



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-12;24)$ ,  $Q(3;24)$  и  $R(15;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №1

$a, b, c \in \mathbb{N}$

$abc = ?$   
min

$$ab: 2^{14} \cdot 4^{10}$$

$$bc: 2^{14} \cdot 4^{17}$$

$$ac: 2^{20} \cdot 4^{34}$$

Если мы перемножим  $ab$  и  $bc$  и  $ac$  (тогда)  
это число будет  $\sqrt{\text{число}}$   $2^{51} \cdot 4^{64}$

Но также будет делиться и самым  
маленьким  $\sqrt{\text{тройки}}$  делитель —  $2^{14} \cdot 4^{10}$   
т.е. любой группой  $\sqrt{\text{тройки}}$   $\sqrt{\text{число}}$   
делится на число:

$$\frac{2^{14} \cdot 4^{14}}{2^{14} \cdot 4^{10}} = 2^3 \cdot 4^4$$

$$\frac{2^{20} \cdot 4^{34}}{2^{14} \cdot 4^{10}} = 2^6 \cdot 4^{24}$$

Поэтому число  $a^2 b^2 c^2: 2^{14} \cdot 4^{10}$  а следовательно

$$abc: \sqrt{2^{14} \cdot 4^{10}}$$

$abc: 2^7 \cdot 4^5 \Rightarrow$  наименьшее возможное  
значение  $abc$  это и есть  
делитель —  $2^7 \cdot 4^5$

Ответ:  $2^7 \cdot 4^5$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №2

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}$$

$\frac{a}{b}$  - несократима дроби

$$\text{Пусть } \frac{a}{b} = k, \text{ тогда } a = bk$$

Подставим в дробь вместо  $a$ ,  $bk$ :

$$\frac{bk + b}{(bk)^2 - 6 \cdot bk \cdot b + b^2} = \frac{b(k+1)}{b^2(k^2 - 6k + 1)}$$

чтобы дробь была сократима то

$$k+1 = k^2 - 6k + 1$$

$$k^2 - 7k = 0$$

$$k(k-7) = 0$$

$$\begin{cases} k=0 \\ k=7 \end{cases}$$

$$m = k+1 = k^2 - 6k + 1$$

наибольшие значения  $m$  достигаются  
при наибольшем значении  $k$ , то есть

$$\text{при } k = 7$$

⇓

$$m = 7+1 = 8$$

Ответ: при  $m = 8$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

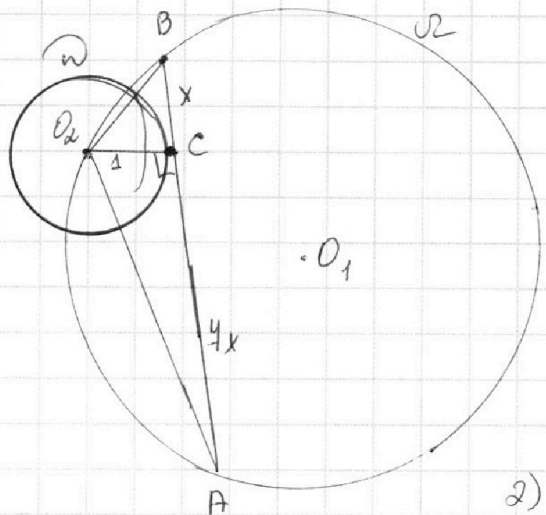
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №3



Дано:

Окр  $\omega$  ч.о.  $r=1$

Окр  $\Omega$  ч.о.  $R=5$

AB - хорда окр  $\Omega$

AB касат.  $\omega$  в т. C

$$\frac{AC}{CB} = 4$$

Найти: AB

1)  $\left\{ \begin{array}{l} AC = 4x \\ BC = x \end{array} \right.$

2) AB - касат. к окр  $\omega$

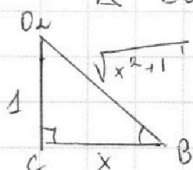
$O_2C$  - радиус окр.  $\omega$  в точку кас.

по т. о касат.  $AB \perp O_2C$

$$O_2C \perp AB$$

3) Рассмотрим прямоугол

$\triangle BO_2C$



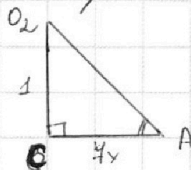
по т. Пифагора

$$BO_2 = \sqrt{O_2C^2 + BC^2} = \sqrt{x^2 + 1}$$

$$\sin \angle O_2BC = \frac{O_2C}{BO_2} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

4) Рассмотрим прямоугол

прямоугол  $\triangle CO_2A$  ( $O_2C \perp AB$ )



по т. Пифагора

$$AO_2 = \sqrt{CO_2^2 + CA^2} = \sqrt{49x^2 + 1}$$

$$\sin \angle O_2AC = \frac{O_2C}{AO_2} = \frac{1}{\sqrt{49x^2 + 1}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{49x^2 + 1}}$$

5)  $\triangle O_2BA$  - вписан в окр.  $\Omega$ , все его вершины лежат на ней.

