



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .

2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}$ ,  $b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-12; 24)$ ,  $Q(3; 24)$  и  $R(15; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1) Заметим, что т.к.  $ab : 2^{14} 7^{10}$ ,  $bc : 2^{17} 7^{17}$ ,  $ac : 2^{20} 7^{37}$ , то  
 $ab =$  минимум  $2^{14} 7^{10}$ ,  $bc =$  минимум  $2^{17} 7^{17}$ ,  $ac =$  минимум  $2^{20} 7^{37}$ .

Тогда  $ab \cdot bc \cdot ac = a^2 b^2 c^2 =$  минимум  $2^{(14+17+20)} 7^{(10+17+37)} = 2^{51} 7^{64}$

Однако заметим, что т.к.  $a^2 b^2 c^2$  - квадрат  $abc$ , степени простых делителей должны быть четными. Значит 2 входит не в 51 степень, а в 52. При этом в  $abc$  минимум должно входить  $7^{37}$ , так как  $abc : ac$ .

Значит,  $abc$  минимум  $= 2^{26} \cdot 7^{37}$

Пример:

$$a = 2^9 \cdot 7^{10}$$

$$b = 2^5$$

$$c = 2^{12} \cdot 7^{27}$$

$$ab = 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$bc = 2^{17} \cdot 7^{27}$$

$$ac = 2^{21} \cdot 7^{37}$$

Получаем

Ответ:  $2^{26} 7^{37}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2) \frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$$

Если  $a+b : m$ , то и  $8ab : m$ . Нужно найти макс.  $m$

$m$  не имеет общих делителей с  $a$  или  $b$ , иначе  $a+b : m$ , т.е. второе число делится на делитель первого (т.е. если  $m$  и  $a$  делятся на некоторое  $p$ , то  $a+b : m$ , то есть  $: p$ . Значит  $b : p$ , т.к.  $a : p$ , чего не может быть по условию)

$8ab : m$ . При этом  $ab$  и  $m$  не имеют общих делителей, а значит  $8 : m$ .

Из это следует, что максимальное  $m = 8$ .

Пример:  $a = 1$   $b = 7$

$$\frac{1+7}{1^2-6 \cdot 1 \cdot 7+49} = \frac{1+7}{1-42+49} = \frac{1+7}{1+7} = \frac{8}{8} \text{ можно сократить на } 8.$$

Ответ:  $m = 8$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

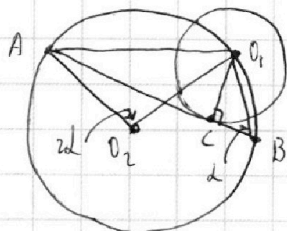
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3)



Обозначим  $CB$  за  $x$ , тогда  $AC = 7x$ .  
 $\angle O_1CB = 90^\circ$ ,  $O_1B^2 = x^2 + 1^2$  (т.к. это касательные)  
 $AO_1^2 = 49x^2 + 1$  (аналогично)  
Допустим,  $\angle ABO_1 = \alpha$ , тогда  $\angle AO_2O_1 = 2\alpha$ ,  
т.к. это центральный

Занимем т. косинусов где  $\triangle AO_2O_1$ .

$$5^2 + 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \cos 2\alpha = 49x^2 + 1$$

$$\frac{50 - 49x^2 - 1}{50} = \cos 2\alpha$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 1 - 2 \cdot \left( \frac{O_1C}{O_1B} \right)^2 =$$
$$= 1 - 2 \cdot \frac{1}{x^2 + 1}$$

$$\frac{50 - 49x^2 - 1}{50} = 1 - \frac{2}{x^2 + 1}$$

$$1 - \frac{49x^2 + 1}{50} = 1 - \frac{2}{x^2 + 1}$$

$$\frac{49x^2 + 1}{50} = \frac{2}{x^2 + 1}$$

$$49x^4 + 49x^2 + x^2 + 1 = 100$$

$$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0 \quad \text{Очевидно в это уравнение подходят } x = 1 \text{ и } x = -1$$

$$(x+1)(x-1)(49x^2 + 99) = 0 \quad 49x^2 + 99 \text{ всегда } > 0, \text{ нет корней}$$

$$x = -1 \text{ не подх, т.к. } < 0.$$

$$x = 1$$

Ответ:  $AB = 8$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$4) \sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

Заметим, что  $2x^2 - 5x + 3 \geq 0$  и  $2x^2 + 2x + 1 \geq 0$ , иначе под корнем отрицательное.  
Давайте поймем, при каких  $x$  это выполняемо.

$$2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \quad D = 25 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 1 \quad \frac{5 \pm 1}{4} = \frac{3}{2} \quad (2x - 3)(x - 1) \geq 0$$

$$x \in (-\infty, 1] \cup \left[\frac{3}{2}, +\infty\right)$$

$2x^2 + 2x + 1 \geq 0$  всегда, т.к.  $D < 0$  ( $4 - 8$ ) и коэфф-т при старшем члене  $> 0$ .

