



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-13; 26)$, $Q(3; 26)$ и $R(16; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab: 2^{15} \cdot 7^{11}, \quad bc: 2^{17} \cdot 7^{18}, \quad ac: 2^{23} \cdot 7^{39} \Rightarrow a^2 b^2 c^2: 2^{55} \cdot 7^{68}$$

П.к. $a^2 b^2 c^2$ является квадратом, то все его простые делители при разложении на множители

имеют четную степень \Rightarrow п.к. $a^2 b^2 c^2: 2^{55} \Rightarrow$

$$\Rightarrow a^2 b^2 c^2: 2^{56} \Rightarrow a^2 b^2 c^2: 2^{56} \cdot 7^{68} \Rightarrow abc: 2^{28} \cdot 7^{34} \Rightarrow \text{так как}$$

~~наименьшее натуральное~~ $a, b, c \in \mathbb{N}$, то

$$abc \geq 2^{28} \cdot 7^{34} \Rightarrow \text{наименьшее значение } abc - \text{ это } 2^{28} \cdot 7^{34}$$

$$2^{28} \cdot 7^{34}: 2^{28} \cdot 7^{34} \Rightarrow abc = 2^{28} \cdot 7^{34} \text{ подходит.}$$

$$\text{Ответ: } 2^{28} \cdot 7^{34}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{a}{b}$ - несократима $\Leftrightarrow (a, b) = 1 \Rightarrow (a+b; ab) = 1$ (т.к. $a+b$ не делится ни на один из делителей a или b , а ab - это произведение a и b)

$$\frac{a+b}{a^2 - 2ab + b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 2ab}$$

$$(a+b; ab) = 1 \Rightarrow ((a+b)^2; ab) = 1 \Rightarrow \text{т.к. } (ab; (a+b)^2) = 1, \text{ то}$$

единственный множитель, который может быть в знаменателе

за несократимости \Rightarrow наибольшее m - это 9

Пример: $a=4$ $b=5$ $\frac{4}{5}$ - несократима

$$\frac{4+5}{(4+5)^2 - 2 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{9}{9(9-20)} = \frac{1}{-11}$$

Ответ: $m=9$

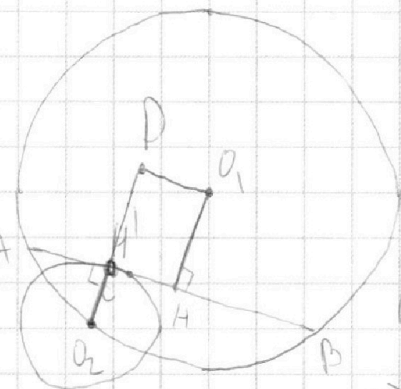
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$O_1M - M \in [AB] \text{ \& } O_1M \perp AB$$

O_1 - центр Ω O_2 - центр ω

$$O_1A = O_1B = 13 \Rightarrow \text{т.к. } O_1M \text{ - высота, то}$$

O_1M - медиана и биссектриса (св-во р/б \triangle)

$$\Rightarrow AM = MB$$

$$(O_2M' : O_2M' \perp AB, M' \in [AB]) \Rightarrow AM' = 7x, M'B = 17x \Rightarrow AB = 24x$$

$$\Rightarrow AM = MB = 12x \Rightarrow M'M = 5x$$

предположим $O_2M' \perp O_1M'$: $M'D = O_1M'$. т.к. $O_2M' \parallel O_1M'$, то

$$M'DO_1M' - \# \Rightarrow DO_1 = M'M = 5x.$$

$$\text{по т. Пифаг. } O_1M = \sqrt{13^2 - (12x)^2} = \sqrt{169 - 144x^2}$$

$$\text{по т. Пифаг. } O_1O_2 = \sqrt{(DO_1)^2 + (DO_2)^2} = \sqrt{(7 + \sqrt{169 - 144x^2})^2 + (5x)^2} =$$

$$= \sqrt{49 + 169 - 144x^2 + 14\sqrt{169 - 144x^2} + 25x^2} = 13 \text{ т.к. } O_2O_1 \text{ - радиус } \Omega$$

$$49 + 169 - 144x^2 + 14\sqrt{169 - 144x^2} = 169 \Rightarrow 119x^2 - 49 = 14\sqrt{169 - 144x^2}$$

$$\# f(x) = 119x^2 - 49 \quad g(x) = \sqrt{169 - 144x^2} \quad g(x) = 169 - 144x^2$$

