



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-13; 26)$, $Q(3; 26)$ и $R(16; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№1

$$ab : 2^{15} \cdot 7^{11}$$

$$bc : 2^{17} \cdot 7^{12}$$

$$ac : 2^{23} \cdot 7^{39}$$

$$\Rightarrow a^2 b^2 c^2 : 2^{(15+17+23)} \cdot 7^{(11+12+39)} = 2^{55} \cdot 7^{68}$$

П.к. $a^2 b^2 c^2$ - квадрат (числа abc), то все степени в формуле для $a^2 b^2 c^2$ должны быть четными, и при этом п.к. $a^2 b^2 c^2 : 2^{55} \cdot 7^{68}$ то степени в формуле должны делиться на 2
 простые ≥ 56 , а $7 - \geq 68$. $\Rightarrow abc : 2^{28} \cdot 7^{34}$

$\Rightarrow abc \geq 2^{28} \cdot 7^{34}$

$ab : 2^{15} \cdot 7^{11}$

$bc : 2^{17} \cdot 7^{12} \Rightarrow a^2 b^2 c^2 : 2^{55} \cdot 7^{68}$

$ac : 2^{23} \cdot 7^{39}$

П.к. $a^2 b^2 c^2$ - квадрат (числа abc) то степени в формуле должны делиться на 2

и все степени в формуле должны делиться на 2 $\Rightarrow (a^2 b^2 c^2)_2 \geq 56$

$\Rightarrow (abc)_2 \geq 28, (abc)_7 \geq 34 \Rightarrow abc \geq 2^{28} \cdot 7^{34}$ п.к. ≥ 14 .

Пример, когда достигается равенство:

да. Но при этом $abc : ac : 7^{34} \Rightarrow (abc)_7 \geq 34$

Значит, $abc \geq 2^{28} \cdot 7^{34}$

Пример, когда достигается равенство:

$a = 2^{10} \cdot 7^{11}$
 $b = 2^5$
 $c = 2^{13} \cdot 7^{18}$

$\Rightarrow abc = 2^{28} \cdot 7^{34}$

Ответ $\min(abc) = 2^{28} \cdot 7^{34}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2

Если

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

сократится на m ,

то и

$$\frac{a^2+b^2-7ab}{a+b}$$

сократится на m .

$$\frac{a^2+b^2-7ab}{a+b} = \frac{(a+b)^2-9ab}{a+b} = a+b - \frac{9ab}{a+b} \Rightarrow$$

$\frac{-9ab}{a+b}$ должно делиться сократится на m . П.к. $(a,b)=1$,

то $(ab, a+b)=1 \Rightarrow$ Если что и сокращается

в числителе, то только 9 делится

в множитель $9 \Rightarrow m \leq 9$. Пример:

$$a=7, b=2 \Rightarrow \frac{a+b}{a^2-7ab+b^2} = \frac{9}{-45} = -\frac{1}{5}$$

Ответ: $\max(m) = 9$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

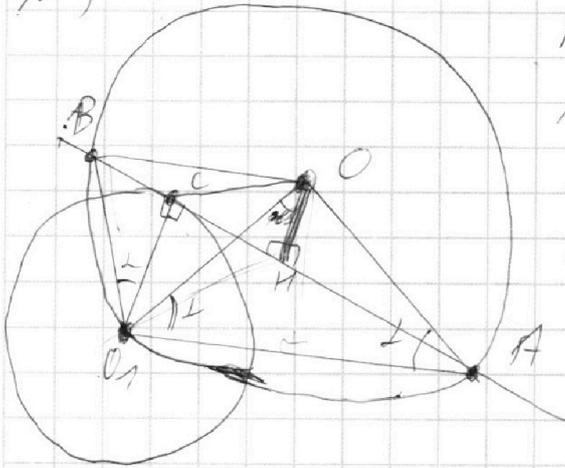
1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№ 3



по углам. $OC = 4$, $BC = 7$ ($\Rightarrow BC = 4x$)
 $AC = 14x$ $AO = OO_1 = OB = 13$

~~угол~~ $\angle BO_1C = \alpha$

по углу $\angle C = \frac{BC}{OC} = \frac{4x}{4} = x$ П.К.

