



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 10 КЛАСС. Вариант 9

- [4 балла] Натуральные числа  $a, b$ , с таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
- [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

- [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.
- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-12; 24)$ ,  $Q(3; 24)$  и  $R(15; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .
- [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leqslant 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

- [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.



- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ.**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~Задача 1~~ Заметим, что чтобы  $abc$  было  
минимальным в  $a, b, c$  не должно  
быть никаких простых множителей,

кроме 2 и 7

$$] a = 2^k 7^m, b = 2^n 7^p, c = 2^q 7^d ; \quad (1)$$

$$\text{Т.к. } ab \div 2^{14} 7^{10} \Rightarrow \begin{cases} k+n=14 \\ m+p=10 \end{cases} \quad (1) \rightarrow (\text{минималь-})$$

Т.к.  $b \in \mathbb{N}$  значение  $abc$  будет в том  
случае, когда  $ab = 2^{14} 7^{10}; bc = 2^{17} 7^{17}; ac = 2^{20} 7^{37}$

$$\text{Т.к. } bc \div 2^{17} 7^{17} \Rightarrow \begin{cases} n+q=17 \\ p+d=17 \end{cases} ; \quad (2)$$

$$\text{Т.к. } ac \div 2^{20} 7^{37} \Rightarrow \begin{cases} q+k=20 \\ m+d=37 \end{cases} ; \quad (3)$$

из (1), (2), (3):

$$\begin{cases} k+n+m+q+p+d+k=51 \\ m+p+t+p+d+m+d=64 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k+n+q=25,5 \\ m+p+d=32 \end{cases}$$

$$\text{T.e. } \min(abc) = 2^{k+n+q} 7^{m+p+d} = 2^{25,5} 7^{32}, \text{ т.к.}$$

Т.к.  $a, b, c \in \mathbb{N}$  ~~и~~  $\Rightarrow k, m, n, p, q, d \in \mathbb{N}_0$ ;

$\Rightarrow \min(abc) = 2^{26} 7^{32}$  также заметим, что

~~получим~~, что  $p < 0 \Rightarrow \min(abc) = 2^{26} 7^{37}$  (это про-)

изведено получаем, например, при  $a = 2^8 7^{14}; b = 2^6 7^0; c = 2^{12} 7^{23} \Rightarrow$

$\Rightarrow \text{Ответ: } 2^{26} 7^{37}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

]  $D(x; y)$  — функция, возвращающая  
НОД( $x; y$ )  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \max(m) = D(a+b; a^2 - 6ab + b^2)$$

но алгоритм Евклида:

$$D(a+b, a^2 - 6ab + b^2) = D(a+b, a^2 - 6ab + b^2 - a(a+b)) = D(a+b, -7ab + b^2) = D(a+b, -7ab + b^2 - b(a+b)) = D(a+b, -8ab) = D(a+b, 8ab) \quad (1)$$

Заметим: т.к.  $\frac{a}{b}$  — кесократина  $\Rightarrow a$  и  $b$  взаимно простые  $\Rightarrow a+b$  не кратна ни одному делителю ~~ни  $a$ , ни  $b$~~  (кроме 1),

$\Rightarrow a+b$  и  $ab$  — взаимно простые  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \max(b) = 8 \quad (\text{следует из (1)})$$

Ответ: 8

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ.



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

можно внести к системе;

$$\begin{cases} (x_0 - 1)^2 + 9y^2 = 25 \\ x_0^2 + 16y^2 = 25 \end{cases} \quad / \cdot \frac{9}{4} \quad ) (-)$$

$$x_0^2 - 2x_0 + 1 + 9y^2 - \frac{9}{16}x_0^2 - 9y^2 = 25 - 25 \cdot \frac{9}{16}$$

$$\frac{7}{16}x_0^2 - 2x_0 + 1 - \frac{7}{16} \cdot 25 = 0 \quad / \cdot 16$$

$$7x_0^2 - 32x_0 - 159 = 0$$

$$x_0 = \frac{16 \pm \sqrt{16^2 + 159 \cdot 4}}{4} = \begin{cases} \frac{53}{4} \\ -3 \end{cases}, \text{ но рис. очевидно,}$$

что  $x_0 < 0$ , т.к.  $O_1$  и  $O_2$  находятся в разных полуплоскостях относительно  $AB \Rightarrow x_0 = -3$

4) ]  $O_1K$  - высота  $\Delta AB O_1$ , опущенная на  $AB$ ;

$$\alpha = \angle KBO_1, \text{ т.к. } x_0 = -3 \Rightarrow O_1K = 3 \Rightarrow \sin \alpha =$$

$$= \frac{O_1K}{OB} = \frac{3}{5} \Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{\frac{25}{25} - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BK = OB \cdot \cos \alpha = 5 \cdot \frac{4}{5} = 4$$

5) т.к.  $\Delta AB O_1 - \text{rt}\triangle \Rightarrow O_1K$  - медиана  $\Rightarrow AB = 2BK = 8$

