



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}$ ,  $b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-12;24)$ ,  $Q(3;24)$  и  $R(15;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Из условия:  $\begin{cases} ab : 2^{14} 7^{10} \\ bc : 2^{12} 7^{11} \\ ac : 2^{20} 7^{37} \end{cases} \Rightarrow ab \cdot bc \cdot ac = (abc)^2 : 2^{51} \cdot 7^{64}$

но  $(abc)^2$  - квадрат натурального числа  $\Rightarrow (abc)^2 : 2^{51}$   
 Тогда если  $(abc)^2 : 2^{51} \cdot 7^{64} \Rightarrow abc : 2^{25} \cdot 7^{32}$   $\Downarrow$   
 $abc : 2^{26}$   
 Проверим, когда  $abc = 2^{26} \cdot 7^{32} : a = 2^8 \cdot 3^{15}$   
 $b = 2^6 \cdot 3$   
 $c = 2^{12} \cdot 3$

Далее замечаем, что  $abc : 7^{37}$  и  $ac : 7^{37}$

Тогда  $abc : (2^{26} \cdot 7^{37})$

Пусть  $a = 2^8 \cdot 3^{20}$

$b = 2^6 \cdot 3$

$c = 2^{12} \cdot 3^7$

$ab : 2^{14} 7^{10}$

$bc : 2^{18} 7^{17}$

$ac : 2^{20} 7^{37}$

и  $abc = 7^{37} \cdot 2^{26}$

Ответ  $abc = 7^{37} \cdot 2^{26}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пусть мы сократим дробь  $\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$  на  $m$ . Пусть  $\text{НОД}(a+b, a^2-6ab+b^2) = k$ .  
Тогда  $k \geq m$ , т.к. сокращать можно только на общие делители  
и дробь можно сократить на  $k$ .

Найдем максимальное значение  $\text{НОД}(a+b, a^2-6ab+b^2)$   
По алгоритму Евклида:  $\text{НОД}(a+b, a^2-6ab+b^2) = \text{НОД}(a+b, a^2-6ab+b^2 - (a+b)(a-7b))$   
 $= \text{НОД}(a+b, -8ab) \leq 8$ , т.к. дробь  $\frac{a}{b}$  несократима  $\Rightarrow (a, b) = 1$

Тогда Пусть найдем  $a$  в самом деле, если  $ab \div p$ , где  
 $p$  - простое, то либо  $a$  либо  $b$  делится на  $p$ , (пусть это будет  $a$ )  
Тогда  $a \div p, ab \div p \Rightarrow a+b \div p \Rightarrow \text{НОД}(a+b, a^2-6ab+b^2) \leq 8$ .

При  $a=7, b=1$  достиг-ся рав-во

$$\frac{1+7}{49-42+1} = \frac{8}{8} = 1$$

сократили  
на 8.

Ответ при  $m=8$ .

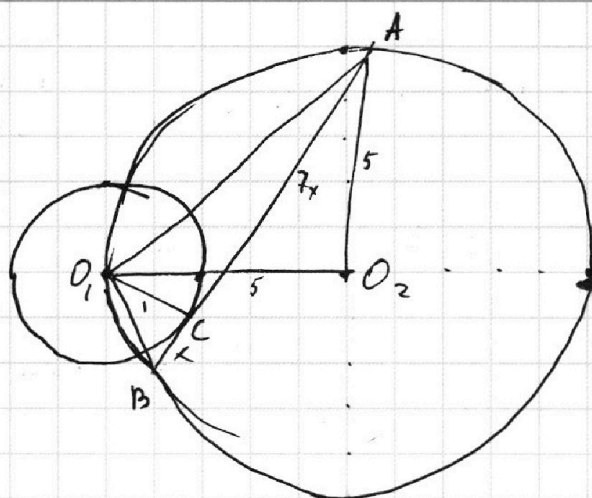
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



Из условия:  $\frac{AC}{CB} = \frac{7}{1}$  Пусть  $BC = x \Rightarrow AC = 7x$

$O_1C \perp AB$ , т.к.  $O_1C$  - радиус окр-ти  $\omega$  проведенный в точку касания хорды  $AB$ .