$OB = OA$ как радиусы, т.
 $\triangle OBA$ - равнобедренный \Rightarrow высота OH -
и медиана и биссектриса $= AH =$
 $BH = \frac{AB}{2} = 12x \Rightarrow CH = BH - BC = 5x$

Если $\angle = \angle O_1CH$ т.к. $\triangle O_1CB$ - равнобедренный \Rightarrow если $x > 1$
противоположно

то $\angle A < \angle C \Rightarrow AH > 12x$, $OH < 5 \Rightarrow CH > 5 \Rightarrow x < 1$, если $x < 1$,
то $AH < 12 \Rightarrow OH > 5 \Rightarrow CH < 5 \Rightarrow x > 1$ - противоречие

$\Rightarrow x = 1, \Rightarrow AB = 14x = 14$

Ответ: 14

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№6 $\textcircled{1} \{ ax+y-8b=0$

$\textcircled{2} \{ (x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \leq 0$

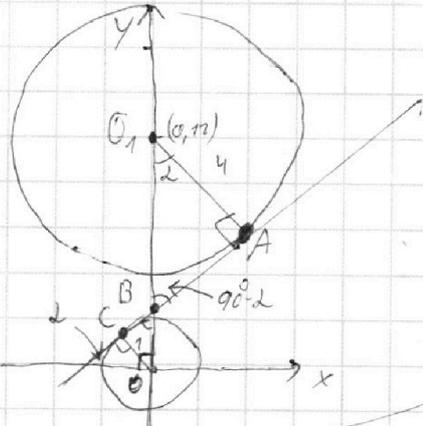
$\textcircled{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2 \leq 1 \\ x^2+(y-12)^2 \geq 16 \\ x^2+y^2 \geq 1 \\ x^2+(y-12)^2 \leq 16 \end{cases}$

- на координатной плоскости $OxOy$ это две окружности, центрами в $O(0,0)$ и $O_2(0,12)$ соответственно, и радиусами r_1 и r_2 соответственно. Если точки на окружности, то точки из области между окружностями.

$\textcircled{1}$ - прямая вида $y = -ax + 8b$, и если нужно

чтобы имели либо 2 решения, нужно чтобы эта прямая была касательной к окружностям, т.к. перпендикулярна радиусу и кругу - либо 0, либо 1 (случае касания) либо бесконечно много.

1 сл. Если касательная внутренняя:



Пусть O и O_2 - центры кругов, A и C - точки касания (касана ABC), B - точка пересечения прямой $ax+y-8b=0$ и Oy . т.к. Если прямая задана уравнением $y=kx$, то $k = \text{tg} \alpha$, α - угол между прямой и Ox .

ΔO_2AB , $\angle BO_2A = \alpha$ т.к. $\angle CBO = 90^\circ - \alpha$ (касательная перпендикулярна радиусу) $\angle CBA = \alpha$ (как вкрт.) $\angle CBA = \alpha$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

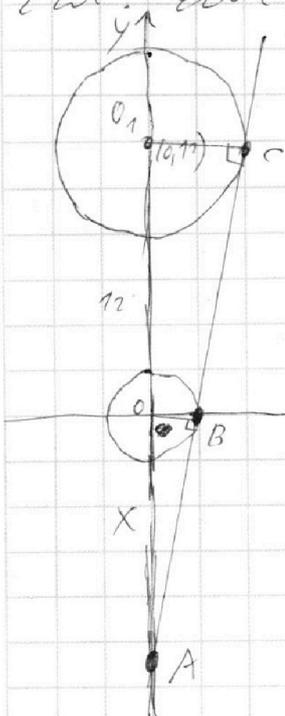
1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№6 (курсом)
 Пусть пусть угол между касательной и $OX = \alpha$
 (угол OX острый, т.к. касательная симметрична
 относительно OY , то если касательная
 прошла ниже OY , то если касательная
 прошла выше OY , то и $-a$ пройдет,
 где тогда $\tan \alpha = -a$ т.к. $-a$ координата x в
 упр-ии прямой. Тогда $\angle BOA = 90^\circ$ по сумме
 углов ΔO_1BA как верт. $\Rightarrow \angle BO_1A = \angle BOA$
 сумма углов ΔO_1BA $\Rightarrow O_1BC$ как $\angle C$ верт.
 углов $\Rightarrow \angle COB = \alpha$. $\cos \alpha (\cos \Delta O_1BA) = \frac{4}{O_1B}$; $\cos \alpha (\cos \Delta O_1BC)$
 $= \frac{1}{OB} \Rightarrow$ ~~тогда~~ если $OB = x$, то $O_1B = 12 - x$, т.к. $OO_1 = 12$,
 $\Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{4}{12-x} \Rightarrow 4x = 12 - x \Rightarrow x = 2, 4 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{5}{12} \Rightarrow \alpha = \arccos \frac{5}{12}$
 $\Rightarrow a = \pm \tan(\arccos \frac{5}{12})$, тогда $b = x \Rightarrow b = 0, 6$
 (т.к. b - координата точки пересечения
 касательной и OY т.е. точка B)
 2 сл. Если касательная внешняя:



Пусть $OA = x$, тогда $O_1A = 12 + x$. $\sin \alpha =$
 $= \frac{OB}{OA} (\sin \Delta OBA) = \frac{O_1C}{O_1A} (\sin \Delta O_1CA) \Rightarrow$
 $\frac{1}{x} = \frac{4}{12+x} = \sin \alpha \Rightarrow 3x = 12 \Rightarrow x = 4 = \frac{1}{\sin \alpha}$
 $\Rightarrow a = \pm \tan(\arcsin \frac{1}{4})$ (т.к.
 касательная внешняя касательная
 для окружностей и дуги окружности
 симм. $OY \Rightarrow$ если a - координата x и
 $-a$ пройдет) тогда $b = 4$ (т.к. абсцисса
 той, что у координата точки A)

Ответ: $a = \pm \tan(\arcsin \frac{1}{4})$
 $a = \pm \tan(\arccos \frac{5}{12})$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

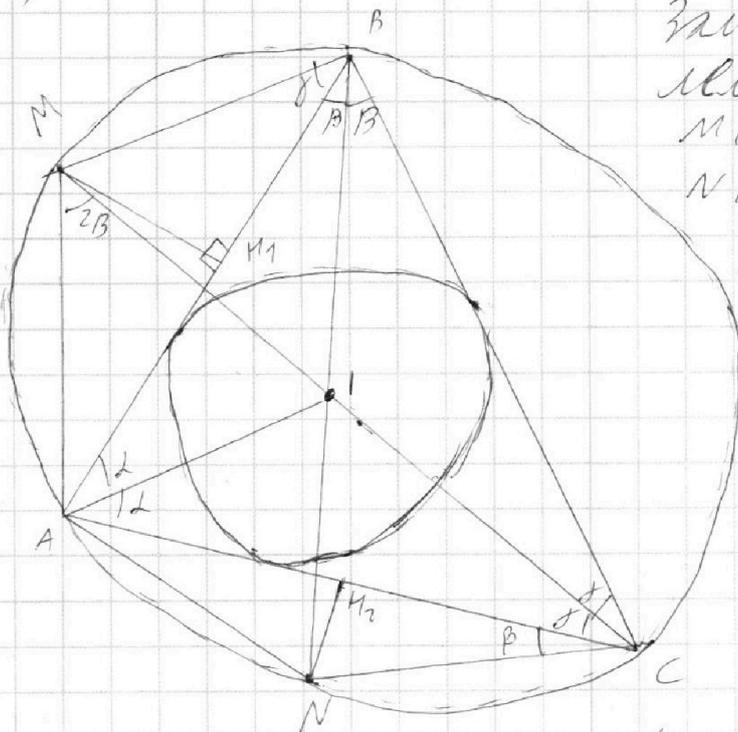
1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№7



Заметим, что $MI = AM = MB$, и $NI = NA = NC$. Пусть $\alpha = \angle BAI = \angle IAC = 2$;

$\angle ABI = \angle IBC = \beta$;
 $\angle ACI = \angle ICB = \gamma$;
 (т.к. I - центр вписанной окружности, тогда BI, CI, AI - биссектрисы углов B, C, A соответственно.)