Ответ: 8



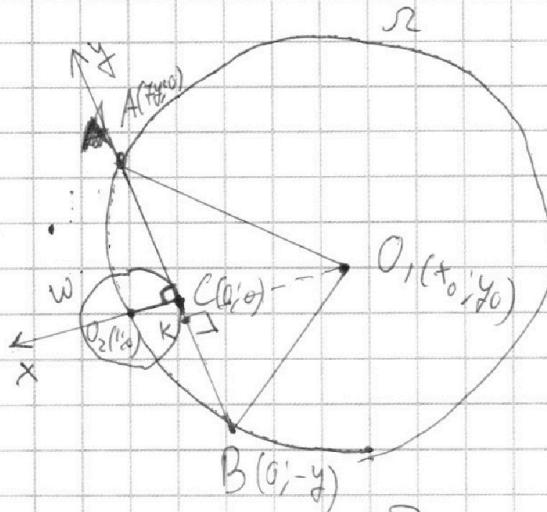
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



дано,

$$R_1 = 1$$

$$R_2 = 5$$

AB - касательная к  $\omega$

$$AC : CB = 7 : 1$$

Найти: AB

Решение:

$$1) \quad AC = 7y \Rightarrow BC = y$$

2) Введём координатные оси, как показано на рис.  $\Rightarrow C(0; 0); A(0; 7y); B(0; -y)$

$$3) \quad O_2 - центр \omega, O_1 - центр \Omega \Rightarrow O_1(1; 0), O_2(x_0; y_0)$$

$$4) \quad T, K, O_1B = R_2; O_1O_2 = R_2; O_1A = R_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x_0^2 + (y_0 + y)^2 = 25 \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_0^2 + (y_0 - 7y)^2 = 25 \quad (2) \\ x_0^2 + (y_0 - 7y)^2 = 25 \quad (3) \end{array} \right.$$

$$(1) - (3):$$

$$x_0^2 + (y_0 + y)^2 - x_0^2 - (y_0 - 7y)^2 = 0$$

$$(y_0 + y - y_0 + 7y)(y_0 + y + y_0 - 7y) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 8y + 2y = 0 \Rightarrow -6y + 2y_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 3y,$$

таким образом, система из (1), (2), (3)



- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

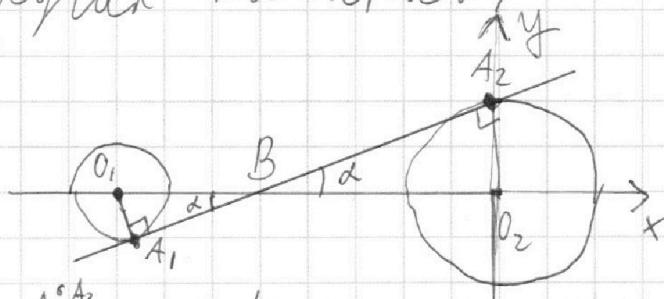
**МФТИ.**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

некоторых малых окружностей, в которых прямая  
пересекает круг).

Из этих 4 случаев рассмотрим 2  
случаи на картинке:

①



],  $O_1$  - центр малой  
окружности;  $O_2$  - центр  
большой окружности;

т.  $A_1, A_2$  - точки на окружности;  $\angle O_1 O_2 = 8$

Заметим:  $\triangle O_1 A_1 B \sim \triangle O_2 A_2 B \Rightarrow \frac{O_1 B}{O_2 B} = \frac{O_1 A_1}{O_2 A_2} =$

$$= \frac{1}{2} \Rightarrow O_1 B = \frac{8}{3}; BO_2 = \frac{2}{3} \cdot 8 = \frac{16}{3},$$

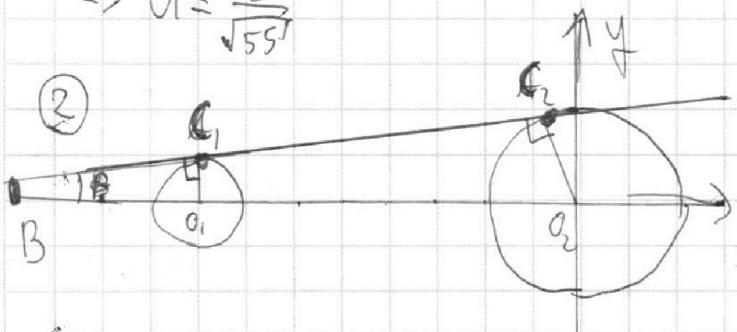
$$\] \angle = \angle A_2 B O_2 \Rightarrow \operatorname{tg} \angle = \frac{A_2 O_2}{B A_2} = \frac{2}{\sqrt{\frac{16^2}{3^2} - 4}} = \frac{2 \cdot 3}{\sqrt{220}} = \frac{2 \cdot 3}{8 \cdot \sqrt{55}},$$

$$= \frac{3}{\sqrt{55}}; \text{ Заметим, что (1) (2) } y = ax + 108 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$  т. к. угловой коэффициент прямой равен  
отношению угла между прямой и  $OX \Rightarrow$

$$\Rightarrow a = \frac{3}{\sqrt{55}}$$

②



Заметим:

