



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-12;24)$ ,  $Q(3;24)$  и  $R(15;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

МФТИ

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$N1 \quad ab: 2^{14} \cdot 7^{10} \quad bc: 2^{17} \cdot 7^{17} \quad ac: 2^{20} \cdot 7^{37}$$

Т.к. 2 и 7 взаимно просты, то можно решать где них отдельно

$$ab: 7^{10} \quad bc: 7^{17} \quad ac: 7^{37}$$

→ степень вхождения 7 в  $a = A$  в  $b = B$  и в  $c = C$ .

$$\Rightarrow A+B \geq 10$$

$$B+C \geq 17$$

$$A+C \geq 37$$

$$\Rightarrow C-B \geq 27$$

$$B+C \geq 17 \Rightarrow C \geq 22$$

$$\frac{A+C}{C-B} \geq \frac{37}{27}$$

$$A-B \geq 20$$

$$A+B \geq 10$$

$$\Rightarrow A \geq 15$$

$$\Rightarrow A+B+C \geq 37$$

Теперь введем дополнительные ограничения где 2.

$$A+B \geq 14$$

$$B+C \geq 17$$

$$A+C \geq 20$$

$$C-A \geq 3$$

$$A+C \geq 20$$

$$A-B \geq 3$$

$$A+B \geq 14$$

$$\rightarrow C \geq 11,5 \text{ но т.к. степень вхождения целая, то } C \geq 12$$

$$\Rightarrow A \geq 8,5$$

$$\text{но т.к. степень вхождения целая, то } A \geq 9$$

$$A+B+C \geq \frac{14+17+20}{2} = 25,5$$

—//—

$$\Rightarrow A+B+C \geq 26$$

→ произведение должно делиться на  $2^{26}$  и  $7^{37}$

$$\Rightarrow \min \text{ это } 2^{26} \cdot 7^{37}$$

$$\text{пример: } a = 2^9 \cdot 7^{15} \quad b = 2^5 \cdot 7^9 \quad c = 2^{12} \cdot 7^{22}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N2 группами словами  $a, b \in \mathbb{N}$   $\text{НОЗ}(a, b) = 1$ .

$$\max(\text{НОЗ}(a^2 - 2ab + b^2; a+b)) - ?$$

$$\begin{aligned} \text{НОЗ}(a^2 - 2ab + b^2; a+b) &= \text{НОЗ}((a-b)^2 - 2ab, a+b) = \text{НОЗ}(-2ab, a+b) = \\ &= \text{НОЗ}(2ab, a+b) = X - ? \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 2ab : X \quad a+b : X \quad \exists a : p, \text{ где } p - \text{какой-то делитель } X \text{ (не 1)}$$

$$\Rightarrow a+b : X \Rightarrow a+b : p \quad \text{и} \quad a : p$$

$$\Rightarrow b : p \Rightarrow \text{НОЗ}(a, b) \neq 1$$

$$\Rightarrow \text{НОЗ}(a, X) = \text{НОЗ}(b, X) = 1$$

$$\Rightarrow \max X = 2, \quad (2ab : X \Rightarrow 2 : X)$$

пример  $a=5, b=3$

$$\frac{a+b}{a^2 - 2ab + b^2} = \frac{8}{25 - 30 + 9} = \frac{8}{-56} \approx \text{сокращается на } 8.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N4

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$2 - 7x = a \quad 2x^2 + 2x + 1 = b \quad \rightarrow \quad 2x^2 - 5x + 3 = a + b$$

$$\Rightarrow \sqrt{a+b} - \sqrt{b} = a \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{ОДЗ} \quad 2x^2 + 2x + 1 \geq 0 \quad D = 4 - 4 = 0 \\ \text{когда при } x^2 > 0 \Rightarrow \text{ветки вверх} \Rightarrow 2x^2 + 2x + 1 > 0 \\ \text{всегда.} \end{array} \right.$$

$$\sqrt{a+b} = a + \sqrt{b}$$

$$a + b = a^2 + b + 2\sqrt{b}a$$

$$a^2 + 2\sqrt{b}a - a = 0$$

$$a(a + 2\sqrt{b} - 1) = 0 \quad \Rightarrow \quad a = 0 \quad \vee \quad a + 2\sqrt{b} = 1$$

