



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ  
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 9

- [4 балла] Натуральные числа  $a, b$ , с таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
- [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

- [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.
- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-12; 24)$ ,  $Q(3; 24)$  и  $R(15; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .
- [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leqslant 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

- [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №1.

$$\text{Одномер: } 2^{26} \cdot 7^{37}$$

$$a, b, c \in \mathbb{N} \quad ab : 2^{14} \cdot 7^{10} \quad bc : 2^{17} \cdot 7^{17} \quad ac : 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$\min abc = ?$$

1) Заметим, что т.к.  $ac : 7^{37}$ , то и  $abc : 7^{37}$

2)  $ab \cdot ac \cdot bc = (abc)^2 : 2^{14+17+20} = 2^{51}$

Последовательно  $abc : 2^{26}$ , если  $abc \neq 2^{26}$ , то от входит из 2-ки  $b^2a^2c^2$  не больше 50.

Значит  $abc : 2^{26} \cdot 7^{37} \Rightarrow abc \geq 2^{26} \cdot 7^{37}$

Пример:  $a = 2^9 \cdot 7^{10}$        $b = 2^5$        $c = 2^{12} \cdot 7^{27}$

Тогда  $ab = 2^{14} \cdot 7^{10} : 2^{14} \cdot 7^{10}$

$$bc = 2^{17} \cdot 7^{27} : 2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$ac = 2^{21} \cdot 7^{32} : 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$ . Всё соплилось.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №2.

$$(a; b) = \text{НОД}(a; b)$$

Будем, что  $(a; b) = (a; b+a \cdot k)$  - прив. с б-бо нод.

Объем: 8

т.к.  $\frac{g}{b}$  - несократимая, то  $(a; b) = 1$ . Далее

$$(a; a+b) = 1 \text{ и } (b; a+b) = 1, \text{ тогда } (ab; a+b) = 1$$

Заметим, что если  $\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$  скр. на m, то

$$(a+b; a^2-6ab+b^2) \stackrel{?}{=} m^2 \Rightarrow a^2-6ab+b^2 = (a-b)^2-4ab$$

$$(a+b; (a-b)^2-4ab) = (a+b; -(a+b)^2+(a-b)^2-4ab) =$$

$$= (a+b; -a^2-b^2+2ab+a^2+b^2-2ab-4ab) =$$

$$= (a+b; 8ab)$$

Ваше мнение, что  $(a+b; ab) = 1$ .

Потому  $(a+b; 8ab) \leq 8$ . То есть  $m \leq 8$ .

$$\stackrel{!}{(a+b; 8)}$$

Пример:

$$a = 6 \quad b = 2$$

$$\frac{6+2}{36-6 \cdot 6 \cdot 2 + 2^2} = \frac{8}{40-72} = \frac{8}{32} \quad - \text{сократимо на 8.}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

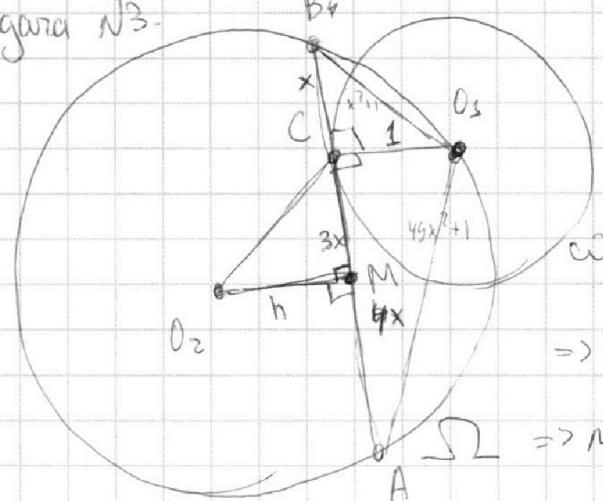
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №3-



$$\frac{AC}{BC} = ?.$$

$$BC = x \quad AC = 7x, \quad 8x = ?$$

$O_1C \perp BA, O_2M \perp BA.$

$\Rightarrow M - \text{середина } BA \Rightarrow MA = 4x$

$\Rightarrow MC = 3x \quad \text{Но } O_2M = h.$

Тогда степень 6, относительно  $\Delta$ :  $7x \cdot x = 7x^2$ ,

с другой стороны это  $5^2 - O_2C^2 = 5^2 - (h^2 + 3x^2)$

$$\text{т.е. } 7x^2 = 25 - 3x^2 - h^2 \quad 10x^2 = 25 - h^2$$

Следует избавиться от  $h^2$  на обеих сторонах,

$x$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №4.

$$-\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$$

Домножим и разделим левую часть на  $\sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1}$

Получим:

$$\text{т.к. } 0 > 0 \text{ и } \sqrt{2x^2+2x+1} \geq \frac{1}{2}$$

$$\frac{2x^2-5x+3 - 2x^2-2x-1}{\sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1}} = 2-7x$$

$$\frac{-7x+2}{\sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1}} = 2-7x$$

При  $x=3,5$  - не подходит  $\Rightarrow$  можно делить  
на  $2-7x$

$$\frac{-1}{\sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1}} = 1$$

$$-1 = \sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1}$$

???

Значит это решение.

