



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 10

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

- [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.
- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-13; 26)$, $Q(3; 26)$ и $R(16; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

- [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{1}$

Заметим, что если $ac : 2^{23} \cdot 7^{39}$, то $\min ac = 2^{23} \cdot 7^{39}$

Тогда $\cancel{ab} : 2^{15} \cdot 7^{18}$

$bc : 2^{17} \cdot 7^{18}$ заметим, что 7 у нас хватает (в числе $\min abc$ содержит 7^{39} , т.к. 7^{39} можно разложить в a и c так, чтобы $ab : 2^{15}$, а $bc : 2^{17}$)

А вот с 2 есть проблема т.к. ac содержит только 2^{23} , тогда $\cancel{ab^2c} : 2^{32} \cdot 7^{29}$, тогда $b^2 : 2^9 \Rightarrow \min b = 2^5$

Давайте поищем, что $abc = 2^{28} \cdot 7^{39} \min$, но мы знаем, что ac меньше чем $2^{23} \cdot 7^{39}$ быть не может. Мы тогда допускаем $ac > 2^{23} \cdot 7^{39}$ но $ac < 2^{28} \cdot 7^{39} \Rightarrow \cancel{a^2b^2c^2} : 2^{55} \cdot 7^{68} \Rightarrow abc : 2^{28} \Rightarrow$ мы нашли минимальное abc .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N²

$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$, нужно $\exists m \in \mathbb{N}$ такое что

$(a+b) \mid m$ и $(a^2-7ab+b^2) \mid m$, при этом $m - \max$.

$$\cancel{\exists a^2-7ab+b^2 = (a+b)^2 - 9ab}, \text{ т.к. } a+b \mid m \Rightarrow$$
$$\Rightarrow (a+b)^2 \mid m \Rightarrow 9ab \mid m.$$

Нужно $a+b = mk$, $k \in \mathbb{N}$, а $9ab = ms$, $s \in \mathbb{N}$

Тогда

$$9abk = a+b(a+b)s = as+sb$$

Ну, т.к. $9ab \mid a$, то $(a+b)s + a \mid a$ т.к. $as \mid a$, то
 $sb \mid a$, но $b \nmid a$, значит $\text{НОД}(b,a)=1$

$\Rightarrow s \mid a$

Аналогично $s \mid b \Rightarrow s \mid ab$

Нужно $s = abr$, $r \in \mathbb{N}$

Тогда

$$9ab = mabr$$

$$9 = mr$$

$$m_1 = 1$$

$$r_1 = 9$$

$$m_2 = 3$$

$$r_2 = 3$$

$$m_3 = 9$$

$$r_3 = 1$$

f
(т.к. $m \in \mathbb{N}$)

Тогда $\max m = 9$

Приведём пример: $a=4$; $b=5$ ($\text{НОД}(4,5)=1$)

$$\frac{4+5}{4^2+5^2-7 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{9}{-99} = -\frac{1}{11}$$

Ответ: $m=9$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

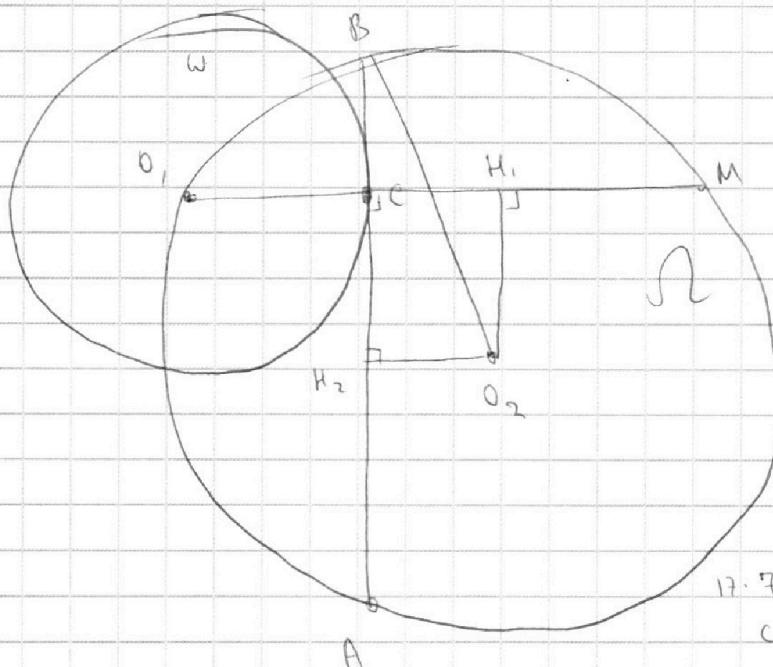
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3



$$\frac{AC}{CB} = \frac{17}{7}$$

Пусть $O_1H_1 = K_1O_2$,

O_1M как показано

на рис., т.е.

$$O_1C \perp AC = M$$

$$O_2H_1 \perp OM = N$$

$$O_2H_2 \perp AB = K_2$$

Тогда пусть $BC = 7x$

$$AC = 17x$$

$$O_1C \cdot CM = BC \cdot AC \quad (\text{окр. хорд})$$

$$17 \cdot 7x^2 = 7 \cdot CM$$

$$CM = 13x^2$$

Кроме того $O_1O_2M \angle O_1H_1 = H_1M$ ($O_2H_2 \perp O_1M \Rightarrow$ гипот. параллел.)