$\triangle B O_1 C_1 \sim \triangle B O_2 C_2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{BO_1}{BO_2} = \frac{O_1 C_1}{O_2 C_2} = \frac{1}{2},$$

т. к.  $O_1, O_2 = 8$

у

$$BO_1 = 8; BO_2 = 16, \quad \cancel{\text{значит}} \quad \beta = \angle C_1 B O_2 \Rightarrow$$



- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

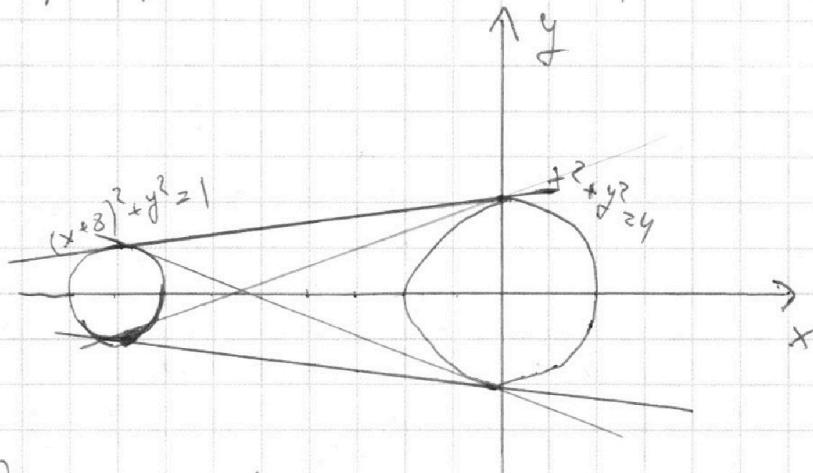
$$\left\{ \begin{array}{l} 9x - y + 10 = 0 \\ (x+8)^2 + y^2 - 1 \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (x+8)^2 + y^2 - 1 \\ (x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{array} \right. \quad (2)$$

Заметим: (1) — уравнение прямой;

$$(2) \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} (x+8)^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + y^2 \geq 4 \\ (x+8)^2 + y^2 \geq 1 \\ x^2 + y^2 \leq 4 \end{array} \right. \Rightarrow y \text{ касается двух окружностей}$$

Нарисуем (2) на графике  $y(x)$ :



Заметим, что пары 2 решения могут только в 4 случаях (эти 4 прямые изображены на рисунке); когда прямые касаются или касаются ~~одинаково~~ окружностями. Других случаев быть не может, т.к. если прямая пересекает окружность в ~~хотят~~ 2 точках, то  $y(2)$  будет бесконечно много решений (т.к. будем дели-



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \operatorname{tg} \beta = \frac{0, c_1}{BC} = \frac{1}{\sqrt{64-1}} = \frac{1}{\sqrt{63}} \Rightarrow a = \frac{1}{\sqrt{63}}$$

из случаев ① и ②  $a \in \left\{ \frac{3}{\sqrt{55}}, \frac{1}{\sqrt{63}} \right\}$ , однако  
есть ещё 2 случая, в которых оканчиваются  
случаи ① и ②, но в них также будут  
иметь правильный знак  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \text{Итого ответ: } a \in \left\{ \frac{3}{\sqrt{55}}, \frac{1}{\sqrt{63}}, -\frac{1}{\sqrt{63}}, -\frac{3}{\sqrt{55}} \right\}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

