МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω, хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB, если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2-6x+2}-\sqrt{3x^2+3x+1}=1-9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-13;26)$, $Q(3;26)$ и $R(16;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2-2x_1+y_2-y_1=14$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система

$$\begin{cases} ax+y-8b=0, \\ (x^2+y^2-1)\left(x^2+(y-12)^2-16\right) \leqslant 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B. Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC, если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответсвенно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Задача 1

Пусть $ab = 2^{15}\cdot 7^{11}x$, $bc = 2^{17}\cdot 7^{18}y$, $ac = 2^{23}\cdot 7^{39}z$ (где $x, y, z \in \mathbb{N}$).

Тогда $abc = \sqrt{(abc)^2} = \sqrt{ab\cdot bc\cdot ac} = \sqrt{2^{15}\cdot 7^{11}x\cdot 2^{17}\cdot 7^{18}y\cdot 2^{23}\cdot 7^{39}z} =$

$= \sqrt{2^{55}\cdot 7^{68}xyz} = 2^{27}\cdot 7^{34}\sqrt{2xyz} \in \mathbb{N}$. ~~(т.~~

Наименьшим $\mathbb{N}$ значением ~~of~~ $\sqrt{2xyz}$ будет являться 2 (т.к. $\sqrt{2} > 1$). Значит, $abc = 2^{28}\cdot 7^{34}$

Ответ: $2^{28}\cdot 7^{34}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Задача 2

Пусть $a+b=\underset{(k\in N)}{mk}$. Тогда:

$$\frac{a+b}{a^2-7a+b^2}=\frac{mk}{a^2+2ab+b^2-9ab}=\frac{mk}{m^2k^2-9ab}=\frac{mk}{m\left(mk^2-\frac{9ab}{m}\right)}$$

Допустим, что $m=9x$, где x — делитель a (при этом из несократимости $\frac{a}{b}$ следует, что $b \not\vdots x$). ~~Тогда a+b~~

* Выразим $a=xy$. Тогда $a+b=xy+b=\frac{ym}{9}+b=mk$. Отсюда следует, что $b \vdots m$ (иначе сумма не была бы кратна m).

Но тогда a и b имеют общий делитель — m, что невозможно по условию.

Если же $m=9\alpha\beta$, где α — делитель a, а β — делитель b ($\alpha,\beta\in N$, $\alpha\neq\beta$), то $a+b=\frac{pm}{9\beta}+\frac{qm}{9\alpha}$, т.е невозможно по той же причине.

Аналогично ~~будет~~ с делителем b.

Значит единственный вариант $m=9$.

