



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-13; 26)$, $Q(3; 26)$ и $R(16; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1

Заметим, что если $ac : 2^{23} \cdot 7^{39}$, то $\min ac = 2^{23} \cdot 7^{39}$

Тогда $\times ab : 2^{15} \cdot 7^{18}$

$bc : 2^{17} \cdot 7^{18}$

Заметим, что 7 у нас хватает (в смысле $\min abc$ содержит 7^{39} , т.к. 7 можно разложить в a и c так, чтобы $ab : 2^{15} \cdot 7^{18}$, а $bc : 2^{17} \cdot 7^{18}$)

А вот с 2 есть проблема т.к. ac содержит только 23 "2", тогда $\times abc : 2^{32} \cdot 7^{29}$, тогда $b^2 : 2^9 \Rightarrow \min b = 2^5$

Давайте поймём, что $abc = 2^{28} \cdot 7^{39} \min$, ну

мы знаем, что ac меньше чем $2^{23} \cdot 7^{39}$ быть не может.

Ну тогда допустим $ac > 2^{23} \cdot 7^{39}$ но $ac < 2^{28} \cdot 7^{39} \Rightarrow$

$\Rightarrow a^2 b^2 c^2 : 2^{55} \cdot 7^{68} \Rightarrow abc : 2^{28} \Rightarrow$ мы нашли минимальное abc .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2

$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$, пусть E_m существует m , такое что

$(a+b):m$ и $(a^2-7ab+b^2):m$, причём m - max.

$\nexists a^2-7ab+b^2 = (a+b)^2 - 9ab$, т.к. $a+b:m \Rightarrow$

$\Rightarrow (a+b)^2:m \Rightarrow 9ab:m$.

Пусть $a+b=mk, k \in \mathbb{N}$, а $9ab=ms, s \in \mathbb{N}$

Тогда $9abk = a+b(a+b)s = a^2+sb$

Ну, т.к. $9abk|a$, то $(a+b)s|a$, т.к. $a^2|a$, то $sb|a$, но $\forall \lambda, \text{ где } \text{НОД}(b,a)=1 \Rightarrow$

$\Rightarrow s|a$

Аналогично $s|b \Rightarrow s|ab$

Пусть $s = abt, t \in \mathbb{N}$

Тогда

$$9ab = mabk$$

$$9 = mk$$

$$m_1 = 1$$

$$k_1 = 9$$

$$m_2 = 3$$

$$k_2 = 3$$

$$m_3 = 9$$

$$k_3 = 1$$

(т.к. m и $k \in \mathbb{N}$)

Тогда max $m=9$

Приведём пример: $a=4, b=5$ ($\text{НОД}(4,5)=1$)

$$\frac{4+5}{4^2+5^2-7 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{9}{-99} = -\frac{1}{11}$$

Ответ: $m=9$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

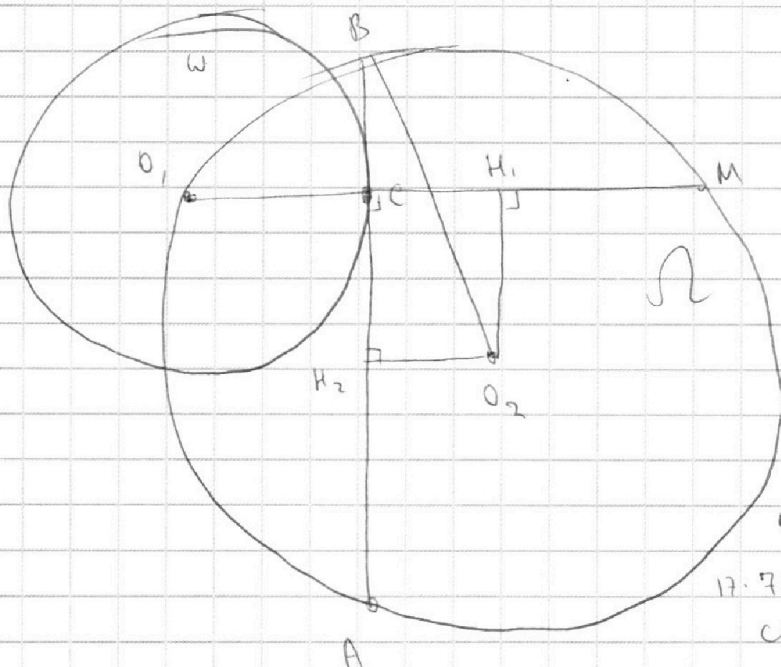
1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№3



$\frac{AC}{CB} = \frac{17}{7}$
 Проведём O_2H_1 ; K_2O_2
 O_1M как показано
 на рис. т.е.
 $O_1C \perp O_2M = M$
 $O_2H_1 \perp O_1M = K_1$
 $O_2H_2 \perp AB = K_2$
 Тогда пусть $BC = 7x$
 А $AC = 17x$

$O_1C \cdot CM = BC \cdot AC$ (ср. хорд)
 $17 \cdot 7x^2 = 7 \cdot CM$
 $CM = 17x^2$

Кроме того $O_1O_2 \perp O_1M$, $O_1H_1 = H_1M$ ($O_2H_1 \perp O_1M \Rightarrow$ осевая симметрия)

H_2 - середина AB

Тогда $CH_1 = O_1H_1 - O_1C = \frac{17x^2 + 7}{2} - 7x = \frac{17x^2 - 7}{2} = CH_2$ (ср. осев. симм.)

