



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 10 КЛАСС. Вариант 10

- [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{15}7^{11}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{18}$ ,  $ac$  делится на  $2^{23}7^{39}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
- [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

- [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 17 : 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 7 и 13 соответственно.
- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-13; 26)$ ,  $Q(3; 26)$  и  $R(16; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$ .
- [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leqslant 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

- [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 5 и 2,5.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:



*МФТИ*

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$f^2 = \frac{hK}{t} \cdot 2^g \cdot 7^{10} \text{ m.k. 6-кг памп., м}$$

$$\frac{h \cdot k}{k} = f^{10} \cdot f^{12} \sqrt{f^{10}(N)}$$

~~b k~~ ~~t years~~  $\angle$   $10^{\circ}$  ~~is~~

$$N = 2^{10} \cdot t$$

номера

$$\frac{hK}{t} = \frac{7^{10}}{2^9} \Leftrightarrow hK = \frac{7^{10}}{2^8} \cdot t \quad \text{и} \quad t = 2^9$$

$kht = \frac{1}{2} \cdot t^2$ , zgodnie z prawem Hookego  $\min a_{bc} = 2$

$$\text{Знайдіть мін } ab< = \frac{10}{7} \cdot \frac{9}{2} \cdot \frac{55}{2} \cdot \frac{68}{7} = 2 \cdot 7$$

пример:

$$a = k \cdot 2^{15} \cdot 3^{11}$$

$$c = 1 \cdot 2^{17} \cdot 7^{18}$$

$$ac : 2 \rightarrow 3^9$$

$$\text{Cylinder } k=7; h=7^9, m$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                                     |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N1.

$$a, b, c \in \mathbb{N}$$

$$\text{m.k. } ab : 2^{15} \cdot 7^{11} \quad ab = k \cdot 2^{15} \cdot 7^{11}, \text{ где}$$

$$\text{m.k. } bc : 2^{17} \cdot 7^{18} \quad bc = h \cdot 2^{17} \cdot 7^{18}, \quad k, h \in \mathbb{N}$$

$$\text{m.k. } ac : 2^{23} \cdot 7^{39} \quad ac = t \cdot 2^{23} \cdot 7^{39}, \quad t \in \mathbb{N}$$

$$(abc)^2 = kht \cdot 2^{55} \cdot 7^{68}$$

• минимальное  $kht \geq 1$ , но если  $kht = 1$ , то  
~~(abc)<sup>2</sup> = 2<sup>55</sup> · 7<sup>68</sup>~~ а такого не может быть  
 m.k. многое  $abc$ -не панцы.

значит  $kht \geq 2$ , если  $kht \geq 2$

~~•  $(abc)^2 = 2^2 \cdot 7^{56} \cdot 7^{68}$~~   $abc = 2^2 \cdot 7^{28} \cdot 7^{34}$

• Приведем пример

$$a = \frac{t \cdot 2^{23} \cdot 7^{39}}{c} \quad ; \quad b = \frac{h \cdot 2^{17} \cdot 7^{18}}{c}$$

$$ab = \frac{ht \cdot 2^{40} \cdot 7^{57}}{c^2} = k \cdot 2^{15} \cdot 7^{11} \quad (\Rightarrow c^2 = \boxed{\frac{2^{25} \cdot 7^{46} \cdot ht}{k}})$$

$$a^2 = \frac{t^2 \cdot 2^{46} \cdot 7^{78}}{h^2} \cdot \frac{k}{2^{25} \cdot 7^{46} \cdot ht} = \boxed{\frac{6k}{h} \cdot 2^{21} \cdot 7^{32}}$$

$$b^2 = \frac{k^2 \cdot 2^{34} \cdot 7^{36}}{2^{25} \cdot 7^{46} \cdot ht} \cdot K = \boxed{\frac{hk}{t} \cdot 2^9 \cdot 7^{-10}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

**МФТИ.**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$N \ni a, b \in \mathbb{N}$$

При заданных  $a, b \in \mathbb{N}$   $\text{HOD}(ax; y) \geq (x; y)$  <sup>за</sup>

$\frac{a}{b}$  - несократима - это означает, что  $(a; b) = 1$

$$(a+b; a^2 - ab + b^2) = m$$

<sup>из  $(a+b)^2 - 9ab$</sup>

по алгоритму Евклида вычитаем  $(a+b)$  раз

$$= (a^2 - 9ab; a+b) = (-9ab; a+b) = (9ab; a+b) \neq$$

Берем вычитаем <sup>из  $9ab$</sup>   $(9a)$  раз  $(a+b)$ , по алгоритму Евклида

$$= (9ab - 9a(a+b); a+b) = (-9a^2; a+b) = (9a^2; a+b) = m$$

м.к.  $(a; b) = 1$ , но  $a+b \nmid a$ , значит  $\text{HOD}(9a^2; a+b) = m$

доказано максимальное  $g$

Нпр. Приведен пример если  $a = 1; b = 8$ , то

$$\frac{a+b}{a^2 - 9ab + b^2} = \frac{9}{1+64 - 7 \cdot 8} = \frac{9}{9} = 1$$

<sup>здесь сокращать</sup>  
<sup>на 9, значит</sup>  
<sup>максимальное</sup>

Ответ: при  $m = 9$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

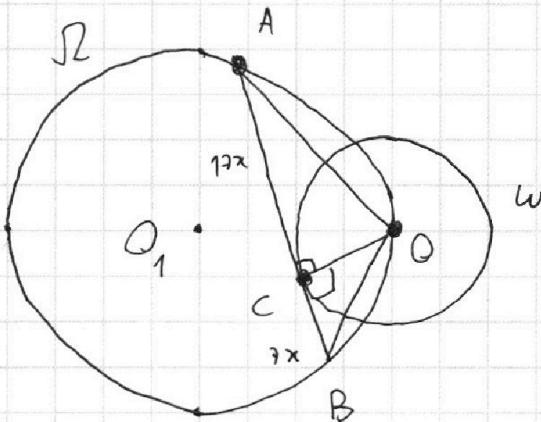
Dано:

$$\frac{AC}{CB} = \frac{17}{7}$$

$$OC = 7 = r$$

$$O_1O = 13 = R$$

AB = ?



