



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-13; 26)$, $Q(3; 26)$ и $R(16; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1

Заметим, что если $ac : 2^{23} \cdot 7^{39}$, то $\min ac = 2^{23} \cdot 7^{39}$

Тогда $\times ab : 2^{15} \cdot 7^{18}$

$bc : 2^{17} \cdot 7^{18}$ заметим, что 7 у нас хватает (в смысле $\min abc$ содержит 7^{39} , т.к. 7 можно разложить в a и c так, чтобы $ab : 2^{15} \cdot 7^{18}$, а $bc : 2^{17} \cdot 7^{18}$)

А вот с 2 есть проблема т.к. ac содержит только 2^{23} "2", тогда $\times abc : 2^{32} \cdot 7^{29}$, тогда $b^2 : 2^9 \Rightarrow \min b = 2^5$

Давайте поймём, что $abc = 2^{28} \cdot 7^{39} \min$, ну мы знаем, что ac меньше чем $2^{23} \cdot 7^{39}$ быть не может.

Ну тогда допустим $ac > 2^{23} \cdot 7^{39}$ но $ac < 2^{28} \cdot 7^{39} \Rightarrow \Rightarrow a^2 b^2 c^2 : 2^{55} \cdot 7^{68} \Rightarrow abc : 2^{28} \Rightarrow$ мы нашли минимальное abc .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2

$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$, пусть E_m существует m , такое что

$(a+b):m$ и $(a^2-7ab+b^2):m$, причём $m - \max$.

$\nexists a^2-7ab+b^2 = (a+b)^2 - 9ab$, т.к. $a+b:m \Rightarrow$

$\Rightarrow (a+b)^2:m \Rightarrow 9ab:m$.

Пусть $a+b=mk, k \in \mathbb{N}$, а $9ab=ms, s \in \mathbb{N}$

Тогда $9abk = a+b(a+b)s = a^2+sb$

Ну, т.к. $9abk|a$, то $(a+b)s|a$, т.к. $a^2|a$, то $sb|a$, но $\forall \lambda, \text{ где } \text{НОД}(b,a)=1 \Rightarrow$

$\Rightarrow s|a$

Аналогично $s|b \Rightarrow s|ab$

Пусть $s = abt, t \in \mathbb{N}$

Тогда

$$9ab = mabk$$

$$9 = mk$$

$$m_1 = 1$$

$$k_1 = 9$$

$$m_2 = 3$$

$$k_2 = 3$$

$$m_3 = 9$$

$$k_3 = 1$$

(т.к. m и $k \in \mathbb{N}$)

Тогда $\max m = 9$

Приведём пример: $a=4, b=5$ ($\text{НОД}(4,5)=1$)

$$\frac{4+5}{4^2+5^2-7 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{9}{-99} = -\frac{1}{11}$$

Ответ: $m=9$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{4} \sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

Заметим, что $3x^2 - 6x + 2 = 3x^2 + 3x + 1 + 1 - 9x$

Тогда пусть $3x^2 + 3x + 1 = t$, а $1 - 9x = d$.

тогда:

$$\sqrt{t+d} - \sqrt{t} = d \quad | \cdot (\sqrt{t+d} + \sqrt{t}) \neq 0, \text{ т.к. } 0 \text{ достигается}$$

никогда
или $d=0$, но \sqrt{t} не год. 0)

тогда $t+d - t = d(\sqrt{t+d} + \sqrt{t})$
 $d = d(\sqrt{t+d} + \sqrt{t})$

1) $d=0 \Rightarrow 1-9x=0$
 $x = \frac{1}{9}$

2) $d \neq 0 \Rightarrow 1 = \sqrt{t+d} + \sqrt{t}$

\sqrt{t} и $\sqrt{t+d}$ - всегда больше 0 $\Rightarrow \sqrt{t}$ достигает минимума, когда $\sqrt{t+d}$ достигает минимума

при $x = x_0 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \min t = \frac{5}{4} \Rightarrow \sqrt{t} > 1$, а $\sqrt{t+d} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{t+d} + \sqrt{t} > 1 \Rightarrow$ уравнение $\sqrt{t+d} + \sqrt{t} = 1$ не имеет корней.