Теперь возведем обе стороны равенства в квадрат.

$$\underbrace{2x^2 - 5x + 3 + 2x^2 + 2x + 1}_{4x^2 - 3x + 4} - 2\sqrt{2x^2 - 5x + 3}\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = \underbrace{(2 - 7x)^2}_{49x^2 - 28x + 4}$$

$$\underbrace{-2\sqrt{2x^2 - 5x + 3}\sqrt{2x^2 + 2x + 1}}_{\substack{\pi \\ 0}} = 45x^2 - 25x$$

$$45x^2 - 25x \leq 0 \quad x(45x - 25) \leq 0$$

$$x \in \left[0, \frac{5}{9}\right]$$

$x$  одновременно  $\in (-\infty, 1] \cup \left[\frac{3}{2}, +\infty\right)$  и  $x \in \left[0, \frac{5}{9}\right]$

Значит,  $x \in \left[0, \frac{5}{9}\right]$

Теперь давайте посмотрим, когда и кто больше из  $2x^2 - 5x + 3$  и  $2x^2 + 2x + 1$

$$2x^2 + 2x + 1 \geq 2x^2 - 5x + 3 \quad 7x \geq 2 \quad x \geq \frac{2}{7}$$

$$2x^2 + 2x + 1 \leq 2x^2 - 5x + 3 \quad 7x \leq 2 \quad x \leq \frac{2}{7}$$

Или ~~при  $x \in \left[0, \frac{2}{7}\right]$  слева~~ Заметим, что при  $\left(\frac{2}{7}\right)$  слева и справа 0.  
Мы нашли один ответ.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$b) \begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 - y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

$$y = ax + 10b$$

$$(I) x^2 - a^2 x^2 + 20axb + 100b^2 - 4 \leftarrow x^2 - y^2 - 4$$

$$(II) x^2 + 16x + 64 + a^2 x^2 + 20axb + 100b^2 - 1 \leftarrow (x+8)^2 + y^2 - 1$$

Допустим,  $y = x^2 + y^2 - 4$  корни  $x_1, x_2$  Допустим,  $y = (I)$  корни  $x_1, x_2$ .  $y = (II)$  корни  $x_3, x_4$ .  
( $x_1 \leq x_2$ ) ( $x_3 \leq x_4$ )

Тогда решим неравенства являющиеся

$$\left[ (-\infty; x_1] \cup [x_2; +\infty) \right] \cap [x_3; x_4] \quad (III)$$

$$\left[ (-\infty; x_3] \cup [x_4; +\infty) \right] \cap [x_1; x_2] \quad (IV)$$

При этом по условию должно быть ровно два решения. Если  $x_1 = x_2$  или  $x_3 = x_4$ , то решений максимум одно, значит  $x_1 \neq x_2$ ,  $x_3 \neq x_4$ . Если  $x_1 < x_3$ , то из IV следует, что решений больше 2, если  $x_1 > x_3$ , то из III следует, что решений больше 2. Значит  $x_1 = x_3$ , аналогично  $x_2 = x_4$ .

Таким образом, необходимо, чтобы  $y = I$  и  $II$  были одинаковые пары корней. Однако напишем теорему Виета:

$$\frac{100b^2 - 4}{a^2 + 1} = \frac{100b^2 + 64 - 1}{a^2 + 1} \quad 100b^2 - 4 = 100b^2 + 63 \quad -4 = 63 \quad \text{Противоречие}$$

$-4 \neq 63$ , а значит произведение корней I и II не равно, а значит и сами корни не совпадают.

