



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 10

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

- [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.
- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-13; 26)$, $Q(3; 26)$ и $R(16; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

- [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №1

$$a, b, c : ab : 2^{15} \cdot 7^{11} \quad bc : 2^{12} \cdot 7^{18} \quad ac : 2^{23} \cdot 7^{39} \quad \min(abc)$$

Это значит, что все числа

представимо вида a, b, c как

$$ab = 2^{15} \cdot 7^{11} n \quad bc = 2^{12} \cdot 7^{18} m \quad ac = 2^{23} \cdot 7^{39} t$$

$$(abc)^2 = 2^{15+12+23} \cdot 7^{11+18+39} mnt =$$

$$= 2^{45} \cdot 7^{28} mnt \text{ наименьшее}$$

$$abc = \sqrt{2^{45} \cdot 7^{28} mnt} = 7^{14} = (7^{39})^2$$

$$\geq 7^{39} \sqrt{2^{45} mnt} \quad \sqrt{2^{45}} = 2^{23}.$$

Итак, для этого наименьшее значение

найдено

значение $m=n=1, t=2$, тогда

$$abc = 7^{39} \sqrt{2^{45} \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1} = 7^{39} \cdot \sqrt{2^{46}} = \underline{\underline{7^{39} \cdot 2^{23}}}$$

три таких mn и t все числовые соотношения

в $abc \rightarrow \min$

$$\text{Ответ: } 7^{39} \cdot 2^{23}.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №2

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

max(m): скратим дробь

$$(a;b) = 1$$

Если дробь имеет скратить на m, то

это значит, что $a+b:m$ и $a^2-7ab+b^2:m$

Значит, что $a^2-7ab+b^2 = a^2+ab+b^2-9ab =$

$$=(a+b)^2 - 9ab \Rightarrow \underbrace{(a+b)^2}_{:m} - 9ab:m \Rightarrow 9ab:m$$

9ab:m нужно $a=\alpha_1 \dots \alpha_n, ab=\beta_1 \dots \beta_m$

но если a и b взаимопросты \Rightarrow

\Rightarrow нужно $m = \alpha_x \cdot$ (т.к. для каждого из множителей a и b)

$$\cancel{a^2/m} \cancel{ab/m}$$

$$\frac{(\alpha_1 \dots \alpha_n) \cdot \beta_1 \dots \beta_m}{\alpha_x \cdot \beta_y}$$

значит, a с β на деление и

значит m не имеет общих делителей кроме взаимопростых a и b
 $m \leq 9$, т.к. $9ab:m$

нужно $m=9$, тогда $a+b:m$ и $9ab:m$

$$a=2 \quad ab=7$$

единственное, $m=9$

$$(2; 7) = 1 \quad 2+7=9:9$$

$$\text{Ответ: } m=9$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

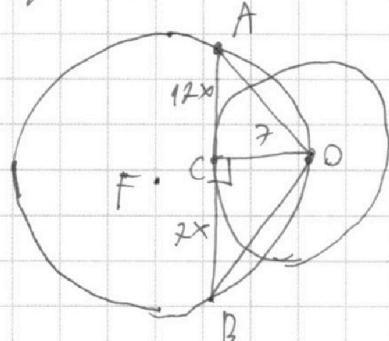


- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №3



$$\frac{AB}{\sin \angle AOB} = 2 \cdot FO \quad (\text{но } \angle AOB \text{ неизвестен})$$

т.к. $\triangle AOB$ прямой вогр.

$$AB = 24x \quad FO = 13$$

$$\sin \angle AOB = \frac{24x}{26} = \frac{12x}{13}$$

$$S_{\triangle AOB} = 24x \cdot 7 \cdot \frac{1}{2} = 12x \cdot 7 = 84x$$

$$\frac{x^2}{74}$$

$$S_{\triangle AOB} = AO \cdot OB \cdot \sin \angle AOB \cdot \frac{1}{2} =$$

$$= \sqrt{(17x)^2 + 7^2} \cdot \sqrt{(7x)^2 + 7^2} \cdot 84x \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{11x}{13} \cdot \frac{1}{2} -$$

$$\frac{42}{13} t^2$$

$$\sqrt{(17x)^2 + 7^2} \cdot \sqrt{(7x)^2 + 7^2} - \frac{6}{13} = 84x$$

$$\sqrt{(17x)^2 + 7^2} \cdot \sqrt{(7x)^2 + 7^2} = \frac{84 \cdot 13}{6} = \frac{42 \cdot 13}{3} = 16 \cdot 13.$$

$$\text{пусть } x^2 = t, t \geq 0$$

$$\sqrt{(17^2 + t^2)} \cdot \sqrt{7^2 + t^2} = 16 \cdot 13.$$

$$\sqrt{17^2 + t^2} = \frac{16 \cdot 13}{7} \quad 7 \sqrt{17^2 + t^2} \cdot \sqrt{t+1} = 16 \cdot 13,$$

$$\sqrt{t^2 + 17^2} = \frac{16 \cdot 13}{7} \quad (17^2 + t^2)(t+1) = \frac{16^2 \cdot 13^2}{7^2}$$

$$17^2 t^2 + 17^2 t + t^2 + t^2 t + t^2 - \left(\frac{16 \cdot 13}{7}\right)^2 = 0$$

$$17^2 t^2 + t(17^2 + 7^2) + \frac{2^2 - (16 \cdot 13)^2}{7^2} = 0.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$t = \frac{\sqrt{(17^2 + 7^2)^2 - 4 \cdot \frac{7^4 - (16 \cdot 13)^2}{7^2} + 17^2 + 7^2}}{34}$$

$$x = \sqrt{t}$$

$$\cdot AB = 24x$$

ответ: $24\sqrt{t}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} 70x^2 - x - 4 = 0 \\ -6x^2 + 3x - 1 \geq 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} 20x^2 - x - 4 = 0 \\ \begin{array}{r} 20 \\ \hline 160 \\ 10 \\ \hline 320 \end{array} \end{array} \quad \begin{array}{l} D = 1 - 4 \cdot (-4) \cdot 20 = \\ = 1 + 16 \cdot 20 = 321 \end{array}$$

$$\frac{1 \pm \sqrt{321}}{40}$$

$$-6x^2 + 3x - 1 \geq 0$$

$$x \in \emptyset$$

$$-6x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$D = 9 - 4 \cdot (-1) \cdot (-6) = 9 + 8 \cdot (-6) < 0$$

Коэф при $x^2 < 0 \Rightarrow$ первые были
значит параллельны нулю

График этой кривой в \mathbb{R} есть

$$\text{Ответ: } x = 1/9$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

Задача №4

003:

$$3x^2 - 6x + 2 \geq 0 \quad \text{и} \quad 3x^2 + 3x + 1 \geq 0$$

$$\begin{array}{l|l} 3x^2 - 6x + 2 \geq 0 & 3x^2 - 6x + 2 = 0 \quad D = 6^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 36 - 24 = 12 \\ \hline \frac{3-\sqrt{3}}{3} \quad \frac{3+\sqrt{3}}{3} & \frac{6 \pm \sqrt{12}}{6} = \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{6} = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3} \end{array}$$

$$3x^2 + 3x + 1 \geq 0 \quad | \quad 3x^2 + 3x + 1 = 0 \quad D = 9 - 4 \cdot 3 \cdot 1 < 0 \Rightarrow \text{нек} x \in \mathbb{R}$$