П.к.  $OC$  - радиус, проведенный в точку  $C$  касаний  $O_1C \perp AB$ .

Пусть  $AC = 17x$ , тогда  $BC = 7x$

$\angle AOB = \alpha$ , тогда по т. синусов:

$$\frac{AB}{\sin \alpha} = 2 \cdot O_1O = 26 \quad \Rightarrow \quad \sin \alpha = \frac{24x}{26} = \frac{12x}{13}$$

$$AO = \sqrt{(17x)^2 + 7^2}; \quad OB = \sqrt{(7x)^2 + 7^2} = 7\sqrt{x^2 + 1}$$

$$S_{\triangle AOB} = \frac{OC \cdot AB}{2} = \frac{7 \cdot 24x}{13} = AO \cdot OB \cdot \frac{1}{2} \sin \alpha$$

$$7 \cdot 24x = \sqrt{(17x)^2 + 7^2} \cdot 7\sqrt{x^2 + 1} \cdot \frac{12x}{13} \quad x \neq 0$$

$$26 = \sqrt{(17x)^2 + 49} \cdot \sqrt{x^2 + 1} \quad \text{Пусть } x^2 = p$$

$$26^2 = (289t + 49)(t+1) \Rightarrow 289t^2 + 338t + 49 = 676$$

$$\cancel{289t^2} + 338t - 627 = 0 \quad \cancel{289t^2} + 162t - 47^2$$

$t \leq 4$  если  $t=1: \cancel{26} - 338 = 2$   
решение вспомогательное

$$338 \cdot 2 = 13 \cdot 26 \cdot 2 = 26^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$289t^2 + 338t - 627 = 0 \Leftrightarrow (t-1)(289t+627) = 0$$

$$t > 0, \text{значит } t=1$$

$$t=1 \Leftrightarrow x^2=1 \quad x=1$$

$$AB = 24x = 24$$

Ответ:  $AB = 24$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4.

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

Пусть  $3x^2 - 6x + 2 = a; 3x^2 + 3x + 1 = b$

$$\text{тогда } a - b = 1 - 9x$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b \quad \text{на } O\partial 3 \quad a - b = (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b}) \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{a} = \sqrt{b} \\ \sqrt{a} + \sqrt{b} = 1 \end{cases}$$

$$\text{если } \begin{cases} \sqrt{a} = \sqrt{b} \\ \sqrt{a} + \sqrt{b} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = b \\ a + b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x^2 - 6x + 2 = 3x^2 + 3x + 1 \\ 6 = 9x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6 = 9x \Leftrightarrow x = \frac{2}{3} \\ 6 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ 3x^2 + 3x + 1 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{aligned} & 3 \cdot \frac{1}{9} + \frac{3}{9} + 1 = \\ & = \frac{1}{27} + \frac{1}{3} + 1 > 0 \end{aligned}$$

значим  $x = \frac{1}{3}$  подходит

если  $\sqrt{a} + \sqrt{b} = 1 \Rightarrow \sqrt{a} = 1 - \sqrt{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 - 2\sqrt{b} + b \\ 1 \geq \sqrt{b} \end{cases}$

$$\sqrt{a} = 1 - \sqrt{b} \Leftrightarrow a = 1 - 2\sqrt{b} + b \quad (3)$$

$$(3) \quad 1 - 9x = 1 - 2\sqrt{b} \Leftrightarrow 9x = 2\sqrt{b} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 81x^2 = 4b = 12x^2 + 12x + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 69x^2 - 12x - 4 = 0 \end{cases} \quad D = 6^2 \times 9 \cdot 69 = 9 \cdot 9 + 9 \cdot 3 \cdot 23 = 9 \cdot 3 (3 + 23) = 12 \cdot 26 = 29 \cdot 13 = 4 \cdot 5 \cdot 13 = 4 \cdot 78$$

$$\begin{cases} x = \frac{6 \pm 2\sqrt{78}}{69} \\ x \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 6 \cancel{<} 2\sqrt{78} \\ 36 \cancel{<} 4 \cdot 78 \end{cases} \quad x = \frac{6 - 2\sqrt{78}}{69} \quad \text{значим неподходит}$$

$$x = \frac{6 + 2\sqrt{78}}{69}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

**МФТИ**

Но так же необходимо проверить первенство

$$2) 1 \geq \sqrt{6} \quad (2)$$

Мы знаем, что при  ~~$x = \frac{6+2\sqrt{78}}{23}$~~   $x = \frac{6+2\sqrt{78}}{23}$  выполняется  
равенство (1);  $9x = 2\sqrt{6} \Rightarrow \sqrt{6} = \frac{9x}{2}$

$$(2) 1 \geq \sqrt{6} = \frac{9x}{2} = \frac{2(3+\sqrt{78})}{23} \cdot \frac{3}{x} = \frac{3(3+\sqrt{78})}{23}$$

Проверим 1  ~~$\leq \frac{3(3+\sqrt{78})}{23}$~~   $\frac{3(3+\sqrt{78})}{23}$  и  $9 + 3\sqrt{78}$

$$1 \leq 3\sqrt{78}$$

$$1 \leq 9 \cdot 78$$

Значит:  $1 < \sqrt{6}$  значит значение кв-го (2) первично

$$x = \frac{6+2\sqrt{78}}{23} - \text{не подходит}$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{1}{9}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