При делении на  $2-7x$  область определения уменьшилась на  $\{3,5\}$ ,  
но  $3,5$  - это подходит, т.к. можно поделить и не соится, а  
при делении на  $\sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1}$  область определения  
не уменьшилась, т.к.  $\sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1} \neq 0$

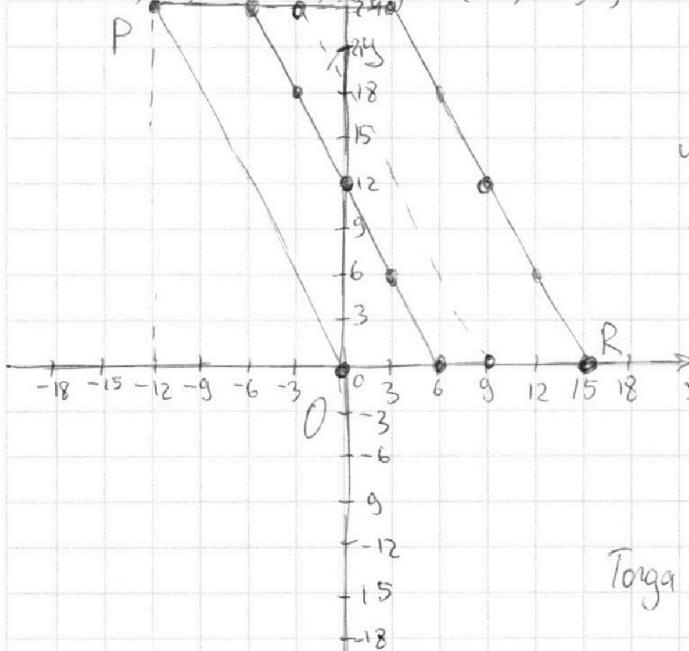
- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №5.

Объем: 1690 кв.м.

$$O(0,0); P(-12,24); Q(3,24); R(15,0)$$

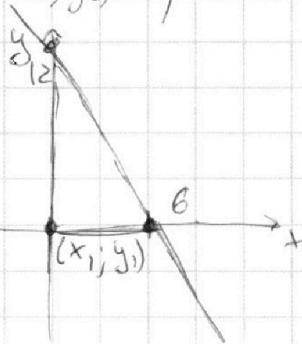


Мыль ико видели  $(x_1, y_1)$   
и хотим посчитать, какие  $(x_2, y_2)$   
с целыми коорд. удовлетворяют  
условию  $2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 12$

Задание.  $x_1, y_1$ , НУД:  $x_1 = 0$ ,  
 $y_1 = 0$

$$2x_2 + y_2 = 12 \quad y_2 = 12 - 2x_2.$$

Тогда имеем  $(x_2, y_2)$  - прямая:



Тогда заметим, что для любой целой

точечки РО также прямая совпадает,

т.е.  $\forall (x_2, y_2) \in \text{РО}$  имеем

удовлетворяющих условию однозначно.

Аналогично  $\forall$  целых  $(x_2, y_2) \in ((1,0), (-11,24))$  имеем целых равных  
и разных пар-баш для РУЧЕЙКИ на РО, так как параллельный  
перенос. Заметим, что все точки в параллелограмме

ОРQR, кроме  $((9,0), (-3,24))$  нет точек, удовлетворяющих условию

без (среди которых из картинки). Итого  $H(1)$  имеет в параллелогра-

мме Р, О, (9,0); (-3,24) количество подходящих в параллело-

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

## Задача №5 (продолжение).

Границы  $OPQR$  однозначно и подходит есть только у этих точек.  $\Rightarrow$  достаточно посчитать кол-во подходящих для (1)  $(0;0)$  и умножить это на кол-во четных (1) 6 параллелограммы  $OP(9;0)(-3;24)$ .