Из теоремы Пифагора:  $O_1B = \sqrt{O_1C^2 + CB^2} = \sqrt{1+x^2}$

$\cos O_1BC = \frac{BC}{O_1B} = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = \cos O_1BA$ .  $\angle O_1BA = \frac{1}{2} \angle O_1O_2A$ .  
(т.к.  $O_1C$  на  $AB$  и  $O_1A$ ,  
а  $O_2$  центр  $\omega$ )

$\cos(O_1O_2A) = \cos(2 O_1BA) = \cos^2 O_1BA - \sin^2 O_1BA$

$\cos^2 O_1BA = \frac{x^2}{1+x^2}$ ,  $\sin^2 O_1BA = 1 - \cos^2 O_1BA = \frac{1}{1+x^2} \Rightarrow \cos(O_1O_2A) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$

$O_1A^2 = (O_1C + O_2C)^2 = O_1C^2 + O_2C^2 - 2 O_1C O_2C \cos O_1O_2A$   
 $= 50 - 50 \frac{x^2-1}{x^2+1} = 49x^2 + 1$  т.к.  $O_1A^2 = 49x^2 + 1$  из  $\Delta O_1CA$  по т. Пифагора

т.к.  $O_1A^2 = O_1C^2 + CA^2 = 1 + 49x^2$

$t = x^2, t \geq 0$

$50 - 50 \frac{t-1}{t+1} = 49t + 1$

$50t + 50 - 50t + 50 = 49t^2 + 50t + 1$

$49t^2 + 50t - 99 = 0$

$49(t-1)(t+\frac{99}{49}) = 0$

$t = \frac{99}{49}$  не удов. усл. т.к.  $t \geq 0$

Оп

$\Rightarrow t = x^2 = 1$

$x = 1$  ( $x = -1$  не удов. усл.)

$BA = BC + AC = 8x = 8$

Ответ:  $AB = 8$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\cancel{2x^2 - 5x + 3 = \alpha} \quad 2x^2 - 5x + 3 = \alpha$$

$$\cancel{2x^2 + 2x + 1 = \beta} \quad 2x^2 + 2x + 1 = \beta$$

$$\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta} = \alpha - \beta$$

$$\sqrt{\alpha} + \alpha = \sqrt{\beta} + \beta$$

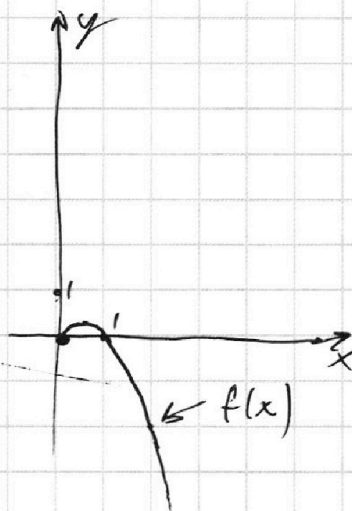
$$f(x) = \sqrt{x} - x = \sqrt{x}(1 - \sqrt{x}), x \geq 0$$

$$f(\alpha) = f(\beta)$$

Получается, что либо

$$\begin{cases} f(\alpha) = f(\beta) \Rightarrow \alpha = \beta \\ \alpha, \beta \geq 1 \end{cases}$$

$$\text{либо } f(\alpha) = f(\beta) \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \beta \\ \alpha = 1 - \beta \end{cases}$$



$$\alpha = \beta \text{ при } 2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1$$

$$\Downarrow$$

$$2 = 7x \Rightarrow x = \frac{2}{7} \quad (\text{подставив в } \alpha, \beta \text{ убедимся, что } \alpha, \beta \geq 0)$$

$$\alpha = 1 - \beta \text{ при}$$

$$2x^2 - 5x + 3 = -2x^2 - 2x$$

$$\cancel{4x^2 - 3x + 3 = 0} \quad 4x^2 - 3x + 3 = 0 \quad (D < 0, \text{ нет корней})$$

$$\text{Ответ: } \frac{2}{7} = x$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  
☐

2  
☐

3  
☐

4  
☐

5  
☒

6  
☐

7  
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

*Продолжение.*

$$\begin{aligned} & \text{Ис } 10 \cdot 13 + 9 \cdot 12. \text{ и } \Rightarrow \text{ можем } 13(10 \cdot 13 + 9 \cdot 12) = \\ & = 13(130 + 108) = 13(238) = 3094 \\ & \text{Ответ: } 3094. \end{aligned}$$