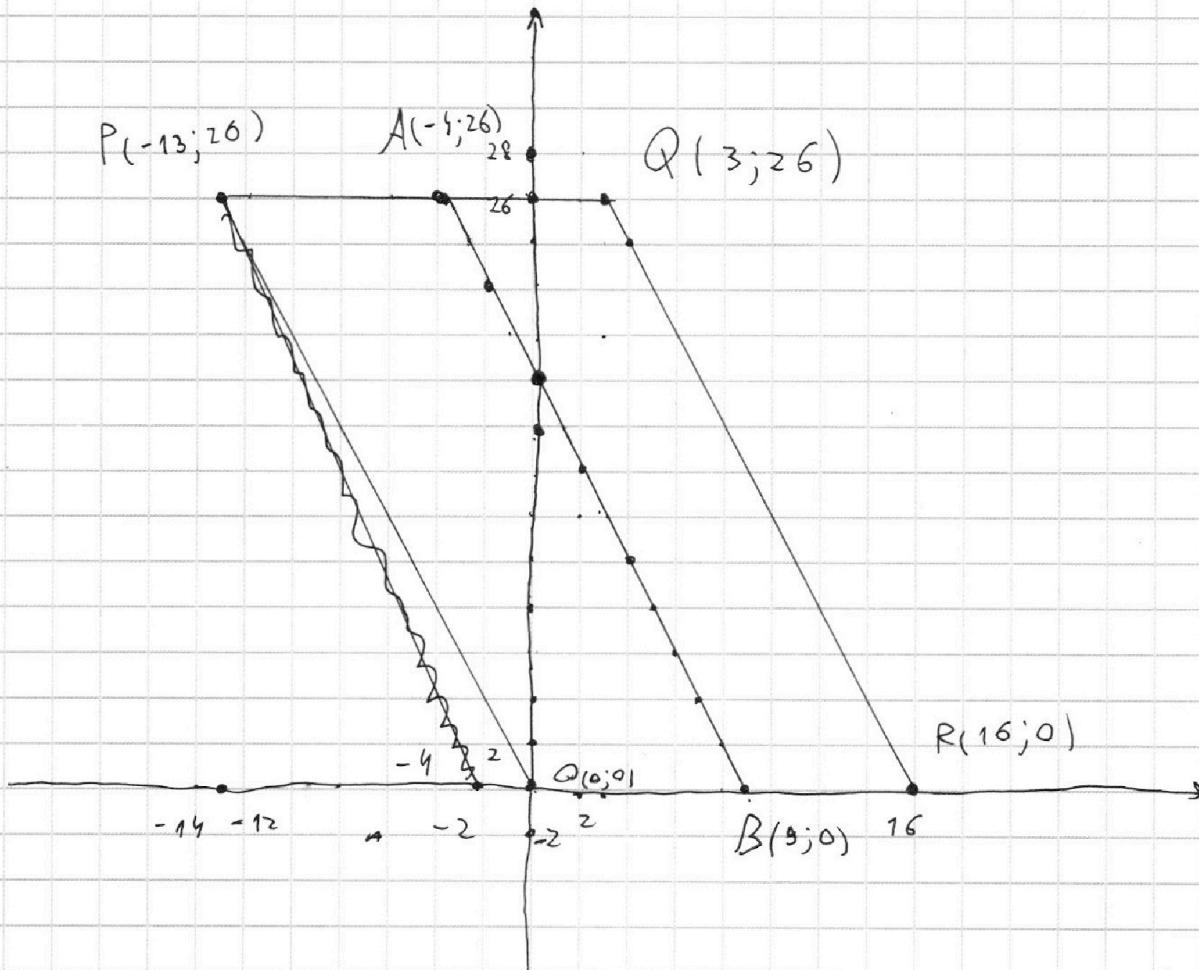
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

NS



$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14 \Leftrightarrow -2(x_2 - x_1) = y_2 - (y_1 + 14) \quad (1)$$

если запишем  $x_1$  и  $y_1$ , то  $\therefore (1)$  - ур - линии,

~~поскольку~~ проходящий через  $(x_1; y_1 + 14)$  и с наклоном  $-2$ .

Кп  $k$ -коэф. наклона  $QR$ , тогда  $K = \frac{0 - 26}{16 - 3} = -2$   
нас  $l$  сим  $\parallel QR$  и  $l \parallel PO$ .

Найдем ур - линии  $QR$ :  $-2(x - 3) = y - 26 \Leftrightarrow 2x + 20 = y$

$-2x + 6 = y - 26 \Leftrightarrow y = 32 - 2x$ ;  $y_1 + 14 \leq 32 - 2x_1 \Leftrightarrow y_1 \leq 18 - 2x_1$ ,  
~~и т.к. если~~  $y_1 + 14$  ~~вернее~~ больше  $y$  для  $QR$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

если не будем считать единичные точки с пар-длинами, а  
зная точку  $(x_2; y_2)$  тогда эта точка  
с координатами  $(x_2^*; y_2)$  не найдется.

Проведем прямую  $AB$ :  $y \leq 18 - 2x$

Найдется все точки  $(x_1; y_1)$  лежащие выше  
или на прямой.

Значит, что для каждого точки  $(x_1; y_1)$   
будет  $\ell$  будем пересекать пар-длины  $(QR)$  на этих  
единичных отрезках, ~~на которых~~  
будут ~~на~~ все отрезки будем брать единичные  
отрезки  $\ell$  для всех точек с целочисленными коорди-  
натаами.

Для каждой целой будем цепочки  $y$ .

(но не всегда т.к. при  $y \geq 2$  не будет дробных)

Цепочек координат  $x$  будем 14.

Значит для каждой точки  $(x_1; y_1)$ , лежащей  
на прямой  $AB$ , будем соотв. по 14 точек  $(x_2; y_2)$

Найдем как-то все такие точки  $(x_1; y_1)$  их будем  
14·10 (все точки лежат на отрезках //  $AB$ , таких  
будет 10, а на каждом отрезке 14 точек)

Для каждой  $(x_1; y_1)$  соотв. по 14 точек  $(x_2; y_2)$   
пар будем  $14 \cdot 14 \cdot 10 = 1960$  Ответ: 1960

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N6.