Таким образом, ответ: таких  $a$  не существует

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

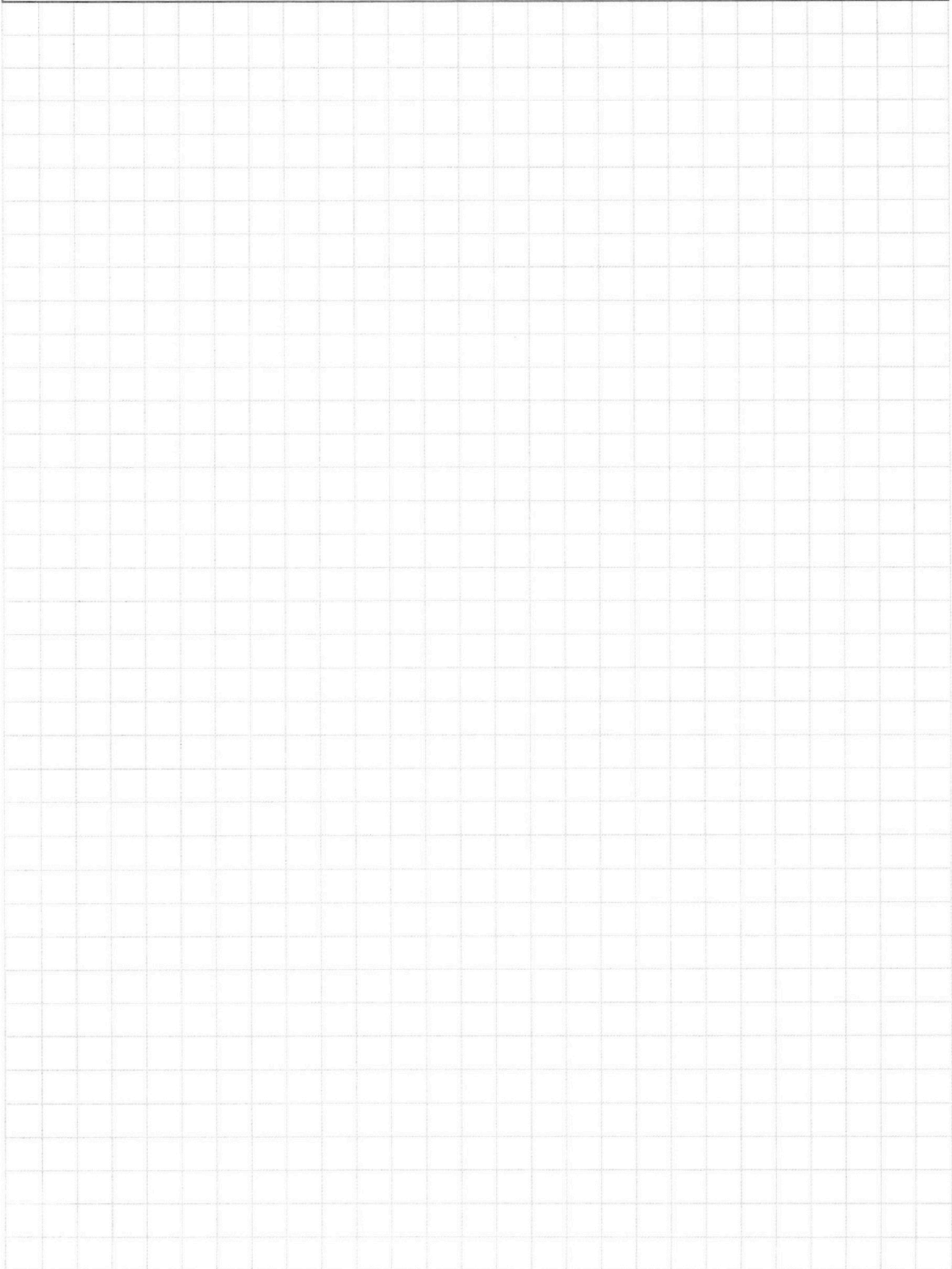
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик

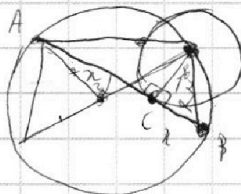
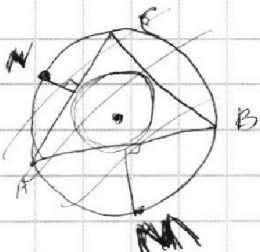
$$\begin{array}{cccccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 0 & 1 & 4 & 10 & 19 & 31 & 46 & 64 & 85 \end{array}$$

10

$$\begin{array}{cccccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 0 & 1 & 4 & 9 & 16 & 25 & 36 & 49 & 64 & 81 \end{array}$$

$$\frac{2+6}{4-6+2+6+36}$$

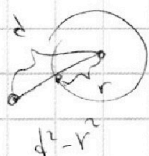
$$40-72 = -32$$



$$\begin{aligned} a+b & \\ a^2+6ab+b^2 & = \\ & = \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab} \end{aligned}$$

$$(a+b)^2 - 8ab \quad \begin{array}{l} a+b \\ \uparrow \uparrow \\ \text{вз. вы.} \end{array}$$