и K_2 - середина AB .

$$\text{Тогда } CM = O_1H_1 - O_1C = \frac{17x^2 + 7}{2} - 7 = \frac{17x^2 - 7}{2} = \frac{K_2O_2}{2} \quad (\text{ч.к. } O_1, O_2, K_2) \\ \text{прем.}$$

$$BK_2 = \frac{12x}{2} = 6x \quad \text{Т.к. } BO_2 = 13$$

$$\times \Delta BO_2K_2: \text{ по Т. пифагора: } (12x)^2 + \left(\frac{17x^2 - 7}{2}\right)^2 = 169$$

$$+ 144 \cdot 4x^2 + (17x^2 - 7)^2 = 169 \cdot 4$$

$$144 \cdot 4x^2 + 289x^4 - 7 \cdot 17 \cdot 4x^2 + 49 = 169 \cdot 4$$

$$576x^2 + 289x^4 - 238x^2 + 49 = 169 \cdot 4$$

$$(17x^2 + 7)^2 = 169 \cdot 4$$

$$17x^2 + 7 = 13 \cdot 2$$

$$17x^2 = 19$$

$$x^2 = \frac{19}{17}, \text{ т.к. } x > 0 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{19}{17}}$$

$$AB = 24x = 24\sqrt{\frac{19}{17}}$$

$$\text{Ответ: } AB = 24\sqrt{\frac{19}{17}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

НЧ

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

ОДЗ: $3x^2 - 6x + 2 \geq 0$

$$3x^2 - 6x + 2 \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty, \frac{3-\sqrt{5}}{2}] \cup [\frac{3+\sqrt{5}}{2}, \infty)$$

$\Rightarrow x \in (-\infty, \frac{3-\sqrt{5}}{2}] \cup [\frac{3+\sqrt{5}}{2}, \infty)$

Заметим, что $3x^2 - 6x + 2 = 3x^2 + 3x + 1 + 1 - 9x$

Тогда нужно $3x^2 + 3x + 1 = 1$, а

$$1 - 9x = d$$

тогда:

$$\sqrt{1+d} - \sqrt{t} = d \quad | \cdot (\sqrt{1+d} + \sqrt{t}) \neq 0, \text{ т.к. } 0 \text{ достигается}$$

при обоих $= 0$, но \sqrt{t} минимум не равен 0)

тогда $1+d - t = d(\sqrt{1+d} + \sqrt{t})$

$$d = d(\sqrt{1+d} + \sqrt{t})$$

$$\Rightarrow d \geq 0 \Rightarrow 1 - 9x = 0.$$

$$x = \frac{1}{9}$$

$$2) d \neq 0 \Rightarrow 1 = \sqrt{1+d} + \sqrt{t}$$

$\sqrt{1+d} + \sqrt{t} > 1$ - всегда больше $0 \Rightarrow \sqrt{t}$ достигает минимума, когда $t = \frac{1}{4} \Rightarrow \sqrt{t} = \frac{1}{2}$ достигает минимума при $x = x_0 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \min t = \frac{1}{4} \Rightarrow \sqrt{t} > \frac{1}{2}$, а $\sqrt{1+d} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{1+d} + \sqrt{t} > \frac{1}{2} \Rightarrow$ уравнение $\sqrt{1+d} + \sqrt{d} = 1$ не имеет корней.

$$\text{Ответ: } x = \frac{1}{9}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

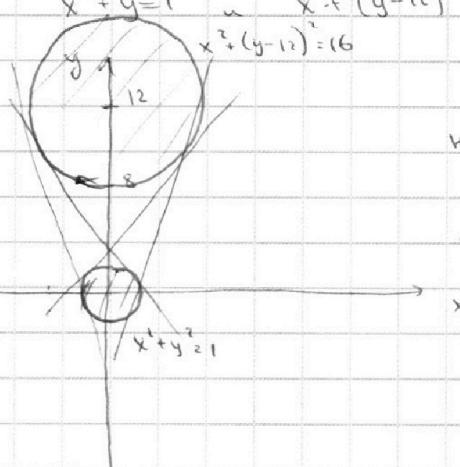
№6

$$(2) \begin{cases} ax + y - 8b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

схематично

Давайте изобразим второе неравенство графически:

графиками $x^2 + y^2 = 1$ и $x^2 + (y-12)^2 = 16$ являются окр.