**МФТИ**



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{① } AB : 2^m \cdot 7^n$$

$$6 \cdot 7 = 42$$

$$7 \cdot 10$$

~~8 · 10~~ 30  
~~3 · 11~~

$$BC : 2^k \cdot 7^l$$

$$+ 20$$

$$7 \cdot 14$$

~~32~~

$$AC : 2^{20} \cdot 7^{34}$$

$$+ 14$$

$$7 \cdot 17$$

~~0 · 23~~ 14
 

14

$$+ 12$$

$$7 \cdot 18$$

$$51 = 20,5$$

$$7 \cdot 19$$

~~0 · 28~~ 34
 

34

~~$a = 2^m \cdot 7^n$~~

$$+ 37$$

~~10 · 5~~ 8,6,12
 

8,6,12

$$b = 2^k \cdot 7^l$$

$$+ 17$$

~~10 · 5~~ 8,6,12
 

8,6,12

$$c = 2^d \cdot 7^e$$

$$n_9 - 6 \cdot 7 + 1 = \\ = 50 - 6 \cdot 7 =$$

$$+ 10$$

~~10 · 5~~ 8,6,12
 

8,6,12

$$\begin{cases} m+p=10 \\ k+n=14 \end{cases}$$

$$2^{k+n+q} \cdot 7^{m+p+d}$$

$$12 \cdot 26$$

$$\begin{cases} p+d=17 \\ n+q=17 \end{cases}$$

~~$y+1$~~

$$7 \cdot 14$$

~~88 · 12~~

12

$$\begin{cases} q+k=20 \\ m+d=34 \end{cases}$$

$$\Rightarrow K+n+q+q+n = 20 / : 2$$

$$14+17$$

$$7 \cdot 17$$

$$\begin{cases} q+k=20 \\ m+d=34 \end{cases}$$

$$K+n+q = 20,5 = \frac{51}{2}$$

$$7 \cdot 20$$

$$m+p+p+d+m+d = 64 / 12$$

$$m+p$$

$$m+p+d=32 \Rightarrow \min: 2^{20,5} \cdot 7^{13,5}$$

$$12$$

~~23~~

23

$$\text{② } \frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

$$= \frac{a+b}{(a-3b-\sqrt{18}) (a-3b+\sqrt{18})}$$

$$14$$

$$a = \frac{6b \pm \sqrt{36b^2-4b^2}}{2}$$

$$= \frac{6b \pm 8\sqrt{18}}{2} = b(3 \pm \sqrt{18})$$

$$28 \cdot 4$$

~~26 · 10~~ 12 · 4
 

12

$$a = b(3 \pm \sqrt{18})$$

$$= D(a+b, a^2-6ab+b^2-a(a+b)) =$$

$$28 \cdot 4$$

$$a = b(3 \pm \sqrt{18})$$

$$= D(a+b, -7ab+b^2-b(a+b)) =$$

$$28 \cdot 4$$

$$a = b(3 \pm \sqrt{18})$$

$$= D(a+b, -3ab) = D(a+b, 8ab) = 8?$$

$$28 \cdot 4$$

$$a = b(3 \pm \sqrt{18})$$

$$= D(a+b, 8ab) = 8?$$

$$28 \cdot 4$$

$$a = b(3 \pm \sqrt{18})$$

$$= D(a+b, 8ab) = 8?$$

$$28 \cdot 4$$

$$a = b(3 \pm \sqrt{18})$$

$$= D(a+b, 8ab) = 8?$$

$$28 \cdot 4$$

$$a = b(3 \pm \sqrt{18})$$

$$= D(a+b, 8ab) = 8?$$

$$28 \cdot 4$$

$$a = b(3 \pm \sqrt{18})$$

$$= D(a+b, 8ab) = 8?$$

$$28 \cdot 4$$

$$a = b(3 \pm \sqrt{18})$$

$$= D(a+b, 8ab) = 8?$$

$$28 \cdot 4$$

$$a = b(3 \pm \sqrt{18})$$

$$= D(a+b, 8ab) = 8?$$

$$28 \cdot 4$$

$$a = b(3 \pm \sqrt{18})$$

$$= D(a+b, 8ab) = 8?$$

$$28 \cdot 4$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

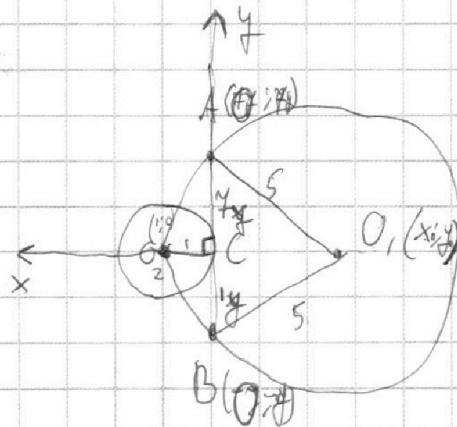
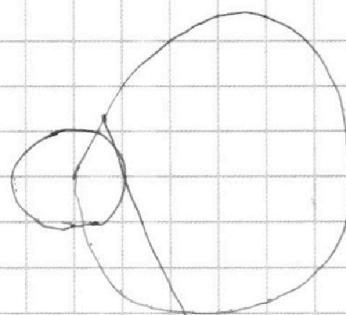
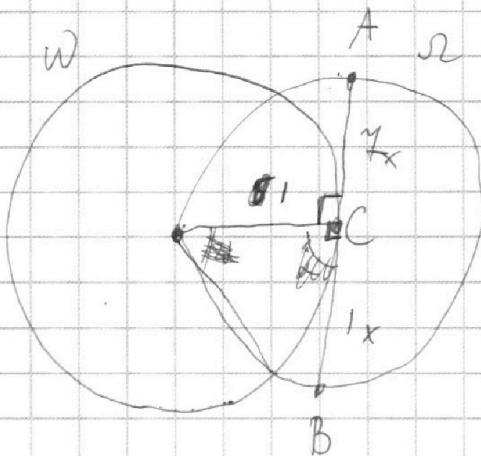
- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