$\angle AMI = 2\beta$ как внешний,
 $\angle ANI = 2\gamma$ как внешний,

$\angle ANI = \beta$ и $\angle ABM = \gamma$ как вертикальные, отсюда на дугах AN и AM соответственно; заметим, что MI и NI - биссектрисы

углов M и N на прямых AB и AC , то $MB = \frac{5}{\sin \gamma}$, $NC = \frac{7,5}{\sin \beta}$ - $NA = NI$ по т. косинусов -

$$\text{СВ для } \triangle AMI \quad AI^2 = AM^2 + MI^2 - 2 \cdot AM \cdot MI \cdot \cos 2\beta =$$

$$= \frac{2 \cdot 25}{\sin^2 \gamma} - 2 \cdot \frac{25}{\sin \gamma} \cdot \cos 2\beta, \text{ а по т. косинусов для } \triangle ANI$$

$$AI^2 = AN^2 + NI^2 - 2 \cdot AN \cdot NI \cdot \cos 2\gamma = \frac{2 \cdot 7,5^2}{\sin^2 \beta} - \frac{2 \cdot 7,5^2}{\sin \beta} \cdot \cos 2\gamma =$$

$$\Rightarrow AI^2 = \frac{2 \cdot 25}{\sin^2 \gamma} (1 - \cos 2\beta) = \frac{2 \cdot 6,25}{\sin^2 \beta} (1 - \cos 2\gamma) =$$

$$= \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = 2 \sin^2 \alpha. \Rightarrow AI^2 = \frac{50 \cdot 2 \sin^2 \beta}{2 \sin^2 \gamma} =$$

$$= \frac{12,5}{\sin^2 \beta} \cdot 2 \sin^2 \gamma \Rightarrow \frac{\sin^2 \gamma}{\cos^2 \beta} = \frac{50}{12,5} \Rightarrow \frac{\sin^2 \gamma}{\sin^2 \beta} = \sqrt{\frac{5 \cdot 5^2}{1 \cdot 2,5^2}} =$$

$$= 2 \Rightarrow AI^2 = \frac{2 \cdot 25}{\sin^2 \gamma} \cdot 2 \sin^2 \beta = 50 \Rightarrow AI = 5\sqrt{2}$$

Ответ: $5\sqrt{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + (y-1)^2 \geq 16 \end{cases}$$
$$\begin{cases} x^2 + y^2 \geq 1 \\ x^2 + (y-1)^2 \leq 16 \end{cases}$$

$$ax + y - 2b = 0$$

$$y = -ax + 2b$$

$$y = kx + b$$

$$x^2 + (y-1)^2 = 16$$

$$\frac{12-x}{y} = \cos \alpha$$

$$\frac{y}{12-x} = \cos \alpha = \frac{1}{x} \Rightarrow$$

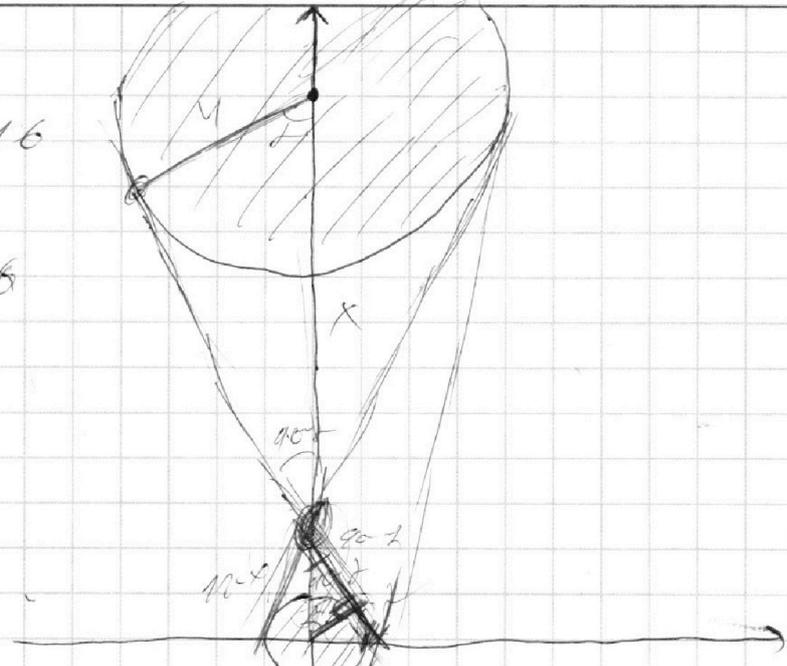
$$yx = 12 - x \Rightarrow x = \frac{12}{5} = 2,4$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{5}{12} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{12}{13} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{12}{5} = -a$$