Тогда решением

неравенства будет многое
место тоже в окр, бе-
з которых границы

✗ $ax + y - 8b = 0$ — это прямая, тогда, чтобы было только
2 решения нужно, чтобы она касалась двух окр. однокр.
вокруг показано на рис. т.е. всего 4 решения

Тогда нам нужно решить систему:

$$\begin{cases} x^2 + (8b - ax)^2 = 1 & (1) \\ x^2 + (8b - ax - 12)^2 = 16 & (2) \end{cases}$$

так, чтобы касание уравнение имело
всего лишь 1 корень, т.е. $D = 0$

$$(1) \quad x^2 + x^2(a^2+1) - 16abx + 64b^2 - 120 = 0$$
$$D = a^2 - 64b^2 + 1 = 0$$

$$(2) \quad (a^2+1)x^2 + ax(24 - 16b) + 64b^2 - 12b + 128 = 0$$

$$D = a^2 - 4b^2 + 12b - 8 = 0. \quad \begin{cases} a^2 - 64b^2 + 1 = 0 \\ a^2 - 4b^2 + 12b - 8 = 0 \end{cases}$$

Теперь мы можем систему:
$$-60b^2 + 12b - 9 = 0$$

$$60b^2 + 12b - 9 = 0$$

$$b_1 = -\frac{1}{2} (1) \quad (1) \quad a^2 - 64\left(\frac{1}{2}\right)^2 = -1 \quad a^2 = 15 \Rightarrow a = \pm\sqrt{15}$$

$$b_2 = \frac{3}{10} (1) \quad (2) \quad a^2 - 64\left(\frac{3}{10}\right)^2 = -1 \quad a^2 = \frac{169}{25} - 1 = \frac{119}{25}$$

$$a = \pm \frac{\sqrt{119}}{5}$$

$$\text{Ответ: } -\sqrt{15}, -\frac{\sqrt{119}}{5}, \frac{\sqrt{119}}{5}, \sqrt{15}.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

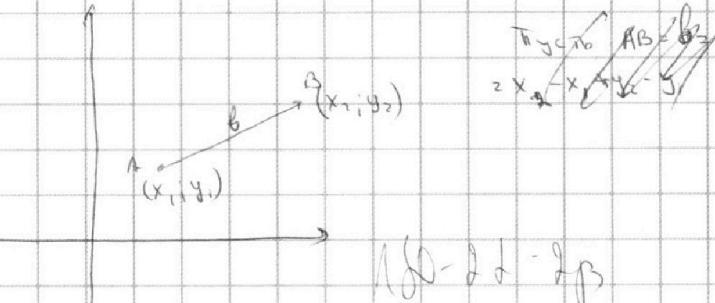
- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

МФТИ

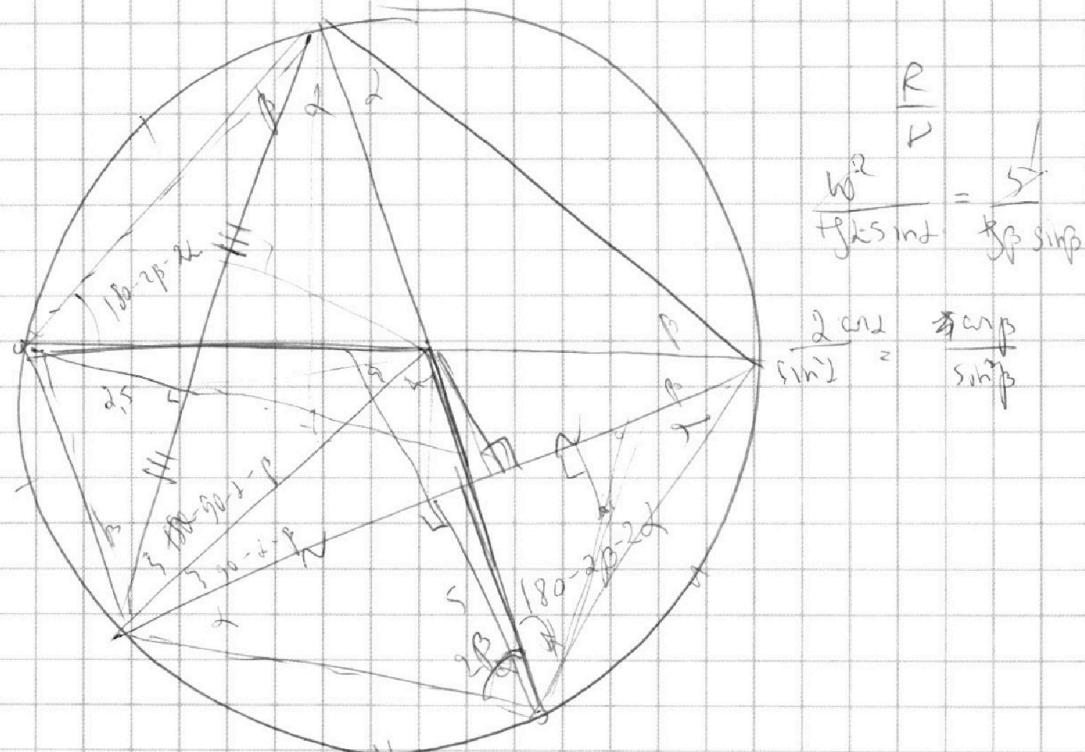
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5.

