МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω, хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB, если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}=2-7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2-2x_1+y_2-y_1=12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система

$$\begin{cases} ax-y+10b=0, \\ \left((x+8)^2+y^2-1\right)\left(x^2+y^2-4\right) \leqslant 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B. Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC, если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответсвенно равны 4,5 и 2.

Рассмотрим $a^2b^2c^2 = \underbrace{(ab)}_{\vdots\, 2^{14}\cdot 7^{10}} \cdot \underbrace{(bc)}_{\vdots\, 2^{17}\cdot 7^{17}} \cdot \underbrace{(ac)}_{\vdots\, 2^{20}\cdot 7^{37}} \Rightarrow a^2b^2c^2 \vdots 2^{51}\cdot 7^{64} \Rightarrow$

$\cancel{(abc)^2 \geq 2^{51}\cdot 7^{64}}$ но $a^2b^2c^2 \vdots 2^{52}\cdot 7^{64}$, ведь квадрат не может делиться на нечетную степень $\Rightarrow a^2b^2c^2 \geq 2^{52}\cdot 7^{64} \Rightarrow$

$\min abc = 2^{26}\cdot 7^{32}$

Ответ: $2^{26}\cdot 7^{32}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Воспользуемся алгоритмом Евклида:
$(a^2-6ab+b^2; a+b) = (a^2-6ab+b^2-a^2-2ab-b^2, a+b) = (-8ab, a+b)$,
где (e,f) - НОД чисел e и f. Я это делаю, ведь нас, по сути, просят найти его.
Оценим итог: $\exists\ p$ - какой-то делитель числа a. Если такого не нашлось рассмотрим позже. $\frac{a}{b}$ несократима $\Rightarrow b \not\vdots\, p \Rightarrow$ $a+b \not\vdots\, p$, $a\ \ -8ab \vdots p$. Аналогично с b. Тогда искомое число 8 или 4 или 2 или 1.
Если не нашлось для a, но нашлось для b, то как и в прошлом случае. Если не нашлось ни для a, ни для b, то $a=b=1$. Считаем так его: $\frac{2}{-4} \Rightarrow$ НОД$(2;-4)=2$
Из оценки видно, что $\max m = 8$. Просто покажем, что так возможно: $a=11$; $b=5$. $\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{16}{121+25-330} = \frac{16}{-184}$, а
$16 \vdots 8$ и $184 : 8 = 23$, причем, раз $(2,23)=1$, то $(16,184)=8$.
Итак, наибольшее $m=8$.
Ответ: 8.

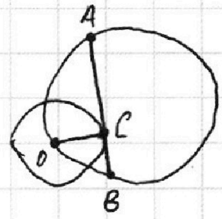
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №3.



Дано:

центр ω лежит на Ω, AB - хорда Ω;
AC касается ω в C. $\frac{AC}{CB} = 7$; $R_\omega = 1$; $R_\Omega = 5$.
Найти: AB - ?

Решение:

$\exists\ CB = x \Rightarrow$ раз $\frac{AC}{CB} = 7$, то $AC = 7x$

$OC \perp AB$ (радиус ω, проведенный в точку касания $C \perp$ касательной AB, касающейся ω в C). $OC = R_\omega = 1$

По Th Пифагора: $AO = \sqrt{OC^2+AC^2} = \sqrt{49x^2+1}$; $BO = \sqrt{OC^2+BC^2} = \sqrt{x^2+1}$

$\sin OAB = \sin OAC = \frac{OC}{AO} = \frac{1}{\sqrt{x^2+49}}$

По Th $\sin$ для $\triangle AOB$, с учетом, что он вписан в Ω:

$\frac{OB}{\sin OAB} = 2R_\Omega \Rightarrow OB = \frac{1}{\sqrt{x^2+49}} \cdot 10$, но $OB = \sqrt{x^2+1} \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{(x^2+49)(x^2+1)} = 10 \Longleftrightarrow (x^2+49)(x^2+1) = 100$, раз $10>0$.

$\exists\ x^2 = t > 0$, значит $t^2+50t-51=0 \Longleftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \text{ - подходит} \\ t=-51<0 \text{ - не подходит} \end{array}\right.$

Итак, $x^2 = 1 \Rightarrow x = 1$ (-1 не подходит, ведь длина отрезка есть неотрицательное число.

$AB = AC+CB = 8x = 8$.

Ответ: 8.

Т.к. $\forall x: 2x^2+2x+1 = x^2+(x+1)^2>0 \Rightarrow \sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}>0$.