$BH_2 = \frac{AB}{2} = 12x$

Проведём $BO_2 = R$

$\triangle BO_2H_2$: по Т. Пифагора: $(12x)^2 + \left(\frac{17x^2 - 7}{2}\right)^2 = 169$

$144 \cdot 4x^2 + (17x^2 - 7)^2 = 169 \cdot 4$

$144 \cdot 4x^2 + 289x^4 - 238x^2 + 49 = 169 \cdot 4$

$576x^2 + 289x^4 - 238x^2 + 49 = 169 \cdot 4$

$(17x^2 + 7)^2 = 169 \cdot 4$

$17x^2 + 7 = 13 \cdot 2$

$17x^2 = 19$

$x^2 = \frac{19}{17}$, т.к. $x > 0 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{19}{17}}$

$AB = 24x = 24\sqrt{\frac{19}{17}}$

Ответ: $AB = 24\sqrt{\frac{19}{17}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{4} \sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

Заметим, что $3x^2 - 6x + 2 = 3x^2 + 3x + 1 + 1 - 9x$

Тогда пусть $3x^2 + 3x + 1 = t$, а $1 - 9x = d$.

тогда:

$$\sqrt{t+d} - \sqrt{t} = d \quad | \cdot (\sqrt{t+d} + \sqrt{t}) \neq 0, \text{ т.к. } 0 \text{ достигается}$$

никогда

или $\sqrt{t} = 0$, но \sqrt{t} может не быть 0.

тогда $t+d - t = d(\sqrt{t+d} + \sqrt{t})$
 $d = d(\sqrt{t+d} + \sqrt{t})$

1) $d=0 \Rightarrow 1-9x=0$
 $x = \frac{1}{9}$

2) $d \neq 0 \Rightarrow 1 = \sqrt{t+d} + \sqrt{t}$

$\sqrt{t} \geq 0$, t - всегда больше 0 $\Rightarrow \sqrt{t}$ достигает минимума, когда $\sqrt{t+d}$ достигает минимума
при $x = x_0 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \min t = \frac{5}{4} \Rightarrow \sqrt{t} > 1$, а
 $\sqrt{t+d} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{t+d} + \sqrt{t} > 1 \Rightarrow$ уравнение $\sqrt{t+d} + \sqrt{t} = 1$
не имеет корней.

Ответ: $x = \frac{1}{9}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№6

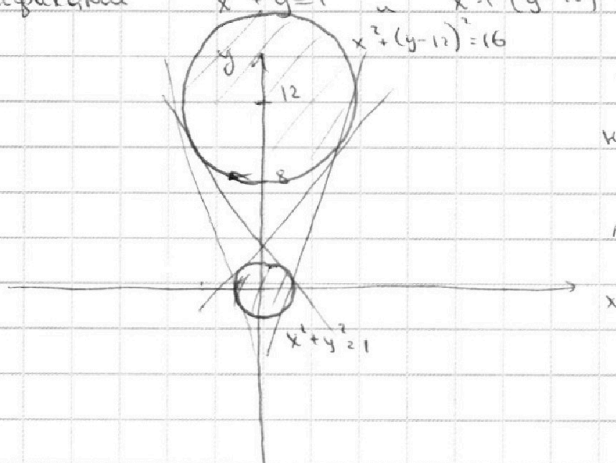
$$\begin{cases} ax+y-8b=0 \\ (x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \leq 0 \end{cases}$$

схематично

Давайте изобразим второе неравенство графически:

графиками $x^2+y^2=1$ и $x^2+(y-12)^2=16$ являются окр.

$$x^2+(y-12)^2=16$$



Тогда решением неравенства будет множество точек в окр, в том числе граница

✗ $ax+y-8b=0$ - это прямая, тогда, чтобы было только 2 решения нужно, чтобы она касалась двух окр. одновременно как показано на рис. Т.е. всего 4 прямых

Тогда нам нужно решить систему:

$$\begin{cases} x^2+(8b-ax)^2=1 & (1) \\ x^2+(8b-ax-12)^2=16 & (2) \end{cases}$$

так, чтобы каждое уравнение имело всего лишь 1 корень, т.е. $D=0$

$$(1) \quad x^2 + x^2(a^2+1) - 16abx + 64b^2 - 12 = 0$$

$$D = a^2 - 64b^2 + 1 = 0$$

$$(2) \quad (a^2+1)x^2 + ax(24-16b) + 64b^2 - 192b + 128 = 0$$

$$D = a^2 - 4b^2 + 12b - 8 = 0$$

получим новую систему:

$$\begin{cases} a^2 - 64b^2 + 1 = 0 \\ a^2 - 4b^2 + 12b - 8 = 0 \\ -60b^2 - 12b + 9 = 0 \end{cases}$$

$$60b^2 + 12b - 9 = 0$$

$$b_1 = -\frac{1}{2} \quad (1) \quad (2)$$

$$b_2 = \frac{3}{10}$$

$$(1) \quad a^2 - 64\left(\frac{1}{2}\right)^2 = -1$$

$$(2) \quad a^2 - 64\left(\frac{3}{10}\right)^2 = -1$$

$$a^2 = 15 \Rightarrow a = \pm\sqrt{15}$$

$$a^2 = \frac{16 \cdot 9}{25} - 1 = \frac{119}{25}$$

$$a = \pm \frac{\sqrt{119}}{5}$$

Ответ: $-\sqrt{15}$; $-\frac{\sqrt{119}}{5}$; $\frac{\sqrt{119}}{5}$; $\sqrt{15}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