Рассмотрим вектор любой вектор с координатами $\vec{v} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$



$$\frac{w}{\tan \alpha} = \frac{5}{\tan \beta}$$



$$\frac{R}{r}$$

$$\frac{w^2}{\tan^2 \alpha} = \frac{5^2}{\tan^2 \beta}$$

$$\frac{2 \sin^2 \alpha}{\sin^2 \beta} = \frac{2 \sin^2 \beta}{\sin^2 \alpha}$$

$$\frac{5}{\tan \alpha} = \frac{25}{\tan \beta}$$

$$(180 - 2j - 2\beta)$$

$$\frac{25}{\tan^2 \beta} + 6,25 = 2 \cdot \frac{25}{\tan^2 \beta} \cdot \ln(180 - 2j - 2\beta)$$



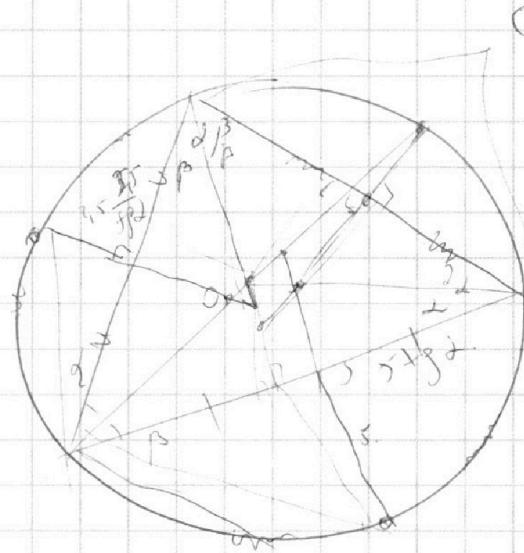
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{10}{\operatorname{tg} \beta} \quad \frac{5}{\operatorname{tg} \alpha}$$

$$2 \cdot 10 \cdot$$

$$+ \operatorname{tg} \beta .$$

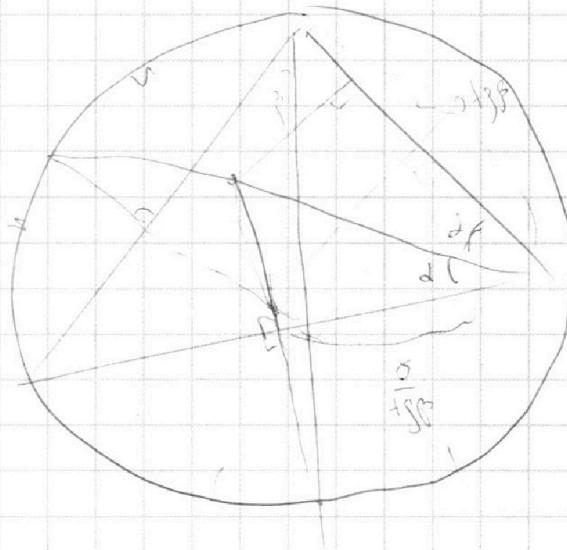
$$\cancel{\times} \quad \frac{2 \cdot 10 \cdot}{\operatorname{tg} \beta .}$$

$$(\operatorname{tg} \beta + 2 \operatorname{tg} \alpha - 2 \operatorname{tg} \gamma)$$

$$x = \frac{(2 \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)}{2 \operatorname{tg} \gamma}$$

$$\operatorname{tg} \beta = 2 \operatorname{tg} \alpha - 2 \operatorname{tg} \gamma$$

$$x = \operatorname{tg} \beta + 2 \operatorname{tg} \alpha$$



$$\frac{x}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{10}{\operatorname{tg} \alpha}$$

$$x = \frac{5 \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

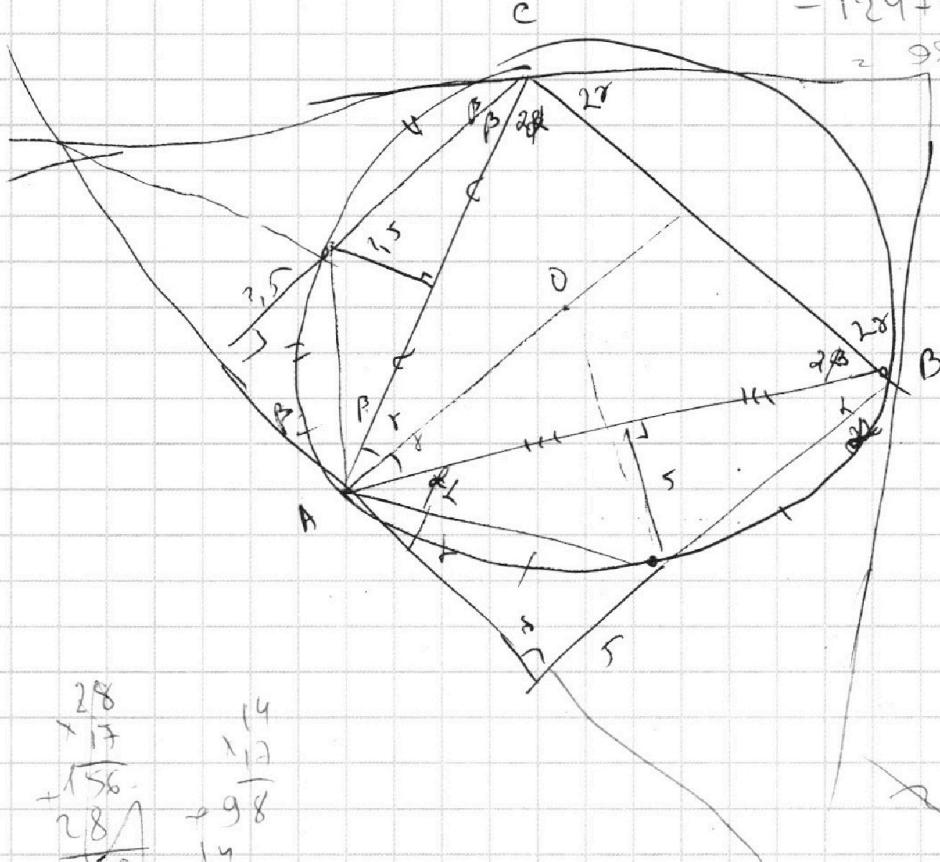
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 28 \\ + 17 \\ \hline 45 \\ + 12 \\ \hline 156 \\ + 28 \\ \hline 184 \\ - 6 \\ \hline 178 \end{array}$$