①  $a = 0 \Rightarrow 2 - 7x = 0 \quad x = \frac{2}{7} < 1 \Rightarrow$  подходит под ОДЗ

②  $a + 2\sqrt{b} = 1 \Rightarrow 2 - 7x - 1 = -2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$

$$1 - 7x = -2\sqrt{x^2 + 2x + 1} \quad 7x - 1 = 2\sqrt{x^2 + 2x + 1}$$

$$\Rightarrow 7x - 1 \geq 0 \quad \Rightarrow \quad x \geq \frac{1}{7}$$

$$49x^2 + 1 - 14x = 4x^2 + 8x + 4$$

$$45x^2 - 22x - 3 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{22 \pm \sqrt{22^2 + 12 \cdot 45}}{90} = \frac{22 \pm 2\sqrt{256}}{90} = \frac{22 \pm 32}{90} = \frac{54}{90} \vee -\frac{1}{9}$$

$$x > \frac{1}{7} \Rightarrow \text{второй не подходит}$$

$$\frac{1}{7} < \frac{54}{90} < 1 \Rightarrow \text{подходит} \Rightarrow \text{ответ: } \frac{3}{5}; \frac{2}{7}$$

"3"  
5

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N6.

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ (x+8)^2 + y^2 - 1 = 0 \\ x^2 + y^2 - 4 = 0 \end{cases}$$

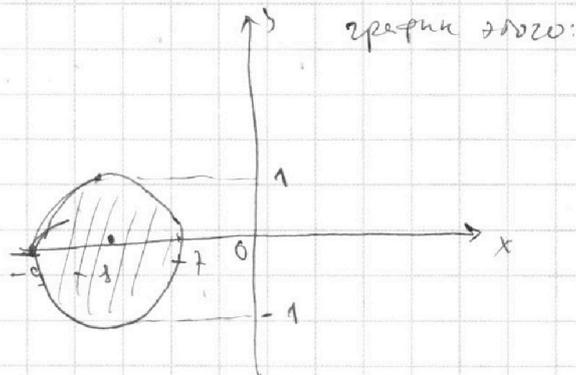
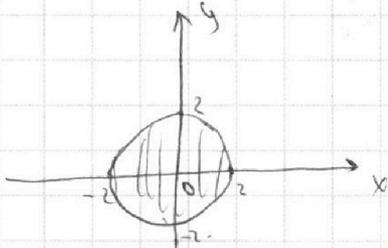
$$(x+8)^2 + y^2 - 1 = 0$$

из 2 следует, что  $x^2 + y^2 - 4 = 0$  и  $(x+8)^2 + y^2 = 1$

1)  $x^2 + y^2 \leq 4$

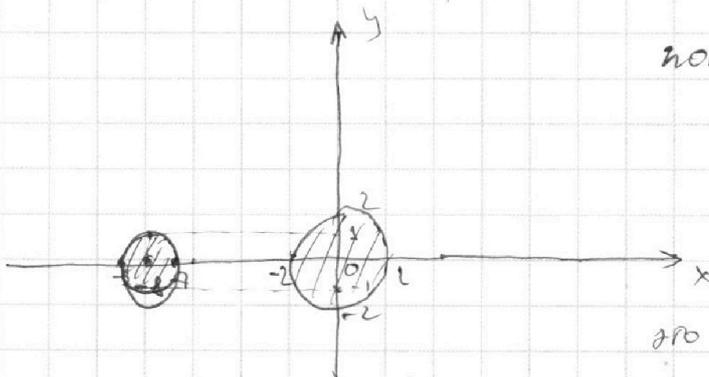
2)  $(x+8)^2 + y^2 \leq 1$

график этого огибающего:



если точка в одном кругу, то ее нет в другом

$$\rightarrow ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) = 0 \text{ имеет график:}$$