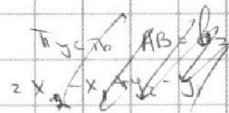
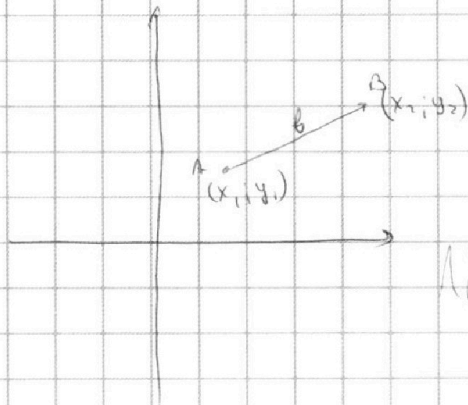
- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

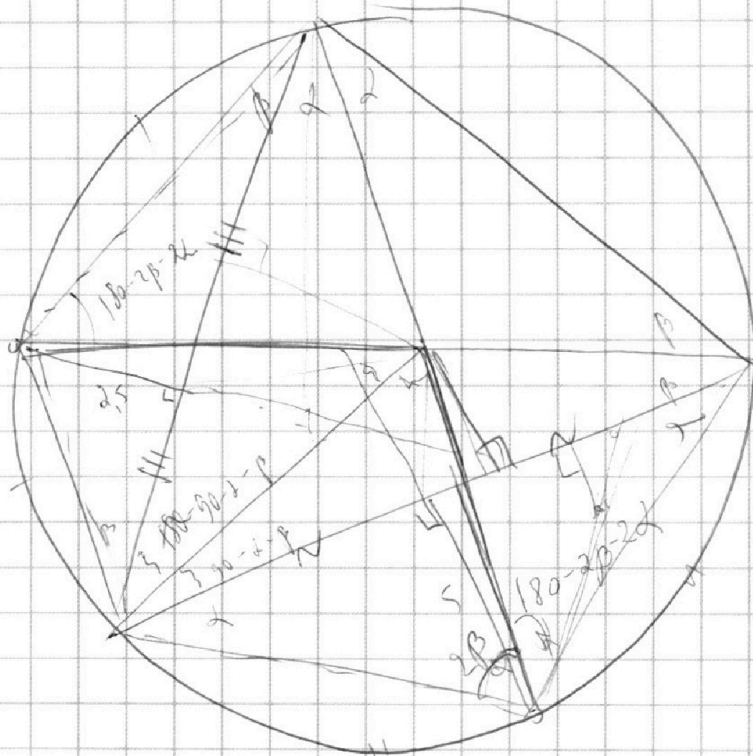


№5. Давайте возьмём любой вектор с координатами $x_1(x_2-x_1); (y_2-y_1)$



$$180 - 2\alpha - 2\beta$$

$$\frac{b}{\sin \alpha} = \frac{r}{\sin \beta}$$



$$\frac{R}{r} = \frac{b}{\sin \alpha} = \frac{r}{\sin \beta}$$

$$\frac{2 \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{r \cos \beta}{\sin \beta}$$

$$\frac{r}{\sin \alpha} = \frac{r}{\sin \beta}$$

$$(180 - 2\alpha - 2\beta)$$

$$\frac{r \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{r \cos \beta}{\sin \beta} \Rightarrow 2 \cdot \frac{57.5}{180 - 2\beta} \cdot \sin(180 - 2\alpha - 2\beta)$$

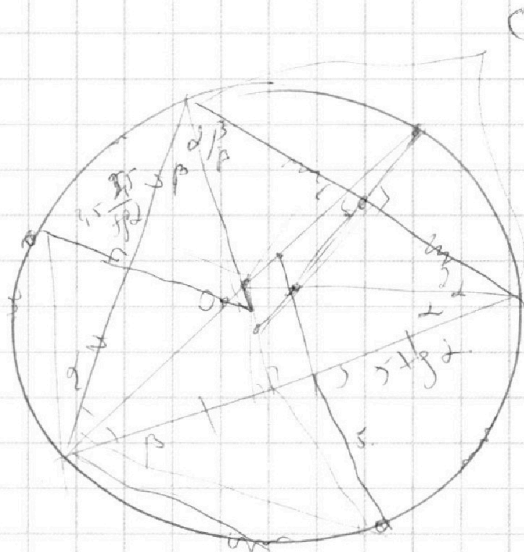
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{10}{\text{tg}\beta} \quad \frac{5}{\text{tg}\alpha}$$

$$\frac{2 \cdot \text{tg}\alpha}{\text{tg}\beta}$$

$$\text{tg}\beta$$

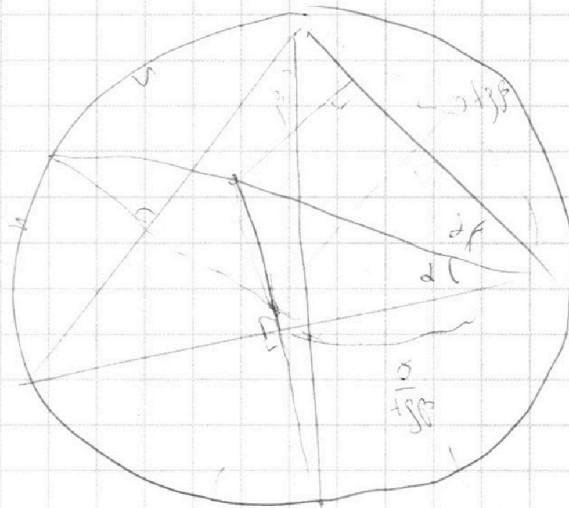
$$\cancel{X} = \frac{2 \cdot \text{tg}\alpha}{\text{tg}\beta}$$