по т. синусов

$$\frac{BO_2}{\sin \angle BAO_2} = 2R$$

$$\frac{AO_2}{\sin \angle O_2BA} = 2R$$

$$BO_2 = 2R \sin \angle BAO_2 = 2 \cdot 5 \cdot \frac{1}{\sqrt{49x^2 + 1}} = \frac{10}{\sqrt{49x^2 + 1}}$$

$$AO_2 = 2 \cdot 5 \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{10}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

или на обороте  $\Omega$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

продолжиме 3 да да

$$6) BO_2 = \frac{10}{\sqrt{49x^2+1}}$$
$$BO_2 = \sqrt{x^2+1}$$
$$\frac{10}{\sqrt{49x^2+1}} = \sqrt{x^2+1}$$
$$\frac{100}{49x^2+1} = x^2+1$$

$$49x^4 + x^2 + 49x^2 + 1 = 100$$

$$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$$

по схеме Рундера:

49	0	50	0	-99		
1	49	49	99	99	0	⊕
-1	49	0	99	0	0	⊕

$x=1$  - корень  
 $x=-1$  - корень

$$(x+1)(x-1)(49x^2+99)=0$$
$$49x^2+99=0$$

при  $x$

$$\begin{cases} x=1 - \text{не подходит, так } x \geq 0 \\ x=-1 - \text{не подходит, так } x \geq 0 \end{cases}$$

( $x$  - угол)

$$4) AB = AC + CB = x + 4x = 5x = 5 \cdot 1 = 5$$

Ответ: 5

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



3 задание №4

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 4x$$

$$\begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \\ 2x^2 + 2x + 1 \geq 0 \\ 2 - 4x \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x^2 - 2x - 3x + 3 \geq 0 \\ 7x \leq 2 \\ 2x^2 + 2x + 1 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} (x-1)(x-\frac{3}{2}) \geq 0 \\ x \leq \frac{2}{2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & 2x^2 + 2x + 1 = 0 \\ & D = 2^2 - 4 \cdot 2 < 0 \end{aligned}$$

т.к.  $a$  (старший член  $a$ )  
 $a > 0$

$y = 2x^2 + 2x + 1$  - парабола  
 $2 > 0 \Rightarrow$  ветви вверх  $\Rightarrow$

$$x \in (-\infty; \frac{2}{7}]$$

$$a = \sqrt{2x^2 - 5x + 3} \quad b = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

Заметим, что

$$a^2 - b^2 = 2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 = -7x + 2$$

$$\begin{cases} a^2 - b^2 = 2 - 7x \\ a - b = 2 - 7x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a - b = a^2 - b^2 \\ (a-b)(a+b) - (a-b) = 0 \\ (a-b)(a+b-1) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = b \\ a + b = 1 \end{cases}$$

I.  $a = b$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1$$

$$-7x = -2$$

$$x = \frac{2}{7}$$

II.  $a + b = 1$   
 $\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$\begin{cases} 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \geq 0 \\ x \in \{x \mid 2x^2 - 5x + 3 \geq 0\} \end{cases}$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 1 + 2x^2 + 2x + 1 - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$\begin{cases} 2x^2 + 2x + 1 \leq x \\ 2x(x+1) \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \in (-\infty; -1] \cup [0; +\infty) \\ 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 4x - 1 \end{cases}$$

см. на обороте

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

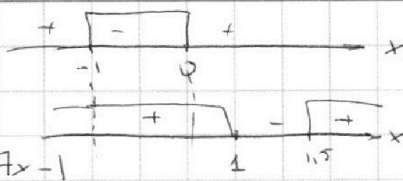
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



продолжи

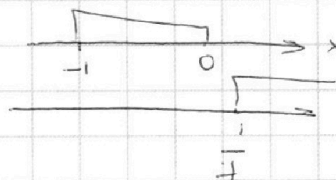
4

$$\begin{cases} x \in [-1; 0] \\ 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 7x - 1 \end{cases}$$



$$\begin{cases} x \in [-1; 0] \\ 7x - 1 \geq 0; x \geq \frac{1}{7} \\ 2(2x^2 + 2x + 1) = (7x - 1)^2 \end{cases}$$