$$16 - 7 \cdot 4 \cdot 8 + 25 = 140$$

$$-124 + 25^2 = 60 - ?$$



$$-14 = 0$$

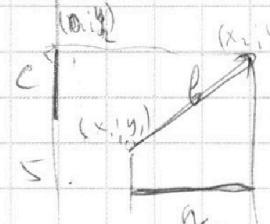
$$(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) +$$

$$a^2 + c^2 = b^2$$

$$c^2 = (b-a)^2$$

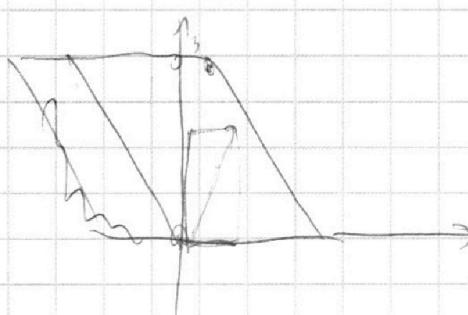
$$c = 14$$

$$\frac{c}{2} = 7$$



$$5 - 2 + 3 = 6$$

$$= 14$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

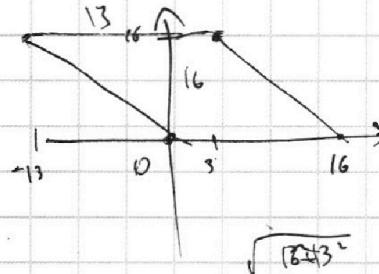
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$