$f(x) \downarrow (-\infty; 0]$, $g(x) \uparrow (-\infty; 0]$ (св-ва кв. функций) \Rightarrow

на том промежутке \uparrow ~~используем~~ $f(x) \uparrow [0; +\infty)$ & $g(x)$

т.к. $\sqrt{x} \circ g(x)$ не менее монотонна (св-ва комп.),

и менее монотонна область определения $D(\sqrt{x} \circ g(x)) = [\frac{13}{12}; \frac{13}{12}]$

Аналогично $f(x) \uparrow [0; +\infty)$, $g(x) \downarrow [0; +\infty)$ \Rightarrow ~~используем~~ $f(x) \downarrow [0; +\infty)$ & $g(x)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

приветствую.

г.к. max $1-2x$ достигается $x \in [0, 1]$, то y удовлетворяет

$$119x^2 - 49 = 14 \sqrt{169 - 144x^2} \quad \text{только 1 функция как корень}$$

$$\left. \begin{aligned} & \& x=1, \quad 119 \cdot 1^2 - 49 = 70 \\ & 14 \sqrt{169 - 144 \cdot 1^2} = 70 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x=1 - \text{это корень}$$

$$\Rightarrow \text{г.к. } AB = 24x, \text{ то } AB = 24$$

ответ: 24

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\left. \begin{array}{l} t = 3x^2 + 3x + 1 \\ k = 1 - 9x \end{array} \right\} \text{Тогда:}$$

$$\sqrt{t+k} - \sqrt{t} = k \quad (\Rightarrow) \quad \begin{cases} t+k = k^2 + 2\sqrt{t}k + t \\ k \geq 0 \Rightarrow \sqrt{t+k} \geq 0 \end{cases} \quad (\Rightarrow) \quad \begin{cases} \frac{k(1-k)}{2} = \sqrt{t}k \\ \sqrt{t+k} \geq 0 \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} (\Rightarrow) \begin{cases} t = \frac{k^2 - 2k + 1}{2} \\ t \geq 0 \\ k \geq 0 \\ \sqrt{t} + k \geq 0 \\ k = 0 \end{cases} \right\} \text{Подставляем} \\ \text{вместо } k \text{ и } t \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} 3x^2 + 3x + 1 = \frac{81x^2 - 18x + 1 - 2 + 18x + 1}{2} \\ 3x^2 + 3x + 1 \geq 0 \text{ - верно всегда (дискриминант)} \\ 1 - 9x \geq 0 \Rightarrow 1 - 9x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{3x^2 + 3x + 1} + 1 - 9x \geq 0 \\ 1 = 9x \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} (\Rightarrow) \begin{cases} 37,5x^2 - 3x - 1 = 0 \\ x < \frac{1}{9} \\ x = \frac{1}{9} \end{cases} \right\} \begin{array}{l} \sqrt{3x^2 + 3x + 1} + 1 - 9x \geq 0 \\ (\Rightarrow) \begin{cases} x = \frac{3 \pm \sqrt{159}}{2} \\ x = \frac{1}{9} \end{cases} \\ x = \frac{1}{9} \end{array} \quad (\Rightarrow) \quad x \in \left[\frac{3 - \sqrt{159}}{2}, \frac{1}{9} \right]$$

$$\text{Ответ: } \left[\frac{3 - \sqrt{159}}{2}, \frac{1}{9} \right]$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

В ряду параллельных ^{удовлетворяющих} МТ и $(OP)_a \Rightarrow$
две касательные ~~как~~ следующего ряда
будет столько же точек касания и две
предыдущего.