$$c \cdot \text{tg}\beta = 2 \cdot \text{tg}\alpha \cdot c - 2 \cdot \text{tg}\alpha$$

$$X = \frac{2 \cdot \text{tg}\alpha - \text{tg}\beta}{2 \cdot \text{tg}\alpha}$$

$$X \cdot \text{tg}\beta = 2c \cdot \text{tg}\alpha - 2 \cdot \text{tg}\alpha$$

$$X = \frac{2c \cdot \text{tg}\alpha}{\text{tg}\beta + 2 \cdot \text{tg}\alpha}$$



$$\frac{X \cdot \text{tg}\beta}{c} = \text{tg}\alpha$$

$$X = \frac{5 \cdot \text{tg}\alpha}{\text{tg}\beta}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

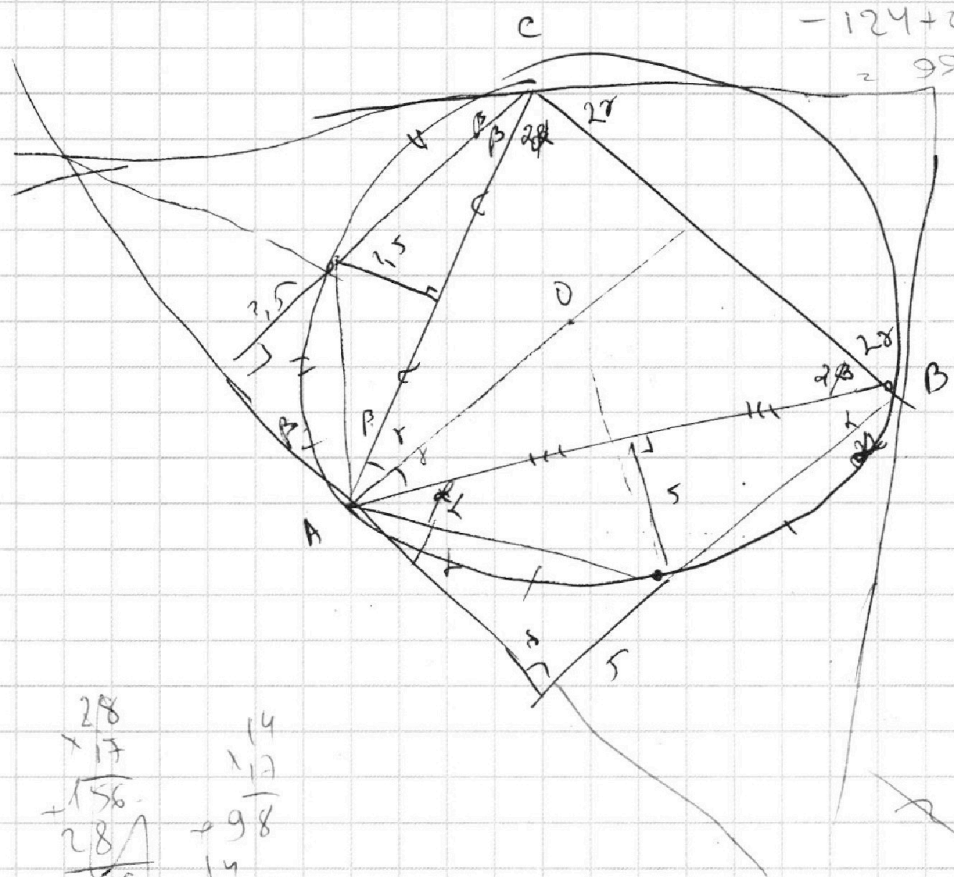


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



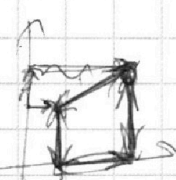
$$16 - 7 \cdot 4 + 25 = 140 - 28 + 25 = 137$$

$$-124 + 25 = -99 \quad A_0 - ?$$



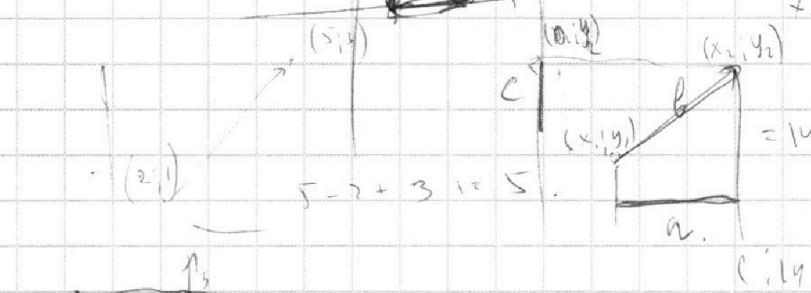
$$\begin{array}{r} 28 \\ \times 17 \\ \hline 196 \\ 280 \\ \hline 476 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 12 \\ \hline 28 \\ 140 \\ \hline 168 \end{array}$$



$$-14 = 0$$

$$(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) + z_2 - z_1 = 14$$



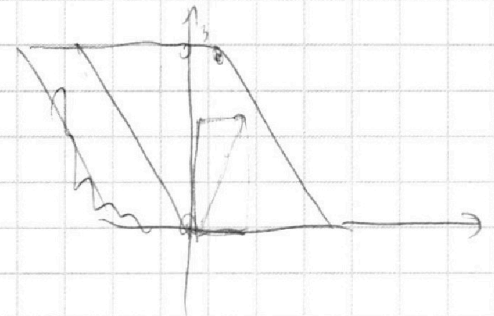
$$b + a = 14$$

$$a^2 + c^2 = b^2$$

$$c^2 = (b-a) \cdot 14$$

$$c^2 = 14$$

$$c = \sqrt{14}$$



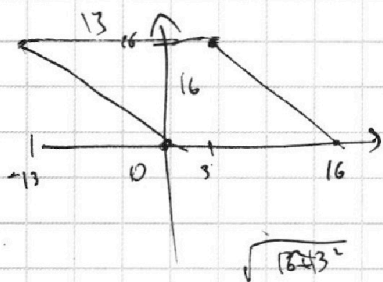
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