Ответ: 9

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Задача 4

$\sqrt{3x^2-6x+2}-\sqrt{3x^2+3x+1}=1-9x$

ОДЗ: $\begin{cases}3x^2-6x+2\geq 0\\3x^2+3x+1\geq 0\end{cases}$

$\exists\ a=\sqrt{3x^2-6x+2},\ a\geq 0;\ b=\sqrt{3x^2+3x+1},\ b\geq 0$

$a^2-b^2=3x^2-6x+2-3x^2-3x-1=-9x+1$

$a-b=a^2-b^2$

$(a-b)(a+b-1)=0$

$\left[\begin{array}{l}a=b\ (1)\\a+b=1\ (2)\end{array}\right.$

1) $\sqrt{3x^2-6x+2}=\sqrt{3x^2+3x+1}$

$3x^2-6x+2=3x^2+3x+1$

$9x=1$

$x=\frac{1}{9}$

$3x^2-6x+2=0$

$D=36-24=12$

$x_{1,2}=\frac{6\pm 2\sqrt3}{6}$

$x_{1,2}=1\pm\frac{\sqrt3}{3}$

$3x^2+3x+2=0$

$D=9-24<0\Rightarrow$

$\Rightarrow 3x^2+3x+1>0\ \forall x$

$x\in(-\infty;1-\frac{\sqrt3}{3}]\cup$

$\cup[1+\frac{\sqrt3}{3};+\infty)$

2) $\sqrt{3x^2-6x+2}+\sqrt{3x^2+3x+1}=1$

$3x^2-6x+2+3x^2+3x+1+$

$+2\sqrt{(3x^2-6x+2)(3x^2+3x+1)}=1$

$6x^2-3x+2+2\sqrt{(3x^2-6x+2)(3x^2+3x+1)}=0$

$\frac{1}{9}$ и $1-\frac{\sqrt3}{3}$

$\frac{\sqrt3}{3}$ и $\frac{8}{9}$

$\sqrt3$ и $\frac{8}{3}$

3 и $\frac{64}{9}$

$27<64\Rightarrow\frac{1}{9}<1-\frac{\sqrt3}{3}\Rightarrow$

$\Rightarrow x=\frac{1}{9}$ входит в ОДЗ

$289<300<324$

$17<10\sqrt3<18$

$1{,}7<\sqrt3<1{,}8$

$\frac{17}{30}<\frac{\sqrt3}{3}<0{,}6$

$\frac{47}{30}<\frac{\sqrt3}{3}+1<1{,}6$

$-0{,}6<-\frac{\sqrt3}{3}<-\frac{17}{30}$

$-0{,}4<1-\frac{\sqrt3}{3}<\frac{13}{30}$

$\begin{cases}4(9x^4+9x^3+3x^2-18x^3-18x^2\cancel{-6x}+6x^2\cancel{+6x}+2)=\\ \qquad=(-6x^2+3x-2)^2\\-6x^2+3x-2\geq 0\end{cases}$

$\begin{cases}36x^4-36x^3-36x^2+8=(6x^2-3x+2)(6x^2-3x+2)\\6x^2-3x+2\leq 0\end{cases}$

$\begin{cases}\cancel{36x^4}\cancel{-36x^3}-36x^2+8=\cancel{36x^4}\cancel{-18x^3}+12x^2\cancel{-18x^3}+9x^2-6x+12x^2-6x+4\\6x^2-3x+2\leq 0\end{cases}$

$\begin{cases}33x^2+36x^2-12x-4=0\\6x^2-3x+2\leq 0\end{cases}$ $\begin{cases}69x^2-12x-4=0\\6x^2-3x+2\leq 0\end{cases}$, $D=144+4\cdot4\cdot69=144+16\cdot69=1148=$
$=4\cdot7\cdot41$

$6x^2-3x+2=0$

$D=9-48<0\Rightarrow 6x^2-3x+2>0\ \forall x$

$\begin{cases}x\in\varnothing\\69x^2-12x-4=0\end{cases}$; $x\in\varnothing$

Ответ: $\{\frac{1}{9}\}$

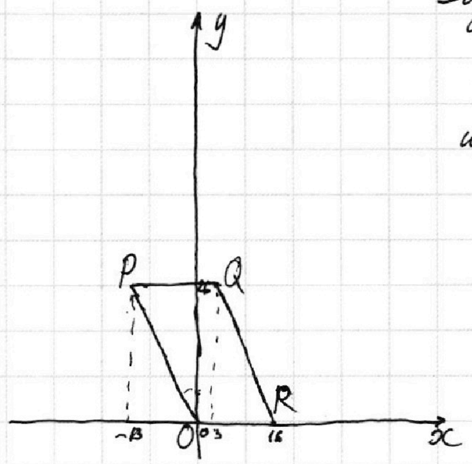
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Задача 5



Найдём уравнения прямых, содержащих стороны параллелограмма:

$y = kx + b$

$PO: \begin{cases} 0 = 0\cdot k + b \\ 26 = -13k + b \end{cases} \quad \begin{cases} b = 0 \\ k = -2 \end{cases} \Rightarrow y = -2x$

$PQ: \begin{cases} 26 = -13k + b \\ 26 = 3k + b \end{cases} \quad \begin{cases} b = 26 \\ k = 0 \end{cases} \Rightarrow y = 26$

$QR: \begin{cases} 26 = 3k + b \\ 0 = 16k + b \end{cases} \quad \begin{cases} -13k = 26 \\ b = -16k \end{cases} \quad \begin{cases} k = -2 \\ b = 32 \end{cases} \Rightarrow y = -2x + 32$