Домножим обе части на сопряженное.

$2x^2-5x+3-2x^2-2x-1 = 2-7x(\sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1})$

$2-7x = 2-7x(\sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1})$

$$\left[\begin{array}{l} 2-7x=0 \\ \sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}=1 \end{array}\right.$$

Далее $\left[\begin{array}{l} 2-7x=0. \\ \sqrt{2x^2-5x+3} = 1-\sqrt{2x^2+2x+1} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2-7x=0 \\ \begin{cases} 1>\sqrt{2x^2+2x+1} \\ 2x^2-5x+3 = 1+2x^2+2x+1-2\sqrt{2x^2+2x+1} \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2-7x=0 \\ \begin{cases} 1>\sqrt{2x^2+2x+1} \\ 1-7x = -2\sqrt{2x^2+2x+1} \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2-7x=0. \\ \begin{cases} 1>\sqrt{2x^2+2x+1} \\ 7x>1 \\ 49x^2-14x+1 = 8x^2+8x+4 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2-7x=0. \\ \begin{cases} 1>\sqrt{2x^2+2x+1} \\ 7x>1 \\ 41x^2-22x-3=0. \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2-7x=0 \quad (1) \\ \begin{cases} 1>\sqrt{2x^2+2x+1} \quad (2) \\ 7x>1 \quad (3) \\ x = \dfrac{\pm4\sqrt{61}+22}{41\cdot2} \quad (4) \end{cases} \end{array}\right.$

Заметим $x=\frac{2}{7}$ - корень, ведь при нем оба корня существуют: $\sqrt{2x^2+2x+1}$ $\exists$ всегда, а $\sqrt{2x^2-5x+3} = \sqrt{\frac{8}{7}-\frac{10}{7}+3}$, подкоренное значение ~~может~~ больше 0.

Заметим, $x=\frac{22-4\sqrt{61}}{41\cdot2}$ тоже не корень, ведь $484<976 \Rightarrow$
$\Rightarrow 22<4\sqrt{61} \Rightarrow$ это число <0, но тогда $7x<0$, (3) неверно.

Заметим, $976>961 \Rightarrow \sqrt{976}>\sqrt{961} \Rightarrow x = \frac{4\sqrt{61}+22}{41\cdot2} > \frac{53}{41\cdot2} \Rightarrow$
$\Rightarrow 2x>\frac{53}{41} \Rightarrow 2x^2+2x+1>5>1 \Rightarrow$ (2) неверно! $\Rightarrow \frac{4\sqrt{61}+22}{41\cdot2}$ — не корень.

Итак, $\frac{2}{7}$ - единственный корень.

Ответ: $\frac{2}{7}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

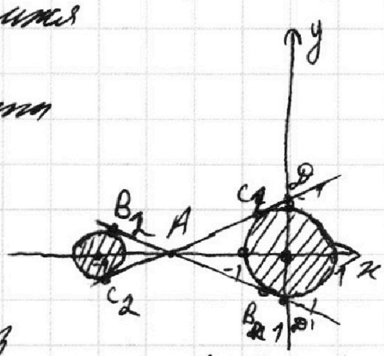
1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2+y^2-1)(x^2+y^2-4)\le 0 \quad (2)\end{cases}$$

Построим в координатах xOy график ~~уравнения~~ неравенства $((8+x)^2+y^2-1)(x^2+y^2-4)\le 0$. см. картинку. Это два непересекающихся круга. Один с центром в $(0;0)$ и $R_1=2$, другой с центром $(-8;0)$ и $R_2=1$ (уравнение окружности $y^2+x^2=R^2$). Они не пересекаются, ведь $\rho(O_1,O_2) > R_1+R_2$, где O_1 и O_2 — их центры. Сами эти окружности включаются, ведь знак нестрогий; если возьмем точку вне каждого из них, то у обеих из $(x+8)^2+y^2-1$ и x^2+y^2-4 будет ~~знак~~ >0, значит ~~для~~ (2) неверно. Если возьмем точку внутри одного из круга, то раз они непересекаются, то она будет вне другого, и такая точка нам подходит: если она внутри нулевого круга (первого в нумерации выше), то $x^2+y^2-4<0$, а $(x+8)^2+y^2-1>0 \Rightarrow$ (2) выполнено. Если внутри другого тот же вывод.



Если прямая $y=ax+10b$ пересекает одну из окружностей в 2 точках, то у системы бесконечно много корней, нам не подходит. Вывод, чтобы система имела равно 2 решения необходимо, чтобы $y=ax+10b$ касалась обеих окружностей. Таких прямых 2 (см. рисунок).