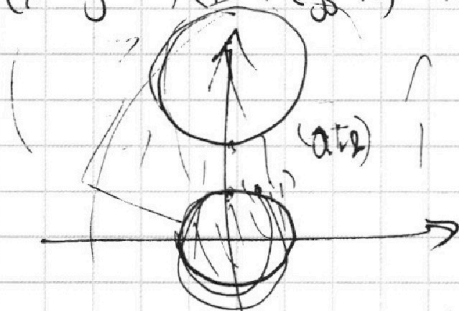
$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$

$$2(y_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 14$$

$$(x_1, y_1) - (x_2, y_2) + x_2 + y_2 = 14$$

$$ax + y - 8b = 0$$

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-12)^2 - 16) = 0$$



$$x^2 + (y-1)^2 = 1$$

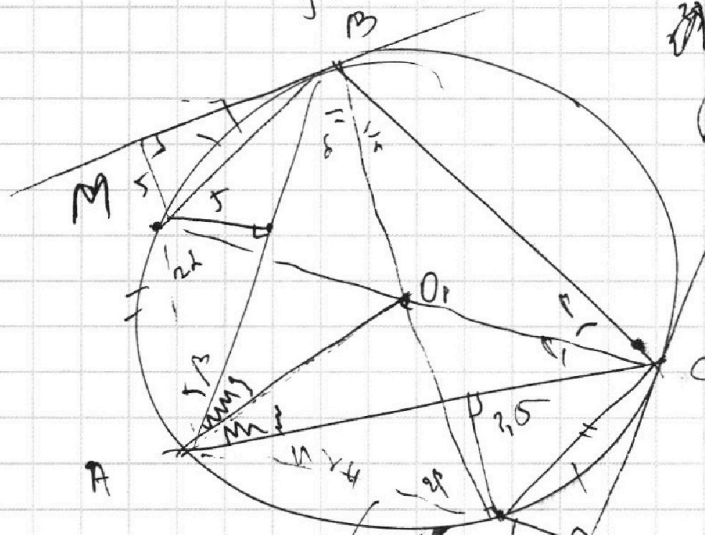
$$a = \frac{2^{15} \cdot 7^{11}}{b}$$

$$\frac{c}{b} = \frac{2^8 \cdot 7^{28}}{a}$$

$$1) x^2 + y^2 \leq 1$$

$$x^2 + (y-12)^2 \leq 16$$

$$y = -ax + 8b$$



$$ab^2c^3 : 2 \cdot 7$$

$$a^2b^3c^4 : 2$$

$$b^2c^3 : 2$$

$$ab^2c^3 : 2 \cdot 7^{11}$$

$$b^2c^3 : 2 \cdot 7^{18}$$

$$ac : 2^{23} \cdot 7^{39}$$

$$bd_1 \geq 2^7 \cdot d_2 \cdot a$$

$$ac :$$

$$\text{max}_{a,b,c} ac = 2^{23} \cdot 7^{39} \cdot 5 = 2^8 \cdot 7^{39} \cdot 5$$

$$ab = 2^{15} \cdot 7^{11} \cdot d_1$$

$$bc =$$

$$c = \frac{2^{15} \cdot 7^{11} \cdot d_1}{a}$$

$$\frac{b}{a \cdot 2 \cdot 7 \cdot d_1} = 2^2 \cdot 7^7$$

$$= a \cdot 7$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

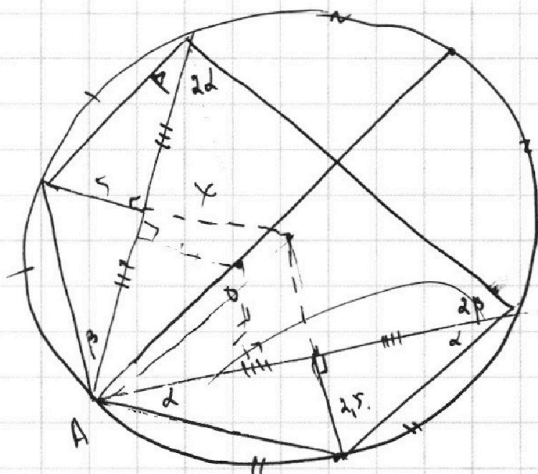
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