28

3



$$(x_0 - 1)^2 + y_0^2 = 25$$

$$x_0^2 + (y_0 - 4y)^2 = 25$$

$$x_0^2 + (y_0 + y)^2 = 25$$

$$(y_0 - 4y)^2 = (y_0 + y)^2$$

$$(y_0 - 4y - y_0 - y)(y_0 - 4y + y_0 + y) = 0$$

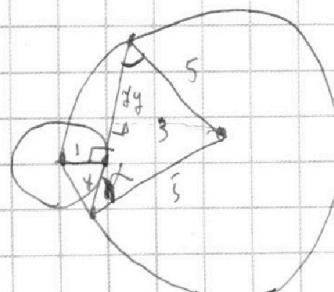
$$\Leftrightarrow -8y(2y_0 - 6y) = 0$$

$$y_0 = 3y$$

$$(x_0 - 1)^2 + 9y^2 = 25$$

$$2x_0^2 = 50$$

$$(x_0 + 5)^2$$



$$\{(x_0 - 1)^2 + 9y^2 = 25$$

$$\{x_0^2 + 16y^2 = 25 \quad | \cdot \frac{9}{4}$$

$$x_0^2 - 2x_0 + 1 + 9y^2 - \frac{9}{4}x_0^2 - 9y^2 = 25 - 25 \cdot \frac{9}{4}$$

$$-\frac{5}{4}x_0^2 - 2x_0 + 9 \cdot \frac{5}{4} \cdot 25 = 0 \quad | \cdot (-4)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$x_B = \frac{5}{4} = 1,25 \quad x_B = \frac{-2}{4} = -0,5$$

$$\frac{\sqrt{2x^2 - 5x + 3}}{4} = \frac{5 \pm 1}{4} = \left[ \frac{3}{2}, \frac{1}{2} \right]$$

$$-2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 1}$$

~~2x^2 - 5x + 3 = 0~~

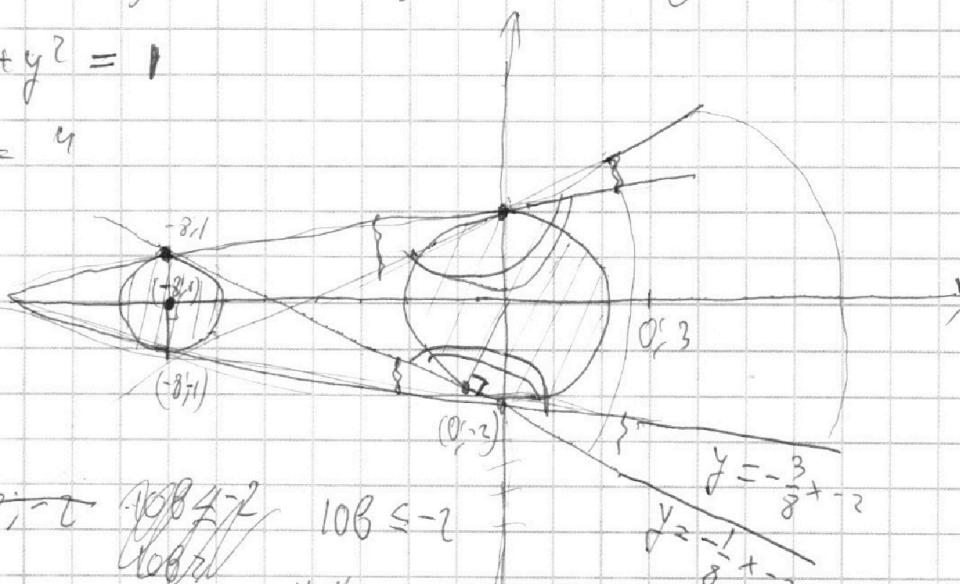
~~2x^2 - 5x + 3 = 0~~

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 2 - 7x + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$\cancel{2x^2 - 5x + 3} = (2 - 7x)^2 = 2(2 - 7x)\sqrt{2x^2 + 2x + 1} + \cancel{2(2 - 7x)}$$

⑥  $(x+3)^2 + y^2 = 1$

$$x^2 + y^2 = 4$$



$$y = ax + b$$

$$108 \in (-\infty, -2)$$

$$108 \in (-2, 2)$$

$$108 \in (-1, 1)$$

$$y \neq$$

$$-1 = -8a - 2$$

$$a \in \mathbb{R}$$

$$1 = -8k + 108$$

K\*

$$b = -8a$$

$$-\frac{b}{8} = -2$$

$$a = -\frac{1}{8}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5x_0^2 + 8x_0 - 16 - 5 \cdot 25 = 0$$

$$5 \cdot 25 = 125$$

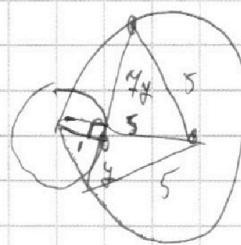
$$5x_0^2 + 8x_0 - 141 = 0$$

$$+125$$

$$x_0 = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 5 \cdot 4 \cdot 141}}{10}$$

$$141$$

$$\begin{array}{r} x 141 \\ \times 2 \\ \hline 282 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 2820 \\ \downarrow \\ 2884 \end{array}$$

$$(x_0 - 1)^2 + y^2 = 25$$

$$\begin{array}{r} 52 \\ \times 52 \\ \hline 104 \\ 260 \\ \hline 2704 \end{array}$$