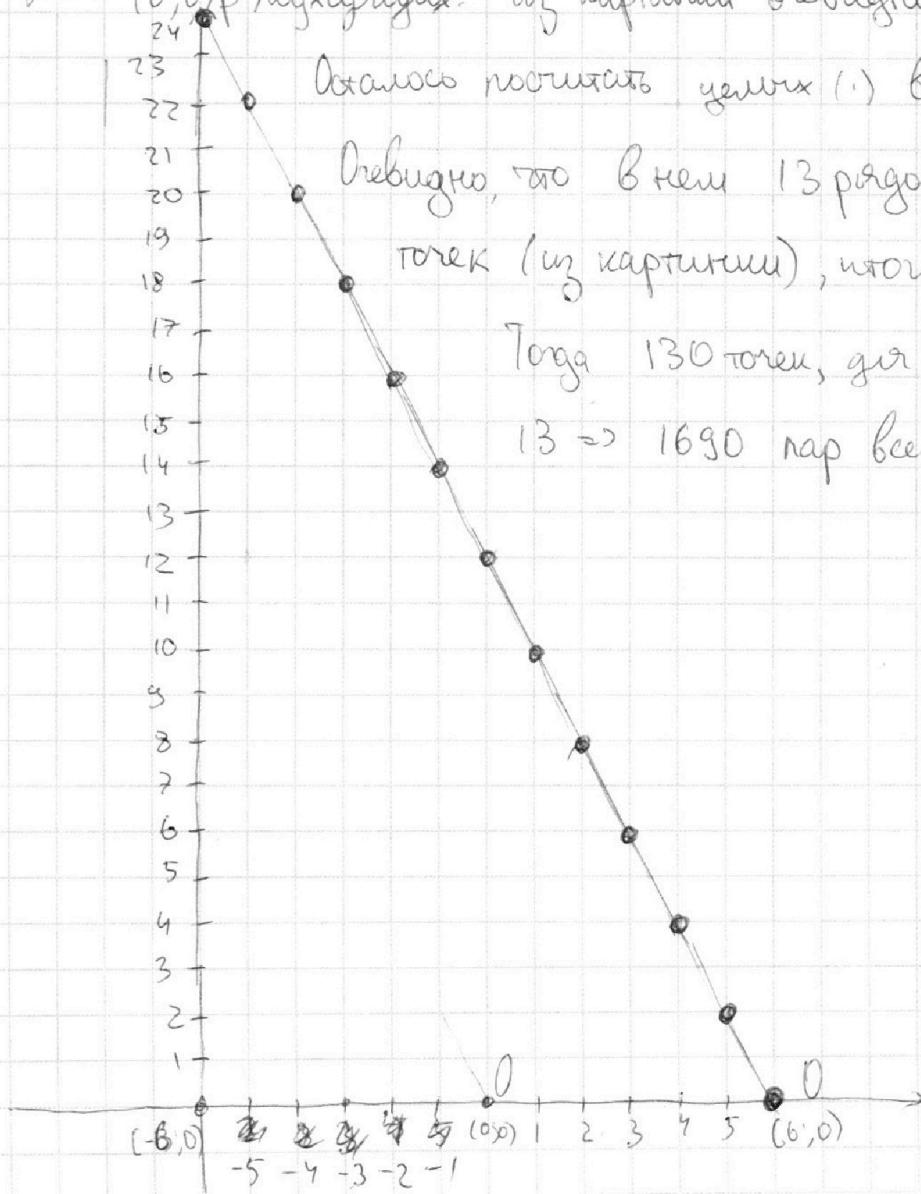
для  $(0;0)P$  подходящих: Из картинки очевидно, что их 13.

Осталось посчитать четных (1) в  $OP(9;0)(-3;24)$ ,

очевидно, что в нем 13 рядов по 10 четных точек (из картинки), всего 130.

Тогда 130 точек, для каждого подходит

$13 \Rightarrow 1690$  пар всего.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №.

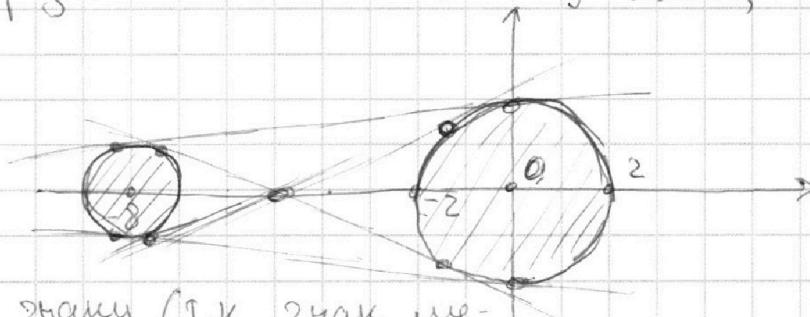
$$\left\{ \begin{array}{l} 5ax - y + 10b = 0 \quad (1) \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \quad (2) \end{array} \right.$$

Посмотрим на (1)  $(x; y)$  удовлет-

Заметим, что  $x^2 + y^2 - 4 = 0$  - окр. радиуса 2 с центром  $B(0; 0)$

$(x+8)^2 + y^2 - 1 = 0$  - окр. радиуса 1 с центром  $B(-8; 0)$ .

Окружности разделены на 3 части, вспомог



однозначное значение (т.к. знак не-

меняется при переходе через окружность). Тогда заметим,

что выражение отриц. внутри окр. Тогда мн-во ~~нен-п~~ удовлет

(2) это 2 кружка. Заметим, что (1)- прямая. Прямая имеет 2 общие точки с 2 кружками тогда и только тогда, когда она - общая касательная. Становится посчитать 2 общие

касательные.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

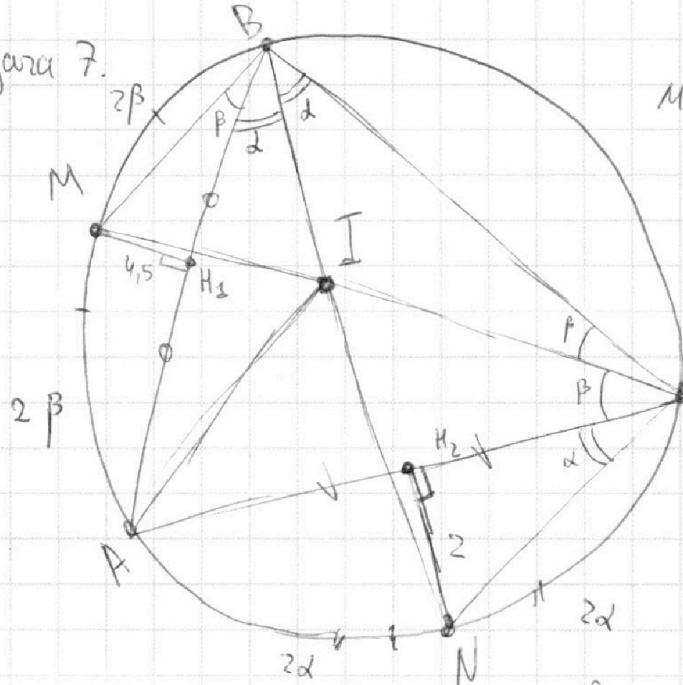
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1      2      3      4      5      6      7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Zagara 7.



$$AC = 2 \cdot CH_2 = 2 \cdot \frac{H_2N}{fgd} = \frac{4}{fgd}$$

$$M\dot{H}_1 = 4,5$$

$$NH_2 = 2$$

Задачи, 20 б., ИН-  
на одной странице, 1 к.

