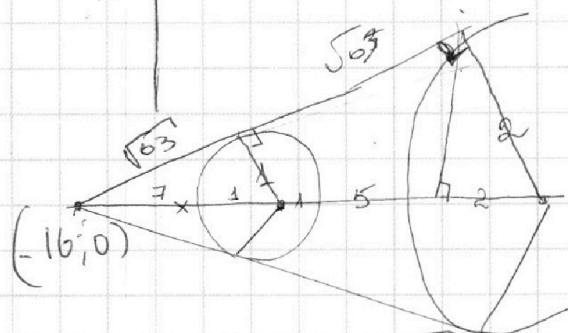
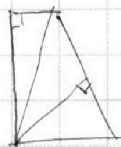
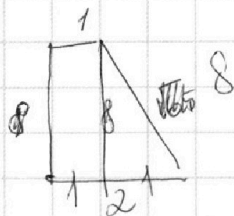
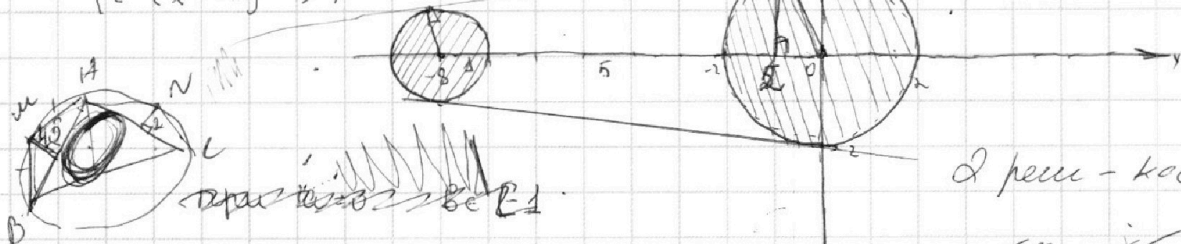
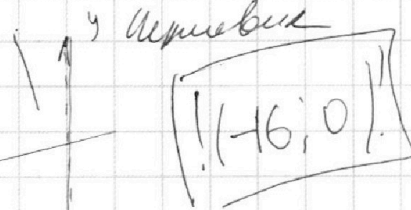
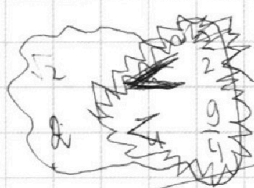
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



а) $ax - y + 10b = 0$
 $y = ax + 10b$

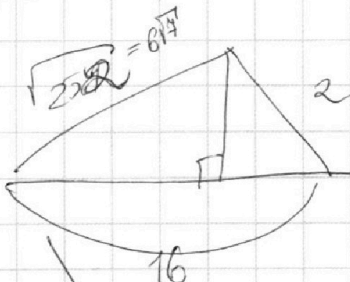
$$\begin{cases} (x+8)^2 + y^2 \geq 4 \\ x^2 + y^2 \leq 4 \\ (x-8)^2 + y^2 \leq 4 \\ x^2 + y^2 \geq 4 \end{cases}$$



$\sqrt{24 \cdot 2}$

$\frac{1}{2} = \frac{x}{x+8}$
 $2x = x+8$
 $x = 8$

$2 \cdot 126 =$
 $= 4 \cdot 63 =$
 $= 4 \cdot 9 \cdot 4$



$\sin = \frac{1}{8}$
 $\cos = \sqrt{1 - \frac{1}{64}} = \frac{\sqrt{63}}{8}$

$\frac{1}{8} = \frac{N \cdot \sqrt{5}}{8 \cdot 2}$

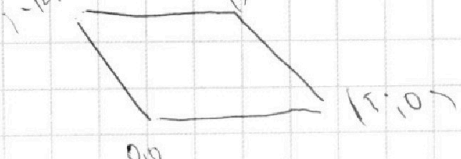
$N = 3\sqrt{2} = 8^2$

$N = \frac{64\sqrt{63}}{16\sqrt{63}}$

$2x - 1x + y_2 - y_1 = 12$

$\frac{\sqrt{63}}{8} = \frac{16}{x}$

$x = \frac{8 \cdot 16}{\sqrt{63}} = \frac{128}{\sqrt{63}}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик

$$\begin{aligned} ab &: 2^{14} 4^{10} \\ bc &: 2^{14} 4^{14} \\ ac &: 2^{20} 4^{34} \end{aligned}$$

$$abc: 2^{51} 4^{64}$$

abc - иском?