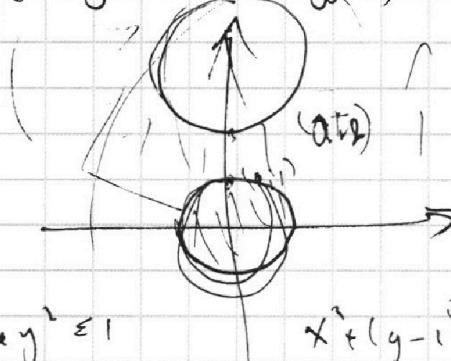
$$2(y_2 - y_1) + x_2 - x_1 = 14$$

$$\begin{cases} 256 \\ + (14) \\ \hline 425 \end{cases}$$

$$(x_1, y_1) - (\cancel{x_1} + y_1) + x_2 + y_2 = 14.$$

$$ax + y - 8b = 0$$

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0$$



$$1) x^2 + y^2 \leq 1$$

$$x^2 + (y - 12)^2 - 16 \geq 0.$$

$$x^2 + (y - 1)^2 \leq 1$$

$$\frac{c}{b} = \frac{2^3 \cdot 7^2}{2^3} \cdot 2^2.$$

$$(ab)^2 : 2^3 \cdot 7$$

$$2^3 \cdot 7^2 \cdot 5^2 : 2^3$$

$$b^2 : 2^3 \cdot 7^2 \cdot 5^2 : 2^3 \cdot 7^2 \cdot 11$$

$$b^2 : 2^3 \cdot 7^2 \cdot 11$$

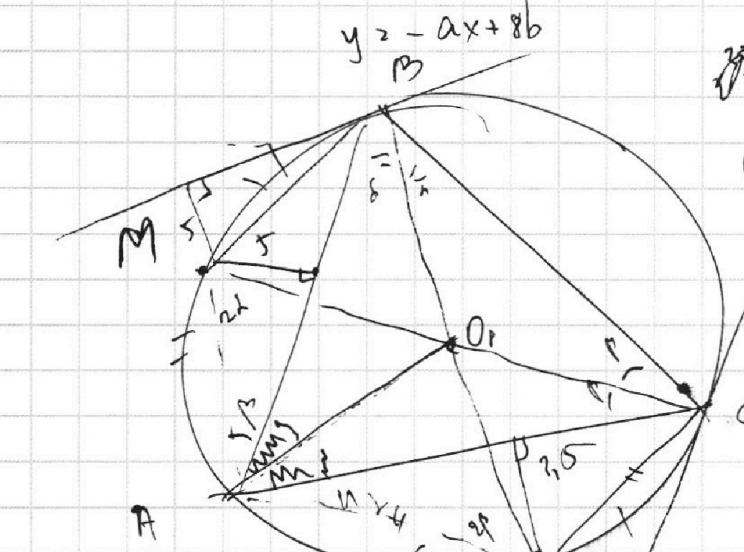
$$ac : 2^3 \cdot 7^2 \cdot 11$$

$$ac : 2^3 \cdot 7^2 \cdot 11$$

$$bd_1 : 2^3 \cdot 7^2 \cdot 11$$

$$ac :$$

$$\min ac = 2^3 \cdot 7^2 \cdot 11 = \\ = 2^3 \cdot 7^2 \cdot 11$$



$$ab : 2^3 \cdot 7^2 \cdot d_1$$

$$bd_1$$

$$c = \frac{2^3 \cdot 7^2 \cdot d_1}{a} = 2^3 \cdot 7^2 \cdot 7$$

$$\frac{6}{a} \cdot 2^3 \cdot 7^2 \cdot d_1 = 2^3 \cdot 7^2 \cdot 11$$

$$\min ac = 2^3 \cdot 7^2 \cdot 11 = \\ = 2^3 \cdot 7^2 \cdot 11$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

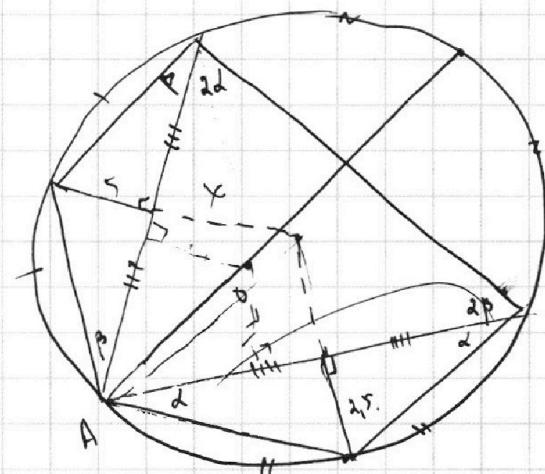
6

7

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№

с изображением
хорошо

2 8 . 7

2 23 . 7

$R = 5 + x$

5 ст

№

$\frac{5}{\tan \beta}$

$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

$$\sqrt{\left(\frac{5}{\tan \beta}\right)^2 - 25} =$$
$$\sqrt{25 - 25 \tan^2 \beta}$$

$$\frac{5}{\tan \beta} \cdot \sin \alpha =$$

$$\frac{10}{\tan \beta}$$

$$\frac{5}{\tan \beta} \cdot \sin \alpha = \frac{10}{\tan \beta} \cdot \sin \beta$$

$$2 \cdot \frac{5}{\tan \beta} \cdot \sin \alpha = \frac{10}{\tan \beta} \cdot \sin \beta$$

$$2 = \frac{10}{\tan \beta}$$

$$x \cdot (x + 5) = 5$$

$$x(2x+5) = \frac{25}{\tan^2 \beta}$$

$$\frac{25}{625} = \frac{1}{25}$$

$$x(2x+5) = \frac{25}{\tan^2 \beta}$$

$$2.5 + 2x = \frac{2.5}{\tan^2 \beta}$$

$$2x + 5 = \frac{5}{\tan^2 \beta}$$

$$2.5 = \frac{2.5}{\tan^2 \beta} - \frac{5}{\tan^2 \beta}$$

$$\frac{1}{\tan^2 \beta} + 1$$

$$1 = \frac{1}{\tan^2 \beta} + \frac{2}{\tan^2 \beta}$$

$$\frac{\tan^2 \beta + 2}{\tan^2 \beta} = \frac{1}{\tan^2 \beta}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}x^2 + (8b - ax)^2 &= 1 \\x^2 + 64b^2 + a^2x^2 - 2 \cdot 8 \cdot ab \cdot x &= 1 \\x^2(a^2 + 1) - 16abx + 64b^2 - 1 &= 0. \\D = 256a^2b^2 - 4(64b^2 - 1)(a^2 + 1) &= 256a^2b^2 - 256a^2b^2 - \\- 256b^2 + 4a^2 + 4 &= 4a^2 - 64b^2 + 1 = 0.\end{aligned}$$

$$x^2 + (8b - ax)^2 - 12 = 16.$$

$$x^2 + (8b - ax)^2 - 2(8b - ax) \cdot 12 + 144 = 16.$$

$$x^2 + 64b^2 + a^2x^2 - 16abx - 192b + 24ax + 128 = 0.$$

$$x^2(a^2 + 1) + ax(24 - 16b) + 64b^2 - 192b + 128 = 0.$$

$$D = a^2(24 - 16b)^2 - 4(64b^2 - 192b + 128)(a^2 + 1) = 144a^2 - 24 \cdot 8a^2b + 64a^2b^2 - 64a^2b^2 - 64b^2 + 192a^2b + 192b -$$

$$- 128a^2 - 128 = 16a^2 - 64b^2 + 192b - 128 = 0$$

$$\begin{cases} a^2 - 8b^2 + 12b - 8 = 0 \\ a^2 - 64b^2 + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} 60 \\ 56b^2 + 12b - 10 = 0 \\ 32b^2 + 6b - 5 = 0 \end{array}$$

$$D = 36 + 560 = 596 = 4 \cdot 149 =$$

$$\pm 2\sqrt{149}$$

$$-12 \pm 2\sqrt{149} = \frac{-6 \pm \sqrt{149}}{28}$$

$$D = 36 + 600 = 636. ?$$

$$30b^2 + 20b^2 + 4b - 3 = 0$$

$$D = 16 + 240 = 16 \frac{1}{2}$$

$$b = \frac{-4 \pm 16}{40} =$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