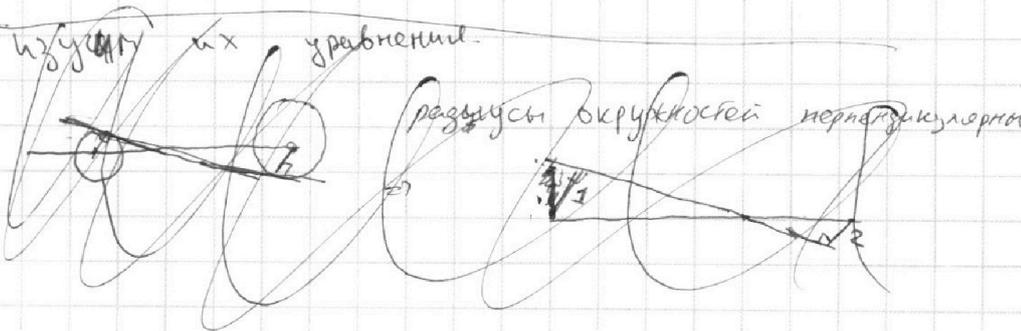


поэтому, что  $ax - y + 10b = 0$   
это прямая.

подумать, как сделать  
ли, чтоб было ровно  
2 решения.

это должны быть касательные

изучить их уравнения.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



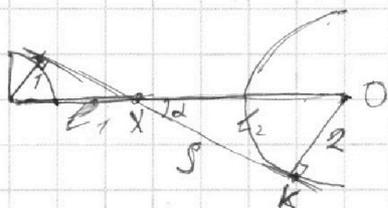
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



продолжение,

1 вариант касательной

разгусты 1 и 2.



обозначим пересечение касательной и оси OX

за X, расстояния от центров

за X за l1 и l2. K - точка касания и окружности

$$\Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \frac{1}{2} \text{ следствие из подобия.}$$

$$4 l_1 + l_2 = s \text{ (из прав. треугольников в точке)}$$

L-угол  $\angle OKK$

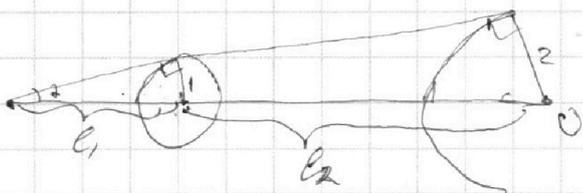
$$\Rightarrow 3 l_1 = s \Rightarrow l_1 = \frac{s}{3} \quad l_2 = \frac{2s}{3}$$

$$\tan \alpha = \frac{OK}{XK} = \frac{2}{l_2^2 - OK^2} = \frac{2}{\frac{4s^2}{9} - 4} = \frac{18}{16s^2 - 9 \cdot 4} = \frac{9}{12s - 18} = \frac{9}{110}$$

2 касательная точно же точка симметрична ей, угол тоже.

$$\Rightarrow \text{если } \alpha = \frac{9}{110} \quad \vee \alpha = -\frac{9}{110} \text{ можно возобраз в. (a - tg угла касания)}$$

2 вариант.



$$\Delta \text{ подобия } \Rightarrow \frac{l_1}{l_1 + l_2} = \frac{1}{2}$$

$$2 l_1 = l_1 + l_2$$

$$l_1 = l_2 = s$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{s^2 - 1}} = \frac{1}{\sqrt{63}} \text{ теор. пифагора}$$

$$\Rightarrow \text{если } a = \frac{1}{\sqrt{63}} \text{ или } -\frac{1}{\sqrt{63}} \text{ тоже подходит}$$

$$\Rightarrow \text{ответ: } -\frac{9}{110}, \frac{9}{110}, \frac{1}{\sqrt{63}}, -\frac{1}{\sqrt{63}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>					

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N7 продолжение.

$$\Rightarrow \frac{AX^2}{SM^2} = AM = MB$$

$$\frac{AX}{SM\beta} = AN = NC \quad \text{по } \Delta H, MB \quad \frac{MH_2}{SM\beta} = MB$$