$x \in \mathbb{R}$

МК. Реш при x^2 больше 0, но теме
уравнения направлена вверх, значит
они находятся выше оси X , тогда
решением является все \mathbb{R}

$$x \in (-\infty, \frac{3-\sqrt{3}}{3}] \cup [\frac{3+\sqrt{3}}{3}, \infty)$$

$$\text{ЛЧУМ} a = \sqrt{3x^2 - 6x + 2}, \quad b = \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$a^2 = 3x^2 - 6x + 2 \quad b^2 = 3x^2 + 3x + 1$$

$$\text{Заметим, что } a^2 - b^2 = 3x^2 - 6x + 2 - 3x^2 - 3x - 1 = 1 - 9x$$

1 - 9x это левая часть уравнения,
меньше

$$a - b = a^2 - b^2 \quad a^2 - a - b^2 + b = 0$$

Таким это уравнение относительно a

$$D = 1 - 4(-b^2 + b) = 4b^2 - 4b + 1 = (2b - 1)^2$$

$$\begin{cases} a = \frac{1+(2b-1)}{2} = b \\ a = \frac{1-(2b-1)}{2} = 1-b \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1) $a = b$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = \sqrt{3x^2 + 3x + 1} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 6x + 2 = 3x^2 + 3x + 1 \\ x \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 9x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{9}$$

2) $a = 1 - b \quad a + b = 1$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 6x^2 - 3x + 3 + 2\sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)} = 1$$

$$2\sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)} = -2 + 3x - 6x^2 \Leftrightarrow$$

$$(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1) = 9x^4 + 9x^3 + 3x^2 - 18x^3 - 18x^2 - 6x^4 + 6x^2 + 2 =$$

$$= 9x^4 - 9x^3 - 9x^2 + 2.$$

$$(3x - 6x^2 - 2)^2 = (3x - 6x^2 - 2)(3x - 6x^2 - 2) = 9x - 18x^3 - 6x - 18x^3 +$$

$$+ 36x^4 + 12x^2 - 6x + 12x^2 - 4 \Leftrightarrow 36x^4 - 36x^3 + 12x^2 - 3x - 4$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4(9x^4 - 9x^3 - 9x^2 + 2) = 36x^4 - 36x^3 + 24x^2 - 3x - 4 \\ -6x^2 + 3x - 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -36x^2 + 6 = 24x^4 - 3x - 12 \\ -6x^2 + 3x - 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x^4 - 3x - 12 = 0 \\ -6x^2 + 3x - 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6x^4 - 3x - 12 = 0 \\ -6x^2 + 3x - 2 \geq 0 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax + by - 8b = 0 \rightarrow y = 8b - ax \quad (1) \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-1)^2 - 16) \leq 0. \quad (2) \end{cases}$$

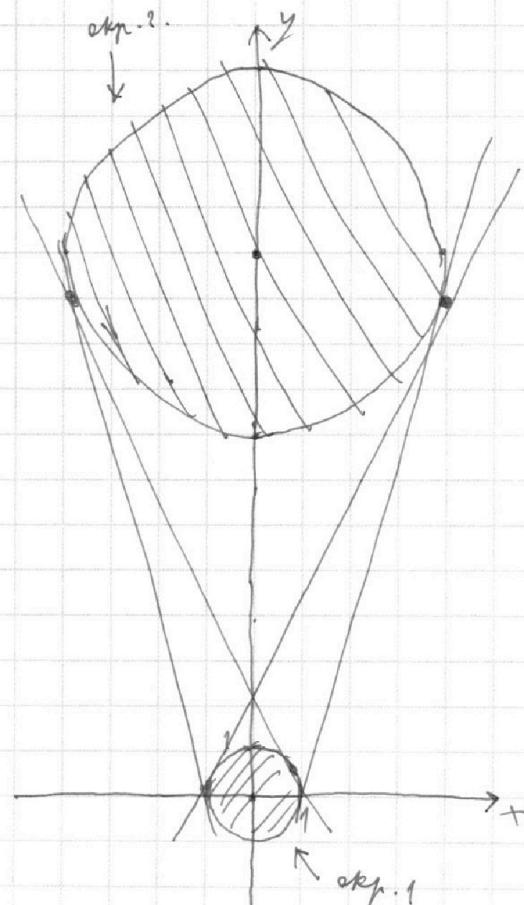
Задача №6

Уравнение ① задаёт прямую на
плоскости

Уравнение ② \Leftrightarrow совокупности

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \geq 1 \\ x^2 + (y-1)^2 \leq 16 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{(как известно, что "конструкту" и покрытие одинаковы)} \\ \rightarrow \text{окр. с центром } (0; 1) \text{ и} \\ \text{радиусом } 4 \end{array}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + (y-1)^2 \geq 16 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \rightarrow \text{окр. с центром } (0; 0) \text{ и} \\ \text{радиусом } 4 \end{array}$$



① будет давать 2 решения при касании обеих окружностей
прямая ① касается окр 1 при $y=0$ в обратной начальной окр, а с окр 2 касается в начальной начине

$$\begin{cases} \sqrt{1-x^2} = 8b - ax \\ -\sqrt{16-x^2} + 12 = 8b - ax \end{cases} \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{1-x^2} = -\sqrt{16-x^2} + 12$$

+ аналогично касание
обеих сторон

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{1-x^2} = -\sqrt{16-x^2} + 12.$$

$$1-x^2 + 16-x^2 + 2\sqrt{16-x^2-16x^2+x^4} = 144.$$

$$17-2x^2 + 2\sqrt{16-(17x^2+x^4)} = 144.$$

$$17-2x^2 + \sqrt{16-(12x^2+x^4)} = 127+2x^2.$$

$$4(16-17x^2+x^4) = (127+4\cdot 127x^2+4x^4)$$

$$64-68x^2 = 127^2+508x^4$$

$$64-127^2 = 576x^4 \rightarrow \text{нет реш } \mathbb{R}$$

2) при каждом "касании" касательные с общей
окружностью будут в их общем
перпендикуле

$$\begin{cases} -\sqrt{1-x^2} = 8b-ax \\ 12-\sqrt{16-x^2} = 8b-ax \end{cases} \Leftrightarrow 12-\sqrt{16-x^2} = -\sqrt{1-x^2}$$

$$\sqrt{16-x^2} - \sqrt{1-x^2} = 12. \quad 17-2x^2 - 2\sqrt{16-12x^2+x^4} = 144.$$