В ряду с $y=0$ пар $1n + 126 = 140$
 \Rightarrow т.с. всего $1n$ рядов (только между y от 0 до
26) то всего вариантов точек

$$140 \cdot 14 = 1960$$

Ответ: $1960^{\text{пар.}}$ точек.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Напишем уравнение прямой (OP) и (OQ)

$$\frac{x_A}{-13} = \frac{y_{26}}{26} \quad (\Rightarrow) y = -2x - (OP)$$

$$\frac{x-3}{13} = \frac{y-26}{-26} \quad (\Rightarrow) y = -2x + 32 - (OQ)$$

Зафиксируем точку с коор директами (x_1, y_1)

Тогда ГМТ удовлетворяющее уравнению $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1$

\Rightarrow будет являться прямой. $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 \stackrel{||}{=} y_2 = y_1 + 2x_1 - 2x_2 + 14$

Эта прямая $\parallel (OP)$ и (OQ) ~~она является~~

~~x_1, y_1~~

Проанализируем все точки с нулевыми коор директами

$b \neq$. ~~будет~~ будем идти по сторонам снизу вверх,

~~туда~~ сюда направо.

1) $(0;0)$. ~~будем~~ выберем точку (x_2, y_2) с наименьшим

значением по y . тогда (это равно 0 т.к. если

ниже то уже не $b \neq$) это точка $(1;0)$. Заметим

что при ~~уменьшении~~ ~~уменьшении~~ x на 1 y будет увеличиваться

на 1 это наименьшее значение ~~уменьшается~~ ~~уменьшается~~ y при ~~уменьшении~~ ~~уменьшении~~ x на 1

~~$1 - 2x_1, y_1$ и 14 - это значение числа, то ~~будет~~ ~~будет~~~~

~~будет~~ ~~будет~~ ~~будет~~ $y = y_1 + 2x_1 - 2x_2 + 14$ то x будет наименьшим (?)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \Leftrightarrow$$

Заметим, что $x^2 + y^2 = 1$ — окр.

$x^2 + (y - 12)^2 = 16$ — окр.