$$\frac{4,5}{SM\beta} = MB$$

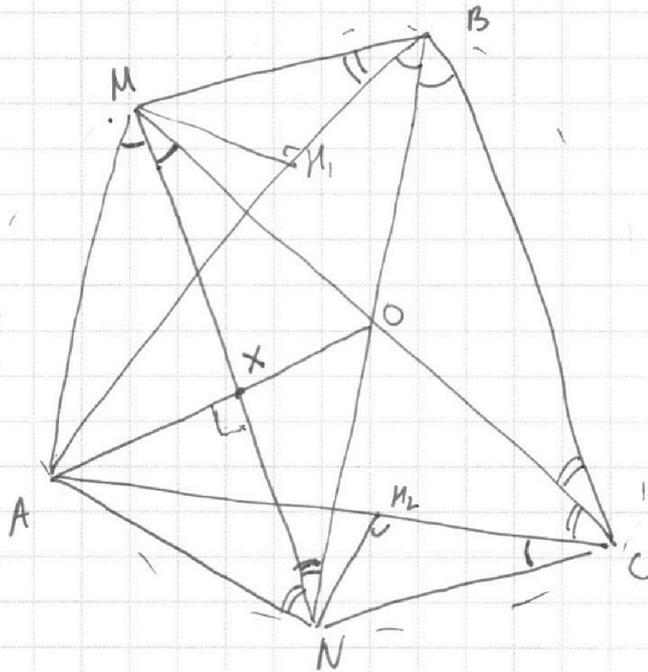
$$\Rightarrow AX = SM \cdot MB$$
$$AX = SM\beta \cdot NC$$

Аналогично  $\frac{2}{SM\alpha} = NC$

$$AX^2 = SM\alpha \cdot NC \cdot SM\beta \cdot MB = MH_1 \cdot NH_2 = 2 \cdot 4,5$$

$$\Rightarrow AX = \sqrt{9} = 3$$

Вот еще раз картинка для большей ясности



(- α  
α - β

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

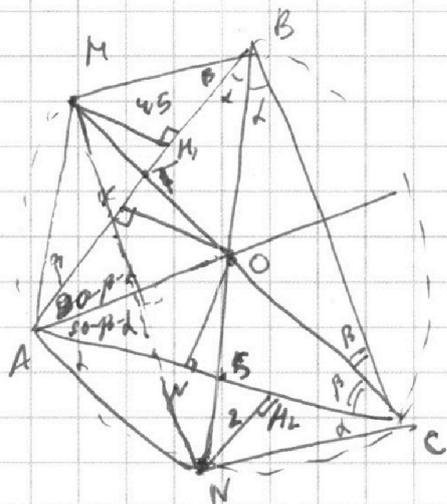
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N7.



M - середина  $\overline{AB}$

N - середина  $\overline{AC}$

$\Rightarrow MC$  - биссектриса  $\angle BCA$

$BN$  - биссектриса  $\angle ABC$

$\angle MCA = \angle MBA$  (опорка на одну дугу)

и  $\angle MAB = \angle MCB$

$\Rightarrow \angle MAB = \angle MBA$ .

Аналогично

$\angle NAC = \angle NCA$

центр вписанной окружности

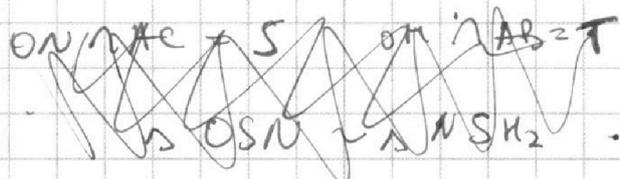
— пересечение биссектрис

$\Rightarrow \triangle MBA$  и  $\triangle NAC$  - р/б.

$\Rightarrow$  каково положение  $AO$ ?

$MK_1 = 4,5$   $NK_2 = 2$ .

опущены  $OK$  и  $OL$  (высоты).  $\Rightarrow OK = OL$  ( $AO$  - бисс.)



Лемма о треугольнике  $AMN$ . что  $AM = OM = BN$

и  $AN = ON = NC$

и обозначен углы как на рисунке

соединим  $MN$   $MO = MA$   $AN = ON$   $MN$  - ось  $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle AMN \cong \triangle NMO$

$\Rightarrow$  это равнобедренный и между углами  $\alpha$  и  $\beta$ .