BN-бисс  $\angle ABC$ ,  
аналогично C,I,M - на  
одной прямой.

$$BH_1 = \frac{MH_1}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{4,5}{\operatorname{tg} \beta}$$

$$\text{Знайдіть } BA = 2 \cdot BH_1^2 = \frac{9}{7\sqrt{3}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



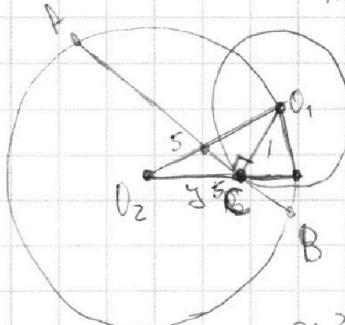
- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(a:b)=1$$

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$



$$a^2-6ab+b^2 = ((a-3b)^2 - 8b^2; a+b)$$

$$((a-b)^2 - 4ab; a+b) = m$$

$$(a-b)^2 - (a+b)^2 - 4ab; a+b = m$$

$$(a^2+b^2-2ab - a^2-b^2-2ab-4ab; a+b) = m$$

$$(-8ab; a+b) = m$$

$$7x^2 = 25 - y^2 \quad (8ab; a+b) = m$$

$$(a:b)=1 \Rightarrow (a+b:a)=1 \quad u \quad (a+b)b=1$$

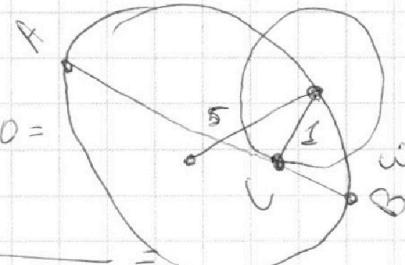
$$(a+b; ab) = 1 \Rightarrow (8ab; a+b) = m$$

$$\max = 8$$

$$(8; a+b) \leq 8$$

$$a+b$$

$$\frac{5+3}{25-6\cdot 15+9} = \frac{34-80}{-52}$$



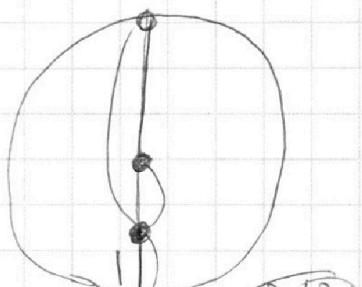
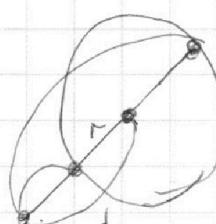
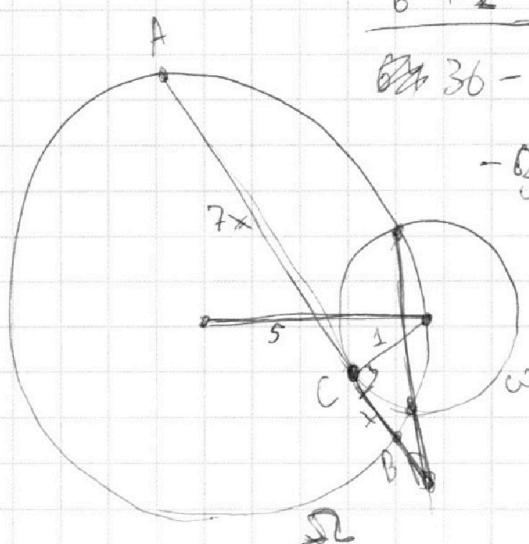
$$AC:BC=7$$

$$\frac{6+2}{36-6\cdot 6\cdot 2+4}$$

$$-36+4=32$$

$$R_{\omega}=1  
R_{\Omega}=5$$

$$(d-r)(d+r) \leq d^2 - r^2$$



$$103$$

$$r^2 = d^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |

**МФТИ**



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab : 2^{14} 7^{10}$$

$$bc : 2^{12} 7^{17}$$

$$ac : 2^{20} 7^{32}$$

$$a^2 b^2 c^2 : 2^{53} 7^{64}$$

↓

$$abc : 2^{26} 7^{32}$$

51 (26)

$$54 : 2 = 27$$

$\frac{a}{b}$  - неократима.