$OR: \begin{cases} 0 = 0k + b \\ 0 = 16k + b \end{cases} \Rightarrow y = 0$

Так как точки должны лежать внутри п-мма (включая границу), для координат каждой из них должны выполняться неравенства:

$\begin{cases} y \geq -2x \\ y \leq 26 \\ y \leq -2x + 32 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y \in [0; 26] \\ \cancel{x \leq y - 3} \\ 2x \leq 32 - y \\ 2x \geq -y \end{cases} \quad \begin{cases} y \in [0; 26] \\ x \leq 16 - \frac{y}{2} \\ x \geq \frac{-y}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} y \in [0; 26] \\ x \in [\frac{-y}{2}; 16 - \frac{y}{2}] \end{cases}$

Т.к. $x \in Z$ и $y \in Z$ по условию: $y \in \{0; 1; \ldots; 26\}$ (27 элементов),
$x \in \{\lceil \frac{-y}{2} \rceil; \lceil \frac{-y}{2} \rceil + 1; \ldots; \lceil \frac{-y}{2} \rceil + 16\}$ (16 элементов)

Рассмотрим равенство из условия:

$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$

При y_1 — нечётном, $2x_1 \in \{-y_1 + 1; \ldots; (-y_1 + 1) + 16\}$, а при y_1 — чётном $2x_1 \in \{-y_1; \ldots; -y_1 + 16\}$. Аналогично с x_2 и y_2.
Рассмотрим различные случаи чётности y_1 и y_2

I y_1 — чёт и y_2 — чёт: $2x_1 = -y_1 + a$, $2x_2 = -y_2 + b$, где $a, b \in \{0; 1; \ldots; 16\}$

$-y_2 + y_1 + b - a + y_2 - y_1 = 14$

$b - a = 14$

$\begin{cases} b = 14 + a \\ b, a \in \{0; 1; \ldots; 16\} \end{cases} \Rightarrow$ 3 варианта ($a \in \{0; 1; 2\}$) для x_1 и x_2

~~всего~~ 14^2 вариантов на y_1 и y_2 ~~$\Rightarrow$~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

II y_1 – неч., y_2 – чёт.: $2x_1 = -y_1 + 1 + a$, $x_2 = -y_2 + b$ (a и b сейчас и далее аналогично сл. I)

$-y_2 + b + y_1 + 1 + a + y_2 - y_1 = 14$

$b = 15 + a \Rightarrow$ 2 варианта ($a \in \{0; 1\}$) на x_1 и x_2 и

$13 \cdot 14$ вариантов на y_1 и y_2

III y_1 – неч., y_2 – неч.: $2x_1 = -y_1 + 1 + a$, $2x_2 = -y_2 + 1 + b$

$-y_2 + b + 1 + y_1 - a - 1 = y_1 + y_2 = 14$

$b = 14 + a \Rightarrow$ 3 варианта ($a \in \{0; 1; 2\}$) на x_1 и x_2 и

13^2 вариантов на y_1 и y_2

Случай для y_1 – чёт и y_2 – неч. не рассм., поскольку является сл. II (точки меняются местами)

Суммарно $\cancel{(3+2+3) \cdot 27^2 = 8 \cdot 27^2}$ $3 \cdot 14^2 + 2 \cdot 13 \cdot 14 + 3 \cdot 13^2 =$