8



$$\frac{4+12}{4+4-4+6+2+6+36+4}$$

$$\frac{1+7}{1-6+7+49} \quad \frac{8}{8-42} = \frac{8}{-34}$$

$$\frac{3 \times 5}{3 \times 5}$$

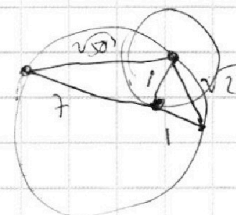
$$x^2 = (x^2 + 1)^2 - 1$$

$$x^2 + 1 = \sqrt{x^2 + 1}$$

$$x^4 + 2x^2 + 1 = x^2 + 1$$

$$x^4 + x^2 = 0$$

$$x^2(x^2 + 1) = 0$$



$$\frac{1+7}{1-6+7+49} = \frac{8}{41}$$

$$25+25-2 \cdot 25 \cdot \cos 2\alpha = 49x^2 + 1$$

$$50 - 50 \cos 2\alpha = 49x^2 + 1$$

$$\cos 2\alpha = \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$$

$$\cos 60^\circ = -\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ$$

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{1}{4}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$$

$$1 - 2 \cdot \frac{1}{4}$$

$$400 - 4 = 396$$

$$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$$

$$x = 2500 + 4 \cdot 99 \cdot 49$$

15

$$\begin{array}{r|l} 49x^4 + 50x^2 - 99 & x^2 - 1 \\ -49x^4 - 49x^2 & \\ \hline 99x^2 - 99 & \end{array} \quad \begin{array}{l} x^2 - 1 \\ 49x^2 = 99 \end{array}$$

$$\frac{50 - 49x^2 - 1}{50} = \cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 1 - 2 \cdot \frac{1}{x^2 + 1}$$

$$\frac{50 - 49x^2 - 1}{50} = 1 - \frac{2}{x^2 + 1}$$

$$50 \cdot 1 - \frac{49x^2 + 1}{50} = x - \frac{2}{x^2 + 1}$$

$$\frac{49x^2 + 1}{50} = \frac{2}{x^2 + 1}$$

$$49x^4 + 49x^2 + x^2 + 1 = 100$$

$$49x^4 + 50x^2 = 99$$

$$x^2(49x^2 + 50) = 99$$

$$1 - 1$$

$$(x+1)(x-1)(49x^2+99) = 0$$

$$49x^2 + 99 = 0$$

$$x^2 = -\frac{99}{49} \quad \times$$

8

x=2



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

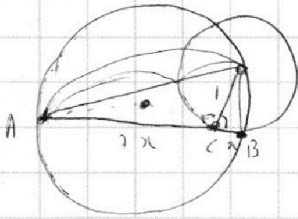
1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик



$$\sqrt{49x^2+1} \cdot (\sqrt{49x^2+1}-1)$$

$$49x^2+1 - \sqrt{49x^2+1} = 49x^2$$

$$1 = \sqrt{49x^2+1}$$

$$x = 0$$

$$x^2+1 - \sqrt{x^2+1} = x^2$$

$$1 = \sqrt{x^2+1}$$

$$\sqrt{x^2-5x+3} - \sqrt{x^2+2x+1} = 2-7x$$

~~4x~~

$$x^2-5x+3 \geq 0$$

$$x^2+2x+1 \geq 0$$

$$(2x-3)(x-1)$$

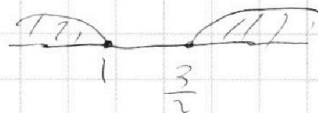
$$x^2+2x+1$$

$$x^2-5x+3$$

$$45x^2-25x \leq 0$$

$$x(45x-25) \leq 0$$

$$x \in [0; \frac{25}{45}] = [0; \frac{5}{9}]$$



$\mathbb{R}^+$

$[0; 1]$

$$x^2+2x+1 \geq x^2-5x+3$$

$$7x \geq 2$$

$$x \geq \frac{2}{7}$$

$$x \leq \frac{2}{7}$$

$$\frac{5}{9} < \frac{3}{2}$$

$$\frac{2}{7} < \frac{5}{9}$$

$$18 < 45$$

$[0; \frac{2}{7}]$

$[\frac{2}{7}; 1]$

$[0; \frac{2}{7}]$   $\rightarrow$   $2-7x > 0$

$[\frac{2}{7}; 1]$   $\rightarrow$   $2-7x < 0$

Нет решения? Если  $(\frac{2}{7})$

$[0; \frac{5}{9}]$  I  $\downarrow$

$[0; \frac{5}{9}]$  II  $\uparrow$

$2-7x \downarrow$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$D = 25 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 1 \quad D = 4 - 4 \cdot 1 \cdot 2$$