$\infty$



$x \in \emptyset$

$$x = \frac{2}{7}$$

Ответ:  $\frac{2}{7}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача №6

$$\begin{cases} ax - y + 108 = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

кол-во решений системы = кол-ву пересечений графиков

I  $y = ax + 108$

II  $((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$

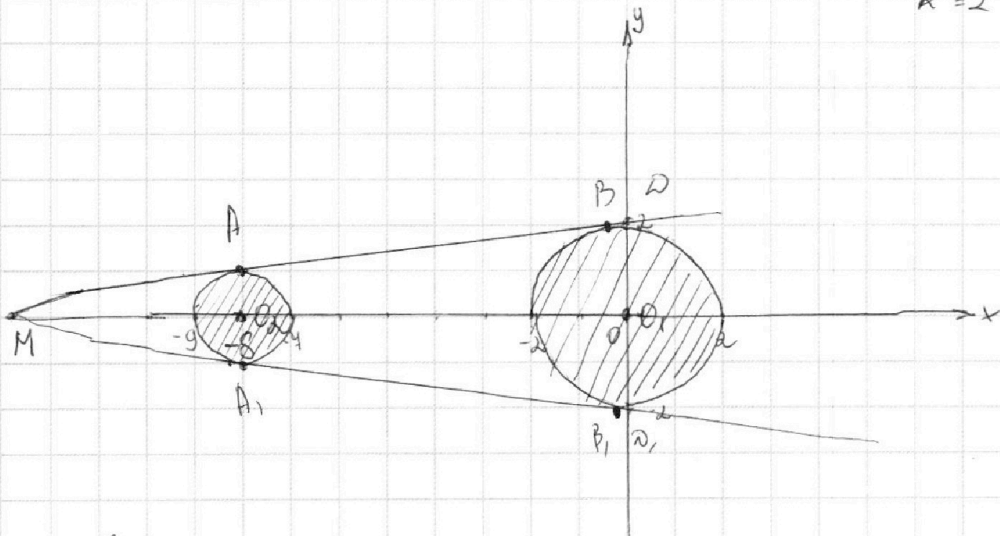
$$\begin{cases} (x+8)^2 + y^2 \geq 1 \\ x^2 + y^2 \leq 2^2 \\ (x+8)^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + y^2 \geq 2^2 \end{cases}$$

- это все графики окружностей

$x^2 + y^2 = 2^2$   
Окр. с (0;0)  
R=2

$(x+8)^2 + y^2 = 1$   
Окр. с (-8;0)  
R=1

построим график



Заметим, что система  $ax - y + 108 = 0$  будет иметь ровно 2 решения, когда  $y = ax + 108$  будет общей касательной к двум окружностям. Пусть точка пересечения двух касательных - (1)M

четыре окружности (1)O<sub>1</sub> и (1)O<sub>2</sub>  
точки касания с окр. (1)A и (1)B, (1)A<sub>1</sub> и (1)B<sub>1</sub>  
точки пересечения с осью  $Ox$  (1)D и (1)D<sub>1</sub>  
или на обороте



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

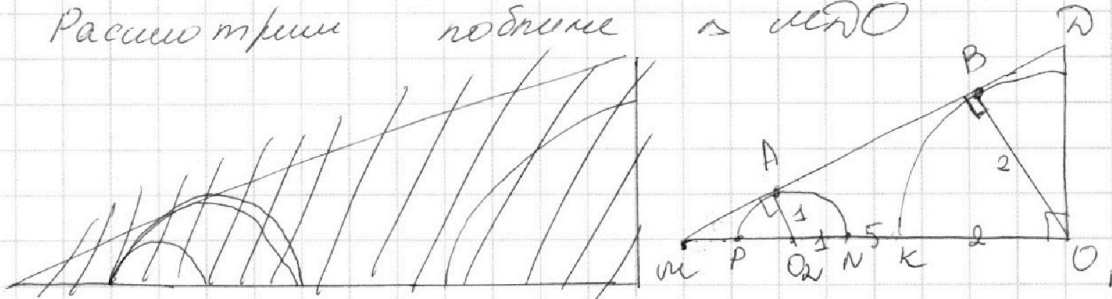


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Продолжение в задаче №1

Рассмотрим подобие  $\triangle MBO$



Расставим точки пересечения окружностей с осью  $Ox$   
(1) P, N, K соответственно.