Ответ: $x = \frac{1}{9}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№6

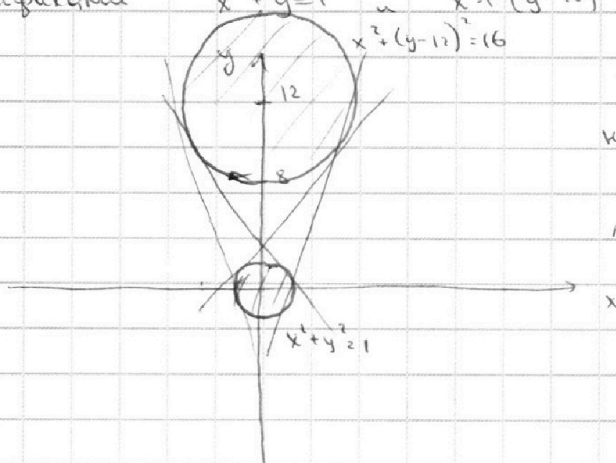
$$\begin{cases} ax+y-8b=0 \\ (x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \leq 0 \end{cases}$$

схематично

Давайте изобразим второе неравенство графически:

графиками $x^2+y^2=1$ и $x^2+(y-12)^2=16$ являются окр.

$$x^2+(y-12)^2=16$$



Тогда решением неравенства будет множество точек в окр, в том числе граница

\times $ax+y-8b=0$ - это прямая, тогда, чтобы было только 2 решения нужно, чтобы она касалась двух окр. одновременно как показано на рис. Т.е. всего 4 прямых

Тогда нам нужно решить систему:

$$\begin{cases} x^2+(8b-ax)^2=1 & (1) \\ x^2+(8b-ax-12)^2=16 & (2) \end{cases}$$

так, чтобы каждое уравнение имело всего лишь 1 корень, т.е. $D=0$

$$(1) \quad x^2 + x^2(a^2+1) - 16abx + 64b^2 - 12 = 0$$

$$D = a^2 - 64b^2 + 1 = 0$$

$$(2) \quad (a^2+1)x^2 + ax(24-16b) + 64b^2 - 192b + 128 = 0$$

$$D = a^2 - 4b^2 + 12b - 8 = 0$$

$$\begin{cases} a^2 - 64b^2 + 1 = 0 \\ a^2 - 4b^2 + 12b - 8 = 0 \end{cases}$$

$$-60b^2 - 12b + 9 = 0$$

$$60b^2 + 12b - 9 = 0$$

$$b_1 = -\frac{1}{2} \quad (1) \quad a^2 - 64\left(\frac{1}{2}\right)^2 = -1 \quad a^2 = 15 \Rightarrow a = \pm\sqrt{15}$$

$$b_2 = \frac{3}{10} \quad (2) \quad a^2 - 64\left(\frac{3}{10}\right)^2 = -1 \quad a^2 = \frac{169}{25} - 1 = \frac{119}{25}$$

$$a = \pm \frac{\sqrt{119}}{5}$$

$$\text{Ответ: } -\sqrt{15}; -\frac{\sqrt{119}}{5}; \frac{\sqrt{119}}{5}; \sqrt{15}.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

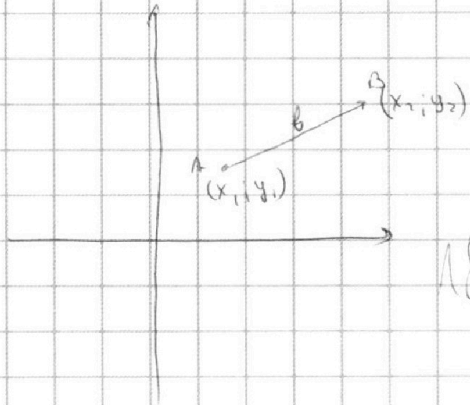
- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



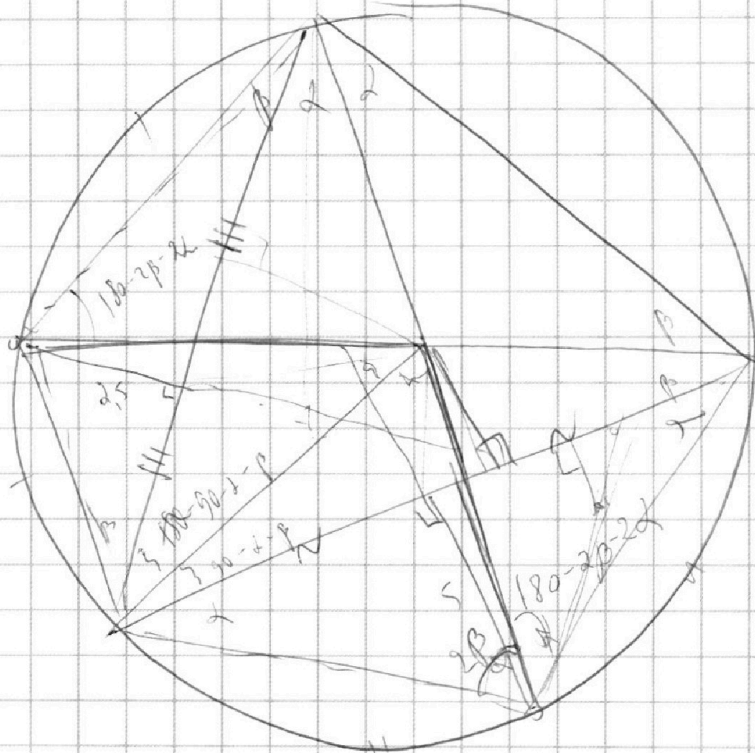
№5. Давайте возьмём любой вектор с координатами $x_1(x_2-x_1); (y_2-y_1)$