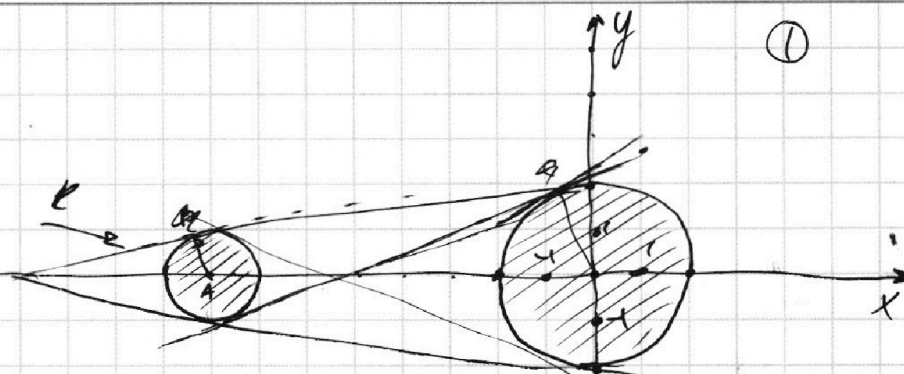
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

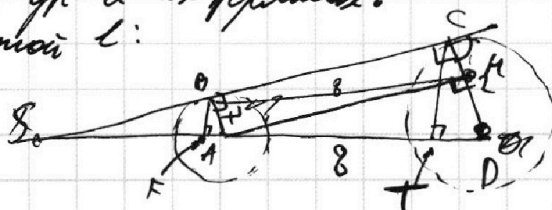
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



II уравнение задает своим решением область двух кругов с радиусами 2 и 1, располож как на картинке

Тогда мы а-любое и б-любое, то  $ax - y + 10b = 0$  задает любую прямую, какую, мы захотим. Заметим что прямая касаясь 2 окр-тей дает 2 решения системы, пересек окр-ть с решением, не соприкосн. ни с 1 окр-ью - Орешил, соприкоснов. с 1 окр-ью - 1 решение  $\Rightarrow$  нас интересует только касательные к 2 окр-тям (как известно, их 4, 2 внутри, 2 внешние) Коидет ур-я их прямых.

Для прямой  $l$ :



К-кас перпенд. из B на CD.

ABCD - трапеция так  $AB \perp BC$ ,  $DC \perp BC$  так  $BC$  радиус перпенд касат проведе в точку касания.  $AB \perp BC$  - радиус так  $AB \parallel CD$  так  $AB \parallel CD$  и  $BC \perp CD$ ,  $BC \perp CD \Rightarrow$

Тогда  $AM = CM = 1$   $AD = CD - CM = 1$

$$AM = \sqrt{AD^2 + DM^2} = \sqrt{63} = BC$$

$S = BC \cap AD$  из подобных трап-ий  $\Delta$ нов с общ верш S

$AM \parallel BC \Rightarrow \angle MAC = 90^\circ$   
 $\angle BCK = 90^\circ$   
 $ABCK$  - трап-ий.

$$S \cap A \text{ и } S \cap D \Rightarrow \frac{SA}{AB} = \frac{SD}{CD} = \frac{SA+AD}{CD} \Rightarrow SA=8, SB=\sqrt{8^2-AB^2}=\sqrt{63}$$

BF - высота  $\Delta$ BSA, CT - выс-на  $\Delta$ SCD.  $BF = \frac{SB \cdot AB}{SA} = \frac{\sqrt{63}}{8}$

$$FA = \sqrt{AB^2 - BF^2} = \sqrt{1 - \frac{63}{64}} = \frac{1}{8} \Rightarrow FD = \frac{1}{8}$$







На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Продолжим

2

Тогда  $B = \left(-\frac{81}{8}, \frac{\sqrt{63}}{8}\right)$

$CT = \frac{SC \cdot CD}{SD} = \frac{4\sqrt{63}}{16} = \frac{\sqrt{63}}{4}$   $+D = \sqrt{CP^2 - CP^2} = \sqrt{4 - \frac{63}{16}} =$

$= \sqrt{1 - \frac{15}{16}} = \frac{1}{4} \Rightarrow C = \left(-\frac{1}{4}, \frac{\sqrt{63}}{4}\right)$

уравнение прямой:  $\frac{x-x_1}{x_1-x_2} = \frac{y-y_1}{y_1-y_2}$

$\frac{x + \frac{65}{8}}{-\frac{65}{8} + \frac{y}{8}} = \frac{y - \frac{\sqrt{63}}{8}}{\frac{\sqrt{63}}{8} - \frac{\sqrt{63}}{4}} \Rightarrow$