#

(cos alpha) * cos beta * sin gamma

$2 \cdot 8 \cdot 7$

$2 \cdot 23 \cdot 7$

$R = 5 + x$

$$\sqrt{\left(\frac{5}{\sin \beta}\right)^2 - 25} = \frac{5 \cos \beta}{\sin^2 \beta}$$

$$\frac{5}{\sin \beta} = \frac{5}{\cos \beta}$$

$$x = \frac{5}{\sin \beta}$$

$$\frac{5 \cos \beta}{\sin \beta} = \frac{5}{\sin \beta}$$

$$\frac{5}{\sin \beta} \cdot \sin \alpha = \frac{5 \cos \beta}{\sin \beta} \cdot \sin \beta$$

$$2 \frac{5}{\sin \beta} \cdot \sin \alpha = \frac{5 \cos \beta}{\sin \beta} \cdot \sin \beta$$

$$2 = \frac{\cos \beta}{\sin \beta}$$

$$x(2x + 5) = 5$$

$$x(2x + 5) = \frac{25}{\sin^2 \beta}$$

$$5(2,5 + x + x + 5) = \frac{25}{\sin^2 \beta}$$

$$2,5 + 2x = \frac{2,5}{\sin^2 \beta}$$

$$2x + 5 = \frac{5}{\sin^2 \beta}$$

$$2,5 = \frac{2,5}{\sin^2 \beta} - \frac{5}{\sin^2 \beta}$$

$$\frac{1}{\cos^2 \beta} + 1$$

$$1 = \frac{1}{\sin^2 \beta} - \frac{2}{\sin^2 \beta}$$

$$\frac{1}{\sin^2 \beta} - \frac{2}{\sin^2 \beta} = \frac{1}{\sin^2 \beta}$$

$$\frac{2,5}{\sin^2 \beta} - \frac{5}{\sin^2 \beta} = \frac{2,5}{\sin^2 \beta}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned}
 x^2 + (8b - ax)^2 &= 1 \\
 x^2 + 64b^2 + a^2x^2 - 2 \cdot 8 \cdot ab \cdot x &= 1 \\
 x^2(a^2 + 1) - 16abx + 64b^2 - 1 &= 0 \\
 D &= 256a^2b^2 - 4(64b^2 - 1)(a^2 + 1) = 256a^2b^2 - 256ab^2 - \\
 &- 256b^2 + 4a^2 + 4 = 4a^2 - 64b^2 + 1 = 0
 \end{aligned}$$

$$x^2 + (8b - ax - 12)^2 = 16$$

$$x^2 + (8b - ax)^2 - 2(8b - ax) \cdot 12 + 144 = 16$$

$$x^2 + 64b^2 + a^2x^2 - 16abx - 192b + 24ax + 128 = 0$$

$$x^2(a^2 + 1) + ax(24 - 16b) + 64b^2 - 192b + 128 = 0$$

$$D = a^2(24 - 16b)^2 - 4(64b^2 - 192b + 128)(a^2 + 1) =$$

$$\begin{aligned}
 &= 144a^2 - 24 \cdot 8a^2b + 64a^2b^2 - 64a^2b^2 - 64b^2 + 192a^2b + 192b - \\
 &- 128a^2 - 128 = 16a^2 - 64b^2 + 192b - 128 = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 24 \\
 \times 24 \\
 \hline
 576
 \end{array}$$

$$\begin{cases}
 a^2 - 8b^2 + 12b - 8 = 0 \\
 a^2 - 64b^2 + 1 = 0
 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 56b^2 + 12b - 10 &= 0 \\
 28b^2 + 6b - 5 &= 0
 \end{aligned}$$

$$D = 36 + 560 = 596 = 4 \cdot 149 = (2\sqrt{149})^2$$

$$\begin{aligned}
 b &= \frac{-6 \pm 2\sqrt{149}}{28} = \frac{-6 \pm \sqrt{149}}{14} \\
 D &= 36 + 600 = 636
 \end{aligned}$$

$$30b^2 + 20b + 4b - 3 = 0$$

$$D = 16 + 240 = 16 \cdot \frac{1}{2}$$

$$b = \frac{-4 \pm 16}{40}$$

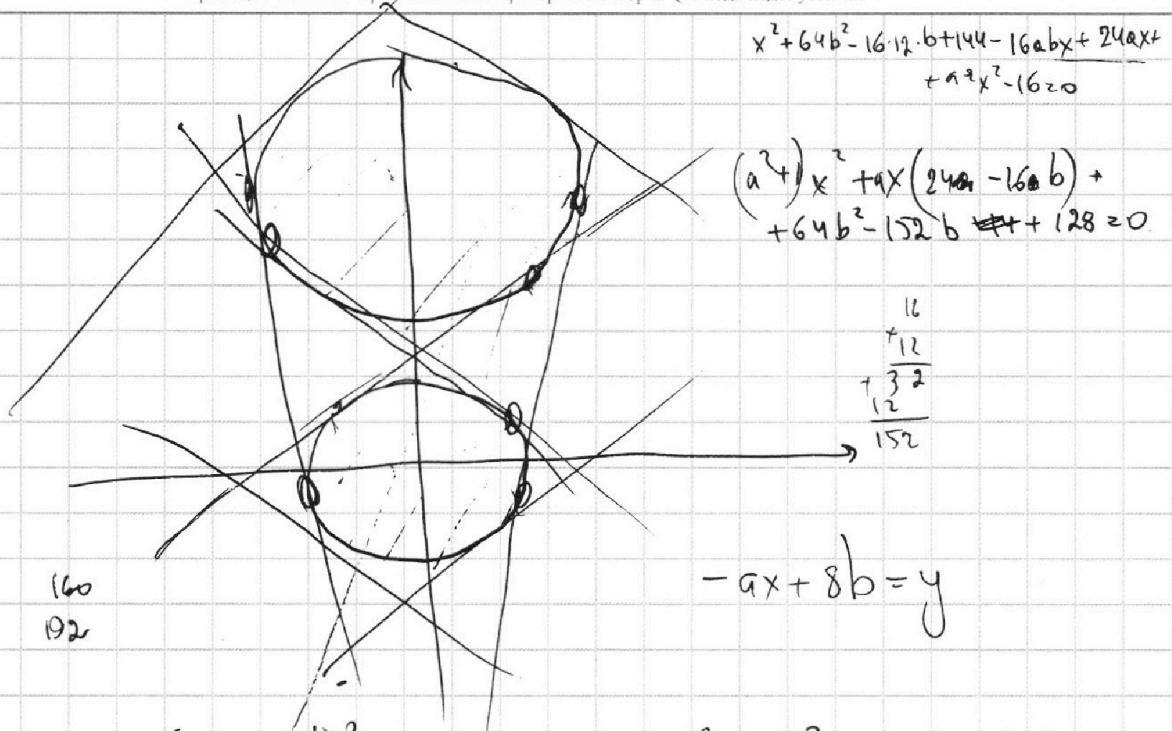
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x^2 + 64b^2 - 16 \cdot 12 \cdot b + 144 - 16abx + 24ax + a^2x^2 - 16z = 0$$