Т.к. ox их линия центров, то касательные пересекаются на ней. Из соображений геометрии: $\triangle O_2B_2A \sim O_1B_1A \Rightarrow$

$$\frac{O_2A}{O_1A}=\frac{r_2}{r_1}=\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{O_1O_2}{O_1A}=\frac{3}{2} \Rightarrow O_1A=\frac{8\cdot 2}{3};\ AO_2=\frac{8}{3} \Rightarrow A\left(-\frac{16}{3};0\right)$$

$$AC_1=\sqrt{AO_1^2-r_1^2}=\frac{\sqrt{220}}{3}$$

$$\triangle AOC_1 \sim \triangle ADO_1 \Rightarrow DO=\frac{AO_1\cdot O_1C_1}{AC_1}=\frac{2\cdot 16}{\sqrt{220}}=\frac{16}{\sqrt{55}} \Rightarrow D\left(0;\frac{16}{\sqrt{55}}\right)$$

D' лежит на другой касательной, причём касательные очевидно симметричны относительно линии центров, значит, D' симметрична D, относительно O_1, т.е. $D'\left(0;-\frac{16}{\sqrt{55}}\right)$

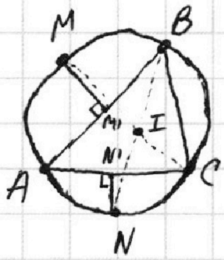
Итак $y=10b+ax$ проходит через $A\left(-\frac{16}{3};0\right)$ и ($D'\left(0;-\frac{16}{\sqrt{55}}\right)$ или $D\left(0;\frac{16}{\sqrt{55}}\right)$) имеем систему:

$$\begin{cases} 10b-\frac{16}{3}a=0 \\ \left[\begin{array}{l} \frac{16}{\sqrt{55}}=b \\ -\frac{16}{\sqrt{55}}=b \end{array}\right.\end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} b=\frac{16}{30}a \\ \left[\begin{array}{l} \frac{16}{\sqrt{55}}=b \\ -\frac{16}{\sqrt{55}}=b \end{array}\right.\end{cases} \Rightarrow a=\pm\frac{30}{\sqrt{55}} \text{ — искомые}$$

Ответ: $\pm\frac{30}{\sqrt{55}}$.

Задача N 7.

Дано:



$\triangle ABC$: ω - описанная окружность $\triangle ABC$
M - середина дуги AB, не содержащей C. N - середина дуги AC, не содержащей B; $\rho(N; AC) = 2$. $\rho(M; AB) = 4,5$.
I - центр вписанной окружности $\triangle ABC$.

Найти: $\rho(A; I)$ - ?

Решение:

Наблюдение N1: Очевидно, что $N \in BI$, а $M \in CI$. Это видно так. N - середина $\smile AC$, не содержащей $B \Rightarrow \smile CN = \smile NA \Rightarrow \angle ABN = \angle CBN$, т.е. BN - биссектриса $\angle B$, а центр вписанной окружности = точка пересечения биссектрис $\Rightarrow I \in BN$. Аналогично, $I \in CM$.

Наблюдение N 2: $\exists\, NN' \perp AC$; $MM' \perp AB$. По def $\rho(x; e)$:
$\rho(M; AB) = MM'$; $\rho(N; AC) = NN'$; $\rho(A; I) = AI$.
Заметим, $\angle CAN = \angle CBN = \frac{\angle B}{2} \Rightarrow NN' = AN \cdot \sin\frac{\angle B}{2}$. Аналогично, $MM' = AM \cdot \sin\frac{\angle C}{2}$

Наблюдение N3: $\angle AIN = \angle BAI + \angle ABI = \frac{\angle A + \angle B}{2} = \frac{180° - \angle C}{2} = 90° - \frac{\angle C}{2}$.
~~$\angle BIA = \angle IBC + \angle ICB = \frac{\angle B + \angle C}{2} = \frac{180° - \angle A}{2} = 90° - \frac{\angle A}{2}$~~

Тогда $\sin AIN = \cos\frac{\angle C}{2}$; ~~$\angle BIM = \cos$~~
$\angle AIM = \angle ICA + \angle IAC = \frac{\angle A + \angle C}{2} = \frac{180° - \angle B}{2} = 90° - \frac{\angle B}{2} \Rightarrow \sin AIM = \cos\frac{\angle B}{2}$.