угол  $\beta$ .  $\Rightarrow \angle AMN = \alpha$  и  $\angle ANM = \beta$  ( $\angle MBN$  и  $\angle MCA$  опираются

на одну и ту же дугу.  $\Rightarrow \exists AO \cap MN = X$ .  $\Rightarrow AX = OX$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

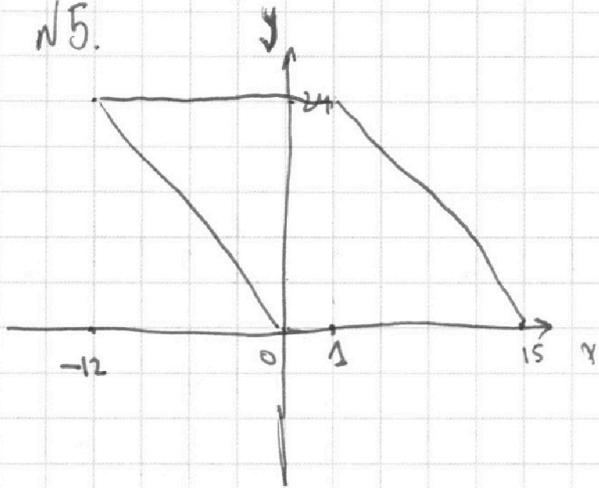
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>						

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5.



$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12.$$

Рассесть 2 расстояния между  
точками по  $x$ .  
+ расстояние по  $y$   
 $= 12$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab : 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$bc : 2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$ac : 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$\frac{37}{17} = 2 \frac{3}{17}$$

$$\Rightarrow abc \text{ min}$$

$$\text{min } abc \rightarrow ?$$

$$ab : 7^{10} \quad bc : 7^{17}$$

$$2^{14} \cdot 7^{10} \cdot 2^{20} \cdot 7^{37} = 2^{34} \cdot 7^{47}$$

$$abc : 2^{25} \cdot 7^{27}$$

$$x \cdot 2^{24}$$

$$ab = x \cdot 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$ab : 7^{10}$$

$$bc : 7^{17}$$

$$ac : 7^{37}$$

$10+17+37 \Rightarrow$  степень входящая 2 в ab.

$$17+17$$

$$64$$

$$14$$

$$ab : 7^{10+x} \quad a-b \geq$$

$$2^{51}$$

$$abc^2 : 7^{64} = 7^{32-17} = 7^{15}$$

$$bc : 7^{17+y}$$

$$c-b \geq 27$$

$$\Rightarrow abc : 2^{26}$$

$$ac : 7^{37+z}$$

$$c-a \geq 20$$

$$abc : 7^{27}$$

$$abc^2 : 22$$

$$abc^2 : (54+x+y+z)$$

$$abc : 7^{27}$$

$$abc : 7^{32}$$

$$2 \cdot 27 \cdot 7^{34}$$

$$c = 7^{17}$$

$$c : 7^{22}$$

$$b =$$

$$a : 7^{15}$$

$$2^{25} \cdot 7^{27}$$

$$a = 7^{37}$$

$$b :$$

9

$$a+c = 37$$

$$a+c \geq 37$$

$$a = 7^{10}$$

$$a+c \geq 37$$

$$b+c = 17$$

$$b+c \geq 17$$

$$b = 7^{17}$$

$$c-a \geq 20$$

$$a+b = 10$$

$$a+b \geq 10$$

$$c = 7^{27}$$

$$2c \geq 57$$

$$a+b+c = 32$$

$$a, b, c \geq 0$$

$$a-b \geq 20$$

$$\Rightarrow 10 \geq 37 - a \geq c$$

$$b = \quad a-b = 20$$

b

$$a+b \geq 10$$

$$c-b \geq 27$$

$$a+b = 10$$

$$b+c \geq 17$$

$$a = 15$$

$$c = 22$$

$$2a \geq 30$$

$$2c \geq 44$$

$$a \geq 15$$

$$c \geq 22$$

a c



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- 1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$a+b : x$      $8ab : x$      $2ab : x$   
 кор.  $ab : a, b = 1$