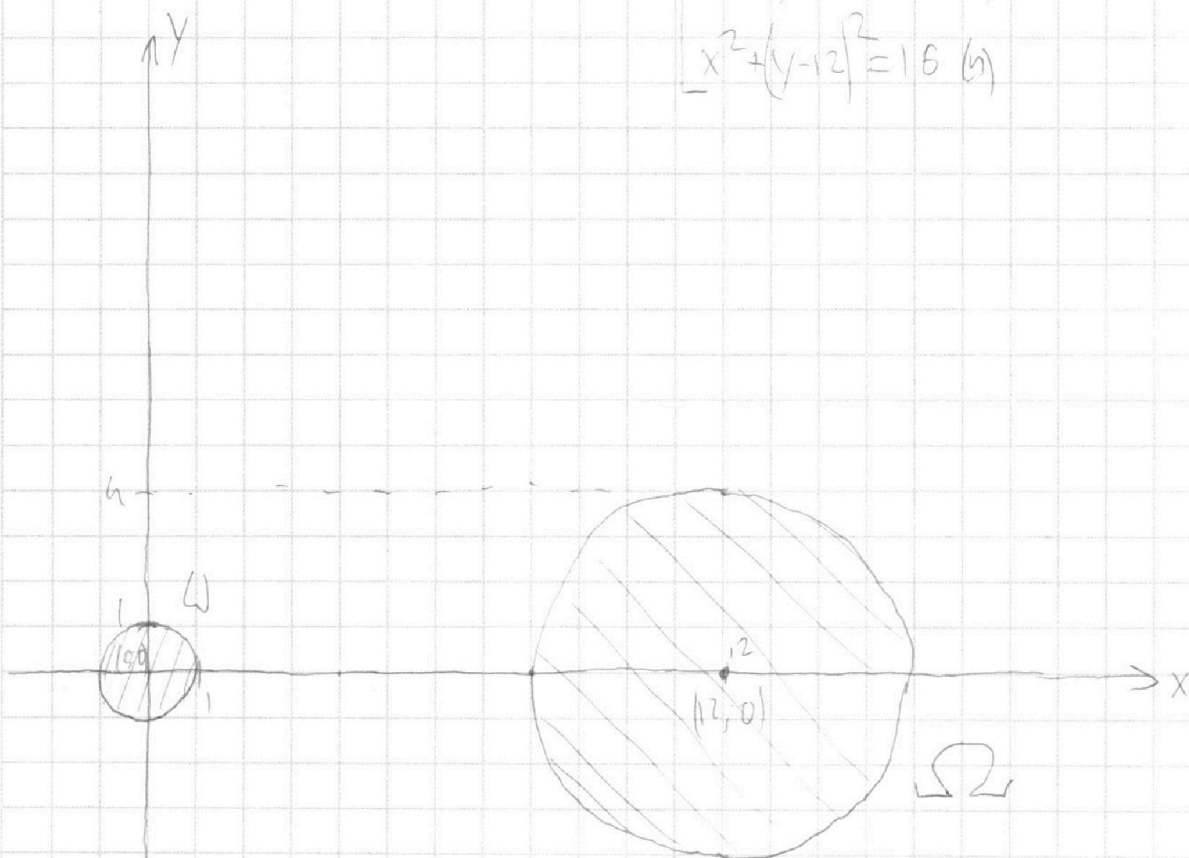
Изобразим в координатных

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 1 < 0 \\ x^2 + (y - 12)^2 - 16 > 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 1 > 0 \\ x^2 + (y - 12)^2 - 16 < 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$x^2 + y^2 - 1 = 0 \quad (3)$$

$$x^2 + (y - 12)^2 = 16 \quad (4)$$



(1) ~~исполна~~ ~~исполна~~ ~~исполна~~ это пересечение
всей плоскости без Ω и ее окр. Ω и
окр. Ω без ее окр. Ω — эта область

(2) ~~исполна~~ ~~исполна~~ ~~исполна~~ по Ω и Ω ~~исполна~~
всей $(\text{плоскость без } \Omega) \cap \Omega$ — эта область

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} (=) \left\{ \begin{array}{l} e=1 \\ C=\frac{5}{12} \\ e=1 \\ C=-\frac{1}{4} \\ e=-1 \\ C=-\frac{5}{12} \\ e=-1 \\ C=\frac{1}{4} \end{array} \right. \end{aligned}$$

тогда получаются и ур. 2 (т.е. ур. 2 норм. получено)
(выделить коэф. перед x)

$$\frac{5}{12}x + \frac{\sqrt{119}}{12}y + 1 = 0 \quad (=) \quad \frac{5}{\sqrt{119}}x + y + \frac{12}{\sqrt{119}} = 0$$

$$-\frac{1}{4}x + \frac{\sqrt{15}}{16} + 1 = 0 \quad (=) \quad -\frac{4}{\sqrt{15}}x + y + \frac{16}{\sqrt{15}} = 0$$

$$-\frac{5}{12}x + \frac{\sqrt{119}}{12}y - 1 = 0 \quad (=) \quad -\frac{5}{\sqrt{119}}x + y - \frac{12}{\sqrt{119}} = 0$$

$$\frac{1}{4}x + \frac{\sqrt{15}}{16} - 1 = 0 \quad (=) \quad \frac{4}{\sqrt{15}}x + y - \frac{16}{\sqrt{15}} = 0$$

Таким образом матрица A и F $\left\{ \frac{5\sqrt{119}}{119}; -\frac{5\sqrt{119}}{119}; \right.$

$$\left. -\frac{4\sqrt{15}}{15}; \frac{4\sqrt{15}}{15} \right\}$$

$$\text{Ответ: } a \in \left\{ -\frac{5\sqrt{119}}{119}; -\frac{4\sqrt{15}}{15}; \frac{4\sqrt{15}}{15}; \frac{5\sqrt{119}}{119} \right\}$$