Угол $AB = \beta$
 $2x_2 - x_1 - y_2 - y_1$

$180 - 2\alpha - 2\beta$

$\frac{b}{\sin \alpha} = \frac{r}{\sin \beta}$



$\frac{R}{r} = \frac{b}{\sin \alpha} = \frac{r}{\sin \beta}$

$\frac{2 \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{r \cos \beta}{\sin \beta}$

$\frac{r}{\sin \alpha} = \frac{r}{\sin \beta}$
 $\frac{r}{\sin \alpha} = \frac{r}{\sin \beta}$
 $\frac{r}{\sin \alpha} = \frac{r}{\sin \beta}$
 $2 \cdot \frac{57.5}{180 - 2\beta} \cdot \sin(180 - 2\alpha - 2\beta)$

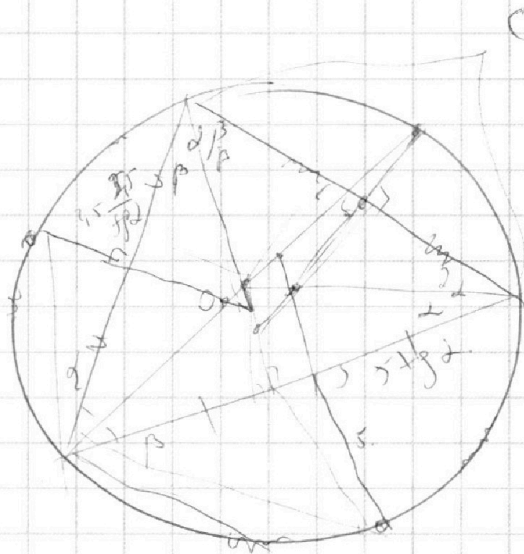
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{10}{\operatorname{tg} \beta} \quad \frac{5}{\operatorname{tg} \alpha}$$

$$\frac{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{tg} \beta$$

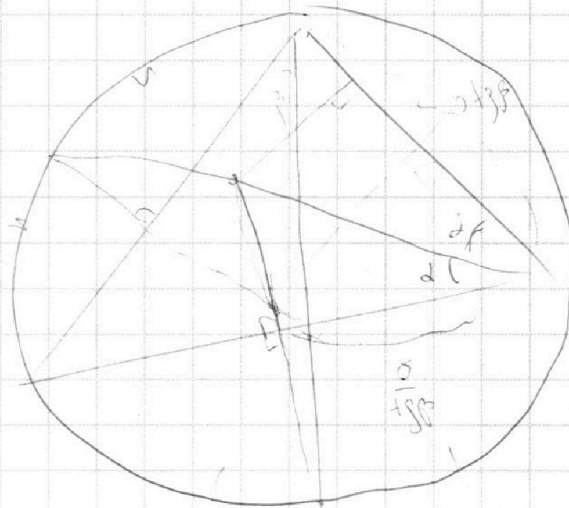
$$\cancel{X} = \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta}$$

$$c \operatorname{tg} \beta = 2 \operatorname{tg} \alpha c - 2X \operatorname{tg} \alpha$$

$$X = \frac{c(2 \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)}{2 \operatorname{tg} \alpha}$$

$$X \operatorname{tg} \beta = 2c \operatorname{tg} \alpha - 2X \operatorname{tg} \alpha$$

$$X = \frac{2c \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta + 2 \operatorname{tg} \alpha}$$