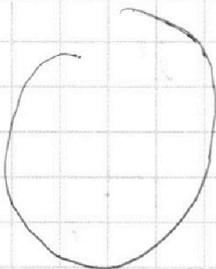
$x \geq 8$   
 $8/x$

$11 \cdot 11 \cdot 5 + \frac{8}{25 - 90 + 9} = \frac{8}{2+1}$   
 $- 56$

$A+B \geq 14$      $56 = 7 \cdot 8$

$B+C \geq 17$   
 $A+C \geq 20$

$p$  - генератор  $x \Rightarrow a:p, b:p$

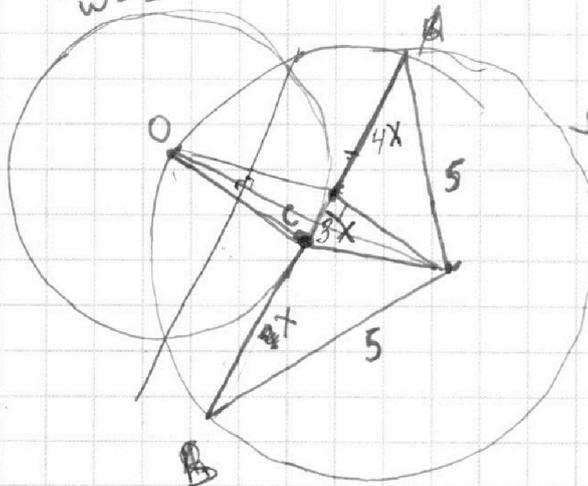


$\frac{2a}{a^2 - 6a^2} = \frac{34 - 90}{90 - 34} = 56$

$a+b : p$   
 $a:p, b:p$

$w=1 = \frac{2a}{4a^2}$      $\frac{2a}{4a^2}$      $\frac{2a}{4a^2}$

$CB = X$



$\Omega = 5$

$\frac{AC}{CB} = 7$

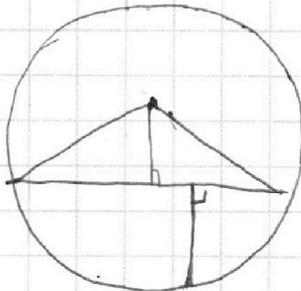
AB-?

$34 + 17$

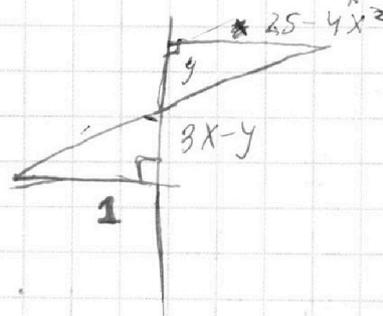
$51$

AB-?

$A+B+C \geq 26$



1



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

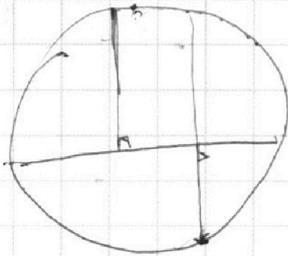
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$11^2 + 3 \cdot 45$$