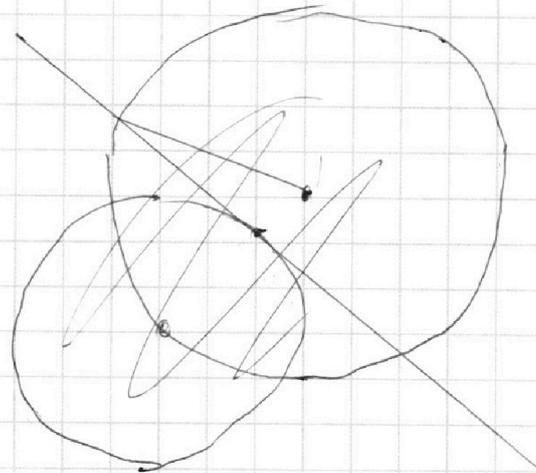
$$a = \pm \frac{12}{5} \Rightarrow b = 2,4$$

$$6x = \frac{12}{5}$$

$$x = \frac{2}{5}$$



$$-a = \tan \alpha$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



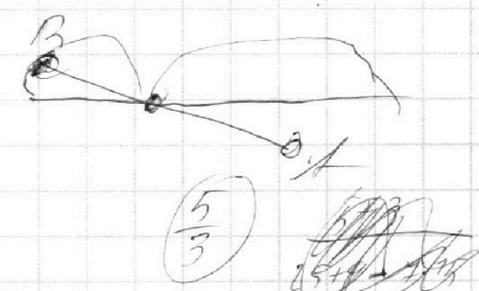
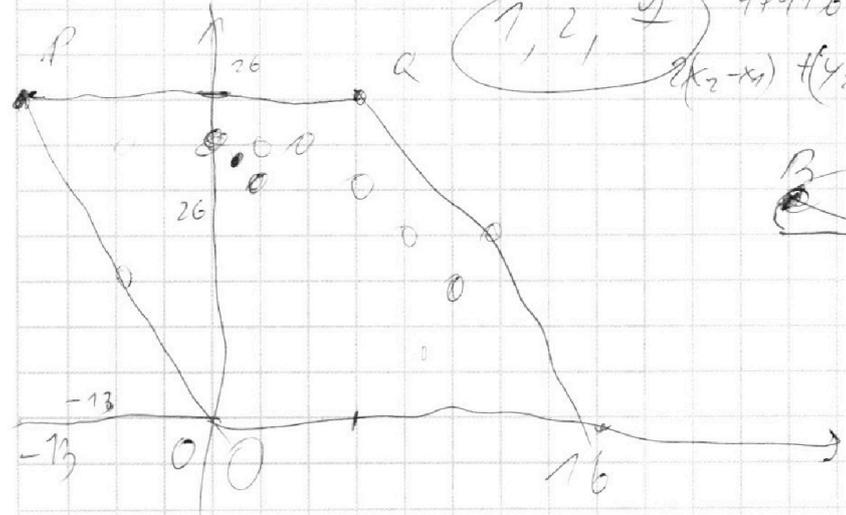
$$\begin{aligned}
 & \cancel{12x^4} + 226x^2 + 4 \cancel{6x^3} - 12x^2 + 60x = \cancel{26x^4} + 12x^2 - \cancel{4x^3} - 7x^2 \\
 & - 24x + 24x^2 + 24x + 8 \\
 & 27x^4 + 54x^3 - \cancel{12x^2} - \cancel{60x} - 249x^2 - 60x + 4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 432 + 432 + 4 - 996 + 120 \\
 & \hline
 & 868
 \end{aligned}$$

$$432 \cdot 2^4 + 432 \cdot 2^3 = 432(4 + 2)$$

$$\begin{aligned}
 & 3x^2 - 6x + 2 = 0 \\
 & 6 \pm \sqrt{36 - 24} \\
 & \hline
 & 6 \\
 & 6 \pm 2\sqrt{3} \\
 & \hline
 & 6
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 20368 + 4 - 996 + \dots \\
 & 9436 + 4 - 996 + \dots \\
 & 4 + 916 = 920 \quad -3 \pm \sqrt{9 - 72} = 0 \\
 & 2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 14
 \end{aligned}$$



$$x_2 - x_1 \leq 16 - (-13) = \boxed{\leq 29}$$

$$\begin{aligned}
 & y_2 - y_1 \leq 26 \\
 & \neq 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 4a - 4a + 4 = 4 \\
 & -4a + 4 = -45 \quad a + b = \frac{49}{a+b} \Rightarrow a > 9
 \end{aligned}$$

Если 9 координат
тогда это верно
и 24b^2 - 7ab - 4a^2

$$\begin{aligned}
 & (a+b)^2 - 9ab \\
 & \frac{(a+b)^2 - 9ab}{a+b} = a+b - 9 \\
 & a+b > 9
 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Handwritten solution on grid paper featuring a geometric diagram of a circle with points A, B, C, O1, O2 and various annotations.