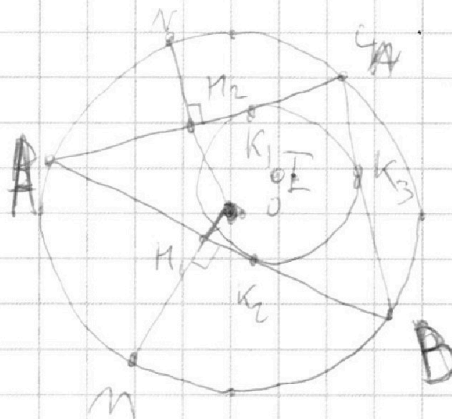
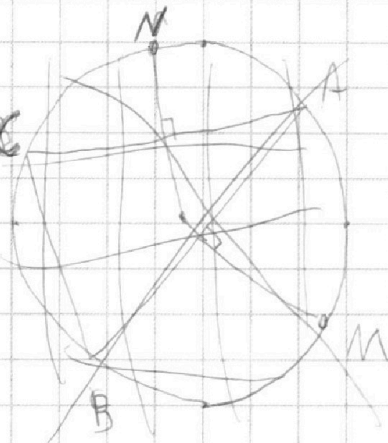
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



По условиям $NM_2 = 2,5$ $MM_1 = 5$.

$\sphericalangle AM = \sphericalangle MB \Rightarrow AM = MB \Rightarrow \triangle AMB - \text{р/б} \Rightarrow MM_1 - \text{мед, бисс.}$

Аналогично $NM_2 - \text{медiana и бисс. для } \triangle ANC$

$\sphericalangle OAC$ да $AM_2 = M_2C$. $\sphericalangle \triangle AOC$. $AO = OC = r \Rightarrow \triangle OAC - \text{р/б} \Rightarrow$

$\Rightarrow \sphericalangle K$. $OM_2 - \text{медiana, то } OM_2 - \text{бисс, высота} \Rightarrow$

$\Rightarrow OM_2 \perp AC \Rightarrow M_2 \in [NO]$. Аналогично $M_1 \in [MO]$

$] OA = r$. $\sphericalangle OAC$ да $OM_1 = r - 5 \Rightarrow \cos \sphericalangle M_1, OB = \frac{r-5}{r} = 1 - \frac{5}{r}$

$$\cos \sphericalangle AOB = \cos 2 \sphericalangle M_1, OB = 1 - 1 + \frac{10}{r} - \frac{25}{r^2} = \frac{10r - 25}{r^2}$$

Аналогично $\sphericalangle OAC$ да: AB по $\sphericalangle K$ кос. $AB = \sqrt{2r^2 - 2r^2 \cdot \frac{10r - 25}{r^2}} =$

$$= \sqrt{2r^2 - 10r + 25} = r \frac{r+5}{r} = r+5$$

Аналогично $AC = r + 2,5$. ~~$\cos \sphericalangle$~~

$II - \text{центр симметрии окружности, и тогда касательн} - \text{это } K_1, K_2, K_3$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & \text{Пусть } AK_1 = x. \text{ Тогда } (K_1 = r+2,5-x) \Rightarrow CK_3 = r+2,5-x, \\ & \Rightarrow BK_3 = AK_2 = x \Rightarrow BK_2 = r+5-x \Rightarrow BK_3 = r+5-x. \\ & \text{Тогда } CB = 2r+7,5-2x. \end{aligned}$$

Мы знаем $\cos \angle AOM$, $\cos \angle AON$

$$\angle AOM = \frac{1}{2} \angle AOB, \angle AON = \frac{1}{2} \angle AOC \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{и т.д. } \cos \angle CAB = \frac{1}{2} \cos \angle C, \text{ то } \angle CAB = \angle AON + \angle AOM.$$

Мы ~~не можем~~ мы можем также найти

длины из $\triangle OAB$ и $\triangle OAC$.