$\frac{8x+65}{-63} = \frac{8y-\sqrt{63}}{-\sqrt{63}}$

$8\sqrt{63}x + 65\sqrt{63} = 8 \cdot 61y - 61\sqrt{63}$

$8\sqrt{63}x + 4\sqrt{63} = 8 \cdot 61y$

$2\sqrt{63}x + \sqrt{63} = 122y$

$y = \frac{2\sqrt{63}x + \sqrt{63}}{122}$

$\frac{8x+65}{\sqrt{63}} + \sqrt{63} = y$

$\frac{x}{\sqrt{63}} + 16\sqrt{63} = y$

В силу симметрии относительно ОХ: прямая  $-\left(\frac{x}{\sqrt{63}} + 16\sqrt{63}\right)$  является

II внешней касательной

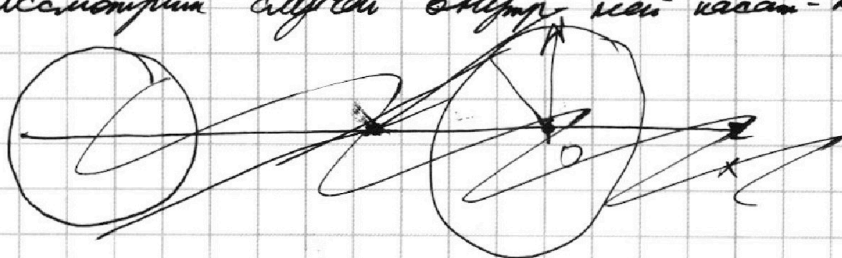
Тогда при  $a = \frac{2\sqrt{63}}{122}$  найдем  $b = \frac{\sqrt{63}}{122}$

прямая  $y = -\frac{2\sqrt{63}}{122}x - \frac{\sqrt{63}}{122}$  тоже касательная

Тогда при  $y = -\frac{2\sqrt{63}}{122}$  найдем  $b =$

$-\frac{\sqrt{63}}{122}$

Рассмотрим случай внешней касательной:



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$(a+b) \quad (a+b, a^2 - 6ab + b^2)$$

$$(a+b, a^2 - 6ab + b^2 - (a+b)^2)$$

$$(a+b, 8ab) \quad (8)$$

$$ab : 2^{14} \cdot 7^{10}, \quad bc : 2^{12} \cdot 7^{12}$$

$$ac : 2^{20} \cdot 7^{12}$$

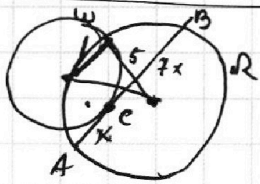
$$3^4 \cdot 7 = 51$$

$$3^7 + 1^2 + 10 = 54.$$

$$a^2 b^2 c^2 \geq 2^{51} \cdot 7$$

$$(abc)^2 = k \cdot 2^{51} \cdot 7^{54}$$

$$abc \geq 2^{26} \cdot 7^{12}$$



$$a+b=10$$

$$b+c=17$$

$$a+c=37$$

$$a+c=20 \rightarrow \begin{cases} a=8 \\ b=6 \\ c=12 \end{cases}$$

$$a+b=14$$

$$b+c=18$$

$$a+b+c = \frac{18+14+20}{2} = \frac{52}{2} = 26$$

$$\sin^2 d = 1 - \frac{x^2}{x^2+1} = \frac{1}{x^2+1}$$

$$\frac{x^2}{x^2+1} - \frac{1}{x^2+1} = \frac{x^2-1}{x^2+1}$$

$$\cos 90^\circ = 0$$

$$17, 20$$

$$\cos d = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$\cos^2 d = \frac{x^2}{x^2+1}$$

$$\begin{array}{r} 108 \\ \times 136 \\ \hline 238 \\ \times 12 \\ \hline 108 \\ \times 136 \\ \hline 238 \\ \times 12 \\ \hline 108 \end{array}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\sin^2 d = 1 - \cos^2 d = 1 - \frac{1}{x^2+1} = \frac{x^2}{x^2+1}$$

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{x^2+1} - \frac{x^2}{x^2+1} = \frac{1-x^2}{x^2+1}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