$$\frac{X \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$$

$$X = \frac{5 \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

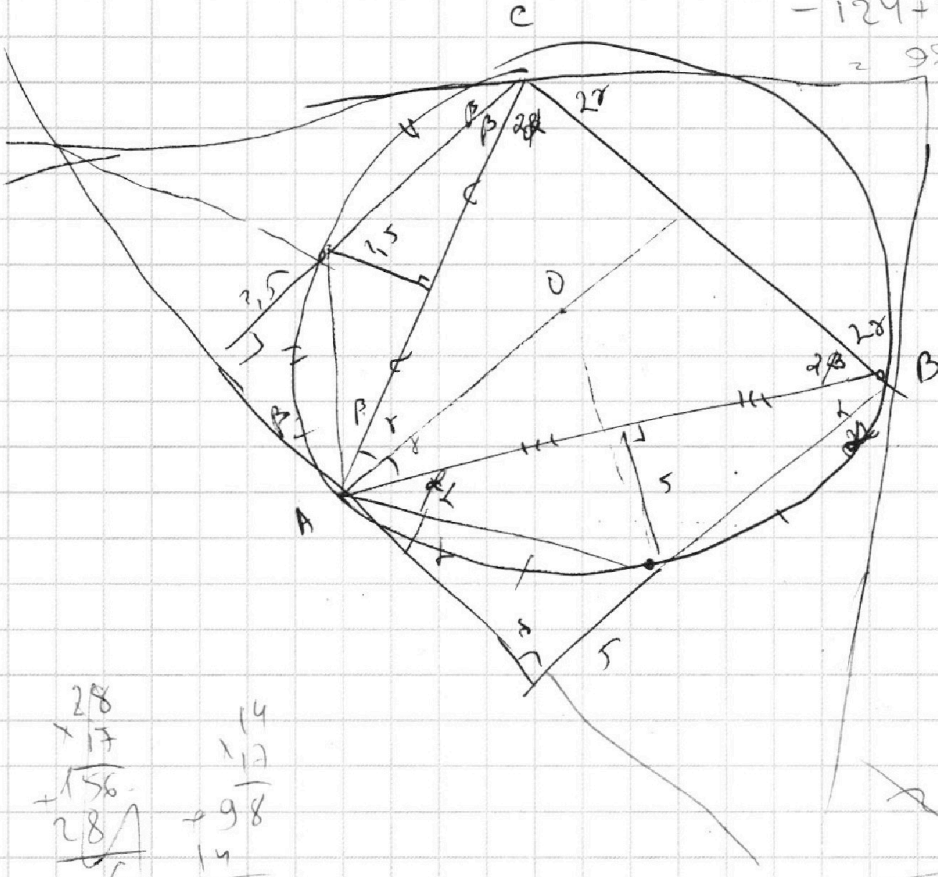


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



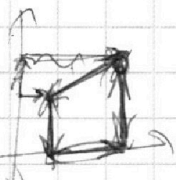
$$16 - 7 \cdot 4 \cdot 8 + 25 = 140 - 224 + 25 = -99$$

$$-124 + 25 = -99 \quad A_0 - ?$$

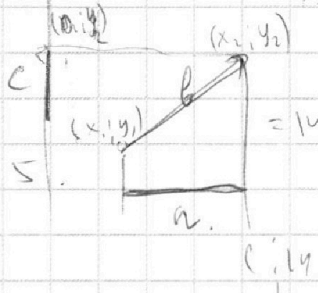


$$\begin{array}{r} 28 \\ \times 17 \\ \hline 196 \\ 280 \\ \hline 476 \\ \div 6 \\ \hline 79.33 \end{array}$$

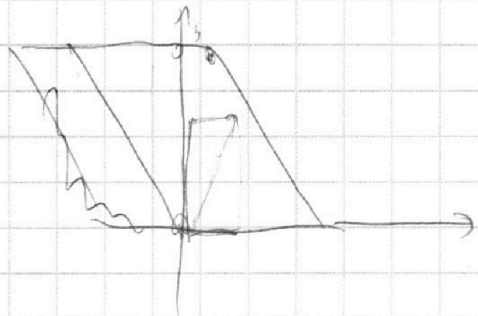
$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 12 \\ \hline 28 \\ 140 \\ \hline 168 \end{array}$$



$$-14 = 0 \quad (x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) + z_2 - z_1 = 14$$



$$\begin{aligned} b + a &= 14 \\ a^2 + c^2 &= b^2 \\ c^2 &= (b-a) \cdot 14 \\ c &= 14 \end{aligned}$$



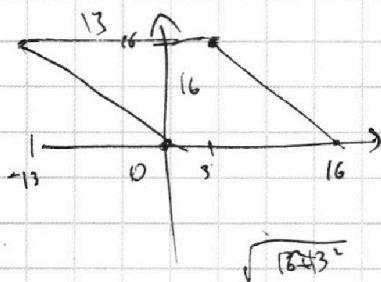
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



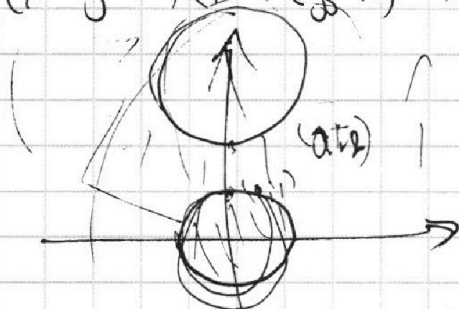
$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$