$$-2\sqrt{16-17x^2+x^4} = 127+2x^2 \quad x^2=t$$

$$4(16-17t+t^2) = 127^2+4t^2 + 4\cdot 127\cdot t$$

$$64-58t+4t^2 = 127^2+4\cdot 127\cdot t+4t^2$$

$$(4\cdot 127+58)t = 64-127^2 < 0$$

нет реш \mathbb{R} т.к. $t \geq 0$

Ответ: \emptyset

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{1-x^2} = 12 - \sqrt{4^2-x^2}$$

$$\sqrt{1-x^2} + \sqrt{4^2-x^2} = 12.$$

$$1-x^2 + 4^2-x^2 + 2\sqrt{(1-x^2)(16-x^2)} = 144.$$

$$17-2x^2 + 2\sqrt{16-x^2-16x^2+x^4} = 144.$$

$$2\sqrt{16-17x^2+x^4} = 2x^2+127$$

$$4(x^4-17x^2+16) = 4x^4+127 \cdot 4 \cdot x^2+127^2 - 4 \cdot 127 \cdot x^2 + 64 = 127 \cdot 4 \cdot x^2+127^2.$$

$$x^2(127 \cdot 4 + 17 \cdot 4) = 127^2 - 84 \cdot 64 - 127^2.$$

таким образом

2) $\begin{cases} -\sqrt{1-x^2} = -9x+6b \\ 12-\sqrt{16-x^2} = -9x+8b \end{cases}$

$$\sqrt{16-x^2} = 12 - \sqrt{1-x^2}.$$

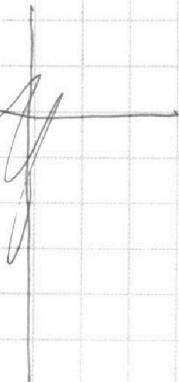
$$\begin{cases} -\sqrt{1-x^2} = -9x+6b \\ 12-\sqrt{16-x^2} = -9x+8b \end{cases}$$

$$12 = \sqrt{4^2-x^2} - \sqrt{1-x^2}$$

$$16-x^2 + 1-x^2 - 2\sqrt{(16-x^2)(1-x^2)} = 144.$$

$$17-2x^2 - 2\sqrt{16-16x^2-x^2+x^4} = 144.$$

$$-2x^2 - 127 = 2\sqrt{16-16x^2-x^2+x^4}.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ.



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0 \quad (1) \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

$$(y-12)^2 \geq 16 - x^2$$

$$y \approx 4$$

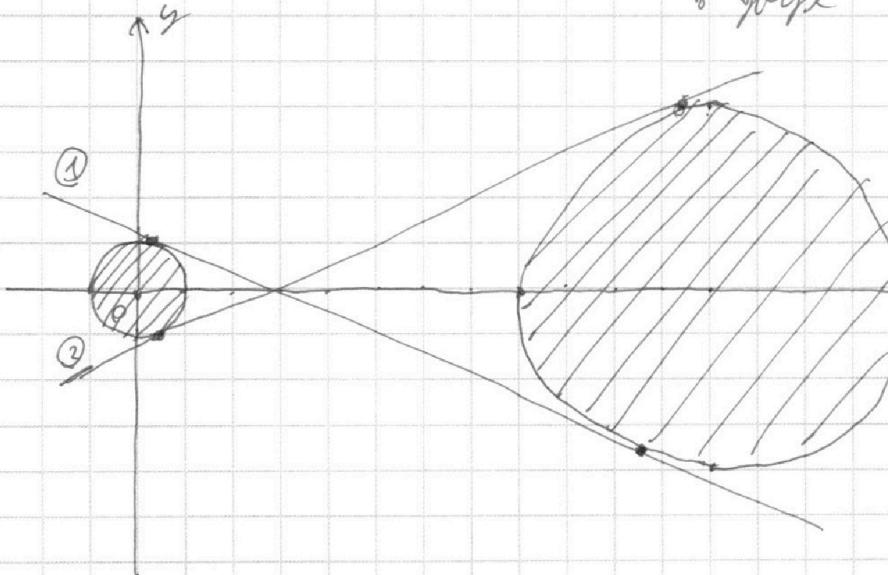
$$y = 8b - ax$$

$$12 - y = \sqrt{16 - x^2}$$

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-12)^2 - 16) \leq 0 \Leftrightarrow \sqrt{16 - x^2} - 12$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + (y-12)^2 \geq 16 \\ x^2 + y^2 \geq 1 \\ x^2 + (y-12)^2 \leq 4^2. \end{cases}$$

Каждая из систем задаёт
окружность, а (1) задаёт
прямую 2 решения
будут, если эта
прямая лежит на
окружности, это возможно
в двух случаях



$$12 - \sqrt{16 - x^2} = y$$

$$12 = \sqrt{1-x^2} + \sqrt{16-x^2}$$

$$(y-12)^2 = 16 - x^2$$

$$y = y = \sqrt{16 - x^2} + 12$$

$$y = \sqrt{16 - x^2}$$

1) Две касающие прямые с верхней
окружностью 1-ой кр и нижней окружностью 2-ой
окр

$$y = \sqrt{1-x^2} \text{ и } y = -\sqrt{1-x^2} + 12. \text{ Получаем систему}$$

$$\begin{cases} \sqrt{1-x^2} = 8b - ax \\ -\sqrt{1-x^2} + 12 = 8b - ax \end{cases} \Rightarrow \sqrt{1-x^2} = 12 - \sqrt{1-x^2}$$

На одной странице можно оформлять **только** одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a+b; m$$

$$a^2 - ab + b^2; m^2$$

$$(a-b)^2 - ab; m^2$$

$$a+b; m.$$

$$\begin{array}{c} \cancel{a^2} \\ \cancel{b^2} \\ \hline a/m \quad b/m \\ ? \cancel{ab} \quad \cancel{m^2} \end{array}$$

$$ab; m^2$$

$$(a:b) = 1.$$

$$a = \alpha_1 \cdot n_1$$

$$b = \beta_1 \cdot \beta_2$$

$$\alpha_1 \cdot n_2$$

$$ab; m^2$$

$$m^2$$

$$a+b; 9$$

$$(a:b) = 9$$

$$m = \underline{abk} \quad k=1$$

$$m = ab.$$

$$\frac{a+b}{ab} = \frac{1}{b} + \frac{1}{a} \neq$$

$$\cancel{7}; 2$$

$$a = \alpha_1 \dots$$

$$m = \alpha_n \cdot \beta_m$$

$$b = \beta_1 \dots$$

$$\alpha_1 \dots \alpha_1$$

$$\beta_m$$

$$a = \alpha_1 \dots \alpha_h$$

$$b = \beta_1 \dots \beta_l$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x \quad \boxed{2x-9x=1-6}$$

$$3x^2 - 6x + 2 - 3x^2 - 3x - 1 = 1 - 9x \quad \boxed{x-9x=1-7}$$

$$\boxed{-8x=1-7} \quad \boxed{8x=6}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b \quad \boxed{a-b=8x}$$

$$a+b-2\sqrt{ab} = a^2 + b^2 - 2ab. \quad \boxed{a-b=6}$$

$$\sqrt{a} - a = \sqrt{b} - b \quad \boxed{a=b} \quad \boxed{a-b=6} \quad \boxed{b=6}$$