$$x_0^2 + 16y^2 = 25 \quad | : \frac{9}{16}$$

$$x_0^2 - 2x_0 + 1 + 9y^2 - \frac{9}{16}x_0^2 - 9y^2 = 25 - 25 \cdot \frac{9}{16}$$

$$\frac{7}{16}x_0^2 - 2x_0 + 1 - 25 \cdot \frac{9}{16} = 0 \quad | : 16$$

$$\frac{7}{16} \cdot 25$$

$$7x_0^2 - 32x_0 + 16 - 7 \cdot 25 = 0$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ \times 6 \\ \hline 41 \end{array}$$

$$7x_0^2 - 32x_0 - 159 = 0$$

$$\begin{array}{r} 34 \\ \times 21 \\ \hline 76 \\ 73 \\ \hline 53 \end{array}$$

$$x_0 = \frac{16 \pm \sqrt{16^2 + 159 \cdot 7}}{7} = \frac{16 \pm 37}{7} =$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 16 \\ \hline 159 \\ 4 \\ \hline 13 \end{array} \quad \begin{array}{l} 4 \cdot 5 = 35 \\ 4 \cdot 6 = 35 + 7 = 42 \\ 4 \cdot 7 = 42 + 7 = 49 \\ 4 \cdot 8 = 49 + 7 = 56 \\ 4 \cdot 9 = 56 + 7 = 63 \end{array}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{53}{7} \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{r} 29 \\ \times 14 \\ \hline 28 \\ 2 \\ \hline 256 \end{array}$$

$$\sin \alpha = \frac{3}{5}$$

$$1113 + 256 = 1369$$

$$\cos \alpha = \sqrt{25 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$$

$$\begin{array}{r} 33 \\ \times 37 \\ \hline 299 \\ 99 \\ \hline 11 \end{array}$$

$$5 \cdot \cos \alpha = 4 \Rightarrow \text{Синусом } 8$$

$$\begin{array}{r} 99 \\ \times 259 \\ \hline 1089 \\ + 99 \\ \hline 1369 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 2 - 7x + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \quad 2x^2 - 5x + 3 \geq 0$$

$$2x^2 - 5x + 3 = (2 - 7x)^2 + 2x^2 + 2x + 1 + 2(2 - 7x)\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$-4 - 49x^2 + 28x - 5x + 3 - 2x - 1 = 2(2 - 7x)\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$-49x^2 + 21x - 2 = 2(2 - 7x)\sqrt{2x^2 + 2x + 1}?$$

$$] \neq -7x + 2$$

~~$$\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = -\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

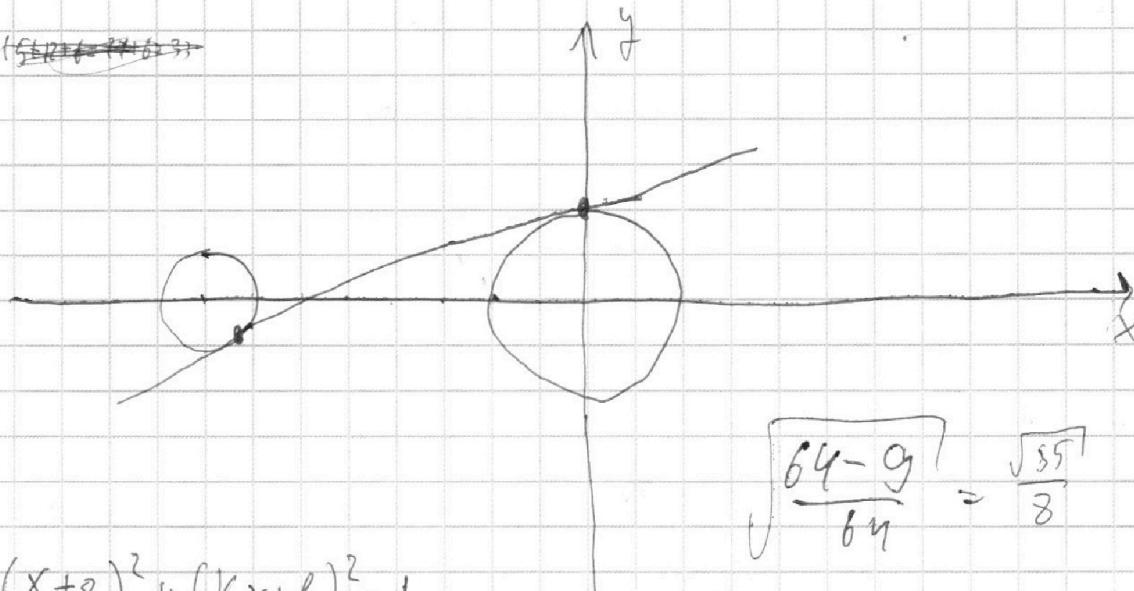
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(~~562~~ = ~~2216233~~)