$$2(y_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 14$$

$$(x_1, y_1) - (x_2, y_2) + x_2 + y_2 = 14$$

$$ax + y - 8b = 0$$

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-12)^2 - 16) = 0$$



$$x^2 + (y-1)^2 = 1$$

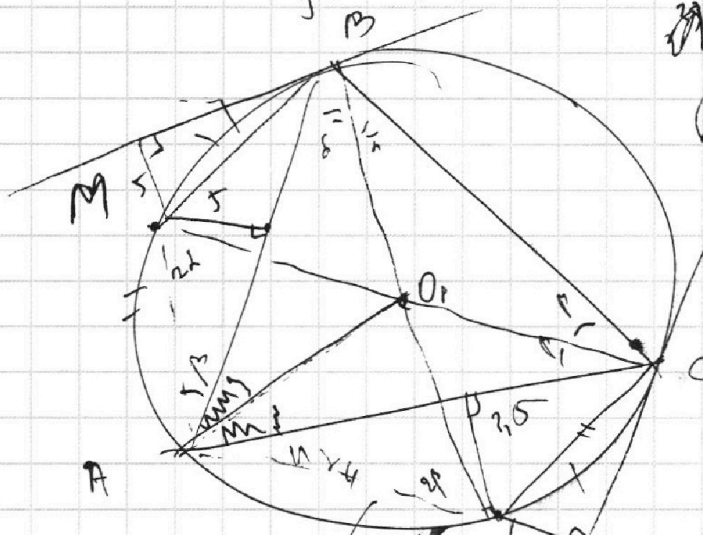
$$a = \frac{2^{15} \cdot 7^{11}}{b}$$

$$\frac{c}{b} = \frac{2^8 \cdot 7^{28}}{a}$$

$$1) x^2 + y^2 \leq 1$$

$$x^2 + (y-12)^2 \leq 16$$

$$y = -ax + 8b$$



$$ab^2c^3 : 2 \cdot 7$$

$$a^2b^3c^4 : 2 \cdot 7$$

$$b^2c^3 : 2 \cdot 7$$

$$ab^2c^3 : 2 \cdot 7$$

$$b^2c^3 : 2 \cdot 7$$

$$ac : 2 \cdot 7$$

$$bd_1 \geq 2 \cdot 7 \cdot d_2 \cdot a$$

$$ac :$$

$$\min ac = 2 \cdot 7 \cdot 2 = 28$$

$$ab = 2^{15} \cdot 7^{11} \cdot d_1$$

$$bc =$$

$$c = \frac{2^{15} \cdot 7^{11}}{a}$$

$$\frac{b}{a \cdot 2 \cdot 7 \cdot d_1} = \frac{2^{15} \cdot 7^{11}}{a}$$

$$2 \cdot a \cdot 7$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

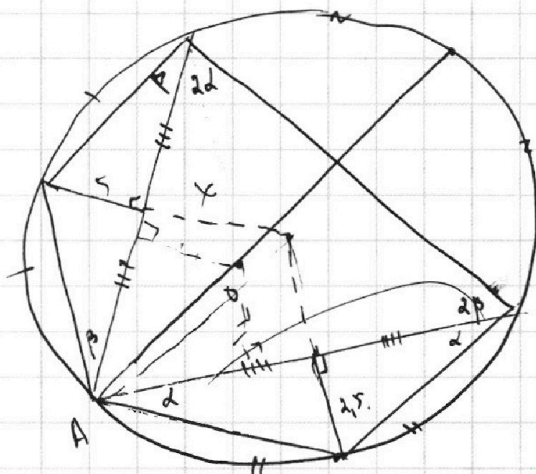
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\cos \alpha = \frac{x}{R}$
 $\cos \beta = \frac{2.5}{R}$
 $2.5 \cdot 7 = R^2$

$R = 5 + x$

$$\sqrt{\left(\frac{5}{\sin \beta}\right)^2 - 2.5^2} = \frac{5}{\sin \beta} \cdot \cos \beta$$

$$\sqrt{25 - 2.5^2 \sin^2 \beta} = 5 \cos \beta$$

$5 \tan \alpha = \frac{5}{\tan \beta}$
 $\tan \alpha = \frac{1}{\tan \beta}$

$\frac{5}{\tan \alpha} = \tan \beta$
 $x = \frac{5}{\tan \beta}$

$\frac{5}{\tan \alpha} \sin \alpha = \frac{5}{\tan \beta} \sin \beta$
 $2 \tan \alpha \sin \alpha = \tan \beta \sin \beta$
 $2 = \frac{\tan \beta}{\tan \alpha}$

$5(x + 5 + x) = 5$
 $x(2x + 5) = \frac{5}{\tan^2 \beta}$

$5(2.5 + x + x + 5) = \frac{5}{\tan^2 \beta}$

$2.5 + 2x = \frac{2.5}{\tan^2 \beta}$

$2x + 5 = \frac{5}{\tan^2 \beta}$

$2.5 = \frac{2.5}{\tan^2 \beta} - \frac{5}{\tan^2 \beta}$
 $\frac{1}{\cos^2 \beta} + 1$