$$f(x) = \sqrt{x} \quad f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - 1 \quad \frac{1}{2\sqrt{x}} - 1 \geq 0.$$

$$(x^{\frac{1}{2}})' = -\frac{1}{2}.$$

$$(x^{\frac{1}{2}})' = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{x}} \geq 1$$

$$x=1$$

$$\frac{1}{2} - 1 < 0$$

$$ab : 2^{15} \cdot 7^{11} \quad ab \rightarrow \min. \quad ab = 2^{15} \cdot 7^{11} m \quad bc - ?$$

$$bc : 2^{17} \cdot 7^{16} \quad bc = 2^{17} \cdot 7^{16} n$$

$$ac = 2^{23} \cdot 7^{39} t$$

$$abc : 2^{23} \cdot 7^{56}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{ac}{bc} = 2^6 \cdot 7^{11} \frac{m}{t}$$

$$81 \cdot 910 \quad (abc)^2 : 2^{15+12+13} \cdot 7^{11+16+39}$$

$$b = 2^6 \cdot 7^{11} \frac{m}{t} b$$

$$= 2^{15} \cdot 7^{11} \cdot t$$

$$\frac{c}{a} = 2^2 \cdot 7^3 \frac{m}{h}$$

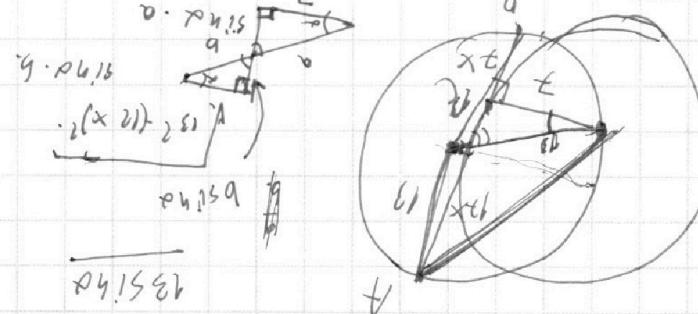
$$a = \frac{ch}{2^2 \cdot 7^2 m}$$

$$\frac{ch}{2^2 \cdot 7^2 m} = 2^6 \cdot 7^{11} \frac{m}{t} b$$

phys(8+9)

$$\frac{a}{(x+10)-281} \leq 1000$$

$$\boxed{(x+10)-281-19} = phys$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab : 2^{15} \cdot 7^{11}$$

$$bc : 2^{17} \cdot 7^{18}$$

$$ac : 2^{23} \cdot 7^{39}$$

$$\cancel{b} \cancel{7} 2^6 \cdot 7^{28}$$

$$\frac{a}{b}$$

$$ab = 2^{15} \cdot 7^{11} n$$

$$bc = 2^{17} \cdot 7^{18} m$$

$$ac = 2^{23} \cdot 7^{39} t$$

$$\min(ab)$$

$$ab = 2^{15} \cdot 7^{11} n$$

$$bc = 2^{17} \cdot 7^{18} m$$

$$ac = 2^{23} \cdot 7^{39} t$$

$$\cancel{c} \cancel{a} 2^2 \cdot 7^2 \frac{m}{n}$$

$$\frac{a}{b} = 2^6 \cdot 7^{11} m$$

$$\frac{a}{b} = 2^6 \cdot 7^{11}$$

$$a = 2^6 \cdot 7^{11} b$$

$$b^2 \cdot 2^6 \cdot 7^{11} = 2^{15} \cdot 7^{11} n$$

$$\frac{c}{b} = 2^8 \cdot 7^{18} \frac{m^2}{nt}$$

$$\cancel{c} \cancel{b} = 2^6 \cdot 7^{18} \frac{m^2}{nt} = 2^6 \cdot 7^{18} \cdot \frac{m^2}{nt}$$

$$t^2 = m^2 \quad \underline{t = m}$$

E

$$\frac{c}{a} = 2^2 \cdot 7^2 \cdot \frac{m}{n}$$

$$\frac{a}{b} = 2^6 \cdot 7^{11}$$

$$c = 2^2 \cdot 7^2 \cdot \frac{m}{n} \cdot a = 2^6 \cdot 7^{18} \cdot \frac{ma}{n}$$

$$\frac{c}{b} = 2^6 \cdot 7^{18} \frac{m}{n}$$

$$\underline{c = ab}$$

$$abc = \underline{c^2} = (2^{23} \cdot 7^{39})^2$$

$$c : 2^{23} \cdot 7^{39}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab = 2^{15} \cdot 7^{11} n \quad bc = 2^{17} \cdot 7^{16} m \quad ac = 2^{23} \cdot 7^{39} t$$

$$\frac{c}{a} = 2^2 \cdot 2^6 \frac{m}{n} \quad \frac{c}{b} = 2^8 \cdot 7^{18} \frac{t}{n}$$

$$\frac{a}{b} = 2^6 \cdot 7^{11} \frac{t}{m}$$

$$= \frac{2^6}{2^2} \quad \left| \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right.$$

$$ac = 2^{14} \cdot 2^{29} \frac{t^2}{mn} = 2^{23} \cdot 7^{39} t$$

$$\frac{2^6}{2^2} = \frac{2}{9}$$

$$\frac{t^2}{mn} = 2^9 \cdot 7^{10} \quad \leftarrow$$

$$\frac{t^2}{\cancel{2^2}} = \frac{2}{9}$$

$$\frac{t}{mn} = 2^9 \cdot 7^{10}$$

$$t_{68} t_{51} t_{2} = 10$$

$$t = 2^9 \cdot 7^{10} mn$$

$$t_{11} t_{6} - 9 \cdot t_{11} t_{-6} t_{2} = 79$$

$$\frac{9}{b} = 2^6 \cdot 7^{11} \cdot \frac{2^9 \cdot 2^9 \cdot 2^{10} mn}{mn} = 2^{15} \cdot 7^{21} n$$

$$\cdot 4 = m$$

$$\frac{9}{b_4} = 2^6 \cdot 7^{11} \frac{t}{m} = 2^{15} \cdot 7^{21} m$$

$$, n = 2^6 t - 2^1 2 \cdot 2^7$$

$$\frac{t}{m} = 2^9 \cdot 7^{10} m$$

$$\frac{2^6 t \cdot 2^1 2}{V} = \frac{n}{2^7}$$

$$\frac{n}{2^7} = 2^6 t - 2^1 2 = \frac{ab}{q^2}$$

$$\frac{n}{2^7} t_{11} t_{-6} t_{2} = \frac{q}{q}$$

$$\frac{n}{q} \cdot 2^6 t \cdot 2^1 2 = \frac{q}{q}$$

$$\frac{n}{q} 2^6 t \cdot 2^1 2 = \frac{q}{q}$$

$$\begin{cases} t_{68} t_{51} t_{2} = 10 \\ t_{11} t_{-6} t_{2} = 79 \\ ab = 2^{15} \cdot 7^{11} n \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab : 2^{15} \cdot 7^{11} \quad bc : 2^{17} \cdot 2^{18} \quad ac : 2^{23} \cdot 7^{29} \quad \min(abc)$$