$$(a; b) = 1$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}$$

$$\max m: a+b : m$$

$$a^2 - 6ab + b^2 : m$$

$$a^2 - 6ab + b^2 \leq (a-b)^2 \leq 4ab$$

$$a_2 + b_2 \geq 16$$

$$b_2 + c_2 \geq 17 \Rightarrow c_2 - a_2 = 1 \Rightarrow c_2 = a_2 + 1 \quad (a-b; a) = 1$$

$$a_2 + c_2 \geq 20 \Rightarrow 2a_2 + 1 = 20$$

$$a_7 + b_7 = 10$$

$$a_7 + c_7 = 37$$

$$b_7 + c_7 = 17$$

$$c_7 - a_7 = 7 \Rightarrow c_7 = a_7 + 7$$

$$2a_7 + 7 = 37$$

$$a_7 = 15$$

$$c_7 =$$

$$a + c = 37$$

$$c_2 = a_2 + 3$$

$$a \geq 10$$

$$2a_2 + 3 = 20$$

$$b \geq 17$$

$$14 + 12$$

$$a_2 = 8$$

$$b_2 = 5$$

$$c_2 = 12$$



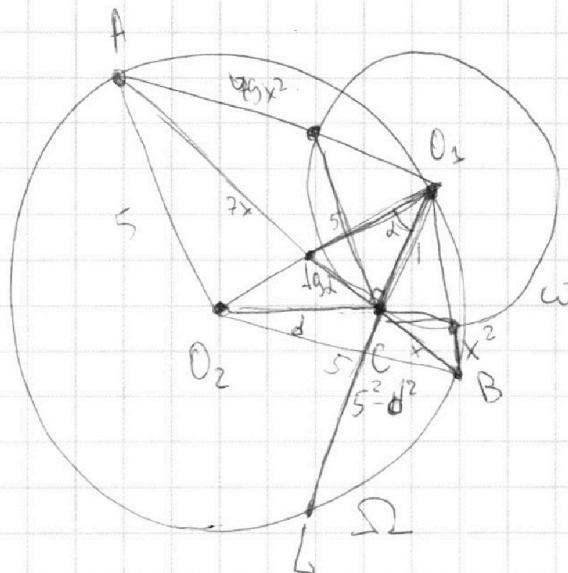
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



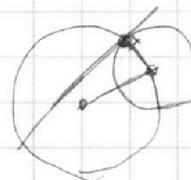
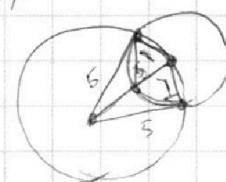
$$AC : CB = 7$$

$$7x^2 = 5^2 - d^2$$

$$24 = 8 \cdot 3 \quad (2\sqrt{6})$$

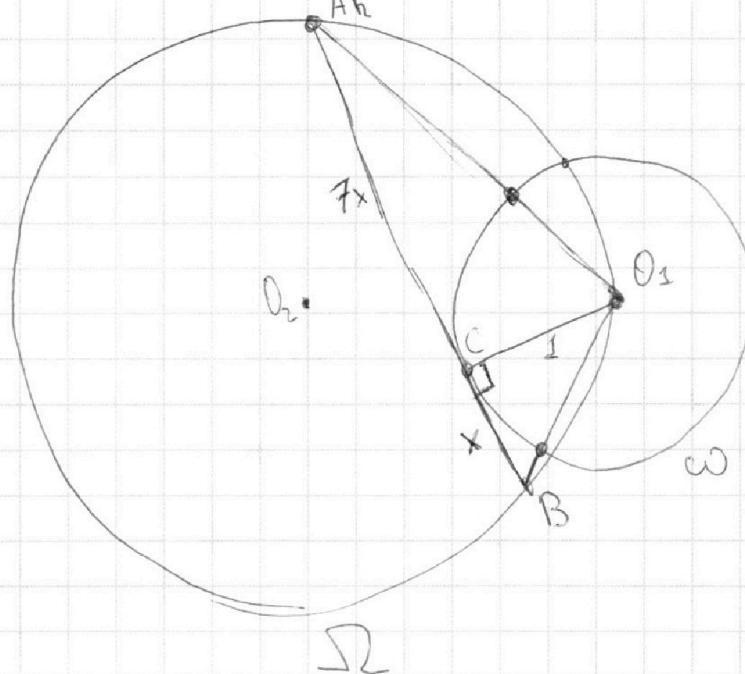
$$1 \cdot k = 5^2 - r^2$$

$$8x \\ 4g x^2$$

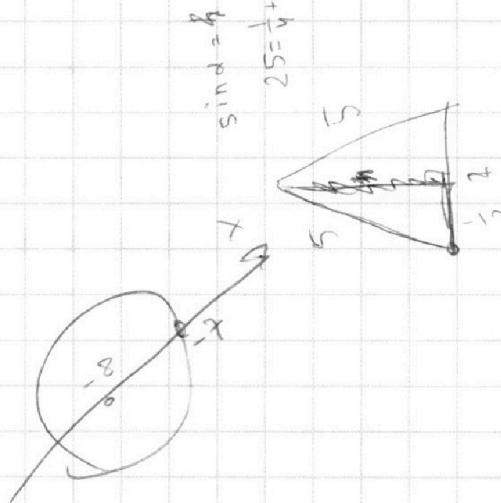


$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$2x^2 - 5x + 3 = x^2 - 2x + 1 + x^2 - 3x + 2$$



$$\frac{AC}{BC} = 7 \quad AB = ?$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$O(0,0) \quad P(-12,24) \quad Q(3,24) \quad R(15,0)$$