$$abc: 2^{25} 4^{32} \sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} abc &\in \mathbb{N} \\ \Rightarrow abc &\neq 2^{20} 4^{32} \end{aligned}$$

$$\textcircled{a} \frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{1}{16\sqrt{2}}$$

$$\frac{a}{b} - \text{искомого}$$

$$\frac{1}{a-6b+\frac{b^2}{a}} + \frac{1}{\frac{a^2}{b}-6a+b}$$

$$\begin{aligned} &\frac{a^2-6ab+b^2}{-a^2+ab-4ab+b^2} \cdot \frac{a+b}{a} \\ &= \frac{a^2-6ab+b^2}{-3ab+b^2} \cdot \frac{a+b}{a} \end{aligned}$$

$$\frac{a}{b} = k \quad a = bk$$

$$\frac{b+bk}{b^2k^2-6b^2k+b^2} = \frac{b(k+1)}{b^2(k^2-6k+1)}$$

$$m=4$$

$$\begin{aligned} x^2-6bx+b^2 &= 0 \\ D &= 36b^2-4b^2=32b^2 \end{aligned}$$

$$x_{1,2} = \frac{6b \pm 4b\sqrt{2}}{2} \quad x_{1,2} = 3b \pm 2b\sqrt{2} = b(3 \pm 2\sqrt{2})$$

$$k^2-6k+1=0$$

$$D = 36-4=32$$

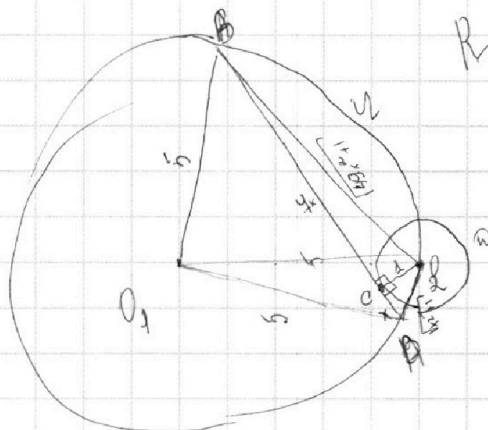
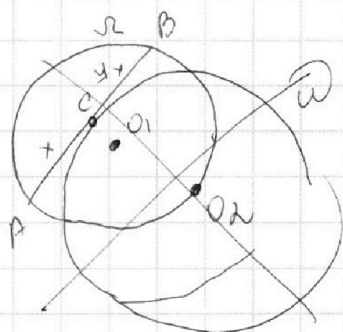
$$k_{1,2} = \frac{6 \pm 4\sqrt{2}}{2}$$

$$a = b(3-2\sqrt{2}) \quad a = b(3+2\sqrt{2})$$

$$\frac{a+b}{(a-b(3-2\sqrt{2}))(a-b(3+2\sqrt{2}))} = \frac{1}{16\sqrt{2}}$$

$$k_{1,2} = 3 \pm 2\sqrt{2}$$

(3)



$$R_{\omega} = 1$$

$$R_{\omega} = 5$$

$$\begin{aligned} k+x &= k^2-6k+x \\ 2x^2-4k &= 0 \\ k(k-4) &= 0 \end{aligned}$$

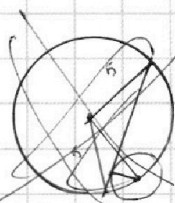
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 \cdot 4x$$

$$\begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \\ 2x^2 + 2x + 1 \geq 0 \end{cases} \quad (x-1)(x-\frac{3}{2}) \geq 0$$

$$D = 4 - 8 < 0$$

$$\frac{9}{2} - \frac{15}{2} + 3$$

$$\frac{+}{1} \quad \frac{-}{\frac{3}{2}} \quad \frac{+}{2}$$

$$x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty)$$

$$2 - 4x \geq 0$$

$$7x \leq 2$$

$$x \leq \frac{2}{7}$$

$$x \in (-\infty; \frac{2}{7}]$$

$$2 - 4x + 2\sqrt{\dots} = (2 - 4x)^2$$

$$a = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$$

$$b = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$a^2 - b^2 = 2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 = -4x + 2$$

$$\begin{cases} a^2 - b^2 = 2 - 4x \\ a - b = 2 - 4x \end{cases}$$

$$a - b = 2 - 4x$$

$$a^2 - b^2 = a - b$$

$$(a+b)(a-b) - (a-b) = 0$$

$$(a-b)(a+b-1) = 0$$

$$\begin{cases} a = b \\ a + b = 1 \end{cases}$$

$$\text{Mon: } \frac{2}{7}$$

$$\frac{11 - \sqrt{283}}{41}$$

$$\begin{array}{r} 283 \overline{) 6} \\ 24 \overline{) 43} \\ 43 \end{array}$$

$$2x^2 + 2x + 1 = 2x^2 - 5x + 3$$

$$4x = 2$$

$$x = \frac{2}{7}$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \geq 0$$

$$2x^2 - 5x + 3 = (1 + 2x + 2x + 1) - 2\sqrt{\dots}$$

$$2x^2 + 2x + 1 \leq 1$$

$$2x(x+1) \leq 0$$

$$\frac{+}{-} \quad \frac{-}{+}$$

$$2\sqrt{\dots} = 4x - 1$$

$$x \geq \frac{1}{4}$$

$$4(2x^2 + 2x + 1) = 49x^2 - 14x + 1$$

$$8x^2 + 8x + 4 = 49x^2 - 14x + 1$$

$$41x^2 - 22x - 3 = 0$$

$$D = 22^2 + 4 \cdot 3 \cdot 41 = 4(11^2 + 123) = 4 \cdot 283$$

$$x_{1,2} = \frac{22 \pm 2\sqrt{283}}{2 \cdot 41}$$

$$x_{1,2} = \frac{11 \pm \sqrt{283}}{41}$$

$$\frac{11 - \sqrt{283}}{41} < \frac{2}{7}$$

$$\frac{44 - 4\sqrt{283}}{164} < \frac{2}{7}$$