$= 3 \cdot 196 + 2 \cdot 182 + 3 \cdot 169 = 588 + 364 + 507 = 1459$ Ответ: 1459

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

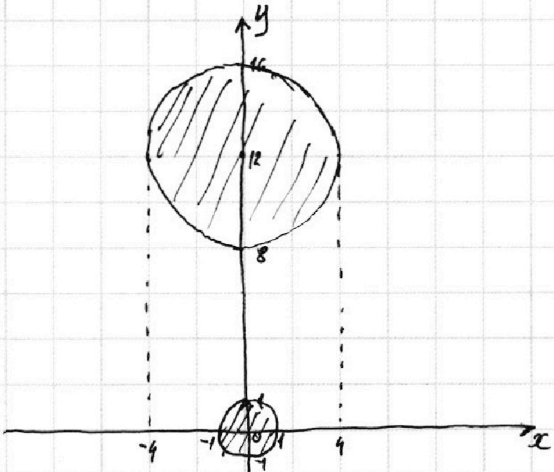
Задача 6

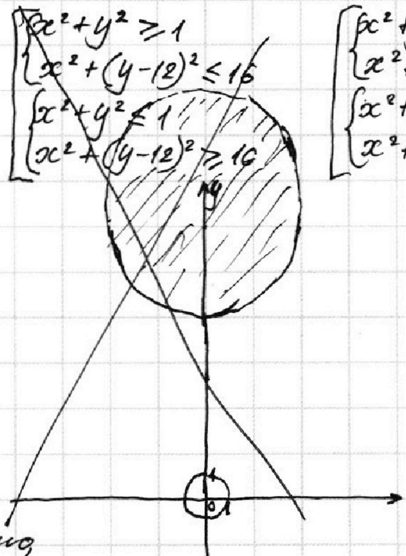
$$\begin{cases} ax+y-8b=0 & (2) \\ (x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16)\le 0 & (1) \end{cases}$$

Рассмотрим неравенство (1):

$$(x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16)\le 0$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2+y^2\ge 1 \\ x^2+(y-12)^2\le 16 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2+y^2\le 1 \\ x^2+(y-12)^2\ge 16 \end{cases} \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2+y^2\le 1 \\ x^2+(y-12)^2\ge 16 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2+y^2\ge 1 \\ x^2+(y-12)^2\le 16 \end{cases} \end{array}\right.$$





Из совокупности систем видно, что решением неравенства (1) будут являться внутренние области окружностей (вместе с краями).

$y=-ax+8b$ — прямая. Поэтому, чтобы решений было только 2, прямая должна касаться окружностей (причём обеих), но не пересекать их (иначе решений будет бесконечно много.

Обозначим точки касания координатами $(x_a;y_a)$ и $(x_b;y_b)$.

Тогда, т.к. точки будут лежать на окружностях, должны выполняться равенства:

$$\begin{cases} x_a^2+y_a^2=1 \\ x_b^2+(y_b-12)^2=16 \end{cases} \quad \begin{cases} x_a^2=1-y_a^2 \\ x_b^2=16-(y_b-12)^2 \end{cases}$$

Т.к. точки должны лежать на одной прямой, должны выполняться равенства:

$$\begin{cases} y_a=-ax_a+8b \\ y_b=-ax_b+8b \end{cases} \quad \begin{cases} y_a-8b=-ax_a \\ y_b-8b=-ax_b \end{cases} \quad \begin{cases} y_a^2-16by_a+64b^2=a^2x_a^2 \\ y_b^2-16by_b+64b^2=a^2x_b^2 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

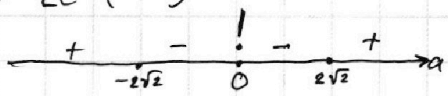
$$\begin{cases} y_a^2-16by_a+64b^2=a^2-a^2y_a^2 \\ y_b^2-16by_b+64b^2=16a^2-a^2(y_b-12)^2 \end{cases} \quad \begin{cases} y_a^2(a^2+1)-16by_a+64b^2=0 \\ y_b^2(a^2+1)-16by_b+64b^2=16a^2+24a^2y_b-144a^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_a^2(a^2+1)-16by_a+64b^2=0,\ D=256b^2-4\cdot 64b^2(a^2+1) \ge 0 \\ y_b^2(a^2+1)-y_b(16b+24a^2)+64b^2+128a^2=0,\ D=(16b+24a^2)^2-4(a^2+1)\cdot 64(b^2+2a^2)\ge 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b^2-b^2a^2\cancel{-b^2}\ge 0 \\ \cancel{256(b+} \\ (16b+24a^2)^2-256(a^2+1)(b^2+2a^2)\ge 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \cancel{b^2(1-a^2)\ge 1}\ b^2a^2\le 0 \\ 64(2b+3a^2)^2-64\cdot 4(a^2+1)(b^2+2a^2)\ge 0 \end{cases}$$