$$\begin{aligned} ab &= 2^{15} \cdot 7^{11} n \\ t_{28} \cdot k^2 &\stackrel{?}{=} b \\ 22 \cancel{\cdot 2} \cdot \frac{c}{n} &= 2^2 \cdot 2^{17} \cdot \frac{m}{h} \\ \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \frac{q}{b} &= 2^6 \cdot 2^{11} \frac{m}{t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t_{68} \cdot t_{57}^2 &= 28 \\ t_{68} \cdot t_{57}^2 &= 28 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cancel{t_{68} \cdot t_{57}^2} &= 28 \\ m_{11} t_{57}^2 &= 96 \end{aligned}$$

$$\boxed{\begin{aligned} t_{68} \cdot t_{57}^2 &= 28 \\ \frac{c}{b} &= 2^8 \cdot 2^{16} \cdot \frac{m}{h} \end{aligned}}$$

$$\frac{c^2}{ab} = 2^{10} \cdot 7^{35} \frac{m^2}{h^2}$$

$$t_{68} \cdot t_{57}^2 = 28$$

$$\frac{m}{h} = \frac{c}{b} \cdot \frac{1}{(8 \cdot 7)^2}$$

$$\frac{q}{b} = 2^2 \cdot 2^{17} \cdot \frac{m}{h}$$

$$\left(\frac{m}{h}\right)^2 = \frac{c^2}{b^2} \cdot \frac{1}{2^{16} \cdot 7^{28}}$$

$$t_{11} t_{68} \cdot t_{57}^2 = \frac{q}{b}$$

$$\frac{c^2}{ab} = 2^{10} \cdot 7^{35} \cdot \frac{c^2}{b^2} \cdot \frac{1}{2^{16} \cdot 7^{28}}$$

$$t_{11} t_{68} \cdot t_{57}^2 = \frac{q}{b}$$

$$\frac{m_{11}}{m_7} t_{57}^2 = \frac{q}{b} \quad \frac{t_{68}}{t} = \frac{y}{t} \quad \frac{b}{a} =$$

$$y = m$$

$$t_{11} t_{68} \cdot t_{57}^2 = \frac{q}{b} \quad \cancel{y} = m \quad \frac{y}{t} = \frac{q}{b} \quad t_{68} \cdot t_{57}^2 = \frac{y}{m} t_{11} t_{68} \cdot t_{57}^2$$

$$t_{11} t_{68} \cdot t_{57}^2 = \frac{q}{b} \quad \frac{y}{t} = \frac{y}{t} \quad \cancel{t_{68} \cdot t_{57}^2} = \frac{q}{b} \quad t = \cancel{\frac{y}{t}}$$

$$\frac{y}{t} = \frac{q}{b} \quad \frac{y}{t} = \frac{q}{b}$$

$$\frac{y}{t} = \frac{q}{b}$$

$$t_{68} \cdot t_{57}^2 = 16$$

$$\frac{y}{t} = \frac{q}{b}$$

$$\frac{y}{t} = \frac{q}{b}$$

$$m_{11} t_{68} \cdot t_{57}^2 = 96$$

$$\frac{y}{t} = \frac{q}{b}$$

$$\frac{y}{t} = \frac{q}{b}$$

$$m_{11} t_{68} \cdot t_{57}^2 = 96$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(a; b) = 1.$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 2ab + b^2}$$

$$\frac{a+b}{a^2 + b^2}$$

$$\min(m): a+b:m \text{ и } a^2 - 2ab + b^2:m.$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = 0$$

$$D = 4ab^2 - 4b^2 = 45b^2$$

$$2b = \pm 8b\sqrt{2}$$

$$a+b = mn$$

$$\frac{mh}{(mh)^2 + mK} = \frac{h}{mn^2 + K}$$

$$a+b = mn$$

$$9ab = hK$$

$$b = \frac{nK}{9b}$$

$$\underbrace{\sqrt{3x^2 - 6x + 2}}_a - \underbrace{\sqrt{3x^2 + 3x + 1}}_b = 1 - 9x$$

$$a^2 - b^2 = 1 - 9x$$

$$a-b = a^2 - b^2$$

$$a^2 - a - b^2 + b = 0$$

$$D = 1 - 4(-b^2 + b) :$$

$$= 4b^2 - 4b + 1 = (2b - 1)^2 \quad \cancel{a+b; m.}$$

$$\frac{1 \pm (2b - 1)}{2} = a$$

$$9ab: m^2$$

$$a+b: m$$

$$9ab = m^2 h$$

$$a+b = mK$$

$$a+b : m$$

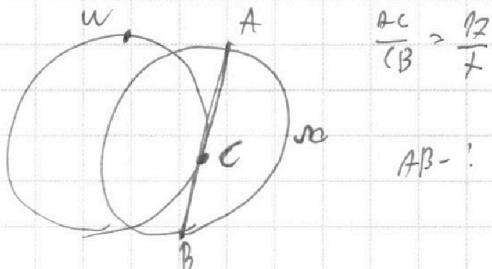
$$a^2 + 2ab + b^2 - 9ab$$

$$\frac{a+b}{(a+b)^2 - 9ab}$$

$$a+b; m \Rightarrow 9ab; m$$

$$(a; b) = 1$$

МТЗ



$$\frac{AC}{CB} = \frac{92}{7}$$

$$AB = ?$$

$$(a; b) = 1$$

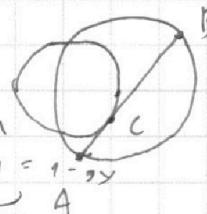
$$\frac{a+b}{a^2 - 2ab + b^2}$$

$$a+b = mn$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = mK$$

$$a^2 + 2ab + b^2 - 9ab$$

$$(a+b)^2 - 9ab; m^2$$



$$a^2 - a - b^2 + b = 0$$

$$D = 1 - 4(-b^2 + b) :$$

$$\frac{1 \pm (2b - 1)}{2} = a$$

$$9ab: m^2$$

$$a+b: m$$

$$9ab = m^2 h$$

$$a+b = mK$$

$$a^2 + b^2 + 2ab = m^2 k^2.$$

$$a^2 + b^2 + 2ab = m^2 k^2.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\underbrace{\sqrt{3x^2 - 6x + 2}}_a - \underbrace{\sqrt{3x^2 + 3x + 1}}_b = 1 - 9x$$

$$a^2 = 3x^2 - 6x + 2$$

$$3x^2 - 6x + 2 - 3x^2 - 3x - 1 = 1 - 9x$$

$$b^2 = 3x^2 + 3x + 1$$

$$a^2 - a - b^2 + b = 0$$

$$D = 1 - 4(b - b^2) = 4b^2 - 4b + 1 = (2b - 1)^2$$

$$\frac{1 \pm (2b - 1)}{2} = \begin{cases} b \\ 1 - b \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = b \\ 1 - b > a \end{cases} \quad \sqrt{3x^2 + 3x + 1} + \sqrt{3x^2 - 6x + 2} = 1$$