По Th sin:

$\triangle AIM$: $\frac{AM}{\sin AIM} = \frac{AI}{\sin AMC} \Rightarrow AI = \frac{\sin B \cdot AM}{\cos\frac{\angle B}{2}} = \frac{\sin B \cdot MM'}{\sin\frac{\angle C}{2} \cdot \cos\frac{\angle B}{2}}$

$\triangle AIN$: $\frac{AN}{\sin AIN} = \frac{AI}{\sin ANB} = \frac{AI}{\sin C} \Rightarrow AI = \frac{AN \cdot \sin C}{\cos\frac{\angle C}{2}} = \frac{\sin C \cdot NN'}{\cos\frac{\angle C}{2} \cdot \sin\frac{\angle B}{2}}$

$$AI^2 = \frac{\sin B \cdot \rho(M; AB) \cdot \sin C \cdot \rho(N; AC)}{\sin\frac{\angle C}{2} \cdot \sin\frac{\angle B}{2} \cdot \cos\frac{\angle C}{2} \cdot \cos\frac{\angle B}{2}} = 4 \cdot \rho(M; AB) \cdot \rho(N; AC)$$

из формулы $\sin\alpha = 2\sin\frac{\alpha}{2} \cdot \cos\frac{\alpha}{2}$.

$\rho(A; I) = AI = 2\sqrt{\rho(M; AB) \cdot \rho(N; AC)} = 6$.

Ответ: 6.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

~~$\sqrt{2x^2-5x+3}=b\geq 0$; $\sqrt{2x^2+2x+1}=a\geq 0$~~

~~$a^2-b^2=2x^2+2x+1-2x^2+5x-3=2-7x$~~

~~$a-b=a^2-b^2$ — наше уравнение исходное~~

~~$(a-b)(a+b)=(a-b) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=b\ (1) \\ a+b=1\ (2) \end{array}\right.$~~

Решим:

Черновик

$(a,b)=9$.

$(a^2-6ab+b^2,\ a+b)=(a+b,\ -8ab)=\max 8$.

$abc\geq 2^{14}\cdot 7^{10}c$.

$\geq 2^{17}\cdot 7^{17}a$

$\geq 2^{20}\cdot 7^{37}b$

$b=2^6\cdot 7^5$

$a=2^3\cdot 7^{17}$

$c=$ ~~[illegible]~~

$c=2^{11}\cdot 7^{12}\frac{1}{2}$.

$a+b:$

$34+17$.

51.

3

$2^{51}\cdot 7^{64}$.

$a+b\ \vdots\ 8$.

$abc=2^{26}\cdot 7^{32}$

$11\quad 5$.

$\frac{\times 55}{\ \ 6}$
330

$-6\cdot 5\cdot 11$

$$\frac{16}{121-330+25}$$

$c\in$

$330-146$

184

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Черновик. $2x^2-5x$

$(a,b)=1.$

$\left(a+b,\ a^2-6ab+b^2\right)=$

$=(a+b,\ -8ab)=m.$

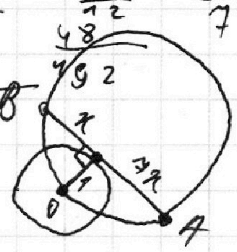
$a^2-6a+1=0$ $2(x^2-2\cdot\frac{5}{4}x\ \ +3.$

$D=36-4$

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$\times\begin{array}{r}22\\22\\\hline 44\end{array}$ $\times\begin{array}{r}12\\41\\\hline 12\\48\\\hline 492\end{array}$ $\frac{8}{7}-\frac{10}{7}$

$\begin{array}{r}44\\\hline 484\end{array}$



$a+b\ \vdots\ ab$

$(a,ab)=a.$

$976\ \ =(4\sqrt{61})^2$

244

61

$\pm4\sqrt{61}+22$

$x=\pm b=\frac{41}{2}\cdot2.$

$\sqrt{t-1}+\sqrt{t+1}=1.$

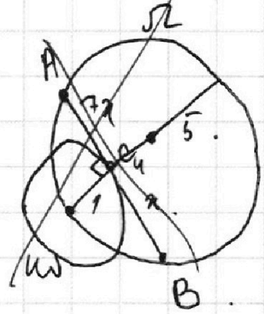
$t+2\sqrt{t^2-1}=1.$

$2\sqrt{t^2-1}=1-t.$

$4t^2-4=t^2+1-2t.$

$\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{\dfrac{1}{\sqrt{49x^2+1}}}=5\cdot2.$