(26)

$$A(x_1, y_1) \cup B(x_2, y_2) \quad x_1, x_2, y_1, y_2 \in \mathbb{Z}$$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

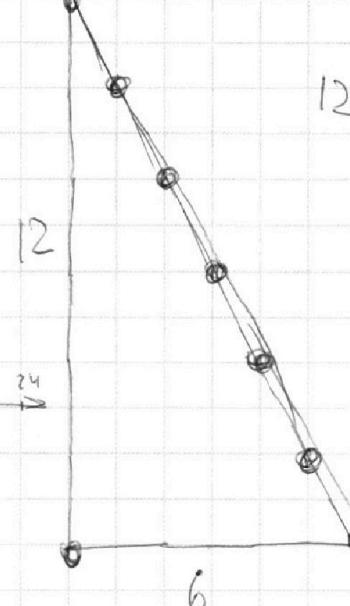
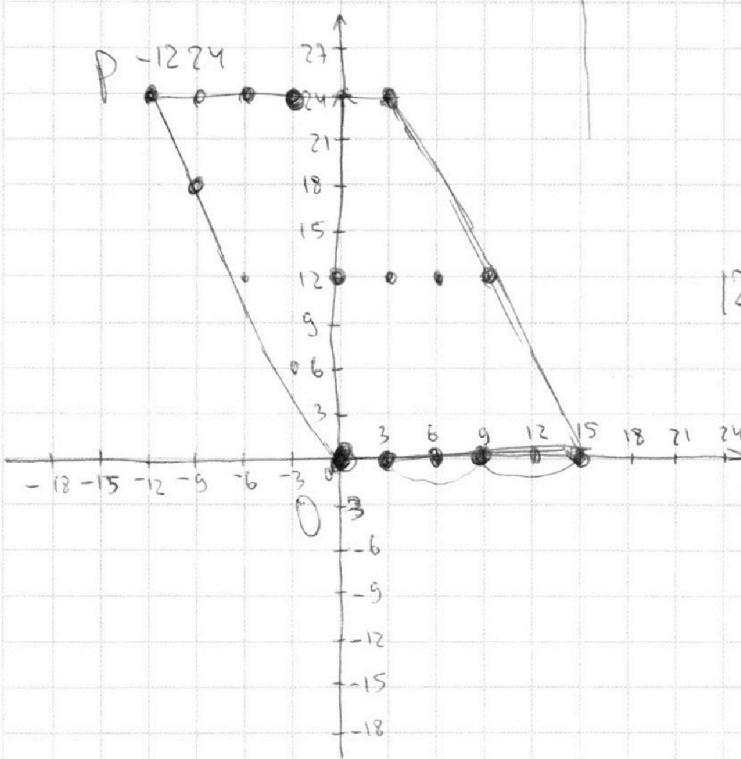
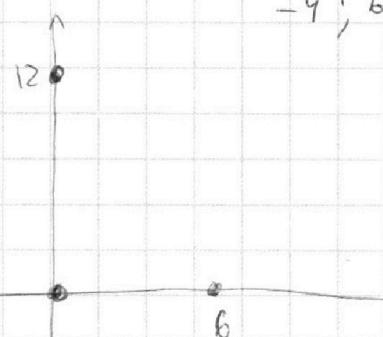
$$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 12$$

$$\text{Число } x_1 = 0, 0$$

$$2x_2 + y_2 = 12$$

$$2x_2 + y_2 - 12 = 0$$

$$y_2 = 12 - 2x_2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |

**МФТИ**



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1) = 4x^4 + 2x^3 + \underline{2x^2} - \underline{10x^3} - \underline{10x^2} - 5x + \underline{6x^2} +$$

$$+ 6x + 3 = 4x^4 - 8x^3 - 2x^2 + x + 3$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + 7x = 2 + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ \times 35 \\ \hline 175 \\ + 105 \\ \hline 35 \end{array}$$

12,25

$$24,5 - 5 \cdot 3,5 + 3 =$$

$$\begin{array}{r} 105 \\ \times 12,25 \\ \hline 1225 \\ + 105 \\ \hline 150 \end{array}$$

= 10

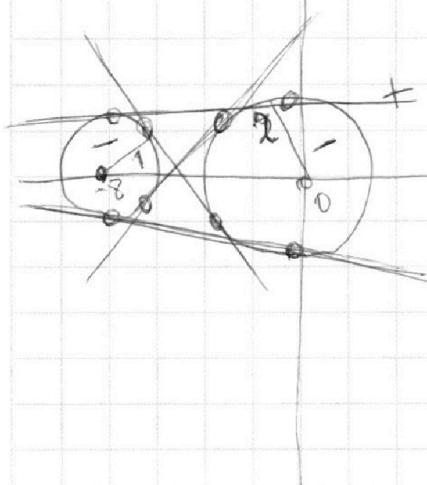
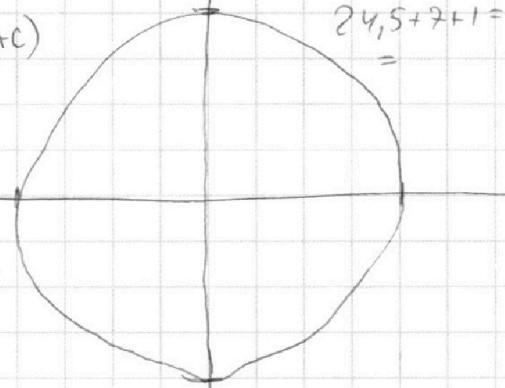
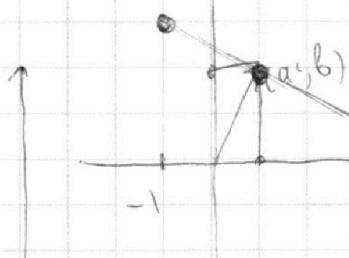
17,5

$$\left\{ \begin{array}{l} ax - y + 10b = 0 \\ (x+8)^2 + y^2 - 1 \geq 0 \end{array} \right.$$