$$(a^2 + 1)x^2 + 4x(24a - 16ab) + 64b^2 - 152b + 128 = 0$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ + 12 \\ + 3^2 \\ 12 \\ \hline 152 \end{array}$$

$$-ax + 8b = y$$

$$\begin{cases} x^2 + (-ax + 8b)^2 = 1 \\ x^2 + (-ax + 8b - 12)^2 = 16 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + 64b^2 - 16abx + a^2x^2 = 1 \\ x^2 + (8b - 12)^2 - 2a(8b - 12)x + a^2x^2 = 16 \end{cases}$$

$$(-ax + 8b - 12 + ax - 8b)(-ax + 8b - 12 + ax + 8b) = 16$$

$$-24(-ax + 16b - 12) = 15$$

$$D = a^2(24 - 16b)^2 - 4(a^2 + 1)(64b^2 - 152b + 128) = 0$$

$$144a^2 - 24 \cdot 8a^2b + 64a^2b^2 - 64a^2b^2 + 152a^2b - 128a^2 - 256b^2 + 152b - 128 = 0$$

$$ax - 8b + 6 = \frac{15 \cdot 5}{24 \cdot 8}$$

$$ax + 8b = -\frac{5}{8} + 6$$

$$-ax + 8b = \frac{43}{8}$$

$$x + \left(\frac{43}{8}\right)^2 = 1$$

$$x^2 + \left(\frac{8+43}{8}\right)^2 = 1$$

$$x^2 + (a^2 + 1)x^2 - x(16 - 16abx + 64b^2 - 120) = 0$$

$$D = 64a^2b^2 - 4(a^2 + 1)(64b^2 - 120) = 0$$

$$64a^2b^2 - 4 \cdot 64a^2b^2 + 4a^2 - 4 \cdot 64b^2 + 480 = 0$$

$$-3 \cdot 64a^2b^2 + a^2 - 64b^2 + 120 = 0$$

$$-48a^2b^2 + a^2 - 64b^2 + 120 = 0$$

$$\begin{cases} 2a^2 - 5a^2b - 8b^2 + 19b - 16 = 0 \\ -48a^2b^2 + a^2 - 64b^2 + 120 = 0 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{5x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\sqrt{3x^2 + 3x + 1 - 9x + 1} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$1 - 9x = 1$$

$$3x^2 + 3x + 1 = d$$

$$\sqrt{t+d} - \sqrt{d} = t \quad | \cdot (\sqrt{t+d} + \sqrt{d})$$

$$t+d+d - 2\sqrt{td+d^2} = t$$

$$t+2d-t^2 = 2\sqrt{td+d^2}$$

$$\sqrt{t+d} - \sqrt{d} = \sqrt{(\sqrt{t+d} + \sqrt{d})}$$

$$\sqrt{t+d} - \sqrt{d} = 1$$

$$gabk = s(a+b)$$

$$gab = ms$$

$$s = ab$$

$$s = ab$$

$$gab = mabr$$

$$g = m$$

$$m = 1 \quad r = 2$$

$$m = 3 \quad r = 3$$

$$m = 9 \quad r = 1$$

$$3x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$x_0 = \frac{-3 \pm \sqrt{9-12}}{6} = \frac{-3 \pm \sqrt{-3}}{6} = -\frac{1}{2}$$

$$y_0 = 3 \cdot \frac{1}{4} - 3 \cdot \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{4} - \frac{3}{2} + 1 = \frac{3-6+4}{4} = \frac{1}{4}$$

$$t+d+d+2\sqrt{td+d^2} = 1$$

$$t+2d-1 = -2\sqrt{td+d^2}$$

$$(t+2d-1)(t+2d-1) = d^2 + 2td - 1 + 2td + 4d^2 - 2d - t - 2d + 1 =$$

$$2d^2 + 4d^2 + 1 + 4d - 2t - 4d = 2d^2 + 4d^2 + 1 - 2t$$

$$69x^2 + 12x - 4 = 0$$

$$D = 144 + 4 \cdot 69 \cdot 4 =$$

$$16(8+69) = 16 \cdot 77$$

$$t^2 - 2(t+2d) + 1 = 0$$

$$D = (t+2d)^2 - 4$$

$$d^2 - 2t - 4d + 1 = 0$$

$$D = 4 + 16d - 4 = 16d = (4\sqrt{d})^2$$

$$t = \frac{2 \pm 4\sqrt{d}}{2} = 1 \pm 2\sqrt{d}$$

$$1 - 9x = 1 \pm 2\sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$-9x = \pm 2\sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$81x^2 = 12x^2 + 12x + 4$$