Тогда можно найти $\cos \angle CAB$ и выразить

$\cos \angle CAB$ от CB от x . Из этого можно найти x

также зная x и $\angle CAB$ ($\angle OAB = \frac{1}{2} \angle CAB$) можно

из $\triangle OAB$ найти OA .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 59 \\ \hline 108 \\ + 60 \\ \hline 708 \end{array}$$

$$\frac{9+3\sqrt{159}}{2} + 1$$

1,5

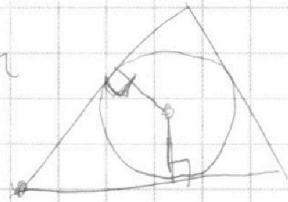
$$126 + 1,5\sqrt{159}$$

$$ax + y + b = x^2 + y^2 + c - 1$$

$$3 \cdot 64$$

$$2x^2(1 - \cos \beta) = 5x - 6,25$$

$$\cos \beta = \frac{0,25 - 5x - 2x^2}{2x^2}$$



$$192 + 24 + 1$$

$$15^2 = 225$$

$$217$$

cos

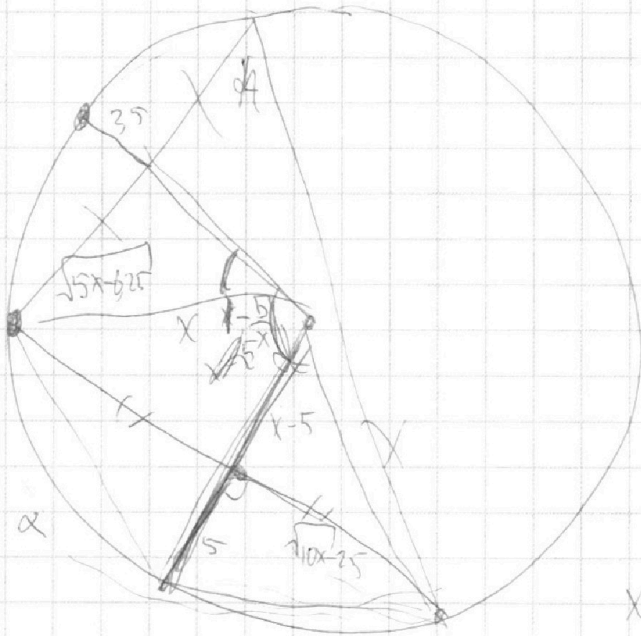
$$r = 5$$

$$r = 2,5$$

cos

$$\frac{r=5}{r}$$

$$\frac{r=2,5}{r}$$



$$1 - \frac{5}{r}$$

$$1 - \frac{2,5}{r}$$

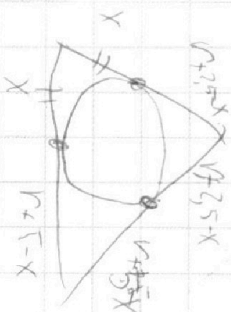
$$1 - 2\cos^2 \alpha$$

$$x^2 - x^2 + \sqrt{10x - 25}$$

$$2x^2 - 2\cos \alpha x^2 = 10x - 2,5$$

$$2x^2(1 - \cos \alpha) = 10x - 2,5$$

$$\cos \alpha = \frac{2,5 - 10x - 2x^2}{2x^2} \quad 1 - \cos \alpha = \frac{5}{x} - \frac{2,5}{2x^2}$$



$$x^2 - 5x + 12$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Handwritten mathematical work on grid paper. The page contains several diagrams and equations related to geometry and algebra.

Top Left: A diagram showing a line $ax+by+c=0$ and a point (x_0, y_0) . A perpendicular line is drawn from the point to the line, with the distance labeled as $|ax_0+by_0+c|$. There are also some calculations involving $\sqrt{127-2\sqrt{159}}$.