$1 = \frac{1}{\tan^2 \beta} - \frac{2}{\tan^2 \beta + 2}$
 $\frac{1}{\tan^2 \beta} = \frac{2}{\tan^2 \beta + 2}$

$\frac{2.5}{6 \cdot 10} = \frac{2.5}{6 \cdot 2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned}
 x^2 + (8b - ax)^2 &= 1 \\
 x^2 + 64b^2 + a^2x^2 - 2 \cdot 8 \cdot ab \cdot x &= 1 \\
 x^2(a^2 + 1) - 16abx + 64b^2 - 1 &= 0 \\
 D &= 256a^2b^2 - 4(64b^2 - 1)(a^2 + 1) = 256a^2b^2 - 256ab^2 - \\
 &- 256b^2 + 4a^2 + 4 = 4a^2 - 64b^2 + 1 = 0
 \end{aligned}$$

$$x^2 + (8b - ax - 12)^2 = 16$$

$$x^2 + (8b - ax)^2 - 2(8b - ax) \cdot 12 + 144 = 16$$

$$x^2 + 64b^2 + a^2x^2 - 16abx - 192b + 24ax + 128 = 0$$

$$x^2(a^2 + 1) + ax(24 - 16b) + 64b^2 - 192b + 128 = 0$$

$$D = a^2(24 - 16b)^2 - 4(64b^2 - 192b + 128)(a^2 + 1) =$$

$$\begin{aligned}
 &= 144a^2 - 24 \cdot 8a^2b + 64a^2b^2 - 64a^2b^2 - 64b^2 + 192a^2b + 192b - \\
 &- 128a^2 - 128 = 16a^2 - 64b^2 + 192b - 128 = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 24 \\
 \times 24 \\
 \hline
 16
 \end{array}$$

$$\begin{cases}
 a^2 - 8b^2 + 12b - 8 = 0 \\
 a^2 - 64b^2 + 1 = 0
 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 56b^2 + 12b - 10 &= 0 \\
 38b^2 + 6b - 5 &= 0
 \end{aligned}$$

$$D = 36 + 560 = 596 = 4 \cdot 149 = (2\sqrt{149})^2$$

$$\begin{aligned}
 b &= \frac{-12 \pm 2\sqrt{149}}{56} = \frac{-6 \pm \sqrt{149}}{28} \\
 D &= 36 + 600 = 636
 \end{aligned}$$

$$30b^2 + 20b + 4b - 3 = 0$$

$$D = 16 + 240 = 16 \cdot \frac{1}{2}$$

$$b = \frac{-4 \pm 16}{40}$$

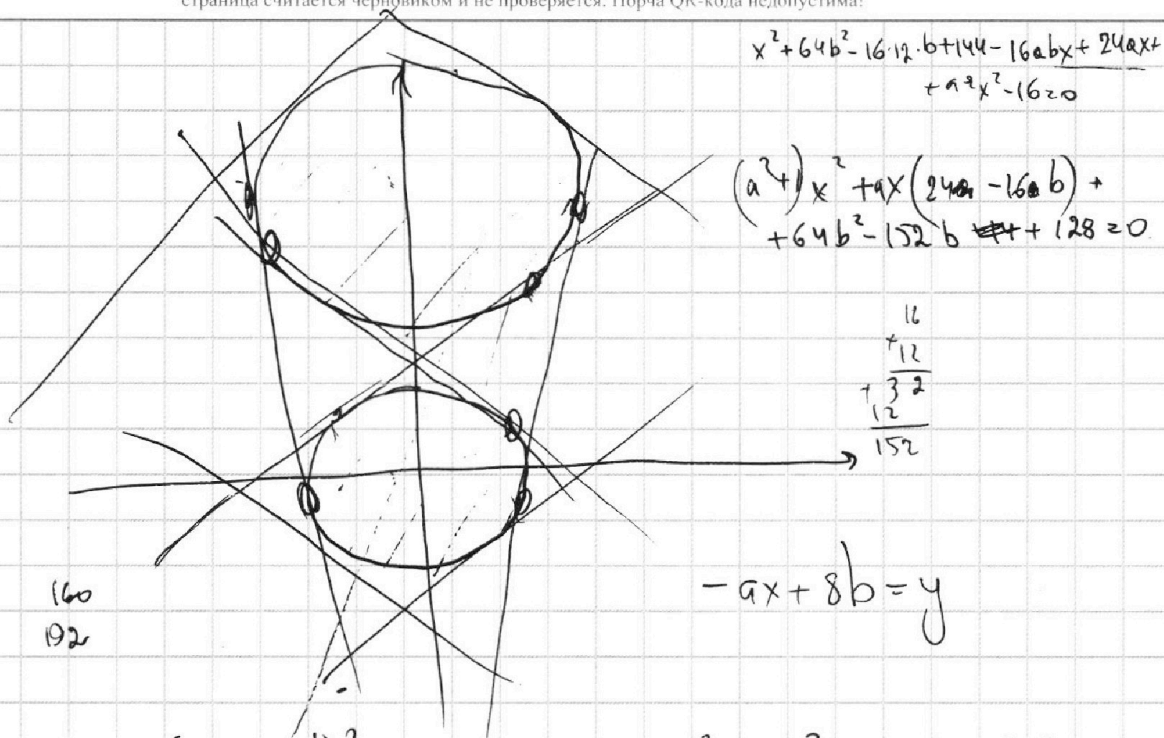
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} x^2 + (-ax + 8b)^2 = 1 \\ x^2 + (-ax + 8b - 12)^2 = 16 \end{cases}$$