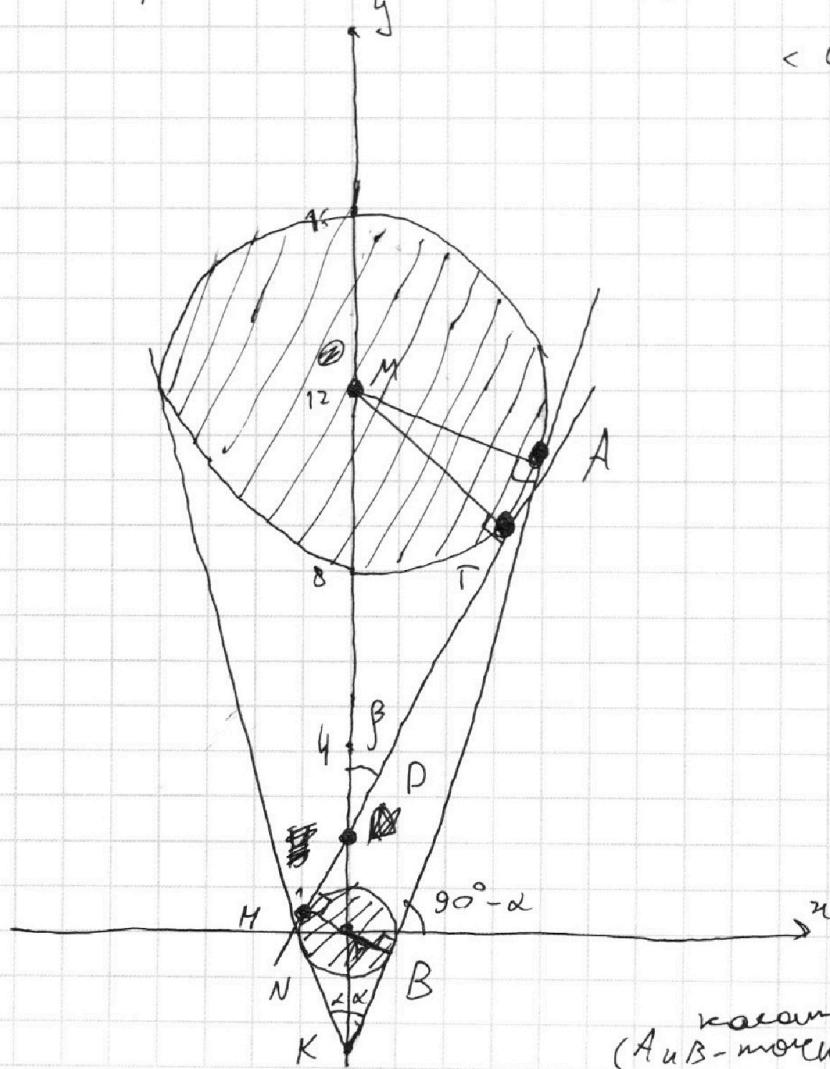
$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-12)^2 - 16) \leq 0 \quad (2) \end{cases}$$

$$(2): \begin{cases} x^2 + y^2 \geq 1 \\ x^2 + (y-12)^2 \leq 16 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + (y-12)^2 \geq 16 \end{cases}$$

$x^2 + y^2 = 1$  -  $y \neq -1$  окружность  
 $x^2 + (y-12)^2 = 16$

Начертим либо можем угадать. (2) {это будет 2 круга}

<чертежи>



$M(0; 12)$  и  $N(0; 0)$

$\ell: ax + y - 8b = 0$  - это

ур-е прямой

2 решения у  
системы будем

еще одна

касается ~~ко~~  
одной окруж-  
ности.

Пло есть две  
общие касания  
точ.

Таких каса-  
ющихся у

(2 внутри и  
2 снаружи.)

Проведен внешний  
касательную  
(A и B - точки касания)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пусть  $NKB = \alpha$

$$NK = \frac{NB}{\sin \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha}; MK = \frac{AM}{\sin \alpha} = \frac{12}{\sin \alpha}$$

$$MK = \frac{MN + NK}{\sin \alpha} = \frac{12 + \frac{1}{\sin \alpha}}{\sin \alpha}$$

$$MK = 12 + \frac{1}{\sin \alpha} = \frac{9}{\sin \alpha} \Rightarrow \frac{3}{\sin \alpha} = 12 \Leftrightarrow \sin \alpha = \frac{1}{4}$$

( $\sin \alpha \neq 0$ )

По теореме  $NK = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$ ; тогда

$$KB = \sqrt{16 - 1} = \sqrt{15}; \quad KB \cdot \operatorname{ctg} \alpha = \frac{KB}{NB} = \sqrt{15}$$

$\operatorname{ctg} \alpha$  — косинус наклона прямой, значит

$$a = \operatorname{ctg}(90^\circ - \alpha) = \operatorname{ctg} \alpha = \sqrt{15}$$

В то время  $a = \sqrt{15}$  существует 6, при которых

прямая  $l$  соприкасается с  $AB$ .

Две симм. вспомог. вспом.  $a = \operatorname{ctg}(90^\circ + \alpha) =$

$$= -\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\sin(90^\circ + \alpha)}{\cos(90^\circ + \alpha)} = \frac{-\cos \alpha}{-\sin \alpha} = -\operatorname{ctg} \alpha = \sqrt{15}$$

$$= -\sqrt{15}$$

Проведем вспом. касательную  $MT$ .

$$ND = \frac{NH}{\sin \beta} = \frac{1}{\sin \beta}, \quad MD = \frac{MT}{\sin \beta} = \frac{9}{\sin \beta}$$

$$ND + MD = 12 = \frac{5}{\sin \beta} \quad \sin \beta = \frac{5}{12} \quad (\text{н.к. } \sin \beta \neq 0)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{сделано } \cancel{\text{НД} = \sqrt{\frac{12^2}{5^2} - 1}} = \cancel{\sqrt{\frac{12^2}{5^2} - 1}} = \cancel{\sqrt{119}}$$

$$ND = \frac{12}{5}; MD = \sqrt{\frac{12^2}{5^2} - 1} = \frac{\sqrt{119}}{5}$$

$$\operatorname{ctg} \beta = \frac{MD}{ND} = \frac{\sqrt{119}}{5}$$

Чтобы  $\alpha$  - угол наклона  $MT$ , значит  $\operatorname{tg}(90^\circ - \beta) = \alpha$

$$\alpha = \operatorname{ctg} \beta = \frac{\sqrt{119}}{5}$$

Аналогично угол наклона другой винтовой линии

$$\operatorname{tg}(90^\circ + \beta) = -\operatorname{ctg} \beta = -\frac{\sqrt{119}}{5} = \alpha$$

при всем найденных  $\alpha$  будут существовать две, при которых придется ставить оба из них.