1)  $O_2 O_1 = 8$ , радиусы абцисс  $O_2(-8; 0)$   $O_1(0; 0)$   
 $O_2 N = 1$   
 $K O_1 = 2$   
 $\Downarrow$   
 $NK = 5$

$O_2 A \perp MB$  — радиус  $\perp$  касательной  
 $O_1 B \perp MB$  — радиус  $\perp$  касательной

2) Рассмотрим  $\triangle MBO_2 \sim \triangle MBO_1$  по I кр.  
 $\angle BMO_1$  — острый  
 $\angle MAO_2 = \angle MBO_1 = 90^\circ$

$$\frac{MO_2}{MO_1} = \frac{O_2 A}{O_1 B}$$

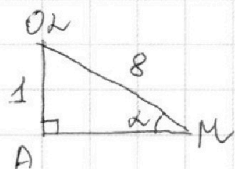
$\angle MBO_2 = x$ , тогда

$$\frac{x}{x + O_2 O_1} = \frac{1}{2}$$

$$2x = x + 8$$

$$x = 8 \Rightarrow O_2 M = 8, MO_1 = 8 + 8 = 16$$

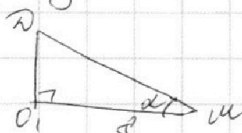
3)  $\triangle MAO_2$  — прямоугольный



$$\sin \alpha = \frac{OA}{MO_2}$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{8}$$

4)  $\triangle MO_1 O_2$  — прямоугольный



$\sin \angle O_2 M O_1 = \sin \alpha$

$\sin \angle O_2 M O_1 = \frac{O_2 O_1}{MO_2}$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{1}{64}} = \frac{\sqrt{63}}{8}$$

или  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{63}}{8}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Прополняем 6 задачи на

$$\cos \alpha = \frac{MO_1}{R_{\text{ш}}}, \quad R_{\text{ш}} = \frac{MO_1}{\cos \alpha} = \frac{16 \cdot 8}{\sqrt{63}} = \frac{2 \cdot 64}{\sqrt{63}}$$

$$\sin \alpha = \frac{DO_1}{R_{\text{ш}}}$$

$$DO_1 = \sin \alpha \cdot R_{\text{ш}} = \frac{1}{8} \cdot \frac{2 \cdot 64}{\sqrt{63}} = \frac{16 \sqrt{63}}{63} = \frac{48\sqrt{7}}{63} = \frac{16\sqrt{7}}{21}$$

5) ИИИ имеет координаты  $(0; \frac{16\sqrt{7}}{21})$

т.к. касательная к окружности симметрична оси  
OX, то ИИИ  $(0; -\frac{16\sqrt{7}}{21})$

6)  $y = ax + 10b$  проходит через ИИИ и ИИИ  
ИИИ  $(-16; 0)$  ИИИ  $(0; \frac{16\sqrt{7}}{21})$

$$\begin{cases} -\frac{16\sqrt{7}}{21} = 10b \\ 0 = -16a + 10b \end{cases} \quad \begin{cases} b = -\frac{8\sqrt{7}}{105} \\ a = \frac{10}{16}b \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = \frac{-8\sqrt{7}}{105} \\ a = \frac{-8\sqrt{7}}{16} \cdot \frac{10}{105} \end{cases} \quad \begin{cases} b = \frac{-8\sqrt{7}}{105} \\ a = -\frac{\sqrt{7}}{21} \end{cases}$$

$$y_1 = -\frac{\sqrt{7}}{21}x + \frac{8\sqrt{7}}{105}$$

касательная симметрична  $\Rightarrow$

$$y_2 = \frac{\sqrt{7}}{21}x + \frac{8\sqrt{7}}{105}$$

Вет. при  $a = \frac{\sqrt{7}}{21}$  и  $b = \frac{8\sqrt{7}}{105}$   
при  $a = -\frac{\sqrt{7}}{21}$  и  $b = \frac{8\sqrt{7}}{105}$

имеет уравнения имеет форму 2 прям.