$$2x^2 - 5x + 3 + 2x^2 + 2x + 1 - 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)} = 45x^2 - 28x + 4$$

$$4x^2 - 3x + 4$$

$$-2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)} = 45x^2 - 25x$$

$$45x^2 - 25x \leq 0$$

$$4(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1) = (45x^2 - 25x)^2$$

$$4(4x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 10x^3 - 10x^2 - 5x + 6x^2 + 6x + 3) = 45^2 x^4 - 50 \cdot 45 x^3 + 625 x^2$$

$$\begin{array}{r} \times 45 \\ 45 \\ \hline 225 \\ + 225 \\ \hline 18025 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 45 \\ 45 \\ \hline 2250 \end{array}$$

$$16x^4 + 16x^3 + 8x^2 - 40x^3 - 40x^2 - 20x + 24x^2 + 24x + 12 = 45^2 x^4 - 50 \cdot 45 x^3 + 625 x^2$$

$$16x^4 - 24x^3 - 8x^2 + 4x + 12 = 45^2 x^4 - 2250 x^3 + 625 x^2$$

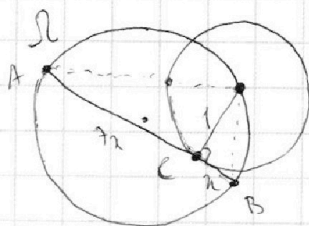
$$(2025 - 16)x^4 - (2250 - 24)x^3 + (625 + 8)x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$2009x^4 - 2226x^3 + 633x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$2009x^4 - 2226x^3 + 633x^2 - 4x - 12 \quad \begin{array}{r} 7x - 2 \\ \underline{2226x^3 - 1414x^2 + 2828x - 14} \\ 2226x^3 - 1414x^2 + 2828x - 14 \\ \hline 633x^2 - 4x - 12 \end{array}$$

$$2009 - 2226 + 633 - 4 - 12$$

$$8(4018 - 2226) + 633 \cdot 4 - 8 - 12 = 0$$



$$AC : CB = 7$$

$$\sqrt{49x^2 + 1} \cdot (\sqrt{49x^2 + 1} - 1)$$

$$49x^2 + 1 - \sqrt{49x^2 + 1} = 49x^2$$

$$1 - \sqrt{49x^2 + 1} \quad 1 = 49x^2 + 1$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$ab : 2^{14} 7^{10}$$

$$ab = 2^{14} 7^{10}$$

$$bc : 2^{17} 7^{11}$$

$$bc = 2^{17} 7^{11}$$

$$ac : 2^{20} 7^{37}$$

$$\frac{a}{b} : ac = 2^{20} 7^{37}$$

$$\frac{a}{b} = 2^3 \cdot 7^{20}$$

$$a^2 = 2^{17} 7^{30}$$

$$a^2 = 2^{18} 7^{30}$$

$$a = 2^9 7^{15}$$

$$b = 2^5 7$$

$$abc = 2^{28} 7^{32}$$

2)

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

$$\frac{a+b}{(a-b)^2-4ab}$$

$$a^2-6ab+b^2 \quad D = 36b^2-4b^2 = 32b^2$$

$$\frac{6b \pm \sqrt{32}b}{2} = \frac{6b \pm 4\sqrt{2}b}{2} = 3b \pm 2\sqrt{2}b$$

$$\frac{1}{a-6b+b^2/a} + \frac{1}{a^2/b-6a+b}$$

$$\frac{1}{1-6b/a+b^2/a^2} + \frac{1}{a^2/b-6a+b}$$

$$\frac{1/a}{1/a}$$

$$\frac{1+b/a}{a-6b+b^2/a}$$

$$\frac{\frac{1}{a} + \frac{b}{a^2}}{1-6b/a + \frac{b^2}{a^2}} =$$

$$= \frac{\frac{1}{a}(\frac{b}{a} + 1)}{(\frac{b}{a} - 3 - 2\sqrt{2})(\frac{b}{a} - 3 + 2\sqrt{2})}$$

$$36 - 4 \cdot 32$$

$$x^2 - 6x + 1$$

$$D = 36 - 4 \cdot 1 = 32$$

$$\frac{6 \pm 4\sqrt{2}}{2} = 3 \pm 2\sqrt{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик.