**МФТИ**

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$\swarrow 2(x^2 - 2,5x + 1,5) = 2(x - 1,25)^2 +$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ \times 125 \\ \hline \end{array}$$

$$2(x^2 + 0,5)$$

$$\begin{array}{r} 1625 \\ 250 \\ 126 \\ \hline 15725 \end{array}$$

$$t = \gamma v^2$$

$$-5x, 2x$$

-x

$$\frac{(4 \times 13)^3}{\sqrt{55}} = 44\sqrt{55}$$

64

$$\frac{12x + 9 + 55}{4\sqrt{55}} = y$$

$$\frac{12x}{4\sqrt{55}} + \frac{16}{\sqrt{55}} = g$$

~~1 + 1 - 2~~

$$f = 2x^2$$

$$t = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$$

$$t^2 - \sqrt{t + 7x - 2} = 2 - 7x$$

$$t^2 - \sqrt{t-6} = 6$$

$$t^2 - 6 = \sqrt{t-6}$$

$$x^2 - 2x + 3 + 7x - 2 = x^2 + 5x + 1 \quad 69$$

$$(x+1)^2 = \sqrt{t^2 - 6}$$

$$(x+1)^4 = t^2 - 6 = \cancel{2x^2 + 4x + 1} \cancel{2x^2 - 7x - 2} \cancel{2x^2 - 5x + 3}$$

$$(x+1)^4 = 2x^2 - 12x + 5$$

$$(-16; 0); \left(-\frac{1}{4}; \frac{\sqrt{63}}{4}\right)$$

$$\frac{x+16}{-16+\frac{1}{4}} = \frac{y}{-\frac{\sqrt{63}}{4}}$$

$$\frac{x\sqrt{63}}{4} + 4\sqrt{63} =$$

$$\frac{x+16}{-63} = \frac{y}{-\sqrt{63}}$$

$$\frac{x}{\sqrt{63}} + 16\sqrt{63} = y$$

$$\frac{6 \pm \sqrt{36 - 10}}{2}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 16 \\ \hline 67 - 9 = 55 \end{array}$$



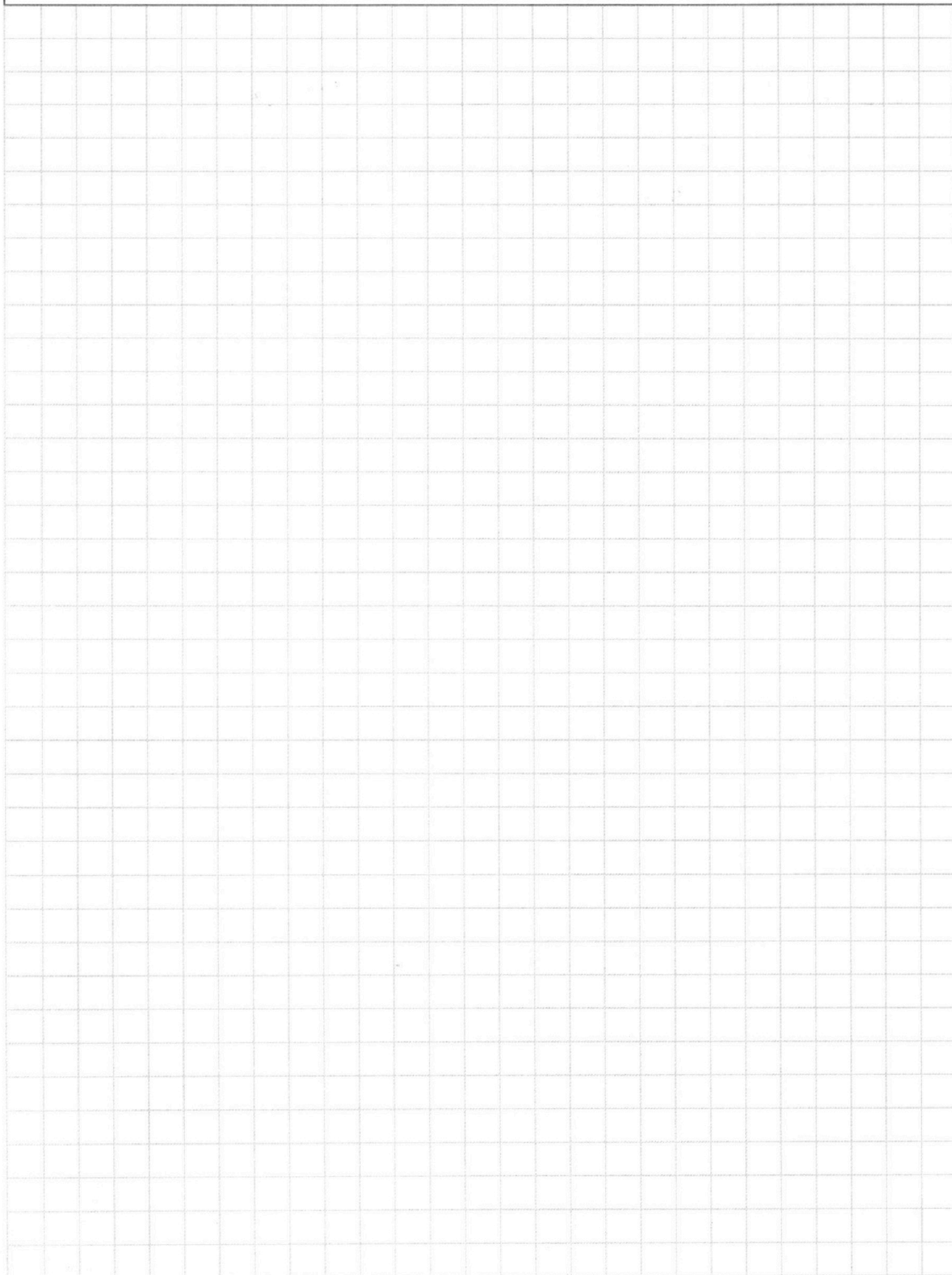
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