$$3x^2 - 3x + 3 + 2\sqrt{(3x^2 + 3x + 1)(3x^2 - 6x + 2)} = 1$$

$$2\sqrt{(3x^2 + 3x + 1)(3x^2 - 6x + 2)} = 3x - 6x^2 - 2$$

$$2\sqrt{(9x^4 - 18x^3 + 12x^2 + 9x^3 - 18x^2 + 12x^2 - 6x + 2)} = 9x - 12x$$

$$4(9x^4 - 6x^3 - 9x^2 + 2) = (-6x^2 + 3x - 2)(-6x^2 + 3x - 2)$$

$$36x^4 - 18x^3 + 12x^2 - 18x^3 + 9x^2 - 6x + 12x^2 - 6x + 4$$

$$36x^4 - 36x^3 + 14x^2 - 3x + 4 =$$

$$= 36x^4 - 24x^3 - 36x^2 + 8 - 11 \cdot 8 - 60 \cdot 4 + 6 + 4$$

$$12x^3 - 60x^2 - 3x + 4 = 0.$$

$$12 \cdot 8 - 60 \cdot 4 - 3 \cdot 4 + 4$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2+3x+1} + \sqrt{3x^2-6x+2} = 1$$

$$3x^2+3x+1 + 3x^2-6x+2 \sqrt{(3x^2+3x+1)(3x^2-6x+2)} = 1$$

$$6x^4 - 3x^3 + 3 + 2\sqrt{9x^4 - 18x^3 + 9x^2 - 18x^2 + 6x + 3x^2 - 6x + 2} = 1$$

$$2\sqrt{9x^4 - 9x^3 - 9x^2 + 2} = 3x^2 - 6x^2.$$

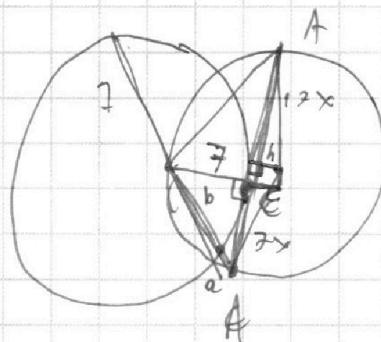
$$(-6x^2 + 3x - 2)(-6x^2 + 3x - 2) = 36x^4 - 18x^3 + 12x^2 - 18x^3 + 9x^2 - 6x + 4$$

$$36x^4 - 36x^3 + 24x^2 - 12x + 4 = 36x^4 - 36x^3 - 36x^2 + 8$$

$$60x^2 - 12x - 4 = 0$$

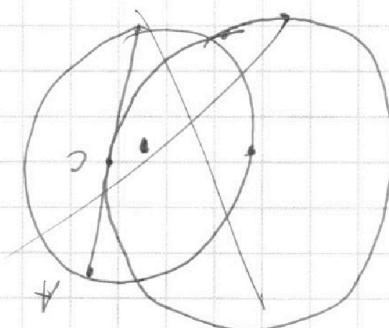
$$15x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$\sqrt{3x^2-6x+1} = \sqrt{3x^2+3x+1}$$



$$(2+h)^2 + y^2 = 132$$

$$\begin{aligned} \sqrt{(2x)^2 + 7} &= a+b \\ (2x)^2 &= a(a+b+2), \quad a^2 = 4. \\ b^2 + ab - 7a - 7 &= 0 \end{aligned}$$



$$\sqrt{a^2 + 9b^2 + 7ab + 7} = a+b$$

$$27 + 9ab + 7ab + 7 = a^2 + 9b^2 + ab + b^2$$

$$b^2 + ab - 7a - 7 = 0$$

$$a^2 + 9a + 4 \cdot 7 =$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

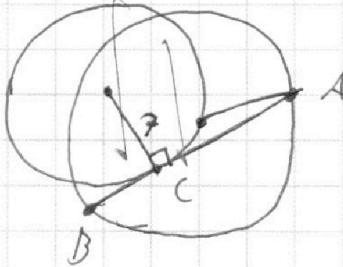
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

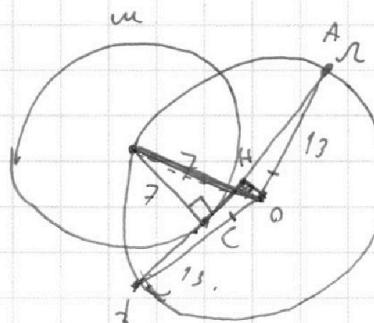
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AC}{CB} = \frac{17}{7}$$

$AB - ?$



$$AC = 12x$$

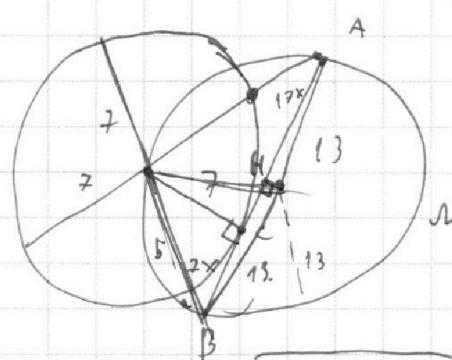
$$CB = 2x$$

$$AB = 24x$$

$$\frac{1}{2} < 2 \quad (7x)^2 = (a+b+7) \cdot a$$

$$OH = \sqrt{13^2 - (12x)^2} = 5$$

$$OH \times 7 = 13 \\ OH = 8$$

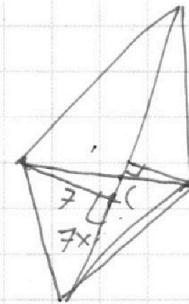
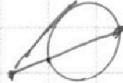


$$\sqrt{(7x)^2 + 7^2} = a+b$$

$$b = (2x)^2$$

$$169 - 144x^2 = 36$$

$$125 = 144x^2$$



$$(b+7) \left(\begin{array}{l} (a+b+7) \cdot a = (7x)^2 \\ a^2 + ab + 7a = (7x)^2 \end{array} \right)$$

$$\sqrt{(7x)^2 + 7^2} = a+b \quad b^2 = b(a)$$

$$(7x)^2 + 7^2 = a^2 + b^2 + 2ab \quad b^2 + ab - 2a - 7^2 = 0$$

$$a^2 + ab + 7a + 7^2 = a^2 + b^2 + 2ab \quad a^2 + 2ab + 49 = 0$$

$$2a + 7^2 + b^2 + ab = a^2 + 2 \cdot 14a + (14)^2 \\ a^2 + a + 14 = b^2 \quad = (a+14)^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 1 \leq 0 \\ x^2 + (y - 12)^2 \geq 16 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1^2 \\ x^2 + (y - 12)^2 \geq 4^2 \end{cases} \Rightarrow x^2 + y^2 \geq 1.$$