$$\begin{cases} (x+8)^2 + (kx+6)^2 = 1 \\ x^2 + (kx+6)^2 = 4 \end{cases}$$

$k - ?$

$$\sqrt{\frac{64-9}{64}} = \frac{\sqrt{55}}{8}$$

$$8 \cdot 3 = \frac{2}{16} \cdot 3 = \frac{3}{8}$$

$$x^2 - (x+8)^2 = 3$$

$$(x-8)(2x+8) = 3 \quad /:(-8)$$

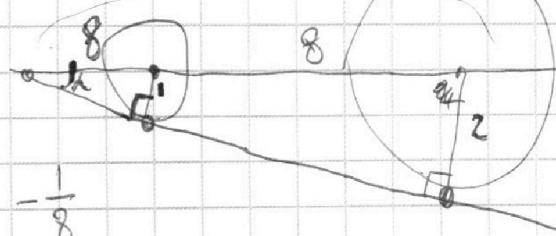
$$2x+8 = -\frac{3}{8}$$

$$x = \frac{-3-64}{2 \cdot 8} = \frac{-67}{16} = \frac{-256}{320}$$

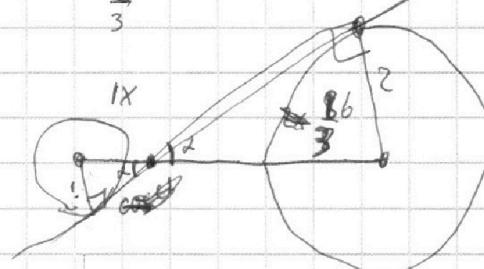
$$y^2 + \frac{67^2}{16^2} = 4$$

$$\frac{220}{20} | \frac{9}{55}$$

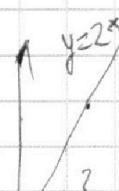
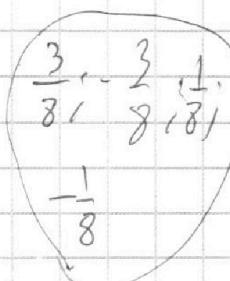
$$y = \sqrt{ }$$



$$8 \cdot 4 = \frac{2}{16} \cdot 4 = \frac{1}{8}$$



$$-8$$



$$y = \operatorname{tg} \alpha \cdot x$$

$$\frac{16^2}{32} - 4^2 = \frac{4 - 4 \cdot 3^2}{32} =$$

=



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

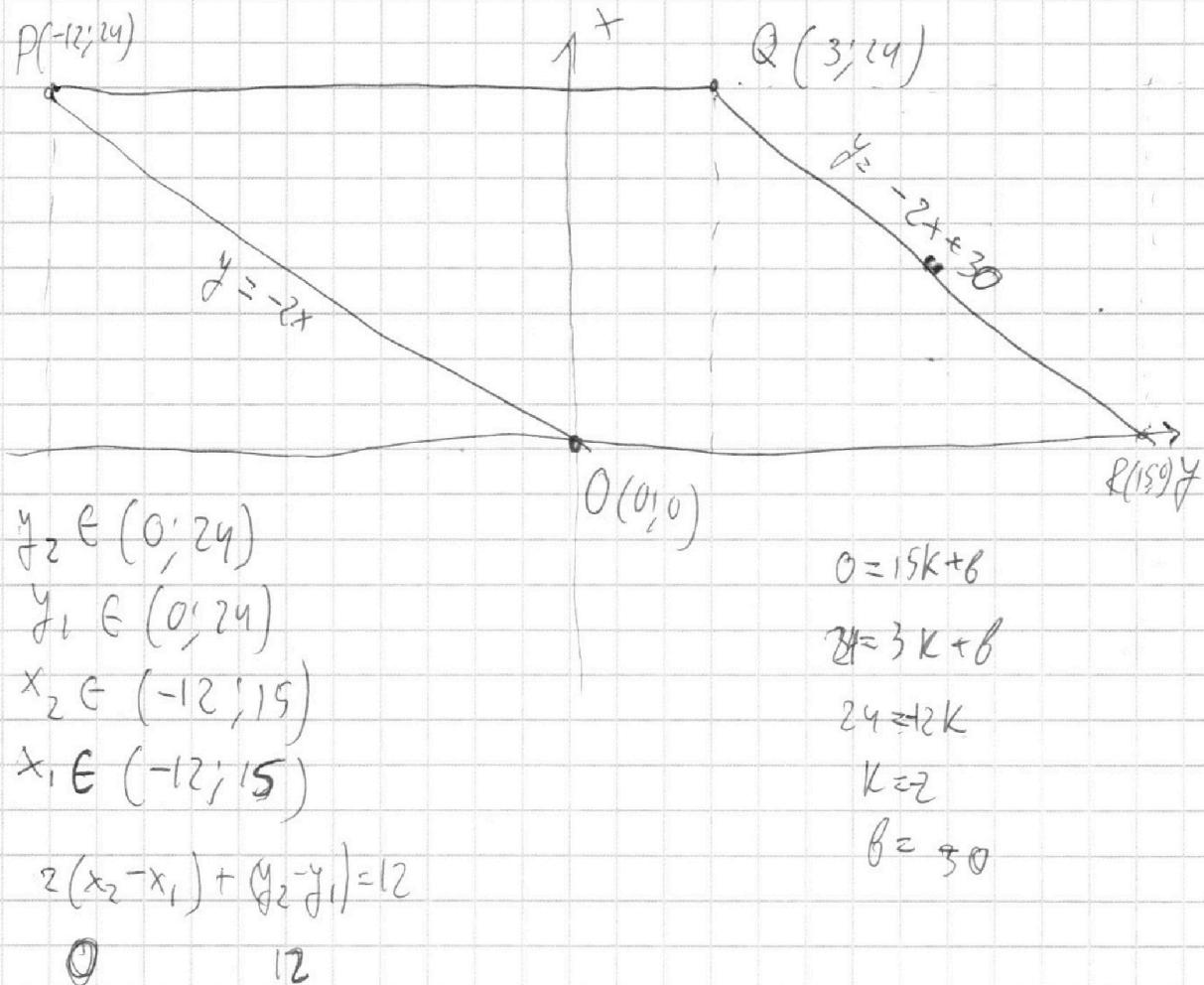
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