$$D = a^2(24-16b)^2 - 4(a^2+1)(64b^2 - 152b + 128) = 0$$

$$144a^2 - 24 \cdot 8a^2b + 64a^2b^2 - 64a^2b^2 + 152a^2b - 128a^2 - 256b^2 + 152b - 128 = 0$$

$$-24(-xax + 16b - 12) = 15$$

$$ax - 8b + 6 = \frac{15 \cdot 5}{24 \cdot 8}$$

$$x + \left(\frac{43}{8}\right)^2 = 1$$

$$x^2 + \left(\frac{8+43}{8}\right)^2 = 1$$

$$16a^2 - 40a^2b - 64b^2 + 152b - 128 = 0$$

$$ax + 8b = -\frac{5}{8} + 6$$

$$-ax + 8b = \frac{43}{8}$$

$$x^2 + (a^2+1)x^2 - x(16 - 16abx + 64b^2 - 120)$$

$$D = 64a^2b^2 - 4(a^2+1)(64b^2 - 120) = 0$$

$$64a^2b^2 - 4 \cdot 64a^2b^2 + 4a^2 - 4 \cdot 64b^2 + 480 = 0$$

$$-3 \cdot 64a^2b^2 + a^2 - 64b^2 + 120 = 0$$

$$-48a^2b^2 + a^2 - 64b^2 + 120 = 0$$

$$\begin{cases} 2a^2 - 5a^2b - 8b^2 + 19b - 16 = 0 \\ -48a^2b^2 + a^2 - 64b^2 + 120 = 0 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{5x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\sqrt{3x^2 + 3x + 1 - 9x + 1} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$1 - 9x = 1$$

$$3x^2 + 3x + 1 = d$$

$$\sqrt{t+d} - \sqrt{d} = t \quad | \cdot (\sqrt{t+d} + \sqrt{d})$$

$$t+d+d - 2\sqrt{td+d^2} = t$$

$$t+2d-t^2 = 2\sqrt{td+d^2}$$

$$\sqrt{t+d} - \sqrt{d} = \sqrt{(\sqrt{t+d} + \sqrt{d})}$$

$$\sqrt{t+d} - \sqrt{d} = 1$$

$$gabk = s(a+b)$$

$$gab = ms$$

$$s = ab$$

$$s = ab$$

$$gab = mabr$$

$$g = m$$

$$m = 1 \quad r = 2$$

$$m = 3 \quad r = 3$$

$$m = 9 \quad r = 1$$

$$3x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$x_0 = \frac{-3 \pm \sqrt{9-12}}{6} = \frac{-3 \pm \sqrt{-3}}{6} = \frac{-3 \pm i\sqrt{3}}{6}$$

$$y_0 = 3 \cdot \frac{1}{2} - 3 \cdot \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{4} - \frac{3}{2} + 1 = \frac{3-6+4}{4} = \frac{1}{4}$$

$$t+d+d+2\sqrt{td+d^2} = 1$$

$$t+2d-1 = -2\sqrt{td+d^2}$$

$$(t+2d-1)(t+2d-1) = d^2 + 2td - 1 + 2td + 4d^2 - 2d - t - 2d + 1 =$$

$$2d^2 + 4d^2 + 1 + 4d - 2t - 4d = 2d^2 + 4d^2 + 1 - 2t$$

$$69x^2 + 12x - 4 = 0$$

$$D = 144 + 4 \cdot 69 \cdot 4 =$$

$$16(8+69) = 16 \cdot 77$$

$$t^2 - 2(t+2d) + 1 = 0$$

$$d^2 - 2t - 4d + 1 = 0$$

$$D = 4 + 16d - 4 = 16d = (4\sqrt{d})^2$$

$$t = \frac{2 \pm 4\sqrt{d}}{2} = 1 \pm 2\sqrt{d}$$

$$1 - 9x = 1 \pm 2\sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$-9x = \pm 2\sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$81x^2 = 12x^2 + 12x + 4$$