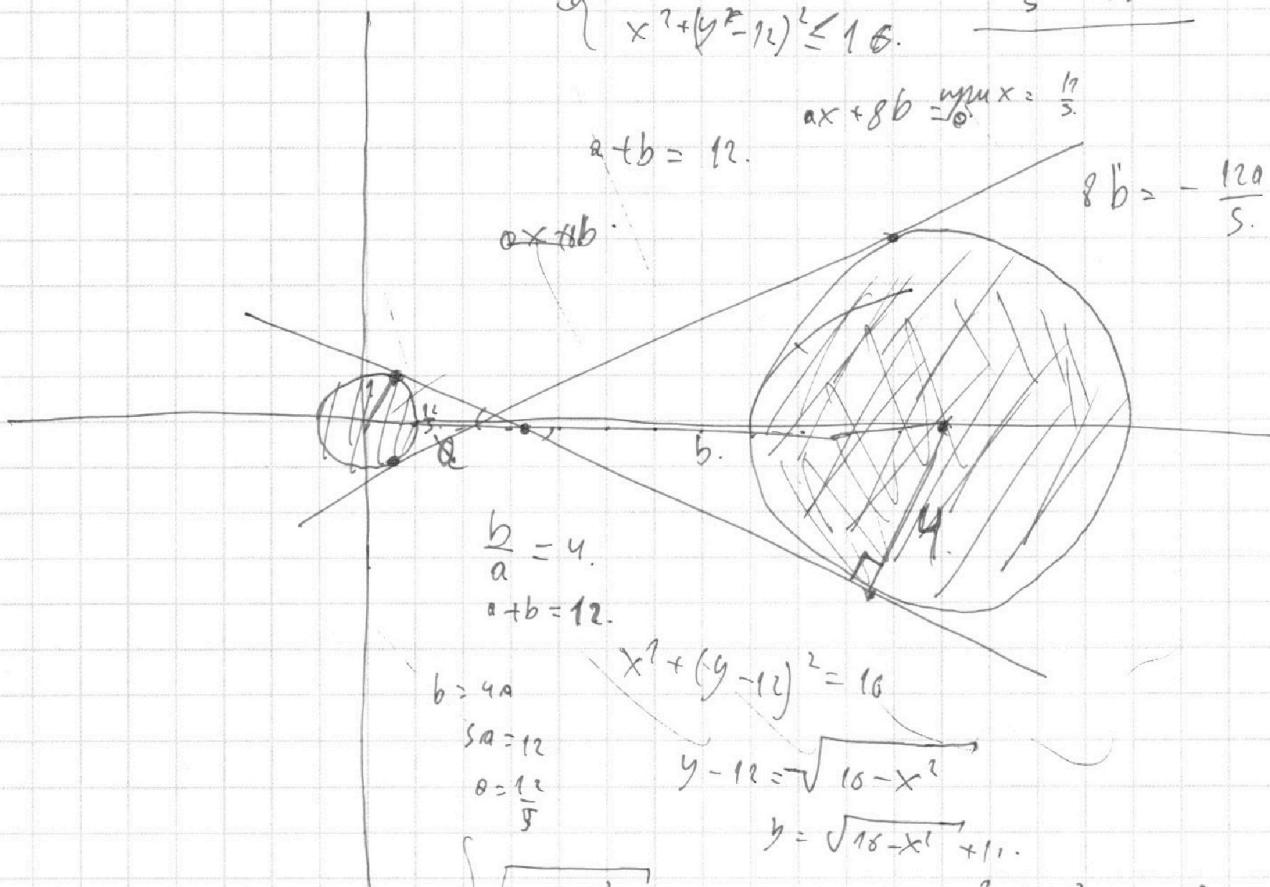
$$\begin{cases} x^2 + y^2 \geq 1 \\ x^2 + (y - 12)^2 \leq 16 \end{cases} \quad \frac{12a}{5} + 8b = 0$$

$$ax + 8b = 0 \text{ при } x = \frac{12}{5}$$

$$a + b = 12.$$

$$8b = -\frac{12a}{5}$$

$$ax + 8b.$$



$$b = 4a \quad x^2 + (y - 12)^2 = 16$$

$$5a = 12$$

$$a = \frac{12}{5}$$

$$y - 12 = \sqrt{16 - x^2}$$

$$y = \sqrt{16 - x^2} + 12$$

$$\begin{cases} \sqrt{1-x^2} = ax - 8b \\ -\sqrt{16-x^2} + 12 = ax - 8b \end{cases} \quad 1-x^2 = (ax)^2 + (8b)^2 - 16ab$$

$$y = ax - 8b.$$

$$(a^2 + 1)x^2 + (8b)^2 - 16ab = 1$$

$$12 + 8b - ax = \sqrt{16 - x^2}$$

$$12 - 91a \left(12 - \frac{12a}{5} - ax \right)^2 = 16 - x^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

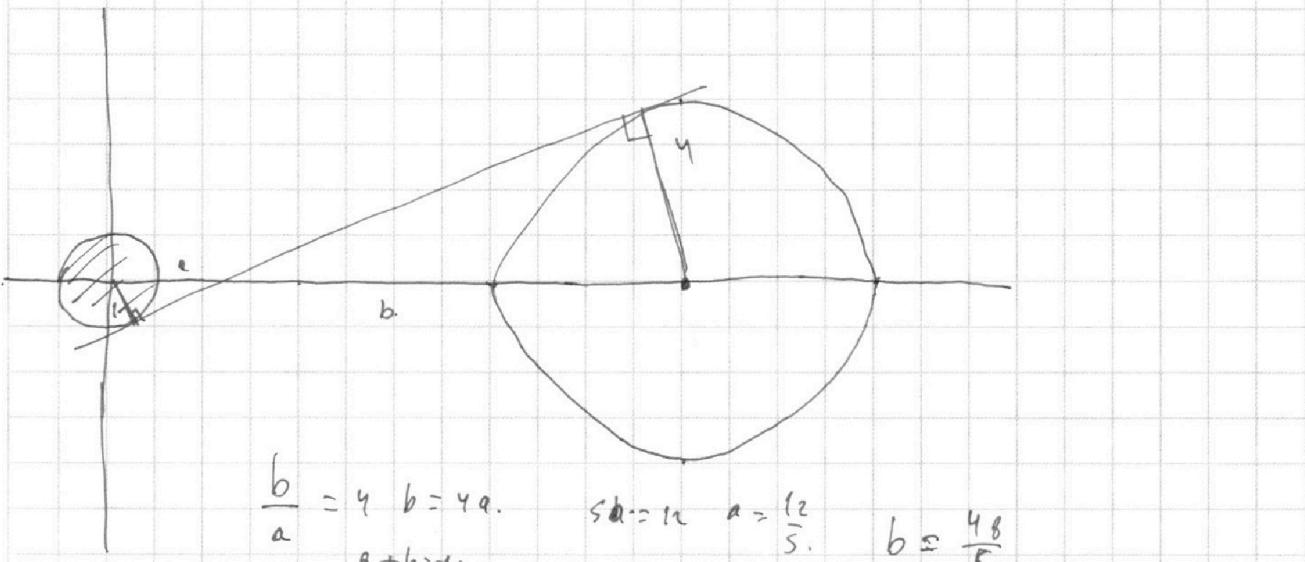
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{b}{a} = 4 \quad b = 4a. \quad 5a = 12 \quad a = \frac{12}{5}. \quad b = \frac{48}{5}.$$