$$73x^2 = 12x + 4$$

$$81x^2 = 12x^2 + 12x + 4$$

$$3x^2 - 6x + 2 \geq 0$$

$$D = 36 - 24 = 12$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{12}}{6} = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$$

$$3x^2 + 3x + 1 \geq 0$$

$$D = 9 - 12 < 0 \Rightarrow \text{всегда}$$

$$x \in (-\infty, \frac{3-\sqrt{3}}{3}] \cup [\frac{3+\sqrt{3}}{3}, \infty)$$

оружьяко $t \geq 0$

$$x_1 = \frac{1}{9}$$

$$3 \cdot \frac{1}{27} - 6 \cdot \frac{1}{9} + 2 =$$

$$= \frac{1}{9} - \frac{2}{3} + 2 = \frac{1-6+18}{9} = \frac{13}{9}$$

$$3 \cdot \frac{1}{27} + 3 \cdot \frac{1}{9} + 1 = \frac{1}{9} + \frac{1}{3} + 1 = \frac{1+3+9}{9} = \frac{13}{9}$$

$$\frac{3}{4} - \frac{3}{2} + 1 = \frac{3-6+4}{4} = \frac{1}{4}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab : 2 \cdot 7$$

$$bc : 2 \cdot 7$$

$$ac : 2 \cdot 7$$

$$9abk = 5a^2b^2$$

$$a^2b^2c^2 : 2 \cdot 15+7+23 \quad 11+18+39 \quad 45 \quad 68$$

$$abc : 7 \cdot 2 \quad \begin{matrix} 34 & 29 & 23 \\ 7 & 2 & \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \text{исчо } S : a \\ S : b \\ S : a \cdot b \end{matrix}$$

$$169 \cdot 4 = 289x^2 + 238x + 49$$

$$\frac{a+b|b}{a^2-7ab+b^2}$$

$$a > b$$

$$\frac{a}{b} + 1$$

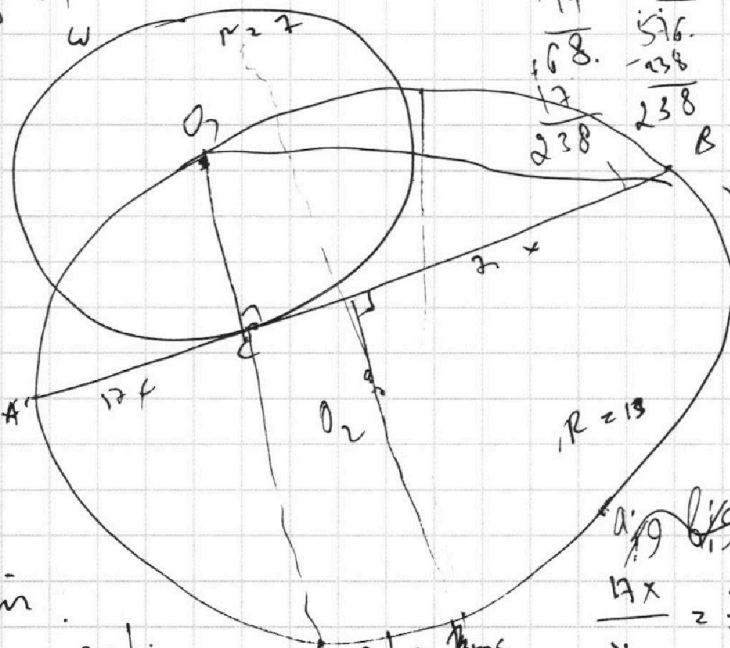
$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 - 7\left(\frac{a}{b}\right) + 1$$

$$169 \cdot 4 = (17x+7)^2$$

$$13 \cdot 2 = 17x^2 + 7$$

$$26 - 7 = 17x^2$$

$$\sqrt{19} \quad 12$$



$$a^2 - 7ab + b^2$$

Тогда все можно решить.

$$(a+b) : m \quad a^2 - 7ab + b^2 = (a+b)^2 - 9ab = m^2 - 9ab$$

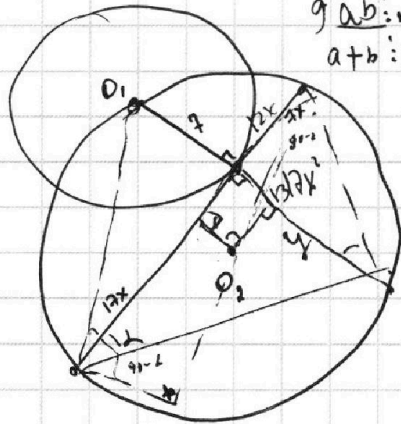
$$9ab : m \quad a+b : m$$

$$9ab = km$$

$$\frac{17x}{5} = \frac{7}{7x}$$

$$\frac{17x}{5} = \frac{1}{x}$$

$$y = 17x^2$$



$$a+b : m$$

$$a+b = km$$

$$\frac{9ab}{5} = \frac{a+b}{k}$$

$$169 = \left(\frac{17x^2-7}{2}\right)^2 + (17x)^2$$

$$169 \cdot 4 = 289x^2 - 17 \cdot 2 \cdot x^2 + 49 + 144 \cdot 4x^2$$