Ответ:  $\alpha = \pm \frac{\sqrt{119}}{5}$

$$\alpha = \pm \frac{\sqrt{119}}{5}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin \beta = \frac{1}{DN}; \quad \sin \beta = \frac{AM}{MD} = \frac{9}{MD}$$

$\frac{1}{25} + \frac{144}{25} = \frac{119}{25}$

$$DN + MD = 12 \Rightarrow \frac{8}{\sin \beta} \Leftrightarrow \sin \beta = \frac{5}{12}$$
$$\mu \frac{\frac{1}{25}}{\frac{144}{25}} = \frac{144}{25} = 1 + \operatorname{ctg}^2 \beta \Leftrightarrow \operatorname{ctg}^2 \beta = \frac{119}{25} \Rightarrow \frac{\sqrt{119}}{5}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$kht$

$$kht = 2^2 \cdot 7^9$$

$$c = a \cdot 2^2 \cdot 7 \cdot \frac{h}{k}; b = \frac{a}{2^9 \cdot 7^{21}} \cdot \frac{h}{t}$$

$$ab \geq \frac{2^2 \cdot 7^{21} \cdot t}{h}$$

$$a = 2^5 \cdot 7^{21}$$

$$6 \approx b = k \cdot 2^{11} \cdot 7^{10}$$

$\cancel{k=20}$

$a^b c;$

$$b \cancel{= k} \quad ba \approx k \cdot 2^{15} \cdot 7^{11}$$

$$\frac{a^2}{2^9 \cdot 7^{21}} \cdot \frac{h}{t} = k \cdot 2^{15} \cdot 7^{11} \quad \frac{a^2 h}{kt} = 2^{19} \cdot 7^{32}$$

$\beta$

$\cancel{h \approx 2}$

$$\cancel{kt} \approx 2^{18}$$

$$kht = y; \quad kt = \frac{y}{h} \quad \frac{a^2 h^2}{y} = 2^{19} \cdot 7^{32}$$

$kht \neq y$ :

$$kht = 7; \quad \frac{a^2 h^2}{7} = 2^{19} \cdot 7^{32} \quad \cancel{\beta}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{t}{h} \cdot 2^6 \cdot 7^{21} \quad kht = 2$$

$$ab = k \cdot 2^{15} \cdot 7^{11} \quad \frac{a^2}{k \cdot 2^{15} \cdot 7^{11}} = \frac{t}{h} \cdot 2^6 \cdot 7^{21}$$

$$\frac{a^2}{kt} \cdot h = 2^{21} \cdot 7^{32} \quad \cancel{kht = 2^2 \cdot 7^3}$$

$$\frac{a^2 \cdot h^2}{2^2 \cdot 7^3} = 2^{21} \cdot 7^{32} \quad \Rightarrow (ah)^2 = 2^{21+\alpha} \cdot 7^{32+\beta}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$h=1:$$

$$a^2 = 2^{22} \cdot 7^{33} \Rightarrow a = 2^{11} \cdot 7^{16}$$

$$b=2$$

$$b = 2^{16-11} \cdot 7^{11-16}$$

$$n = 32 + 35 + 1$$

$$\cancel{b} \cdot 7^{16+1}$$

$$kht - \min$$

$$c > a$$

$$ab \cancel{a} c > ab$$

$$bc > ab$$

$$c - \max$$

$$c > b$$

$$c > a$$

$$b^2 \cdot t \cdot 7^{10} = kh \cdot 2^9$$

$$ab^2 c = 1109,$$
  
$$= b^2 \cdot t \cdot 2^{33} \cdot 7^{39} = kh \cdot 2^{37} \cdot 7^{25}$$

$$b = \cancel{kh} \frac{2^{15} \cdot 7^{11}}{c}$$

$$a = \frac{t \cdot 2^{23} \cdot 7^{39}}{c}$$

$$c = \cancel{t} \cdot 2^3$$

$$b = \frac{t \cdot 2^{17} \cdot 7^{18}}{c}$$

$$ab \cdot \frac{h t \cdot 2^{40}}{c^2} = kh \cdot 2^{15} \cdot 7^{11}$$

$$c^2 = \frac{ht}{K} \cdot 2^{25} \cdot 7^{16}$$

$$a^2 = t^2 \cdot 2^{96}$$

$$a \approx$$

$$a \approx t$$

$$\frac{78}{32}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$MN = 12$$

$$a \approx \frac{b}{c} = \frac{b}{\frac{c}{a}} = \frac{b}{\frac{a^2}{a}} = \frac{b}{a^2} = \frac{b}{2^2 \cdot 7^2} = \frac{b}{28}$$

$$c = a \cdot 2^2 \cdot 7^2 \cdot \frac{h}{k}$$



$$\text{кв. } h=2^2, c=a \cdot 2^2 \cdot 7^2, a=2^2 \cdot 7^2, a=1$$

$$b = \frac{a}{2^2 \cdot 7^2}$$

$$\frac{b}{c} = \frac{2^2 \cdot 7^2}{2^2 \cdot 7^2} = \frac{1}{1}$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 9ab + b^2} = \frac{1}{a+b; a^2 \rightarrow a^2 + b^2} =$$

$$= (a+b; -9ab) = (9ab; a+b) = (-9a^2; a+b) =$$
  
$$9a^2 + 9ab = 9a(a+b) \quad (9a^2; a+b) \frac{65}{9}$$

$$9a^2 : a \quad 6.9 \quad 9 : a+b$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 9ab + b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 9a(b-a)} =$$

$$a+b - 9a + \frac{9a^2}{a+b} = \frac{9}{1 - 9 \cdot 8 + 81} =$$

$$= \frac{9}{64 - 55} = \frac{9}{9}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab : 2^{15} \cdot 7^{11}$$

абс - мин - )

$$bc : 2^{17} \cdot 7^{18}$$

p

$$ac : 2^3 \cdot 7^{39}$$

$$ab = k \cdot 2^{15} \cdot 7^{11}$$

$$ab : 2^{15} \cdot 7^{11}$$

$$bc = t \cdot 2^{15} \cdot 7^{11} \cdot 2 \cdot 7^3$$

$$bc : (2^{15} \cdot 7^{11}) \cdot 2 \cdot 7^3$$

$$ac = h \cdot 2^{15} \cdot 7^{11} \cdot 2^8 \cdot 7^{28}$$

$$ac : (2^{15} \cdot 7^{11}) \cdot 2^8 \cdot 7^{28}$$

$$\frac{23}{14} \approx 1.64$$

$$(abc)^2 = kth \cdot p^3 \cdot 2^{10} \cdot 7^{35}$$

$$\sqrt{498-46}^2$$

$\frac{q}{6}$  - несокр.

$$\frac{a+b}{a^2 - 9ab + b^2} =$$

$$as a^2 - 9ab + b^2 - a - b : k$$

$$\frac{(a+b)}{(a+b)^2 - 9ab} = \frac{1}{a+b} - \frac{9ab}{a+b}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 14 \\ \hline 46 \\ \overline{a-b=78} \end{array}$$

н.в.