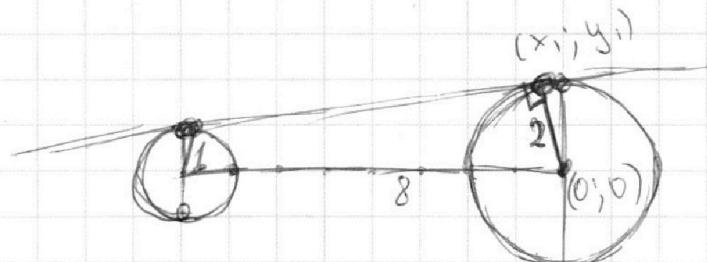
$$\begin{array}{r} 1+2-2-1 \\ x + 2y - 1 = 0 \\ \sqrt{10} - \end{array}$$

$$(8x+8)^2 + y^2 = 1$$

$$ax + by + c = 0$$



$$x_1^2 + y_1^2 = 4$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

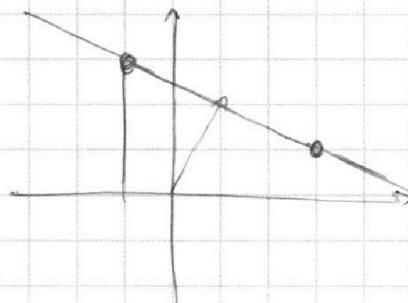
6

7

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



(1), 2)

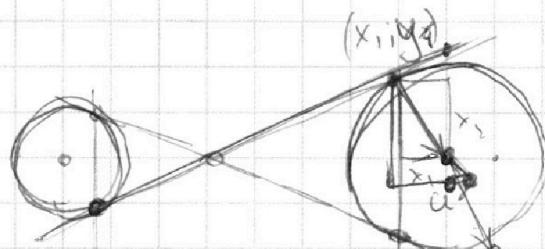
$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1}$$

$$\frac{x+1}{4} = \frac{y-3}{-2}$$

$$x+1 = -2y+6$$

$$x+2y-5=0$$

$ax-y+10b=0$  - общая  
исследование.



(-x1, -x2)

$$-x_1x - y_1y + c = 0$$

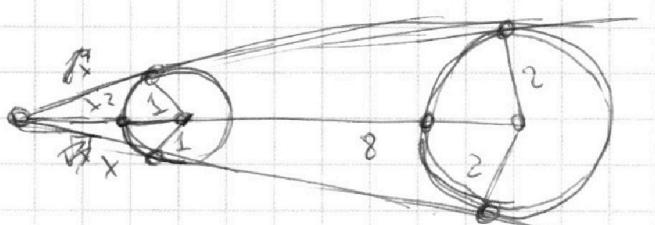
$$-x_1x - y_1y + c = 0$$

$$x_1x + y_1y + c = 0$$

$$\begin{cases} x_1x + y_1y + c = 0 \\ x_1^2 + y_1^2 = r^2 \end{cases}$$

$$x^2 + b^2 = x^2 + y^2 - 2xy = (x+y)^2 - 2xy$$

(-)



$$x_1x + y_1y + c = (x+8)^2 + y^2 - 1 \quad (\alpha) - 1) - \text{нормаль}$$

$$ax - y + 10b = x^2 + y^2 - 4$$

$$ax - y + 10b = (x+8)^2 + y^2 - 1 = x^2 + 16x + 64 + y^2 - 1$$

$$ax - x^2 + 10b + 4 = y^2 + y$$

~~$$ax - x^2 + 10b + 4 = y^2 + y$$~~

$$(a-16)x - x^2 + 10b - 63 = ax - x^2 + 10b + 4$$

$$-16x = 69$$

$$x = -\frac{69}{16}$$

$$(a-16)x - x^2 + 10b - 63 = ax - x^2 + 10b + 4$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 2x$$