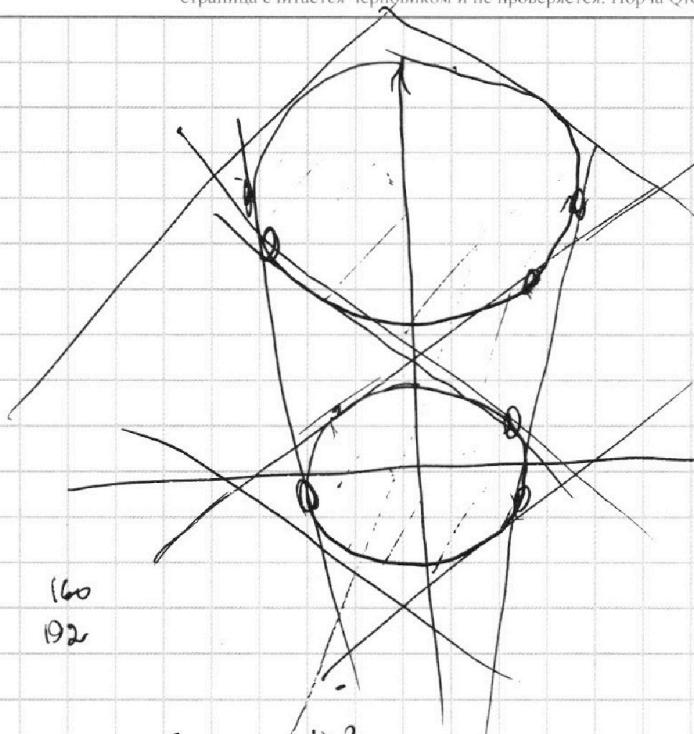
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x^2 + 64b^2 - 16 \cdot 12 \cdot b + 144 - 16abx + 24abx + 24abx + 24abx - 16 = 0$$

$$(a^4)x^2 + 9x(24a^2 - 16ab) + 64b^2 - 152b + 128 = 0$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 12 \\ \hline 32 \\ \hline 152 \end{array}$$

$$-ax + 8b = y$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 + (-ax + 8b)^2 = 1 \\ x^2 + (-ax + 8b - 12)^2 = 16 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} x^2 + 64b^2 - 16abx + a^2x^2 = 1 \\ x^2 + (8b - 1)^2 - 2a(8b - 1)x + a^2x^2 = 16 \end{array}$$

$$(-ax + 8b - 12 + ax - 8b)(-ax + 8b - 12 - ax + 8b) = 16$$

$$-24(-xax + 16b - 12) = 16.$$

$$ax - 8b + 6 = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$$

$$-ax + 8b = \frac{43}{8}$$

$$x^2 + \left(\frac{43}{8}\right)^2 = 1$$

$$x^2 + (a^2 + 1)x^2 - x(16 - 16abx + 64b^2 - 120)$$

$$D = 64a^2b^2 - 4(a^2 + 1)(64b^2 - 152b + 128) = 0.$$

$$64a^2b^2 - 4 \cdot 64a^2b^2 + 4a^2 - 4 \cdot 64b^2 + 4 = 0$$

$$-3 \cdot 64a^2b^2 + a^2 - 64b^2 + 120 = 0.$$

$$-48a^2b^2 + a^2 - 64b^2 + 120 = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2a^2 - 5a^2b - 8b^2 + 19b - 16 = 0 \\ -48a^2b^2 + a^2 - 64b^2 + 120 = 0 \end{array} \right.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\sqrt{3x^2 + 3x + 1 - 9x + 1} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$1 - 9x = 1$$

$$3x^2 + 3x + 1 = d$$

$$\sqrt{t+d} - \sqrt{d} = t \cdot \sqrt{t+d} + \sqrt{d}$$

$$t+d + d - 2\sqrt{t+d+d^2} = t \cdot t$$

$$t+2d - t^2 = 2\sqrt{t+d+d^2}$$

$$t+d + \frac{1}{d} = f(\sqrt{t+d} + \sqrt{d})$$

$$\sqrt{t+d} + \sqrt{d} = \approx 1$$

$$gabk = g(a+b)$$

$$gab \approx ms$$

5:ab.

s:ab.