Top Right: A list of numbers: $a, b, 6, 7, 12, 2, 3$. There are also some scribbled-out expressions like $[a; b; c]$ and $[b; a; c]$.

Middle Left: A diagram of a circle with a point (x_0, y_0) inside. A line is drawn through the point, and the distance from the point to the line is indicated. There are also some calculations involving $18-6\sqrt{159}$.

Middle Right: A diagram showing a circle with a horizontal line $y=1$ and a vertical line $y=-1$. The circle is tangent to these lines. There are also some equations like $-bx_0+ay_0=0$ and $ax_0+by_0+c=0$.

Bottom Left: A diagram of a circle with a point (x_0, y_0) inside. A line is drawn through the point, and the distance from the point to the line is indicated. There are also some calculations involving $27-6\sqrt{159}$.

Bottom Right: A diagram showing a circle with a point $(-1; 1)$ inside. A line is drawn through the point, and the distance from the point to the line is indicated. There are also some equations like $2x-3y=0$ and $|-1-1|$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

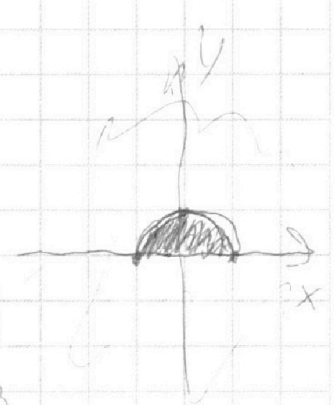
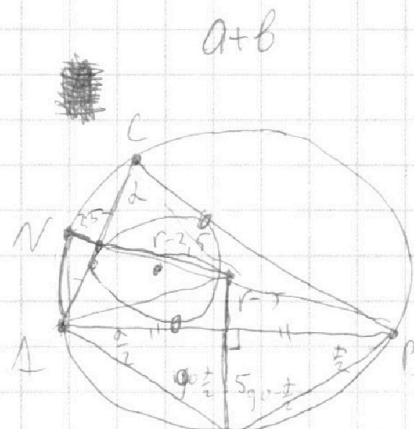
1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$a^2 b^2 c^2 = 2^{55} \cdot 7^{68}$
 $abc = 2^{28} \cdot 7^{34}$
 $\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-9ab} = \dots$



$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-9ab} = \dots$

$(x-1)^2$
 $a+b = km$
 $(a+b)^2 - 9ab = nm$
 $k^2 m^2 - 9ab = nm$
 $9ab = m(k^2 m - n)$

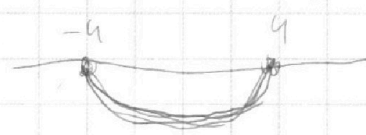
$169 = 144x^2$
 $x^2 = \frac{169}{144}$
 $x^2 + y^2 = 1$
 $x^2 + y^2 \leq 1$

$y \geq \sqrt{1-x^2}$
 $x \in [-1, 1]$

$(4b; a+b) = 0$ (9) $x=0$

$(x-n)(x+n)$

$\sqrt{3x^2 - 6x + 2}$



$36 - 2n = 12 \Rightarrow n = 12$

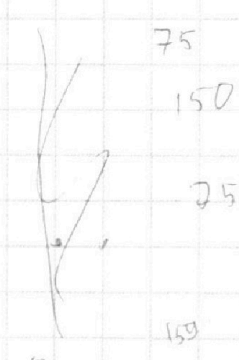
$\frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{6} = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$

$(x-n)(x+n) + |y-12| \geq 0$

$\sqrt{t} + \sqrt{t-k} = 9x+1$
 $\sqrt{t+k} - \sqrt{t} = k$

$\frac{3 \pm 13}{2}$
 $y = \frac{12}{37} = \frac{1}{3}$
 $+1300$

$\sqrt{t+k} - \sqrt{t} = k \Leftrightarrow \sqrt{t+k} = k^2 + 2k\sqrt{t} + \sqrt{t}$
 $-k^2 = 2k\sqrt{t} \Leftrightarrow t = \frac{k^2}{4}$