$$121 + 135$$

$$256$$

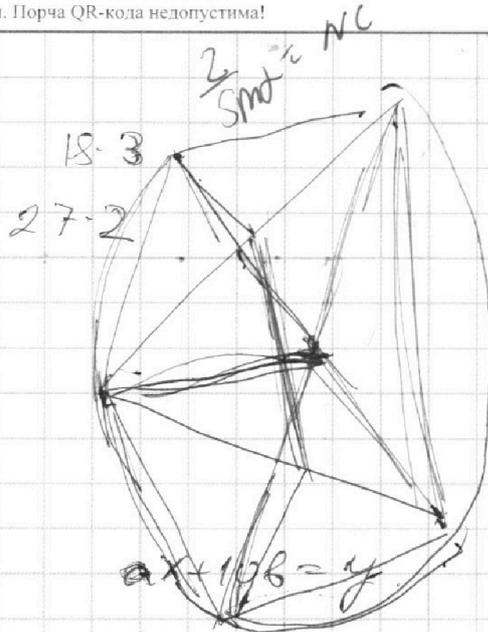


$$\frac{4.5}{3}$$

$$1.5$$

$$\frac{54}{90}$$

$$\frac{3 \cdot 9 \cdot 2}{9 \cdot 10 \cdot 5}$$

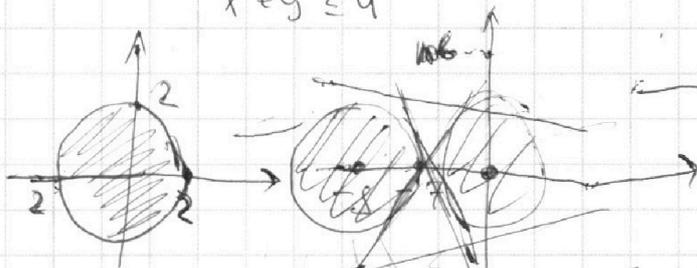


$$ax - y + 10b = 0$$

$$(x+8)^2 + y^2 = 1 \quad (x^2 + y^2 = 4) \leq 0$$

$$x^2 + y^2 \leq 4$$

$$x = -\frac{10b}{9}$$



$$\frac{2}{x} = \frac{a+b-d}{d}$$

$$\frac{a+b}{d} = 1$$

$$a = \frac{6.45}{x}$$

$$\frac{4.5}{\sin \alpha} = AM$$

$$AN = \frac{2}{\sin \beta}$$

$$\frac{x}{\sin \beta}$$

$$\frac{AM}{\sin \alpha} = \frac{1}{R}$$

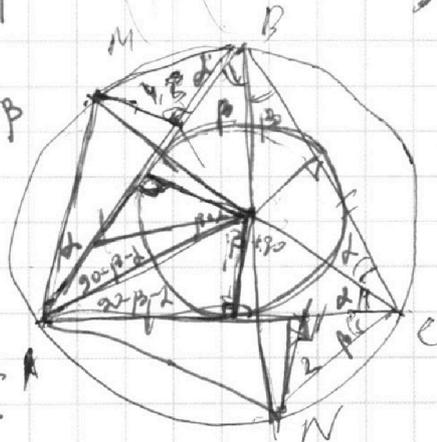
$$\frac{AN}{\sin \beta} = \frac{AM}{\sin \alpha}$$

$$\frac{4.5}{\sin \alpha}$$

$$\frac{2}{\sin \beta}$$

$$180 - 2(\beta + \alpha)$$

$$90 - \beta - \alpha$$

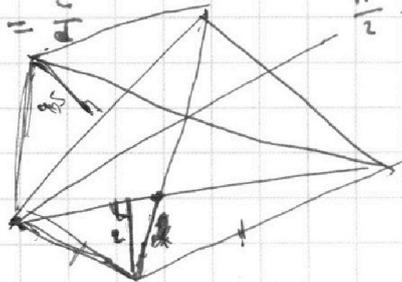


$$\frac{4.5}{x} = \frac{a}{b}$$

$$a+b=c+d$$

$$\frac{4.5}{2} = a$$

$$\frac{2}{x} = \frac{c}{d}$$



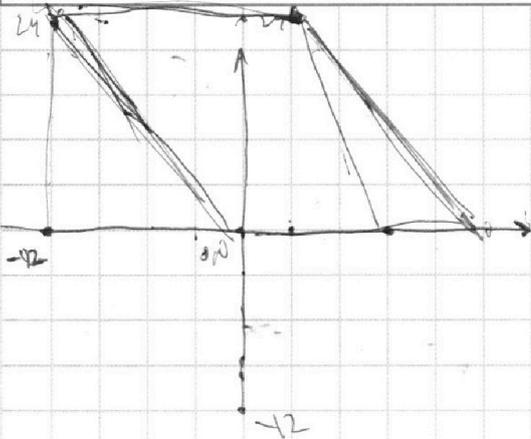
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

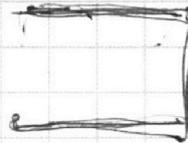


ноль тоек  $x_1, x_2$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

$$2(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 12$$

$$4(x_2 - x_1)^2 + 4(x_2 - x_1)(y_2 - y_1) = 144$$



$$y > 0$$

$$0 \leq y \leq 24$$

x

$$\sqrt{a+b} - \sqrt{a} = b$$

$$a+b = b^2 + a + 2\sqrt{ab}$$

$$a + a^2 - 2\sqrt{a+b} = b^2$$

$$b^2 + 2\sqrt{ab} - b = 0$$

$$b \left( b + \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{b}} - 1 \right) = 0$$

$$a+b = b^2 + a + 2\sqrt{ab}$$

$$0 = b(b + 2\sqrt{a} - 1)$$

$$1) b = 0$$

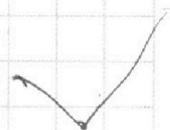
$$2) b + 2\sqrt{a} - 1 = 0$$

$$\frac{\sqrt{a}}{b}$$

90-1.

per.