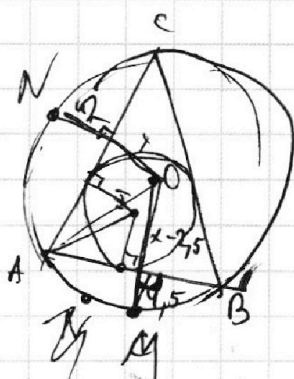


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$2 + x = y + 4,5$$

$$x_f = x - 2,5$$

$$a + b = 14$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 4,5 \\ \times 4,5 \\ \hline 225 \\ 180 \\ \hline 180 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ 4,5 \\ \times 4 \\ \hline 180 \end{array}$$

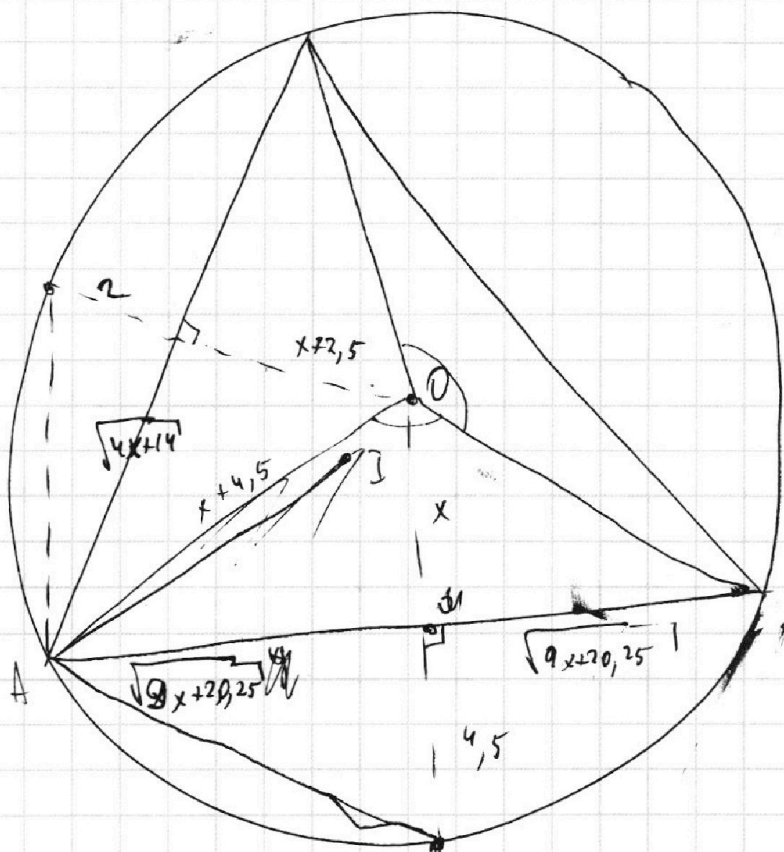