$$\cancel{b^2-b^2a^2} \quad \begin{cases} b^2a^2\le 0,\ \text{но } b^2a^2\ge 0\ \forall a \text{ и } b \\ (2b+3a^2)^2-\cancel{64}(a^2+1)(b^2+2a^2)\ge 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \left[\begin{array}{l} a=0 \\ b=0 \end{array}\right. \\ (2b+3a^2)^2-4(a^2+1)(b^2+2a^2)\ge 0 \end{cases}$$

$$\cancel{a=0} \ \ b=0 \quad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=0 \\ 4b^2-4b^2\ge 0 \end{cases} \\ \begin{cases} b=0 \\ 9a^4-4(a^2+1)\cdot 2a^2\ge 0 \end{cases} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=0 \\ b - \text{любое число} \end{cases} \\ \begin{cases} b=0 \\ 9a^4-8a^4-8a^2\ge 0 \end{cases} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=0 \\ b - \text{любое число} \end{cases} \\ \begin{cases} b=0 \\ a^2(a^2-8)\ge 0 \end{cases} \end{array}\right.$$



$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=0 \\ b\in(-\infty;+\infty) \end{cases} \\ \begin{cases} b=0 \\ a\in(-\infty;-2\sqrt{2}]\cup\{0\}\cup[2\sqrt{2};+\infty) \end{cases} \end{array}\right. \quad ;\ a\in(-\infty;-2\sqrt{2}]\cup\{0\}\cup[2\sqrt{2};+\infty)$$

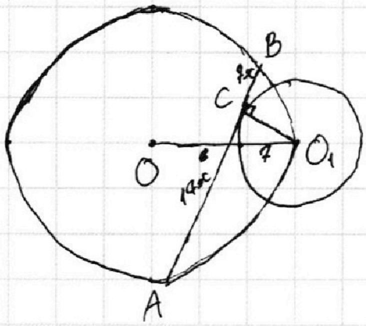
Ответ: $a\in(-\infty;-2\sqrt{2}]\cup\{0\}\cup[2\sqrt{2};+\infty)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

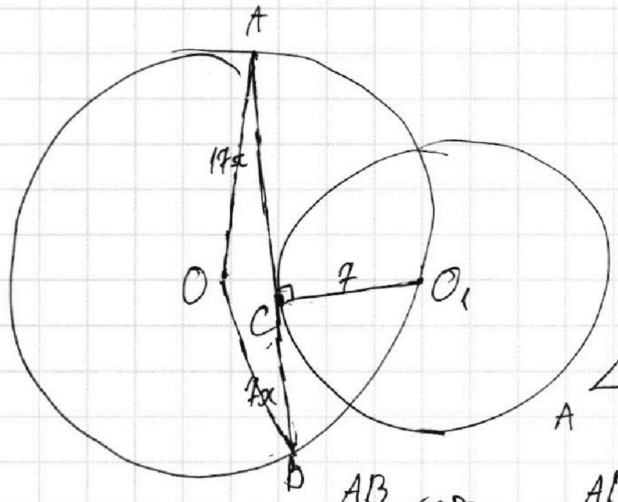


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

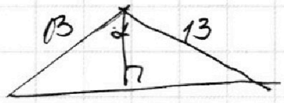
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

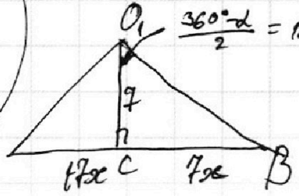
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$OA = OB = 13$ $\quad \angle AO_1B = \alpha$





$\frac{360^\circ - \alpha}{2} = 180^\circ - \frac{\alpha}{2}$

$\frac{AB}{\sin\left(180^\circ - \frac{\alpha}{2}\right)} = \cancel{2R} = 2\cdot 13 = 26$

$AB^2 = 2\cdot 169 - 2\cdot 169\cos\alpha = 2\cdot 169(1-\cos\alpha)$

$AB = 13\sqrt{2(1-\cos\alpha)}$

$\frac{AB}{\sin\frac{\alpha}{2}} = 26$

$\frac{AB^2}{2\cdot 169} = 1 - \cos\alpha$

$\frac{AB^2}{\sin^2\frac{\alpha}{2}} = 26^2$

$\cos\alpha = 1 - \frac{AB^2}{2\cdot 169}$

$\cancel{\frac{AB^2}{2\sin^2}}$ $\quad \cancel{\sin\frac{\alpha}{2}}$ $\quad \cancel{\cos\frac{\alpha}{2}}$