$$gab = mabs$$

$$g = ms$$

$$m \approx 1 \quad n \approx 2 \\ m \approx 3 \quad n \approx 3$$

$$(m \approx 2) \quad n \approx 1$$

$$t+d + d + 2\sqrt{t+d+d^2} = 1$$

$$t+2d - 1 = -2\sqrt{t+d+d^2}$$

$$(t+2d-1)(t+2d-1) = t^2 + 2td - t + 2dt + 4d^2 - 2d - t - 2d + 1 =$$

$$2t^2 + 4d^2 + 1 + 4dt - 2t - 4d = 2td + 4td + 4d^2.$$

$$69x^2 + 12x - 4 = 0$$

$$D = 144 + 4 \cdot 69 \cdot 4 =$$

$$46(8+69) < (6-7)^2$$

$$t^2 - 2(t+2d) + 1 = 0$$

$$D = (t+2d)^2 - 4$$

$$t^2 - 2t - 4d + 1 = 0$$

$$D = 4 + 16d - 4 = 16d = (\sqrt{16d})^2$$

$$t = \frac{2 \pm \sqrt{16d}}{2} = 1 \pm 2\sqrt{d}$$

$$1 - 9x = 1 \pm 2\sqrt{3x^2 - 3x + 1}$$

$$-9x = \sim \sim \sim$$

$$1 - 9x = 1 - 2\sqrt{3x^2 - 3x + 1}$$

$$9x = 2\sqrt{3x^2 - 3x + 1} \quad 81x^2 = 16x^2 - 16x + 4$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab : 2 \cdot 7 = 15$$

$$bc : 2 \cdot 7 = 17$$

$$ac : 2 \cdot 7 = 18$$

$$23 \quad 39$$

$$9abk = 5455b^2$$

$$a^2b^2c^2 : 2 \cdot 7 = 15+17+23 = 55$$

$$abc : 7 \cdot 2 = 34 \quad 27 \quad 23$$

$$(169 \cdot 4 = 49x + 238x + 49)$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2}$$

и $a > b$

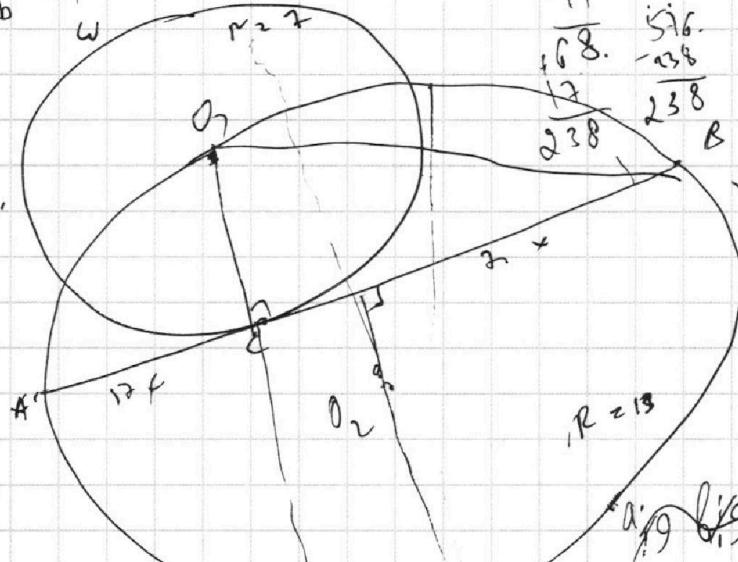
$$b \frac{a}{b} + 1$$

$$a+b = 1$$

$$a^2 - 2ab + b^2$$

$a > b$.

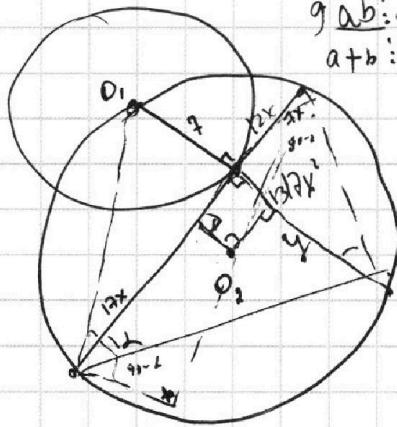
Тогда b можно
найдите.



$$(a+b) : m = \frac{a^2 - 7ab + b^2}{m} = \frac{(a+b)^2 - 9ab}{m}$$

$$gab : ms$$

$$a+b : m$$



$$a+b : m =$$

$$a+b = km$$

$$\frac{gab}{S} = \frac{a+b}{K}$$

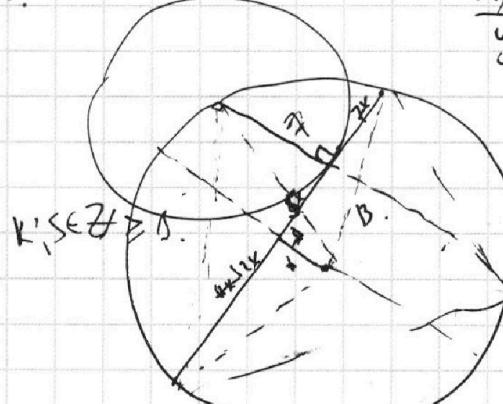
$$169 = \left(\frac{17x^2 - 7}{2}\right)^2 + (13x)^2$$

$$\frac{17x}{y} = \frac{7}{13x}$$

$$\frac{17x}{y} = \frac{1}{x}$$

$$y = 17x^2$$

$$S = 2$$



$$169 = 289x^4 - 17 \cdot 3 \cdot 2 \cdot x^2 + 49 + 144 \cdot 4x^7$$