$$(x^2 + 4,5)^2 - x^2 = 9x + 5$$

$$\begin{array}{r} 225 \\ 180 \\ \hline 20,25 \end{array}$$

$x = 2,5$

$$x^2 + 9x + 20,25 - x^2 - 5x - 6,25$$

$$\begin{array}{c} 2, 5 \\ \hline 4x + 14 \end{array}$$



$$\frac{(x+4,5) \sqrt{4x+14}}{2} = \frac{1}{2} (x+4,5)^{2M} \sqrt{4x+14}$$

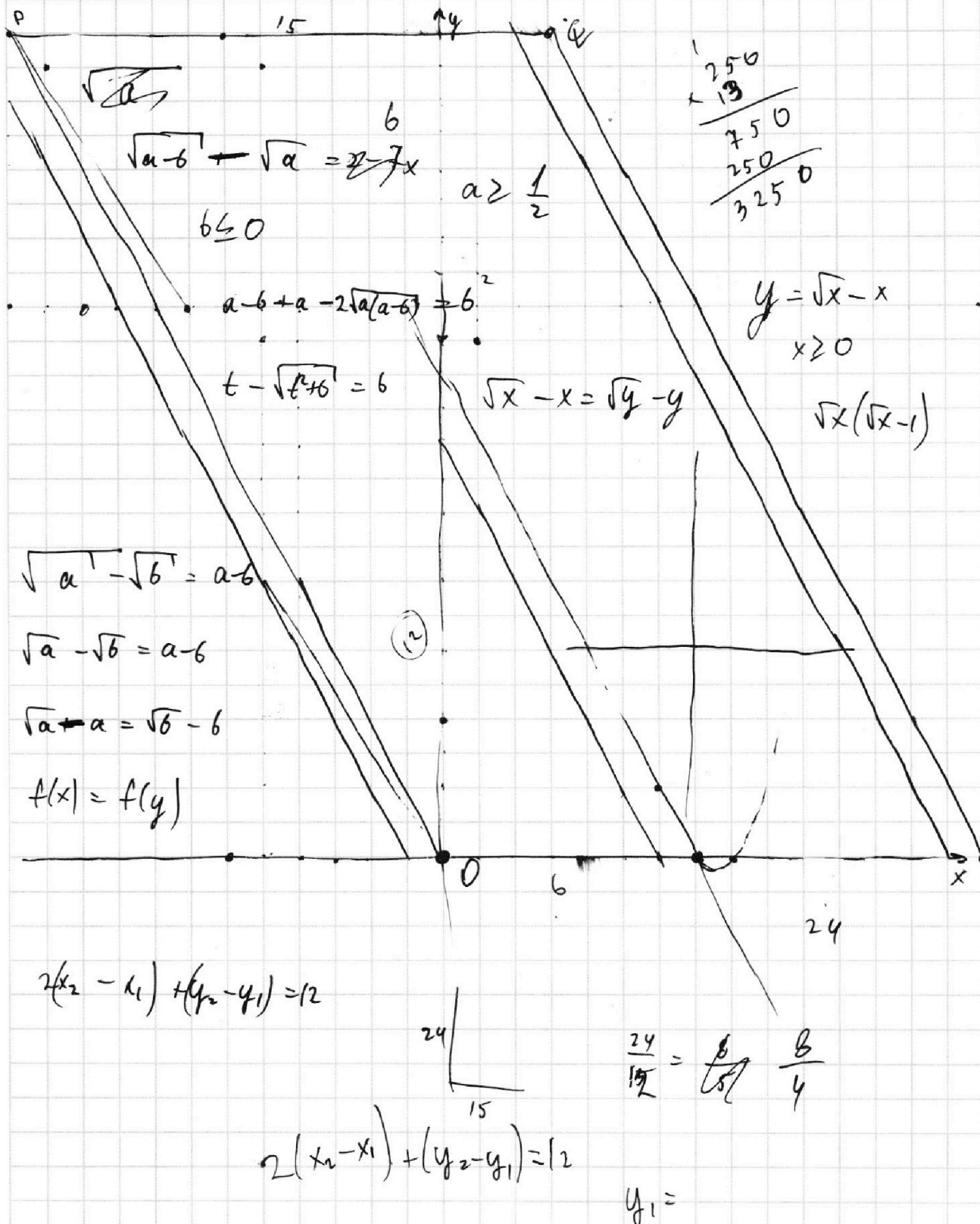
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