$\cos\alpha = 1 - 2\sin^2\frac{\alpha}{2}$

$\frac{AB^2}{2\cdot 169} = 2\sin^2\frac{\alpha}{2}$

$\cancel{\frac{3}{27} - \frac{2}{3} + 2 = \frac{3 - 18 + 54}{27}}$

$\frac{13}{9}$ $\quad \begin{array}{r} 57 \\ -18 \\ \hline 39 \end{array}$ $\quad 3$ $\quad \begin{array}{r} 54 \\ -17 \\ \hline 37 \end{array}$ $\quad \cancel{39}$ $\quad \cancel{12}$

$\cancel{\frac{1}{9}}$ $\quad \frac{1}{27} - \frac{2}{3} + 2 = \frac{1 - 18 + 54}{27}$

$\frac{1}{27} + \frac{1}{3} + 1 = 1 + 9 + 27$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

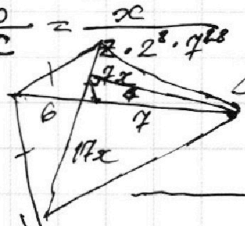
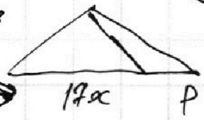
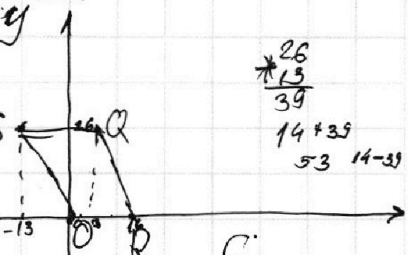
$ab \vdots 2^{15}\cdot 7^{11}$ $\quad a,b,c\in\mathbb{N}$ $\quad \Delta_1\in\{-26;-25;\dots;-26\}$ $\quad 1{,}5a_1\in\{-39;\dots;39\}$ $\quad \Delta_2\in\{-16;\dots;16\}$ $\quad \Delta_2=\{53;\dots;-15\}$

$bc \vdots 2^{17}\cdot 7^{18}$ $\quad$ Пусть $ab=2^{15}\cdot 7^{11}x,\ bc=2^{17}\cdot 7^{18}y$, $\quad ac=2^{23}\cdot 7^{39}z$

$\frac{a}{c}=\frac{x}{y\cdot 2^2\cdot 7^7}$ $\quad \frac{a}{b}=\frac{2^6\cdot 7^{21}z}{y}$

$ac \vdots 2^{23}\cdot 7^{39}$ $\quad \frac{b}{c}=\frac{x}{z\cdot 2^8\cdot 7^{28}}$

$abc=2^{23}\cdot 7^{39}zb$

$\times\frac{26}{13}$ 39 $\quad 14+39$ $\quad 53$ $\quad 14-39$

$\frac{a}{b}$ — не сокр

$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}=\frac{b\left(\frac{a}{b}+1\right)}{b^2\left(\left(\frac{a}{b}\right)^2-7\cdot\frac{a}{b}+1\right)}$

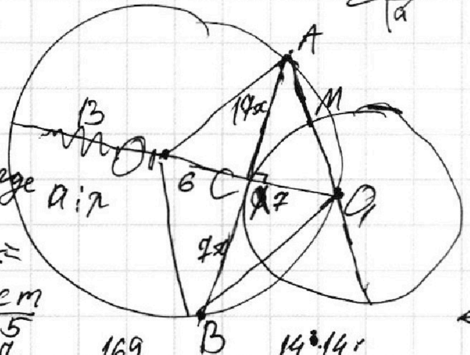
$OX^2=49+CX^2$ $\quad C$ $\quad (7x+XC)(17x-XC)$