24904

$AC = \frac{14}{9}$

$x = 1$

$3x^2 - 15x - 2$

$3x^2 - 6x + 2 = (1 - 9x^2) \sqrt{3x^2}$

$3x^2 - 6x + 2 + 3x^2 + 3x + 1 = 1 - 10x + 4x^2 + 2\sqrt{(x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)}$

$-3x^2 + 15x + 2 = 2\sqrt{\dots}$

$(3x^2 - 15x - 2)^2 = 4(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)$

$27x^4 + 81x^3 - 204x^2 - 60x + 4 = 4(9x^4 + 6x^3 + 3x^2 - 12x^3 - 72x^2 - 6x + 6x^2 + 6x + 2)$

$27x^4 + 81x^3 - 204x^2 - 60x + 4 = 4(9x^4 - 6x^3 - 66x^2 + 6x + 2)$

$27x^4 + 81x^3 - 204x^2 - 60x + 4 - 36x^4 + 24x^3 + 225x^2 - 24x + 8 = 0$

$-9x^4 + 105x^3 - 132x^2 - 54x + 12 = 0$

$3x^2 - 35x + 4 = 0$

$x_1 = 1, x_2 = 12$

$42 = 9 \cdot 6, 48 = 6 \cdot 8$

$225 - 36 = 189$

$225 - 84 = 141$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Handwritten solution on grid paper for a geometry problem involving a triangle and its medians.

Top Diagram: Triangle ABC with medians AM, BN, and CP intersecting at centroid O. A circle is drawn with center O and radius OM. A point M' is marked on the circle. Handwritten notes include: $2x_2 - 2x_1$, $2(x_2 - x_1)$, $y_2 - y_1 = 2y$, $y_2 - y_1 = 2y$, $AM = \frac{5}{\sin \gamma}$, $NC = \frac{2.5}{\sin \beta}$, $\cos 2\alpha = \cos^2 \beta - \sin^2 \beta$, $\cos 2\gamma = \cos^2 \gamma - \sin^2 \gamma$, $AM = \frac{2.5}{\sin \beta}$, $AN = \frac{2.5}{\sin \gamma}$, $\frac{AM}{AN} = \frac{\sin \beta}{\sin \gamma}$, $AM = 5 \cdot \sin \gamma$, $BM = \frac{5}{\sin \gamma} \Rightarrow AI = \frac{2.5}{\sin \gamma} (1 - \cos \beta)$, $AI = \sqrt{30} = 3\sqrt{2}$.

Bottom Diagram: Triangle ABC with medians AM, BN, and CP intersecting at centroid O. A point I is marked on the median AM. Handwritten notes include: $AI = \frac{2 \cdot 2.5}{\sin^2 \gamma} - \frac{2 \cdot 2.5}{\sin^2 \gamma} \cdot (\cos^2 \beta - \sin^2 \beta)$, $= \frac{2 \cdot 6.25}{\sin^2 \beta} - \frac{2 \cdot 6.25}{\sin^2 \beta} \cdot (\cos^2 \gamma - \sin^2 \gamma)$, $\frac{\sin 2\gamma}{\sin^2 \beta} = \frac{5(1 - \cos 2\beta)}{2.5(1 - \cos 2\gamma)}$, $\frac{\sin \gamma}{\sin \beta} = \frac{5}{2.5(1 - \cos^2 \beta)}$, $\frac{\sin \gamma}{\sin \beta} = 2 \sqrt{\frac{1 - \cos 2\beta}{1 - \cos 2\gamma}}$, $\frac{\sin \gamma}{\sin \beta} = 2 \sqrt{\frac{2 \sin^2 \beta - \sin^2 \gamma}{2 \sin^2 \gamma - \sin^2 \beta}}$.