$\frac{(3 + \sqrt{159})^2}{2} = \frac{27 + 18\sqrt{159} + 159 - 3}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{159}}{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

0-32

$34x$
 $24x$
 $-26x + 26 = 7y - 26 \cdot 13$
 $-2x + 6 = y - 26$
 $-2x + 36$
 $7\sqrt{x+1}$
 $7(\sqrt{x+1}-1)$
 $\frac{169-144x}{7} = \frac{m}{n}$
 $7n = m\sqrt{169-144x}$
 $\sqrt{2(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2} = m$
 $9x + y$
 $7 + \sqrt{169-144x} + 25x^2 = 169$
 $49 + 169 - 144x + 144\sqrt{169-144x} + 25x^2 = 169$
 $70 + 144\sqrt{169-144x} + 25x^2 = 169$
 $144x - 49 - 25x^2 = 196(169-144x)$
 $(-13, 26)$
 $(3, 26)$
 $(13, 2)$
 $(16, 0)$
 $(0, 0)$
 $0 \leq y \leq 26$
 $\leq x$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Таким образом y принимает ^{меньше} значения от 0 до 26.

~~можно~~ (при этом точка точно не будет

за пределами \neq в силу параллельности $y = x_1 + y_2 - 2x_2 + 14$

и $(0; 0) \Rightarrow$ при $(x_1, y_2) = (0; 0)$ ~~14~~ точка.

2) $(1; 0), (2; 0), \dots, (9; 0)$. В этих точках все аналогично $(0; 0)$

\Rightarrow ~~9 \cdot 14 = 243~~ вариантов $9 \cdot 14 = 126$ вариантов

3) $(10; 0), (11; 0), \dots, (16; 0)$. В этих точках самая первая

точка уже выходит за пределы \neq

(для $(10; 0)$ первая точка это $(7; 0)$, и эти уже

выходят за пределы \neq ; $(11; 0) - (8; 0), \dots$), а значит

и все остальные образующие точки будут

вне $\neq \Rightarrow 0$ вариантов.

4) все остальные. заметим, что остальные

точки выйдут за пределы y на 2

и ^{уменьшатся} соответствующим образом x на 1 (как правило

на которых не будет целых точек). тогда

$(0; 0)$ будет соответствовать следующему

точка ~~это~~ $(-1; 2)$. заметим, что ГМТ подсоеди-

ных точек не изменится ($y = -1 \cdot 2 + 2 - 2x + 14 \Rightarrow y = -2x + 14$)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~тогда~~ $\Omega_1 \cap \Omega_2$ и $\Omega_1 \cup \Omega_2$ отсюда $\Omega_1 \cap \Omega_2$ (касательная окружностям Ω_1 и Ω_2 - это прямая, а не окружность)

Значит все совокупность - это $\Omega_1 \cup \Omega_2$ точек $\Omega_1 \cap \Omega_2$ ~~и~~ $\Omega_1 \cup \Omega_2$

$ax + y - b = 0$ - это прямая \Rightarrow будет точка 2 решения только тогда, когда эта ~~прямая~~ прямая будет касаться сразу двух окружностей. таких прямых существует 2.

$cx + dy - e = 0$ - нормальное уравнение $ax + y - b$ тогда получаем расстояние (формула расст. от (0) до прямой)

$$r = |e|$$

$$|y = c \cdot |z + e|$$

$$e = \pm 1$$

$$|2c = e \pm h$$

~~$$e = 1$$

$$c = \frac{1}{2}$$

$$d = \frac{\sqrt{1-16}}{2}$$

$$e = -1$$

$$c = -\frac{1}{2}$$

$$d = \frac{\sqrt{1-16}}{2}$$~~

$$e = 1$$

$$c = \frac{1}{2}$$

$$d = \frac{\sqrt{1-16}}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