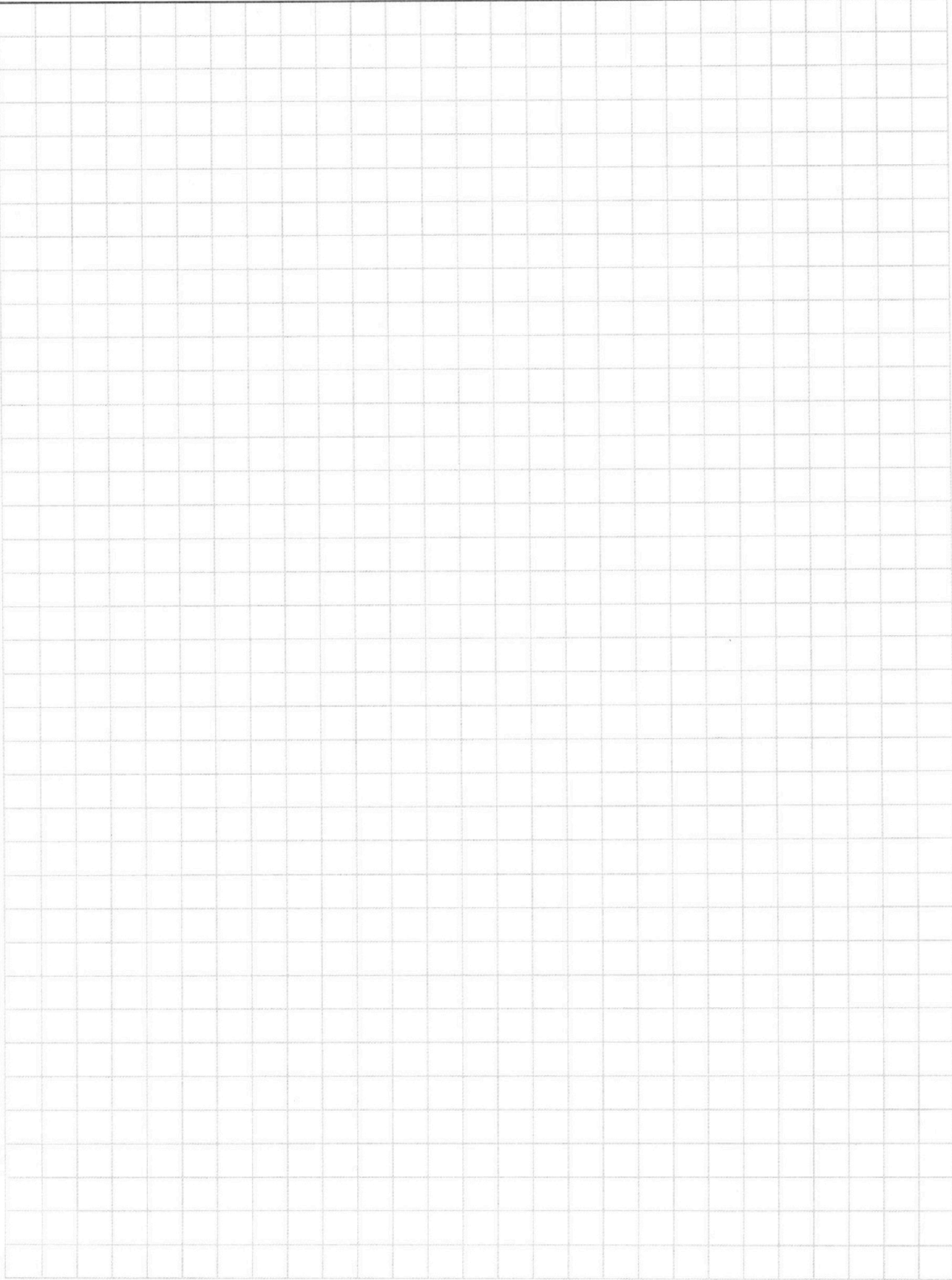
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