$\sqrt{(49t+1)(t+1)}=10.$



$\sqrt{2x^2-5x+3}=a$

$\sqrt{2x^2+2x+1}=b.$

$\times\begin{array}{r}22\\22\\\hline 44\\44\\\hline 484\end{array}$

$a-b=a^2-b^2.$

$(a-b)=(a-b)(a+b)$

$\left[\begin{array}{l}a=b\\a+b=1.\end{array}\right.$

$\times\begin{array}{r}24\\24\\\hline 86\\\cancel{48}\end{array}$

$3t^2+2t-5=0.$

$\cancel{5}\ 66.$

$\sqrt{2x^2+2x+1}+\sqrt{2x^2-5x+3}=1.$

$2-7x=(2-7x)\left(\sqrt{2x^2-5x+3}+\sqrt{2x^2+2x+1}\right)$

$a\cdot b.\quad a+b=-5x.$

$\times\begin{array}{r}31\\31\\\hline 31\\93\end{array}$

$961.$

$2^{1}=2^{b}+2^{a}$

$\frac{BO}{OC_1} = \frac{AO}{AC_1}$ $\qquad (-8b,\ b+1)$

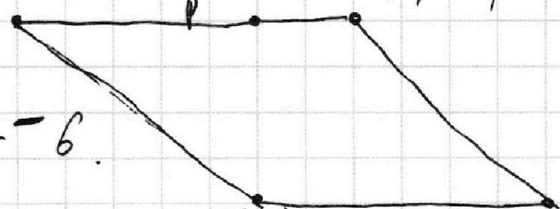
$\sqrt{}$ $\quad \frac{2}{}$ $\qquad (abc)^2 = a^c$

$a^2x^2+20ab+100b^2$

$(a^2+1)^2x^2$

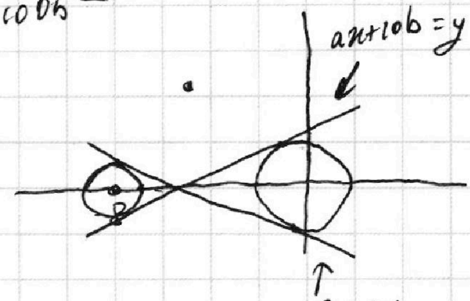
$x^2+y^2=4$

$P(-12;24)$ $\quad p$ $\quad Q(3;24)$



$2-6$.

$O(0;0)$ $\quad R(15;0)$



$y^2=4-x^2$

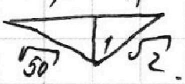
$y=ax+10b$

$\frac{16^2}{9}-4$ $\qquad x^2+y^2=1<4$.

$$\begin{cases} ax-y+10b=0. \\ ((x+8)^2+y^2-1)(x^2+y^2-4)\le 0. \end{cases}$$

$\frac{16^2-36}{9}$

$y = ax+10b$.



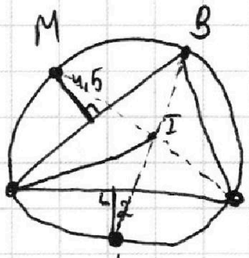
$\exists!\ 2$ решения.

$AI^2 = \sin B \cdot \sin C$

$256 \cdot 36a = 220$

$-5\frac{1}{3}a+10b=0$

$2x_2+y_2 = \quad AB = \frac{4{,}5}{tg\frac{C}{2}} \cdot 2$.



$AB = 9 \cdot ctg\frac{\angle C}{2}$.

$AC = 4ctg\frac{\angle B}{2} = 4R \cdot \sin\frac{\angle B}{2} \cdot \cos\frac{\angle B}{2}$

$\frac{16}{3}a = 10b$.

$8a = 19b$

$\frac{\sqrt{50}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 10$. $\quad y = ax+10b$

$\frac{AI}{\sin C} = \frac{AN}{\sin\frac{\angle A+\angle B}{2}}$

AL.

AI

$\frac{AI}{\sin B} = \frac{AM}{\sin\frac{\angle A+\angle C}{2}}$

$AI^2 = 4R^2 - BC^2$

$\shortparallel$

$4R^2 \cdot \sin A$.

$\frac{8}{3x}\cdot 2x = \frac{16}{3}$.

$AM = \frac{4{,}5}{\sin\frac{\angle C}{2}}$

$AI = 4R^2(1-\sin^2 A)$ $\qquad$ Черновик $\qquad -5\frac{1}{3}$.

$AN = \frac{2}{\sin\frac{\angle B}{2}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!