AC = x.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} a+c &\geq 37 \\ b+c &\geq 17 \\ a+b &\geq 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2(a+b+c) &\geq 64 \\ a+b+c &\geq 32 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &\geq 15 \\ c &\geq 22 \\ a+c &\geq 20 \\ c-a &\geq 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a > 0 \\ b > 0 \\ c > 0 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} a-b &\geq 20 \\ c-a &\geq 7 \\ b-c &\geq -27 \\ c-b &\leq 27 \\ b+c &\geq 17 \end{aligned}$$

$$a+2 \geq 10$$

$$b+c \geq 17$$

etc.

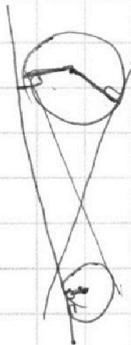
$$a-b \geq 3$$

$$b=0$$

a.

$$\begin{aligned} a+b &\geq 14 & a &\geq 17 \\ b+c &\geq 17 & a &\geq 8 \\ a+c &\geq 20 & b &\geq \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a+c &= 14 \\ b+c &= 17 \\ a+c &= 20 \\ a-b &= 3 \\ 2a &= 17 \\ a &= 8,5 \\ b &= 5,5 \end{aligned}$$



$$a = 7 \cdot 15 \cdot 2^9 \quad b = 2^6 \quad c = 7 \cdot 22 \cdot 2^{12}$$

$$\begin{aligned} abc &= 2^{25} \cdot 7^{32} \\ abc &= 2^{26} \cdot 7^{32} \end{aligned}$$

$$(abc)^2 \geq 7^{37} \cdot 2^{27}$$

log a/b = 1

при каком наиб

$$\frac{a+b}{a^2 - cab + b^2}$$

$$X = p_1 p_2 \dots p_n$$

$$\begin{aligned} a+b &: X & 1a; X & \Rightarrow b; X \\ 2ab &: X & \Rightarrow & 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log(a, b) &= 1 \\ \log(a+b, a^2 - cab + b^2) &= ? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 \times 1 &= 1 \\ \log(x, 2) &= 1 \Rightarrow \\ a < b \end{aligned}$$

$$\log(a+b, (a+b)^2 + 9ab) \quad 1$$

$$(2, 3) \quad 1 \cdot 2$$

$$\log(a+b, 8ab) \quad 8ab + 8b^2$$

$$-1, \dots$$

$$\begin{aligned} \log(a+b, 8ab) & \rightarrow 2ab / X \\ \log(a+b, 8ab^2) & \rightarrow 8ab / X \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^2 + ab + b^2 & (a^2 + 9ab + b^2) : X^2 \\ a^2 - 4ab + b^2 & : X \\ (a^2 - b^2)^2 - 2ab & : X \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a+b &: X \\ a-b &: X \\ a &: \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Handwritten solution on grid paper for a geometry problem involving circles and triangles.

**Top Left:** A large circle with an inscribed triangle. A point is marked with '5'. A coordinate system is shown with  $y=2x$ .

**Top Right:** A smaller circle with a horizontal diameter of length 4. A right-angled triangle is drawn with its hypotenuse as the diameter. The vertical side is labeled '3'. The equation  $4 + 48x^2 - 28x$  is written above.

**Middle Left:** A circle with an inscribed triangle. A point is marked with 'C'. The equation  $18 = 15$  is written to the right. A coordinate system is shown with  $y=2x$ .

**Middle Right:** A circle with an inscribed triangle. The equation  $5^2 - 4x^2 = 25 - 4x^2$  is written above. Below it,  $25 - 4x^2 = \frac{4}{3x}$  is written. A coordinate system is shown with  $y=2x$ .

**Bottom Left:** Algebraic steps:  
 $\sqrt{2x^2 - 5x + 3}$   
 $-\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$   
 $\sqrt{(x-3)(x-1)}$   
 $\sqrt{(x-1.5)(x-1)}$

**Bottom Center:** A circle with an inscribed triangle. The equation  $x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2}$  is written above. Below it,  $x_{1,2} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1.5$  is written. A coordinate system is shown with  $y=2x$ .

**Bottom Right:** A circle with an inscribed triangle. The equation  $x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1.5$  is written above. Below it,  $\frac{p \cdot r}{2}$  is written.