$$73x^2 - 12x + 4 = 0$$

$$81x^2 = 12x^2 + 12x + 4$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab : 2 \cdot 7$$

$$bc : 2 \cdot 7$$

$$ac : 2 \cdot 7$$

$$9abk = 5a^2b^2$$

$$a^2b^2c^2 : 2 \cdot 15+7+23 \quad 11+18+39 \quad 45 \quad 68$$

$$abc : 7 \cdot 2 \quad \begin{matrix} 34 & 29 & 23 \end{matrix}$$

$$169 \cdot 4 = 289x^2 + 238x + 49$$

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

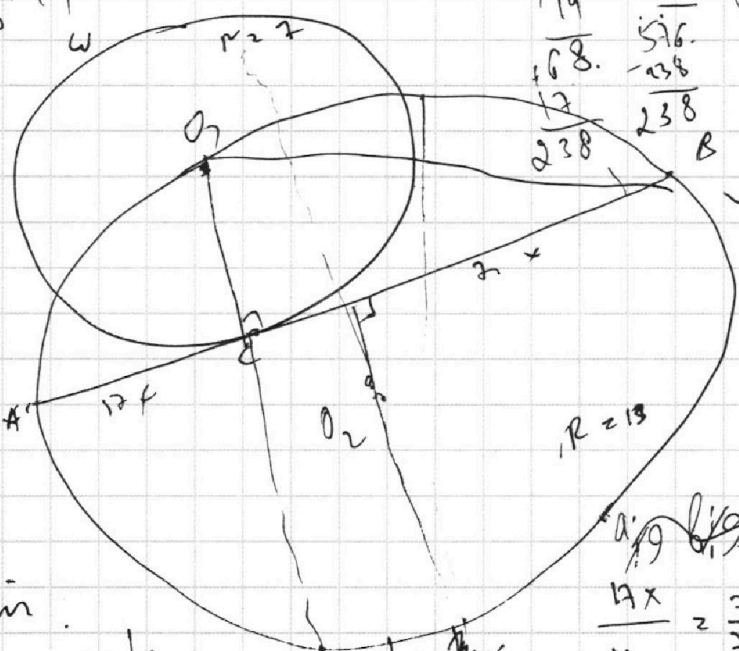
$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 - 7\left(\frac{a}{b}\right) + 1$$

$$169 \cdot 4 = (17x+7)^2$$

$$13 \cdot 2 = 17x^2 + 7$$

$$26 - 7 = 17x^2$$

$$\sqrt{19} \quad 12$$



$a > b$
 $\frac{a}{b} + 1$
 $a^2 - 7ab + b^2$
 Тогда все можно решить.

$$9ab : ms$$

$$ms : ab$$

$$\frac{(17x+7)^2}{2} - 7$$

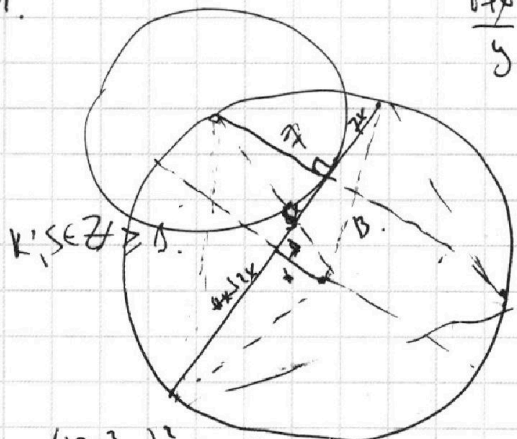
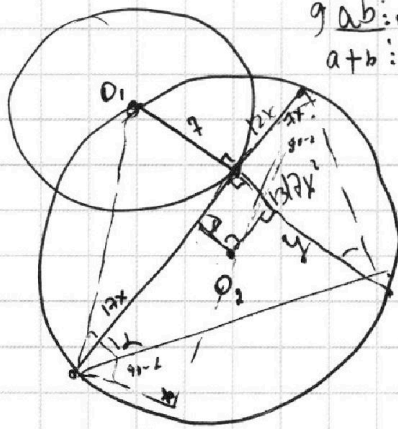
$$\frac{17x}{5} = \frac{7}{7x}$$

$$\frac{17x}{5} = \frac{1}{x}$$

$$y = 17x^2$$

$$(a+b) : m$$

$$\frac{a^2-7ab+b^2}{(a+b)^2-9ab} = \frac{m}{m}$$



$$a+b : m \Rightarrow$$

$$a+b = km$$

$$\frac{9ab}{5} = \frac{a+b}{k}$$

$$169 = \left(\frac{17x^2-7}{2}\right)^2 + (17x)^2$$

$$169 \cdot 4 = 289x^2 - 17 \cdot 2 \cdot x^2 + 49 + 144 \cdot 4x^2$$