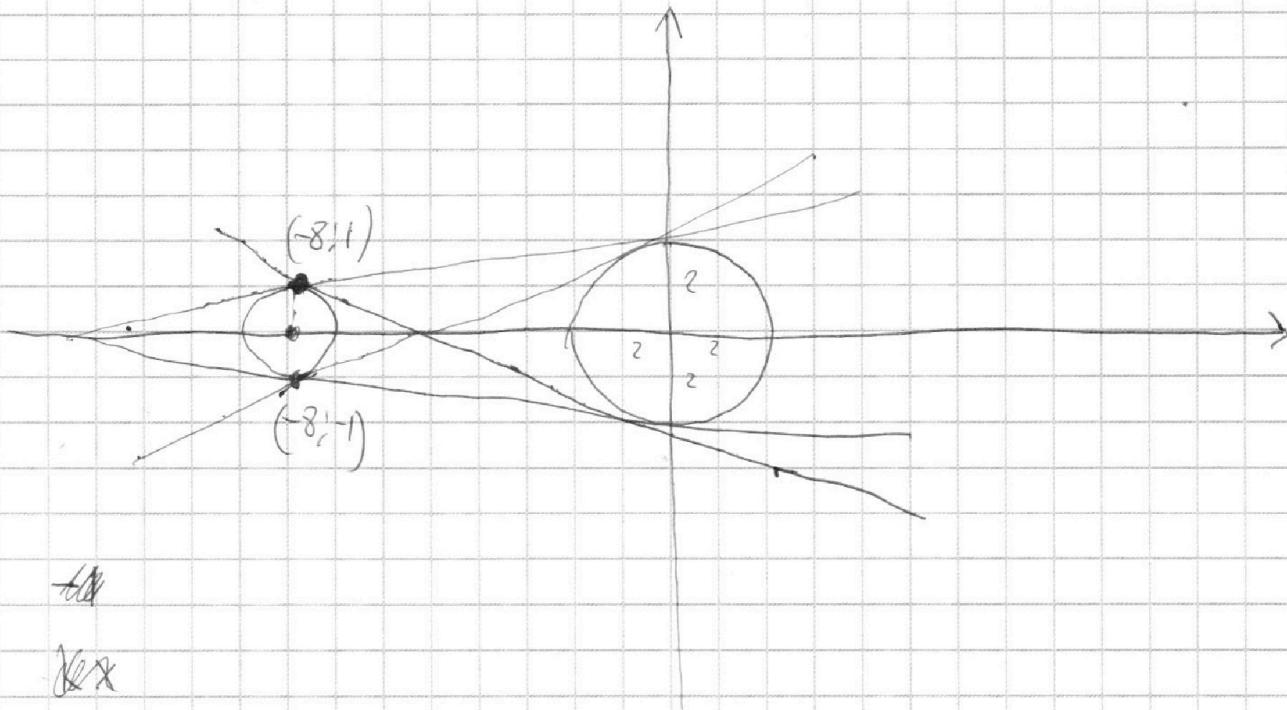
5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



тд

хх

$$-8 - k \leftarrow -1 = -8k + b \Rightarrow b = 8k - 1$$

$$x^2 + (kx + b)^2 = 4$$

$$x^2 + k^2 x^2 - 2kx b + b^2 = 4$$

$$x^2 + k^2 x^2 - 2k(8k-1)x + 64k^2 - 16k + 1 = 4$$

$$(1+k^2)x^2 - x(2k(8k-1)) + (64k^2 - 16k - 3) = 0$$

$$x = \frac{k(8k-1) \pm \sqrt{k^2(8k-1)^2 - (1+k^2)(64k^2 - 16k - 3)}}{1+k^2}$$

$$64k^4 - 16k^3 + k^2 - 64k^2 + 16k + 3 - 64k^4 - 16k^3 + 3k^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!