$(7x+CX)(17x-CX)=(26-OX)OX$

$\times\frac{196}{3}$ 588

$(17x)^2=AM(AM+14)$

$(17x)^2+49=(AM+7)^2$ $\quad XC^2=XY(XY+7)$



$5r=m$, где $a\vdots r$

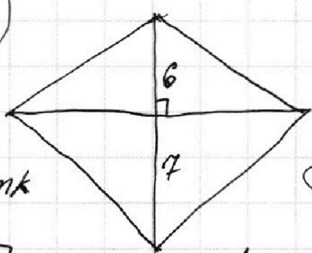
$a=\frac{xm}{5}$

$\times\frac{27}{27}$ $\quad \times\frac{169}{3}$ 507 $\quad 14\cdot 14$ $\quad \frac{xm}{5}+b=mk$

~~$-49=AM^2+14AM-AM^2-49-14AM$~~

$49+XC^2=(7+XY)$

$7x\cdot 17x=19\cdot 7$



$x^2=\frac{19}{17}$ $\quad \times\frac{169}{3}$ 507 $\quad \frac{XC^2}{49+XC^2}=XY$

$AB=24\sqrt{\frac{19}{17}}$

$(7x+XC)(17x-XC)=$
$=(19-XY)(7+Y)$

$\sqrt{3x^2-6x+2}-\sqrt{3x^2+3x+1}=1-9x$ $\quad \times\frac{196}{3}$ 588

Пусть $\sqrt{3x^2-6x+2}=a,\ a\geq 0$
$\sqrt{3x^2+3x+1}=b$ $\quad$ $OO_1=3$!

$\frac{mr}{5}+b=mk$ $\quad a^2-b^2=-9x+1$ $\quad \times\frac{14}{3}$ 42 $\quad \times\frac{182}{2}$ 364

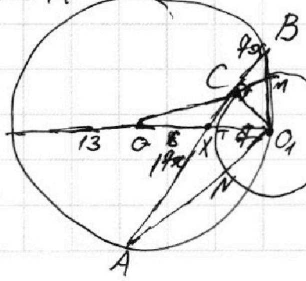
$a-b=a^2-b^2$ $\quad \times\frac{13}{14}$ 52 $\quad -\frac{588}{507}$ 81 $\quad \times\frac{13}{14}$ $+\frac{52}{13}$ 182

$a-b=(a-b)(a+b)$

$\left[\begin{array}{l} a=b \quad (1) \\ a+b-1=0 \quad (2) \end{array}\right.$

$\sqrt{3x^2-6x+2}=\sqrt{3x^2+3x+1}$ $\quad +\frac{588}{364}$ $\frac{507}{1459}$

$(26-OX_1)OX_1=$
$=BX\cdot XA$ $\quad -6x+2=3x+1$
$-9x=1$
$x=-\frac{1}{9}$



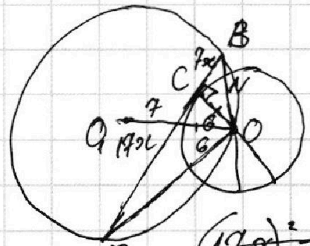
$a+b=mk$ $\quad \frac{a+b}{m}=k$

$\frac{mk}{mk^2-5ab}$ $\quad \frac{mk}{m\left(k^2-\frac{5ab}{m}\right)}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$PO: \begin{cases} 26=-13k+b \\ 0=0+b \end{cases} \quad \begin{cases} b=0 \\ k=-2 \end{cases} \Rightarrow PO - y=-2x$

$PQ: \begin{cases} 26=-13k+b \\ 26=3k+b \end{cases} \quad \begin{cases} k=0 \\ b=26 \end{cases} \Rightarrow PQ - y=26$

$QR: \begin{cases} 26=3k+b \\ 0=16k+b \end{cases} \quad \begin{cases} -13k=26 \\ b=-16k \end{cases} \begin{cases} k=-2 \\ b=32 \end{cases} \Rightarrow QR - y=-2x+32$

$OR: \begin{cases} 0=0k+b \\ 0=16k+b \end{cases} \quad \begin{cases} b=0 \\ k=0 \end{cases} \Rightarrow OR - y=0$

$\begin{cases} y \geq -2x \\ y \leq 26 \\ y \leq -2x+32 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y \in [0; 26] \\ y \in [-2x; -2x+32] \end{cases}$