Bottom Left: $\frac{\sin \gamma}{\sin \beta} = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{5 \sin \gamma}{5 \sin \beta} = \sqrt{2}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{\sin(90^\circ + \alpha)}{\cos(90^\circ - \beta)}$
 $\frac{\sin \alpha}{\cos \beta}$

$\angle C = 75^\circ$
 $\angle A = 135^\circ$
 $\angle B = 30^\circ$

$AC = 12$

$AB = X$
 $\cos \beta = \frac{AC}{AB}$
 $\cos 30^\circ = \frac{12}{X}$
 $X = \frac{12}{\cos 30^\circ} = \frac{12}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{24}{\sqrt{3}} = 8\sqrt{3}$

$\frac{\sin 90^\circ}{\cos 90^\circ} = \frac{\sin \alpha}{\cos \beta}$
 $\frac{1}{0} = \frac{\sin \alpha}{\cos \beta}$

$\angle C = 75^\circ$
 $\angle A = 135^\circ$
 $\angle B = 30^\circ$

$AC = 12$

$AB = X$
 $\cos 30^\circ = \frac{12}{X}$
 $X = \frac{12}{\cos 30^\circ} = 8\sqrt{3}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

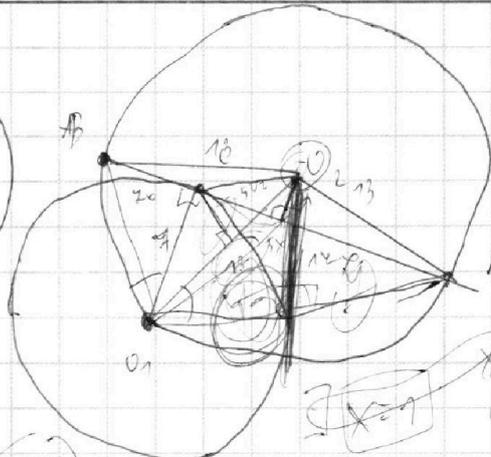
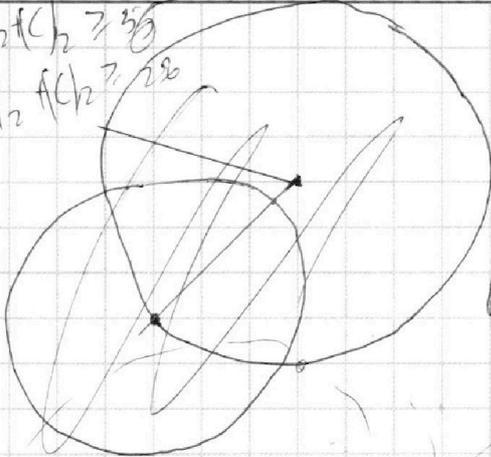
1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

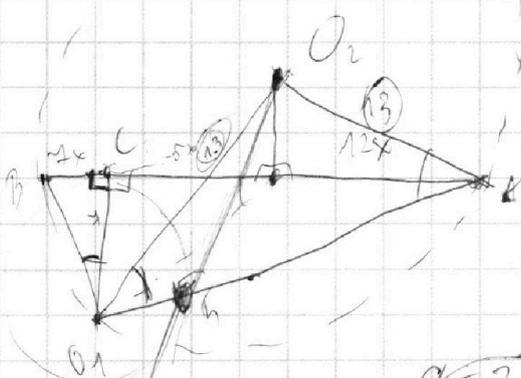
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$2a_2 + b_2 + c_2 \geq 33$
 $(a_2 + b_2) + c_2 \geq 28$



$24 + c = 29$
 $24 + c \leq 26$
 $x \Rightarrow \begin{cases} x \leq 26 \\ x \geq 24 \end{cases}$



$(a+b) \geq 11$

$x = \frac{12c}{0.1c} = 120$
 $= 120$

$\frac{15}{11} \quad 55$

$ab = 2^{\frac{15}{7}}$

$a+b \geq 11$
 $a+c \geq 16$
 $b+c \geq 39$
 $b \geq 39 - c$

$31 = 23 + 2b$
 $41 = 2b$

$ab = 2^{\frac{15}{7}}$

$b = 6.5$
 $bc = (c^{\frac{14}{9}})^{\frac{16}{9}} \Rightarrow c = 2^{\frac{14}{9}}$

$\Rightarrow a = 9, 10, 11, 13$

$a = 2^{10}$
 $c = 2^{13}$
 $b = 2^5$

$a + 39 - c \geq 41$
 $a - c \geq 2$
 $a + c \geq 16$
 $2c \geq 46$
 $c \geq 23$

$34 = 29 + 2b$
 $29 = 39 + 2b$

$\Rightarrow a = 0$
 $b = 29, 31, 33$
 $c = 28$