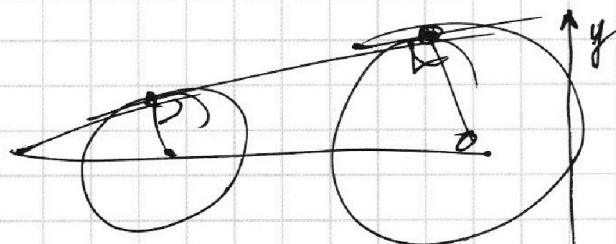
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

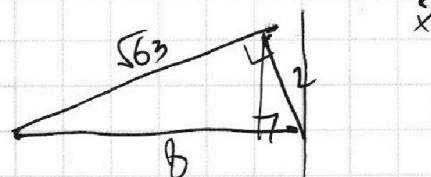
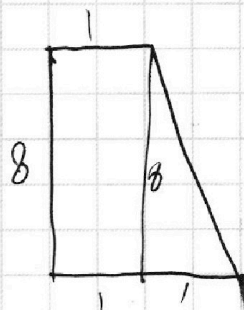
|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ax+10b=y.$$



$$\left(\frac{1}{8}a\right)$$

$$50-50=\frac{x^2-1}{x^2+1}=49x^2+1$$

$$50+50-50t+50=(49t+1)(t+1)=49t^2+50t+1$$

$$99=49t^2+50t$$

$$49t^2+50t-99=$$

$$=(t-1)\left(t+\frac{99}{49}\right)\frac{1}{8}x+t=\sqrt{x^2-4}$$

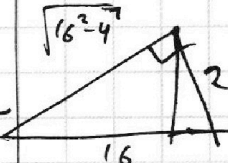
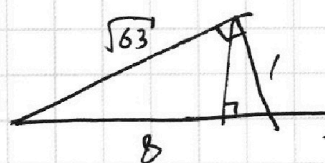
$$\frac{1}{b}x+6=\sqrt{x^2-4}$$

$$\frac{1}{64}x^2+\frac{1}{4}x6+6^2=x^2-4$$

$$16^2-4=$$



$$\begin{array}{r} \times 16 \\ 4 \\ \hline 64 \end{array}$$



$$\frac{\sqrt{63}}{8}$$

$$\frac{16^2-4}{16}$$

$$\frac{110}{2}-64-55$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 16 \\ \hline 96 \\ 256 \\ \hline \end{array}$$

$$256-36=$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$t \geq \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$t^2 = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$\frac{-6}{2a} = -\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \rightarrow 1+1 = \left(\frac{5}{2}\right) \quad t \geq \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{t^2 + 2 - 7x} - t = 2 - 7x, \quad t \geq \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{2x^2 + 2x + 1 - 7x} - t = 2 - 7x$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - t = 2 - 7x$$

$$\sqrt{t^2 + 6} - t = 6$$

$$\sqrt{t^2 + 6} = 6 + t$$

$$t^2 + 6 = 6^2 + t^2 + 26t$$

$$\sqrt{2x^2 + 3} - \sqrt{2x^2 + 1} \geq 2 - 7x$$

$$0 \geq 2 - 7x$$

$$\sqrt{a+b} - \sqrt{a} = 6$$

$$\sqrt{a+b} = \sqrt{b} + \sqrt{a} \quad \sqrt{b^2 + a} \leq \sqrt{a+b}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{a+b} = 6$$

$$\sqrt{a} \leq 6 + \sqrt{a+b}$$

$$7+8, 49+8-6 \cdot 7$$

$$10 \quad 50 - 42 = 8$$

$$t = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$$

$$t^2 - \sqrt{t^2 + 7x - 2} = 2 - 7x$$

$$2x^2 + 2x + 1$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{a+b} = 6$$

$$\sqrt{a} = \sqrt{a+b} + 6 \Rightarrow 6 = 0$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{a+b} = 6$$

$$\sqrt{a} = (\sqrt{a+b} + 6)$$

$$a = a+b+6^2+26\sqrt{a+b}$$

$$b = 6^2 + 26\sqrt{a+b}$$

$$1 = 6 + 2\sqrt{a+b}$$

$$\sqrt{a} = 6 + \sqrt{a+b}$$