$$ab: \begin{matrix} 2^{14} 7^{10} \\ k_1 2^{14} 7^{10} \end{matrix}$$

$$bc: \begin{matrix} 2^{17} 7^{17} \\ k_2 2^{17} 7^{17} \end{matrix}$$

$$ac: \begin{matrix} 2^{20} 7^{37} \\ k_3 2^{20} 7^{37} \end{matrix}$$

$$k_1 k_2 k_3 2^{51} 7^{64} = a^2 b^2 c^2$$

$$a^1 b^1 c^2 \min 2^{51} 7^{64}$$

$$2^{52} 7^{64} = a^2 b^2 c^2$$

$$abc = 2^{26} 7^{32}$$

$$2^{26} 7^{38} = abc$$

$$ac \quad b = 7 \cdot 2^6$$

$$c = 7^{28} \cdot 2^{12}$$

$$a = 7^{11} \cdot 2^9$$

$$abc = 2^x 7^y$$

$$c =$$

$$37 \cdot 2 = 74$$

$$2^{25} 7^{37}$$

$$c = 2^{12} 7^{27}$$

$$b = 2^6 7^4$$

$$a = 2^9 7^{10}$$

$$18 + 9 = 27$$

$$\begin{matrix} b = 2^5 7^4 \\ a = 2^9 7^{10} \\ c = 2^{12} 7^{27} \end{matrix}$$

$$\begin{array}{r|l} 2009x^4 - 2226x^3 + 633x^2 - 4x - 12 & 7x - 11 \\ - 2009x^4 - 3444x^3 & \\ \hline 1218x^3 + 633x^2 - 4x - 12 & \\ - 1218x^3 - 1988x^2 & \\ \hline 2621x^2 - 4x - 12 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ \times 217 \\ 12 \\ \hline 5574 \\ 287 \\ \hline 34440 \\ 2226 \\ \hline 1218 \\ \hline 12 \times 174 \\ 12 \\ \hline 248 \\ 174 \\ \hline 1588 \\ + 633 \\ \hline 2621 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик  
1) (0; 0)

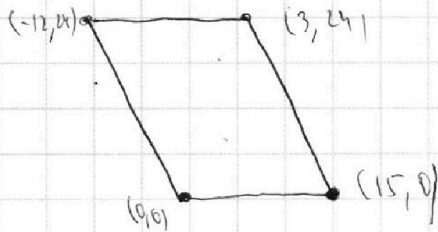
P (-12; 24)

Q (3; 24)

R (15; 0)

A (x<sub>1</sub>; y<sub>1</sub>)    B (x<sub>2</sub>; y<sub>2</sub>)

x<sub>1</sub>



$$0 < x < 15 \quad \text{и} \quad 0 < y < 24$$

$$2 \cdot 15 - 0 + 24 - 0 - 12$$

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

$$(y_2 - y_1)(x - x_1) = (y - y_1)(x_2 - x_1)$$

$$(12 - 24)(x - 0) = (y - 0)(15 - 0)$$

$$12x - 24x_2 + 24x_1 - 12x_1 + 2x_1x_2 - 2x_1^2 = yx_2 - yx_1 - yx_2 + yx_2$$

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

$$y = ax + 10b$$

$$x^2 + a^2x^2 = 20axb + 100b^2 - 4$$

$$x^2 + 16x + 64 + a^2x^2 + 20axb + 100b^2 - 1$$

$$x^2(a^2+1) + x(20ab) + 100b^2 - 4$$

$$x^2(a^2+1) + x(16+20ab) + 100b^2 + 63$$

$$D = 20^2 a^2 b^2 - 4(100b^2 - 4)(a^2 + 1)$$

$$D = (16 + 20ab)^2 - 4(100b^2 + 63)(a^2 + 1)$$

$$-20ab \pm \sqrt{20^2 a^2 b^2 - 4(100b^2 - 4)(a^2 + 1)}$$

$$\frac{100b^2 - 4}{a^2 + 1} - \frac{(100b^2 + 63)(a^2 + 1)}{a^2 + 1}$$

$$100b^2 - 4 = 100b^2 + 63$$

$x_1$      $x_2$   
 $(-\infty, x_1] \cup [x_2, \infty)$   
 $[x_1, x_2]$   
 $(-\infty, x_1] \cup [x_2, \infty)$