= 1 - 9x

$$\sqrt{\overset{a}{3x^2 - 6x + 2}} - \sqrt{\overset{b}{3x^2 + 3x + 1}} = 1 - 9x$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b \Leftrightarrow \boxed{\sqrt{a} - \sqrt{b} = 0}$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{a} = 1 - \sqrt{b} \Rightarrow a = 1 - 2\sqrt{b} + b$$

1

81

- 12

~~69~~ 3

$$1 - 9x = 1 - 2\sqrt{b} \Leftrightarrow 2\sqrt{b} = 9x$$

$$3\sqrt{b} \cdot 6^2 + 4 \cdot 69 = b^2 + 4 \cdot 3 \cdot 23 =$$

$$= 4 \cdot 5 + 4 \cdot 3 \cdot 23 = 4 \cdot 3(3 + 23) = 12 \cdot 26 = 12 \cdot 2 \cdot 13$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

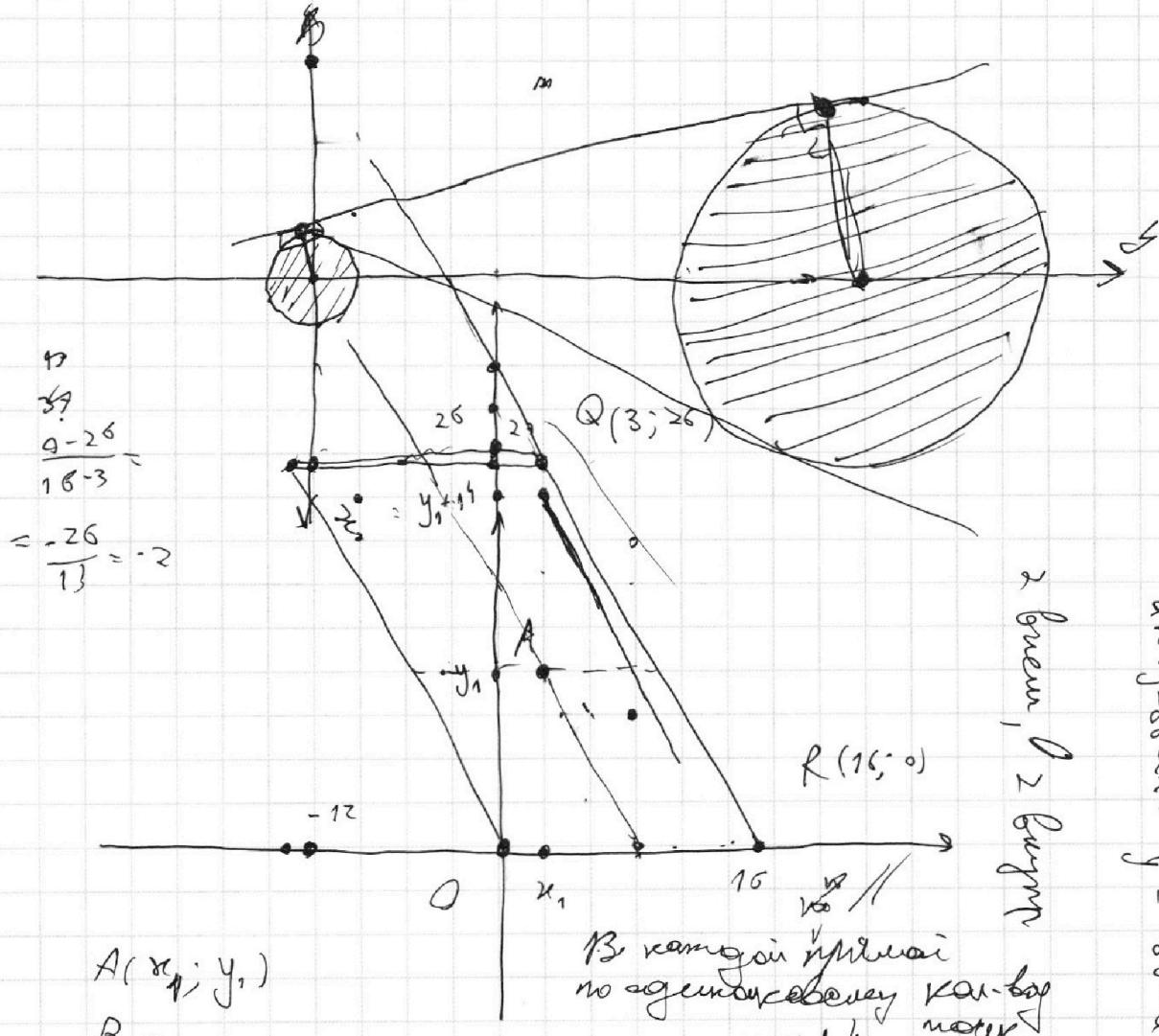
- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 6.