$\exists\ 27^2$ пар $(y_1; y_2)$

$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$

$2(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 14$

$27^2 \cdot 16^2$

$2^{15} \cdot 7^{11} x$

$2^{17} \cdot 7^{18} y$

$2^{23} \cdot 7^{31} z$

$\sqrt{2^{55} \cdot 7^{60} xyz}$

$y \geq -2x$

$x \geq -\frac{y}{2}$ $\quad 2^{27} \cdot 7^{30} \sqrt{2xyz} \in \mathbb{N}$

$y \leq -2x+32$

$x \leq \frac{y-32}{-2}$

$x \leq 16 - \frac{y}{2}$

$x \in \left[-\frac{y}{2}; 16 - \frac{y}{2}\right]$

$23 + 17 + 15 = 55$ $\quad 11 + 18 + 39 = 68$

$(7x)^2 = BN(BN_{12})$

$(x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \leq 0$

$a \quad b \quad (0;12) - R=4$

$144 - 16 = 128$

$(7x+XC)(17x-XC)$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a \leq 0 \\ b \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} a \geq 0 \\ b \leq 0 \end{cases} \end{array}\right.$ $\quad 2$ $\quad$ 2 реш.

$\frac{-y_1}{2} + \alpha + \frac{y_2}{2} - \beta$

$\frac{(y_2-y_1)}{2} + (\alpha-\beta) + (y_2-y_1) = 14$

$1{,}5(y_2-y_1) + \alpha - \beta = 14$

$y = -ax + 8b$

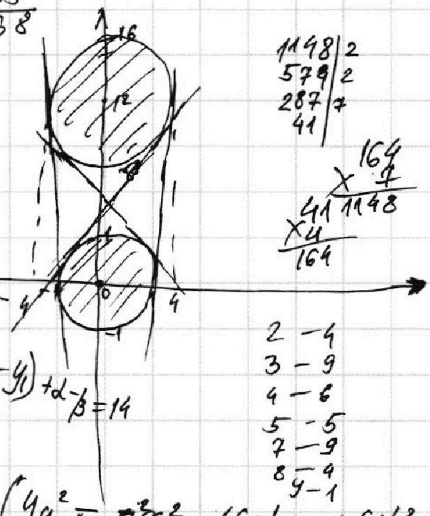
$\exists\ A, B$ — т. кас. $(x_a; y_a), (x_b; y_b)$

$\begin{cases} x_a^2 + y_a^2 = 1 \\ x_b^2 + (y_b-12)^2 = 16 \end{cases} \quad \begin{cases} y_a = -ax_a + 8b \\ y_b = -ax_b + 8b \end{cases}$

$\begin{cases} y_a^2 = a^2x_a^2 - 16abx_a + 64b^2 \\ y_b^2 = a^2x_b^2 - 16abx_b + 64b^2 \end{cases}$

$y_a = \sqrt{1-x_a^2}$

$y_a^2 = 1 - x_a^2 \quad 1 - x_a^2 = a^2x_a^2 - 16abx_a + 64b^2$



$1148 : 2 = 574$, $574 : 2 = 287$, $287 : 7 = 41$

$164 \cdot 7 = 1148$, $41 \cdot 4 = 164$

2 — 4
3 — 9
4 — 6
5 — 5
7 — 9
8 — 4
9 — 1

$36 + 5 = 41$

$144 + 16 \cdot 69 =$

$= 144 + 1004 =$

$= 1148$

$\frac{13}{30}$ и $\frac{1}{9}$ $\quad \frac{13}{10}$ и $\frac{1}{3}$

$69 \cdot 16 = 1004$ $\quad 24 + 9 = 33$

$\Delta_1 \in \{\underbrace{-26; -24; \dots; 26}_{27 \text{ зн.}}\}$ $\quad 26 \to 10$

$1{,}5\Delta_1 + \Delta_2 = 14$

$\cancel{1{,}5\Delta_1 \in \{-13; -12; \dots; 13\}}$

$\Delta_2 \in \{24;$

$574 \cdot 2 = 1148$

$69 \cdot 16$: $414 + 69 = 1004$