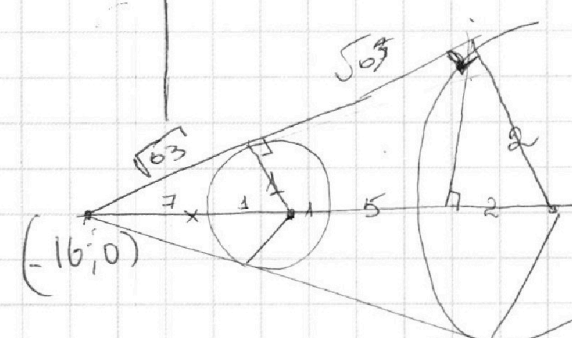
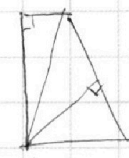
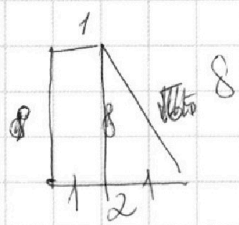
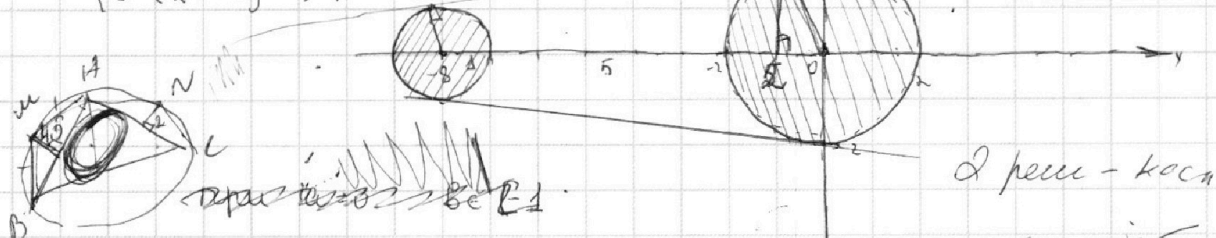
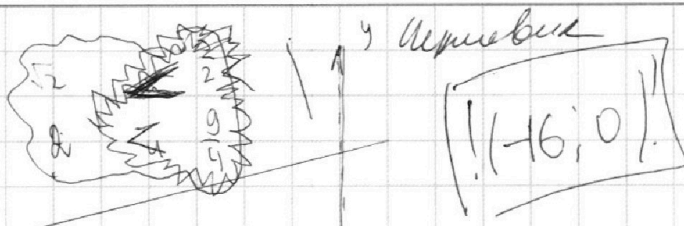
**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



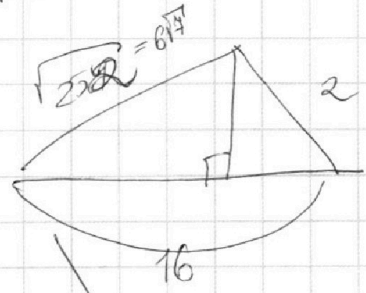
а)  $ax - y + 10b = 0$   
 $y = ax + 10b$

$$\begin{cases} (x+8)^2 + y^2 \geq 4 \\ x^2 + y^2 \leq 4 \\ (x-8)^2 + y^2 \leq 4 \\ x^2 + y^2 \geq 4 \end{cases}$$



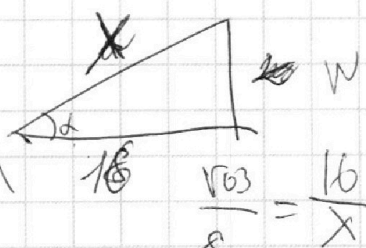
$\sqrt{259}$   
 $16$   
 $2$   
 $2 \cdot 126 =$   
 $= 4 \cdot 63 =$   
 $= 4 \cdot 9 \cdot 7$

$\sqrt{24 \cdot 21}$   
 $\frac{1}{2} = \frac{x}{x+8}$   
 $2x = x+8$   
 $x = 8$



$\sin = \frac{1}{8}$   
 $\cos = \sqrt{1 - \frac{1}{64}} =$   
 $= \frac{\sqrt{63}}{8}$

$\frac{1}{8} = \frac{N \cdot \sqrt{7}}{8 \cdot 2}$   
 $N = 3\sqrt{7} = 8^2$



$N = \frac{64 \sqrt{63}}{16 \cdot 2}$

$2x - 1x + y - y = 12$



$\frac{\sqrt{63}}{8} = \frac{16}{x}$   
 $x = \frac{8 \cdot 16}{\sqrt{63}} = \frac{128}{\sqrt{63}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

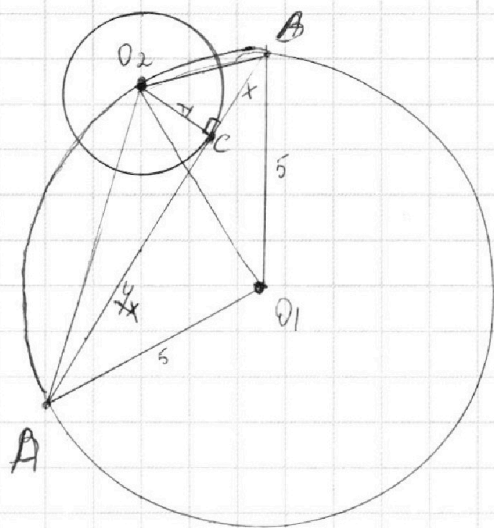
- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик