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$



$$\frac{39 - 26}{16 - 3} = \frac{13}{13} = 1$$

$$= \frac{26}{13} = 2$$

A( $x_1; y_1$ )

B( $x_2; y_2$ )

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$

$$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 14$$

$$y_2 = 2x_2 + y_1 - 14 - 2x_1$$

$$-2(x_2 - x_1) = y_2 - (y_1 + 14)$$

делим на  
 $x_1; y_1$

В каждой прямой  
но односторонне  
коэффициент  
нестр.

$$2x_1 + y_1 - 8b = 0$$

$$2x_2 + y_2 - 8b = 0$$

$$2x_2 + y_2 - 8b = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r}
 169 \\
 + 179 \\
 \hline
 348
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 169 \\
 \times 169 \\
 \hline
 1521 \\
 + 1014 \\
 \hline
 28561
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 54 \\
 + 8 \\
 \hline
 62
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 627 \\
 \times 17 \\
 \hline
 429 \\
 + 289 \\
 \hline
 627
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 290 \\
 - 1 \\
 \hline
 289
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 627 \\
 \times 289 \\
 \hline
 578
 \end{array}$$

$$289t \times 59 = 641$$

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 289 \\
 \times 49 \\
 \hline
 338
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 181203 \\
 - 338 \\
 \hline
 49
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 1 \\
 289 \\
 \times 13 \\
 \hline
 26
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 627 \\
 \times 209 \\
 \hline
 27
 \end{array}$$

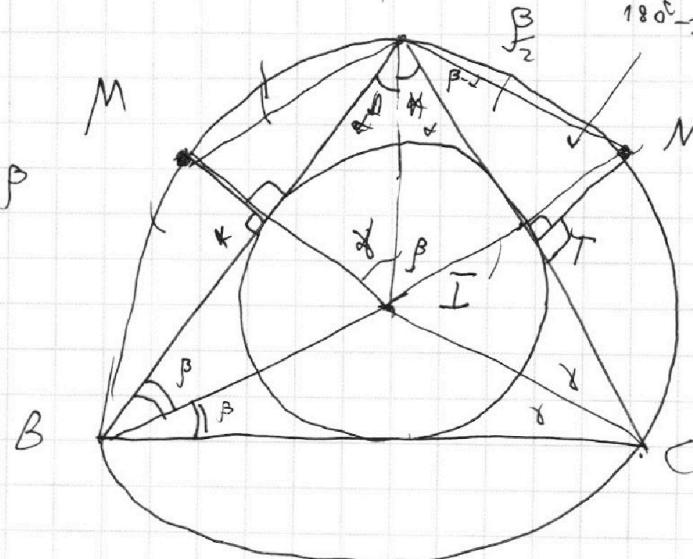
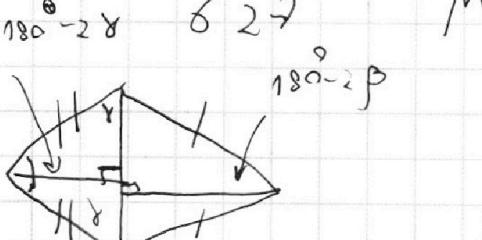
$$t = 1$$

$$\begin{array}{r}
 2013-2^x \\
 \times 289 \\
 \hline
 11
 \end{array}
 \quad
 \alpha = 338$$

$$2 - 289 = 338$$

$$MK = 5$$

$$\text{CAT} \approx NT = 2,3$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

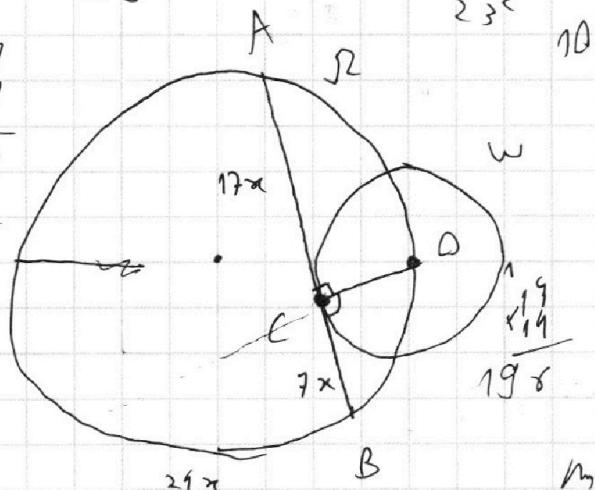
$$x = \frac{6+2\sqrt{78}}{69}$$

$$= \frac{4 \cdot (81 + 6\sqrt{78})}{69^2}$$

$$= \frac{4(9+2\sqrt{78})}{23^2} - \frac{8 \cdot 2(3+\sqrt{78})}{69} = \frac{23}{23} \left( \frac{9+2\sqrt{78} - (3+\sqrt{78}) \cdot 2}{23} \right)$$

$$= \frac{9}{23} \cdot \frac{-60 - 21\sqrt{78}}{23} = -\frac{9 \cdot 3(20 + 7\sqrt{78})}{23^2} = -\frac{27}{13} \cdot \frac{12}{13} \cdot \frac{338}{169}$$

$$\begin{aligned} & 27 \cdot 17 \\ & + 119 \\ & \hline 4 & 17 \\ & 17 \cdot 1 \\ & + 99 \\ & \hline 11 & 589 \\ & 119 \quad 338 \end{aligned}$$



$$\sin \angle AOB = \frac{26}{2R} = \frac{26}{26} = 1$$

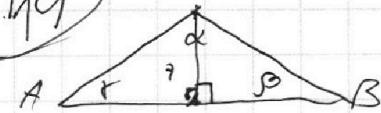
$$\sin \alpha = \sin \angle AOB = \frac{26}{26} \cdot \frac{26}{26} = \frac{12}{13} \cdot \frac{99}{13}$$

$$AO = \sqrt{(13)^2 + 7^2}; BO = \sqrt{(13)^2 + 7^2}$$

$$\frac{AO}{\sin \beta} = \frac{AQ}{x^2} = t$$

$$AQ \cdot OB \cdot \frac{1}{2} \sin \alpha = \frac{7}{t} \cdot \frac{1}{2} \cdot 26 \cdot \frac{12}{13} \cdot \frac{99}{13}$$

$$(289t + 99)(t + 1) = t \cdot 26^2$$



$$\begin{aligned} & 17x \quad 7x \\ & + 13 \\ & \hline 26 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 17x \quad 7x \\ & + 13 \\ & \hline 26 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos(2\beta + 2\gamma) = \cos 2\gamma - 2 \cos 2\beta$$

$$\frac{\cos \gamma}{\cos(\sqrt{3} + 2\gamma)} = \frac{\cos \gamma}{\cos(2\beta + 2\gamma)}$$