$$x^2 + y^2 \leq 1$$

$$x^2 + y^2 \geq 1$$

$$ax + 8b \text{ при } x = \frac{12}{5} = 0$$

$$x^2 + (y - 12)^2 \geq 16.$$

$$x^2 + (y - 12)^2 \leq 16$$

$$\frac{12a}{5} + 8b = 0.$$

$$-\sqrt{1-x^2} = -\frac{20bx}{3} + 8b.$$

$$\frac{12a}{5} = -8b.$$

$$\sqrt{1-x^2} + 12 = -\frac{20bx}{3} + 8b.$$

$$ax + 8b = -\frac{20b}{12} = -\frac{10b}{3}$$

$$ax + 8b = \sqrt{1-x^2}$$

$$\sqrt{1-x^2} + 12 + \sqrt{1-x^2} =$$

$$ax + 8b = \sqrt{16-x^2} + 12.$$

$$y - 12 = \sqrt{16-x^2}$$

$$\sqrt{16-x^2} + 12 = \sqrt{16-x^2}$$

$$12 = \sqrt{1-x^2} - \sqrt{16-x^2}$$

$$\frac{-24x}{17}$$

$$12^2 = 1-x^2 + 16-x^2 - 2\sqrt{16-(17x^2+x^4)}$$

$$12^2 - 17 + 2x^2 = -2\sqrt{16-17x^2+x^4}$$

$$12^2 + 2x^2 = -2\sqrt{16-17x^2+x^4}$$

4x^4.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab = 2^{15} \cdot 7^{11} n \quad bc = 2^{17} \cdot 7^{16} m \quad ac = 2^{23} \cdot 7^{29} t \quad \min(abc)$$

$$\frac{c}{a} = 2^2 \cdot 7^8 \frac{m}{n} \quad \frac{c}{b} = 2^8 \cdot 7^{28} \frac{t}{n} \quad \frac{b}{a} = 2^0 \cdot 7^{41} \frac{t}{m}$$

The diagram illustrates the factorization of the ratios $\frac{c}{a}$, $\frac{c}{b}$, and $\frac{b}{a}$ into their prime components. It shows the prime factors 2 and 7 being grouped together in various ways to form the ratios. The top part shows $\frac{c}{a} = 2^2 \cdot 7^{16} \cdot \frac{m}{n}$ with a note "m+n". The middle part shows $\frac{c}{b} = 2^8 \cdot 7^{11} \frac{t}{m}$. The bottom part shows $\frac{b}{a} = 2^0 \cdot 7^{41} \frac{t}{m}$.

$$ab = 2^{15} \cdot 7^{11} n \quad bc = 2^{17} \cdot 7^{16} m \quad ac = 2^{23} \cdot 7^{29} t$$

$$\frac{c}{a} = 2^2 \cdot 7^7 \frac{m}{n} \quad \frac{a}{b} = 2^0 \cdot 7^{11} \frac{t}{m} \quad \frac{c}{b} = 2^8 \cdot 7^{28} \frac{t}{n}$$

$$\frac{c}{b} \cdot \frac{b}{a} = 2^2 \cdot 7^{17} \frac{n}{m}$$

$$\frac{c^2}{a^2} = 2^4 \cdot 7^{24} \quad \frac{c}{a} = 2^2 \cdot 7^{12} \quad \frac{m}{n} = 7^4$$

$$\frac{c}{a} = 2^2 \cdot 7^{12}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

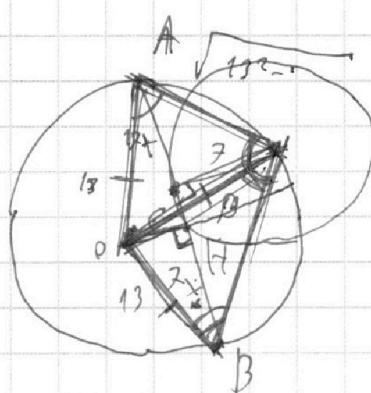
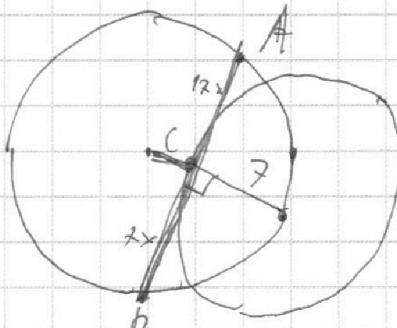
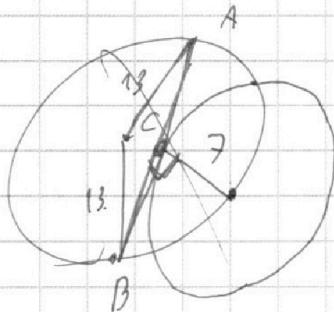
6

7

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{14x}{\sin \beta} = 16.$$

$$\sqrt{13^2 - (7x)^2}$$

$$\frac{7 \cdot 29x}{2} =$$

$$= \sqrt{\dots} \cdot \sqrt{\dots} \cdot \frac{\sin \beta}{7}.$$

$$S = 16x$$

$$OH = \sin \alpha \cdot 13.$$

~~$$\frac{24x}{\sin \alpha} = 26.$$~~

$$\sin \alpha = \frac{24x}{26} = \frac{12x}{13}.$$

$$\sqrt{7 + (17x)^2} \cdot \sqrt{7 + (7x)^2} \cdot \frac{12x}{13} \cdot \frac{1}{2} = 7 \cdot 14x$$

$$\sqrt{(7 + (17x)^2)(7 + (7x)^2)} = \frac{7 \cdot 24 \cdot 2 \cdot 13}{26} = 28 \cdot 13.$$

$$49 + 289x^2 + 7 \cdot 17^2 x^2 + (17 \cdot 7)^2 x^4 = (28 - 13)^2.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab = 2^{15} \cdot 7^{11} h \quad bc = 2^{17} \cdot 7^{18} m \quad ac = 2^{23} \cdot 7^{39} t$$

$$\frac{c}{ab} = 2^2 \cdot 7 \frac{m}{h} \quad \frac{a}{b} = 2^6 \cdot 7^{11} \frac{t}{m} \quad \frac{b}{c} = \frac{1}{2^6} \cdot \frac{1}{7^{18}} \frac{h}{t}$$

$$\frac{m}{h} = 7^{\frac{18+39+11}{60}}$$

~~$$\frac{abc}{ab} = 2^{15+17+23} \cdot 7^{11+18+39} \cdot \frac{m+n}{m+n}$$~~

$$(abc)^2 = 2^{45} \cdot 7^{78} m n t$$

$$abc = \sqrt{2^{45} \cdot 7^{78} m n t} = \sqrt{7^{78}} - \sqrt{2^{45} m n t}$$

нужны $m, n, t = ?$ $m, n = 1, d \neq 1$.

$$abc = \underline{\underline{7^{34} \cdot 2^{23}}}$$