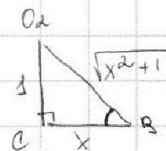
$$\frac{AC}{BC} = \frac{4}{1}$$

$$R = 5$$

$$r = 1$$

$$AB = ?$$

$\triangle BO_2C$

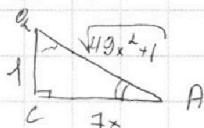


$$\sin \angle O_2^B BC = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$\frac{AO_2}{\sin \angle O_2 BA} = 2R$$

$$AO_2 = \frac{2 \cdot 5}{\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}} = 10\sqrt{x^2+1}$$

$\triangle AO_2C$



$$\sin \angle O_2 AC = \frac{1}{\sqrt{49x^2+1}}$$

$\cos =$

$$\frac{2603}{184}$$

$$\frac{17}{1}$$

$$\frac{10}{90}$$

$$\frac{BO_2}{\sin \angle C} = 10$$

$$BO_2 = 10\sqrt{49x^2+1}$$

$$\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha - \beta)$$

$$\sin(\alpha + \beta)$$

$$\frac{10}{12} = 5\sqrt{2}$$

$$1 - \cos \alpha$$

$$\begin{array}{r} 5206 \overline{) 2} \\ 4 \phantom{00} \\ \underline{12} \phantom{00} \\ 12 \phantom{00} \\ \underline{06} \phantom{00} \\ 2603 \overline{) 7} \\ 21 \phantom{00} \\ \underline{50} \phantom{00} \\ 49 \phantom{00} \\ \underline{13} \phantom{00} \end{array}$$

$$\sqrt{49x^2+1} = \frac{10}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$\sqrt{49x^2+1} = 10\sqrt{x^2+1}$$

$$10 = \sqrt{(x^2+1)(49x^2+1)}$$

$$49x^2+1 = 100x^2+100$$

$$39x^2 - 99 = 0$$

$$x^2 = \frac{99}{39} = \frac{33}{13}$$

$$x = \sqrt{\frac{33}{13}}$$

$$100 = 49x^4$$

$$49x^4 + x^2 + 49x^2 + 1 = 100$$

$$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$$

$$t = x^2; x \neq \pm 1$$

$$49t^2 + 50t - 99 = 0$$

$$50^2 + 4 \cdot 49 \cdot 99 = 4(25^2 + 49 \cdot 99) = 4 \cdot 5206$$

$$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$$

$$49 \cdot 0 \quad 50 \quad 0 \quad -99$$

$$+1 \quad 49 \quad 49 \quad 99 \quad 99 \quad 0$$

$$-1 \quad 49 \quad 0 \quad 99 \quad 0$$

$$51x^2 - 99 = 0$$

$$3(17x^2 - 33) = 0$$

$$x = \sqrt{\frac{33}{17}}$$

$$\begin{array}{r} 4581 \\ + 625 \\ \hline 5206 \end{array}$$

$$4581 \overline{) 49910}$$

$$4581 \phantom{00}$$

$$\underline{4099} \phantom{00}$$

$$9910$$

$$x = 1 \quad (49x^2 + 49x^2 + 99x + 99) = 0$$

$$(x+1)(x-1)(49x^2 + 99) = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик

$$\begin{aligned}
 ab &: 2^{14} 4^{10} \\
 bc &: 2^{14} 4^{14} \\
 ac &: 2^{20} 4^{94}
 \end{aligned}$$

$$abc: 2^{51} 4^{64}$$

$abc$  - иском?

$$abc: 2^{25} 4^{32} \sqrt{2}$$

$$abc \in \mathbb{N} \Rightarrow abc \neq 2^{20} 4^{32}$$

~~...~~

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{1}{1-6\frac{a}{b}+1}$$

$\frac{a}{b}$  - искоформула

~~...~~

$$\begin{array}{r}
 a^2 - 6ab + b^2 \quad | a+b \\
 -a^2 + ab \quad \quad | a \\
 \hline
 -5ab + b^2
 \end{array}$$

$$\frac{1}{a-6b+\frac{b^2}{a}} + \frac{1}{\frac{a^2}{b}-6a+b}$$

$$\frac{a}{b} = k \quad a = bk$$

$$\frac{b+bk}{b^2k^2-6b^2k+b^2} = \frac{b(k+1)}{b^2(k^2-6k+1)}$$

$M=4$

$$\begin{aligned}
 x^2 - 6bx + b^2 &= 0 \\
 D &= 36b^2 - 4b^2 = 32b^2 \\
 x_{1,2} &= \frac{6b \pm 4b\sqrt{2}}{2} \quad x_{1,2} = 3b \pm 2b\sqrt{2} = b(3 \pm 2\sqrt{2})
 \end{aligned}$$