11

$$2x^2 + 2x + 1 \geq 0$$

$$D = 4 - 12 < 0$$

$$2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1$$

$$-\frac{2}{4}$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \geq \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + 1 + 1 = \frac{1}{2}$$

$$= \frac{-7x + 2}{\sqrt{2x^2 - 5x + 3}} = 2 - 2x$$

$$2x^2 - 5x + 3 \geq 0$$

$$25 - 24 = 1$$

$$2 + 2 + 1$$

$$\frac{5 \pm 1}{4} = 1$$

$$\Rightarrow 2,5 ; 1,5$$

$$18 \quad x \notin (3; 1,5)$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + 2x = 2 + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$2x^2 - 5x + 3 + 4x^2 + 2 \cdot 2x \cdot \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 4 + 2x^2 + 2x + 1 + 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$5x^2 - 5x + 3 + 14x \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 2x^2 + 2x + 5 + 4 \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$x^2 + (x+1)^2$$

$$2x^2 + 2x + 1 = \sqrt{(x+1)^2 + x^2}$$

$$2x^2 - 5x + 3 = (x-a)^2 + (x-b)^2$$

$$\sqrt{3}$$

$$2$$

$$2$$

$$2 - 2 + 1$$

$$2(a+b) = 5 \quad a^2 + b^2 = 3$$

$$8 + 4 + 1$$

$$1 \quad 2 - 5 + 3$$

$$2 + 2 + 1 \quad -5$$

$$B_1$$

$$-1 \quad 2x^2$$

$$0$$

$$7x^2 = 5^2 (9x^2 + 16) = 1$$



$$2 - 2 + 1$$

$$2 + 5 + 3 = 10$$

$$7x^2 = 25 - 16 - 9x^2$$

$$16x^2 = 9$$

$$2 + 2 + 1 \quad -5$$

$$1 \quad 2 - 5 + 3$$

$$2 + 2 + 1 \quad -5$$

$$1 \quad 2 - 5 + 3$$

$$2 + 2 + 1 \quad -5$$

$$1 \quad 2 - 5 + 3$$

$$2 + 2 + 1 \quad -5$$

$$1 \quad 2 - 5 + 3$$

$$2 + 2 + 1 \quad -5$$

$$1 \quad 2 - 5 + 3$$

$$2 + 2 + 1 \quad -5$$

$$1 \quad 2 - 5 + 3$$

$$2 + 2 + 1 \quad -5$$

$$1 \quad 2 - 5 + 3$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

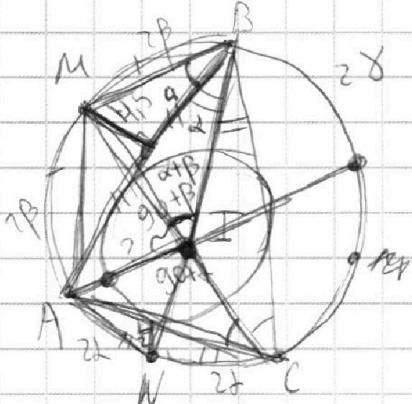
6

7

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



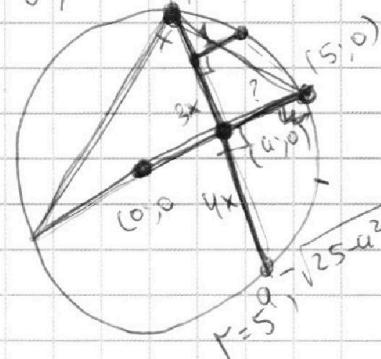
$$4\beta + \gamma = ?$$

$$a = \frac{4,5}{\operatorname{tg} \beta}$$

$$AB = \frac{9}{\operatorname{tg} \beta}$$

$$AC = \frac{4}{\operatorname{tg} \alpha}$$

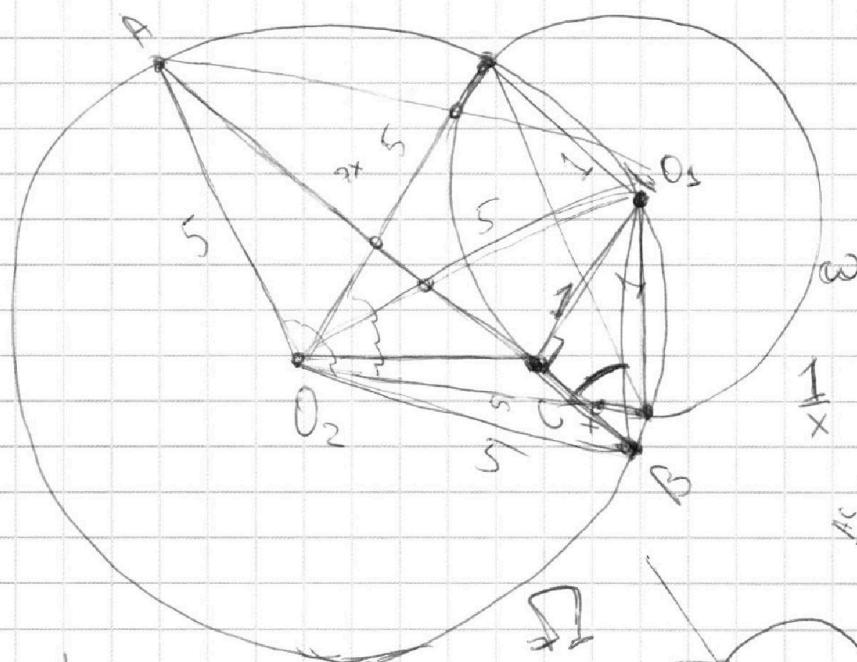
$$\operatorname{tg} \beta = \frac{4,5}{a_0 \sqrt{25 - a^2}}$$



$$AB = ? \quad x^2 + y^2 = 25$$

$$5^2 \quad a^2 + y^2 = 25$$

$$y = \pm \sqrt{25 - a^2}$$



$$\frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{7x}$$