$$\operatorname{ctg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \gamma}$$

$$\operatorname{ctg}^2 \beta = \frac{1}{\sin^2 \gamma}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ 17 \\ \hline 119 \end{array}$$

$$ab \quad k_{th} \cdot c$$

$$(abc)^2 = k_{th} \cdot \frac{ss}{2} \cdot \frac{68}{7}$$

$$N1. \quad \begin{array}{r} 15 \\ 17 \\ \hline 32 \\ 23 \\ \hline 55 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 29 \\ \hline 39 \\ 68 \\ \hline 2 \cdot 17 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 98 \\ 5 \\ \hline 48 \\ 28 \\ \hline 12 \\ - 56 \\ \hline 28 \end{array}$$

$$k_{th} \text{ т.д. мин } k_{th} - 2$$

$$(abc) \approx \frac{28}{2} \cdot \frac{34}{7}$$

$$a = 2 \cdot 7^\beta$$

$$ab = 2^{15} \cdot 7^{11}$$

$$a = 2^{15} \cdot 7^{11}$$

$$b = 2^{\alpha_1} \cdot 7^{\beta_1}$$

$$bc = 2^{18} \cdot 7^{39}$$

$$b = 2^{18} \cdot 7^{39}$$

$$c = 2^{\alpha_2} \cdot 7^{\beta_2}$$

$$ac = 2^{23} \cdot 7^{50}$$

$$2 \cdot c = 2^{17} \cdot 7^{18}$$

$$\sin \alpha =$$

$$\alpha + \alpha_2 = 23$$

$$\beta + \beta_2 = 39$$

$$\alpha + \alpha_1 = 15$$

$$\beta + \beta_1 = 11$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 17$$

$$\beta_1 + \beta_2 = 18$$

$$\alpha - \alpha_1 = 5$$

$$\alpha + \alpha_1 = 15$$

$$\alpha_2 = 2\alpha - (\alpha + 10)$$

$$\alpha_1 = 5$$

$$\alpha_2 = 13$$

$$\beta_2 = 39$$

$$= \frac{1}{KN}$$

$$\sin \alpha = \frac{9}{MK}$$

$$MK - KN =$$

$$= 12$$

$$= \frac{3}{MK}$$

$$\sin \alpha =$$

$$= \frac{1}{MK}$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{MK}$$

$$\beta - \beta_1 = 11$$

$$\beta + \beta_1 = 11$$

$$\beta = 11$$

$$\beta_1 = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

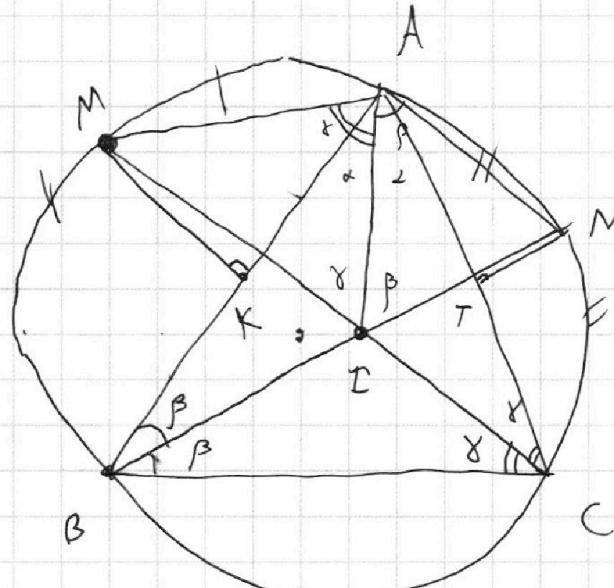
МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos(x+y) + \cos(x-y) = 2\cos x \cos y$$

14



$$\frac{MK}{\sin(\delta-\alpha)} = \frac{MA}{\sin(\beta-\alpha)}$$

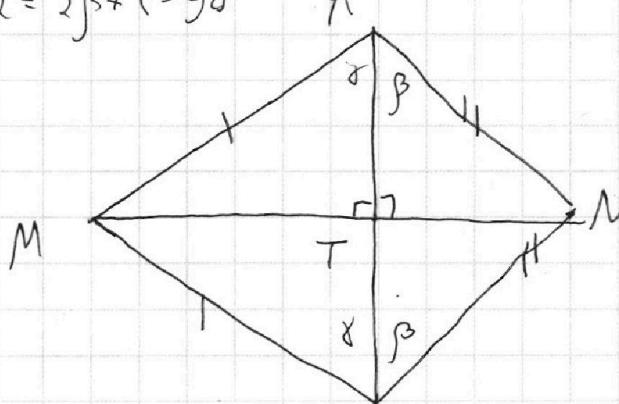
$$\frac{AK \cdot NT}{\sin(\beta-\alpha)} = AN$$

$$\delta + \alpha + \beta = 90^\circ$$

$$\alpha = 90^\circ - \delta - \beta$$

$$\delta - \alpha = 2\gamma - 90^\circ + \beta$$

$$\beta - \alpha = 2\beta + \gamma - 90^\circ$$



$$AM^2 \cdot \cancel{\sin(2\gamma)} =$$

$$= MT \cdot AI \cdot \cancel{\frac{1}{2}}$$

$$2AM^2(1 - \cos(180^\circ - 2\gamma)) = AI^2$$

AT

$$AT = AM \cdot \cos \alpha$$

$$AT = AN \cdot \cos \beta$$

$$AM \cdot \cancel{\cos \gamma} \cdot \cancel{\frac{1}{2}} \cdot \cos \delta = \frac{\sqrt{3}}{\sin(\beta-\alpha)} \cos \beta$$

$$\frac{2}{\sin(90^\circ - (\beta + 2\gamma))} \cdot \cos \gamma = \frac{1}{\sin(90^\circ - (\beta + 2\gamma))} \cos \beta$$

$$\cos(\beta + 2\gamma) \cos(2\beta + \gamma) = \cos \beta \cos(\beta + 2\gamma)$$

$$\cos(2\beta + 2\gamma) + \cos(2\beta) = \frac{1}{2} (\cos(2\beta + 2\gamma) + \cos(2\beta))$$