$$k^2 - 6k + 1 = 0$$

$$D = 36 - 4 = 32$$

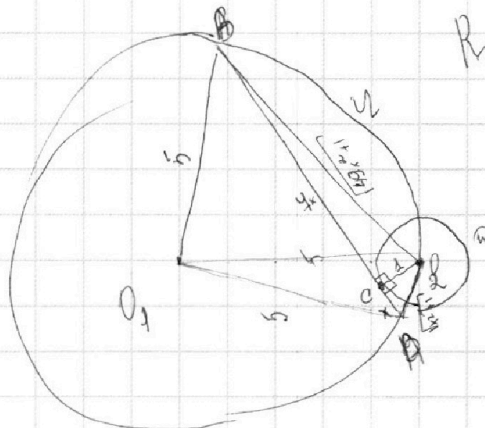
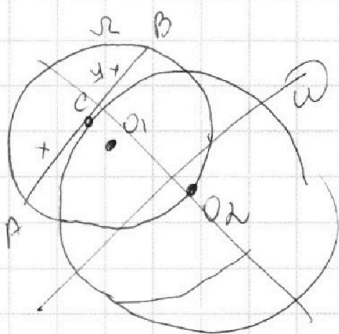
$$k_{1,2} = \frac{6 \pm 4\sqrt{2}}{2}$$

$$a = b(3 - 2\sqrt{2}) \quad a = b(3 + 2\sqrt{2})$$

$$\frac{a+b}{(a-b(3-2\sqrt{2}))(a-b(3+2\sqrt{2}))} = \frac{1}{a^2}$$

~~...~~  $k_{1,2} = 3 \pm 2\sqrt{2}$

(3)



$R_{O1} = 1$   
 $R_{O2} = 5$

$$\begin{aligned}
 k+x &= k^2 - 6k + x \\
 2x^2 - 4k &= 0 \\
 k(k-4) &= 0
 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



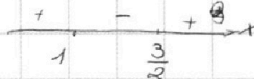
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 4x$$

$$\begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 \geq 0 & (x-1)(x-\frac{3}{2}) \geq 0 \\ 2x^2 + 2x + 1 \geq 0 & \text{при } x > 0 \\ D = 4 - 8 < 0 \end{cases}$$

$$\frac{15}{2} - \frac{15}{2} + 3$$



$$x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty)$$

$$2 - 4x \geq 0$$

$$4x \leq 2$$

$$x \leq \frac{1}{2}$$

$$x \in (-\infty; \frac{1}{2}]$$

$$2 - 4x + 2\sqrt{\dots} = (2 - 4x)^2$$

$$a = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$$

$$b = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$a^2 - b^2 = 2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 = -4x + 2$$

$$\begin{cases} a^2 - b^2 = 2 - 4x \\ a - b = 2 - 4x \end{cases}$$

$$a - b = 2 - 4x$$

$$a^2 - b^2 = a - b$$

$$(a+b)(a-b) - (a-b) = 0$$

$$(a-b)(a+b-1) = 0$$

$$\begin{cases} a = b \\ a + b = 1 \end{cases}$$

$$\text{Мож: } \frac{2}{7}$$

$$\frac{11 - \sqrt{283}}{41}$$

$$\begin{array}{r} 283 \overline{) 6} \\ 24 \quad \underline{4} \\ 43 \end{array}$$

$$\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = \sqrt{2x^2 - 5x + 3} \quad \sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$$

$$4x = 2$$

$$x = \frac{2}{4}$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \geq 0$$

$$2x^2 - 5x + 3 = (1 + 2x + 2x + 1) - 2\sqrt{\dots} \quad 2x^2 + 2x + 1 \leq 1$$

$$2x(x+1) \leq 0$$

$$\begin{array}{r} + \quad - \\ - \quad + \\ - \quad 0 \end{array}$$

$$\frac{11 - \sqrt{283}}{41} < \frac{2}{4}$$

$$\frac{44 - 4\sqrt{283}}{164} < \frac{81}{82}$$

$$2\sqrt{\dots} = 4x - 1$$

$$x \geq \frac{1}{4}$$

$$4(2x^2 + 2x + 1) = 49x^2 - 14x + 1$$

$$8x^2 + 8x + 4 = 49x^2 - 14x + 1$$

$$41x^2 - 22x - 3 = 0$$

$$D = 22^2 + 4 \cdot 3 \cdot 41 = 4(11^2 + 123) = 4 \cdot 283$$

$$x_{1,2} = \frac{22 \pm 2\sqrt{283}}{2 \cdot 41}$$

$$x_{1,2} = \frac{11 \pm \sqrt{283}}{41}$$

