



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-13; 26)$, $Q(3; 26)$ и $R(16; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

Пусть $ab = 2^{15} \cdot 7^{11} x$, $bc = 2^{17} \cdot 7^{18} y$, $ac = 2^{23} \cdot 7^{39} z$ (где $x, y, z \in \mathbb{N}$).

$$\begin{aligned} \text{Тогда } abc &= \sqrt{(abc)^2} = \sqrt{ab \cdot bc \cdot ac} = \sqrt{2^{15} \cdot 7^{11} x \cdot 2^{17} \cdot 7^{18} y \cdot 2^{23} \cdot 7^{39} z} = \\ &= \sqrt{2^{55} \cdot 7^{68} xyz} = 2^{22} \cdot 7^{34} \sqrt{2xyz} \in \mathbb{N}. \end{aligned}$$

Наименьшим значением $\sqrt{2xyz}$ будет является 2
(т.к. $\sqrt{2} > 1$). Значит, $abc = 2^{22} \cdot 7^{34}$
Ответ: $2^{22} \cdot 7^{34}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

Пусть $a+b=mk$, тогда:

$$\frac{a+b}{a^2-2ab+b^2} = \frac{mk}{a^2+2ab+b^2-4ab} = \frac{mk}{m^2k^2-4ab} = \frac{mk}{m\left(mk^2-\frac{4ab}{m}\right)}$$

Допустим, что $m=g\alpha$, где α — делитель a (при этом из несократимости $\frac{a}{b}$ следует, что $b \nmid \alpha$). Тогда $a+b$

* Выразим $a=x\alpha$. Тогда $a+b=x\alpha+b=\frac{y\alpha}{g}+b=mk$. Отсюда следует, что $b:m$ (иначе сумма не была бы кратна m).

Но тогда a и b имеют общий делитель — m , что невозможно по условию.

Если же $m=g\alpha\beta$, где α — делитель a , а β — делитель b ($\alpha, \beta \in \mathbb{N}$, $\alpha \neq \beta$), то $a+b = \frac{p\alpha}{g\beta} + \frac{q\alpha}{g\alpha}$, т.е. невозможно по той же причине.

Аналогично будет с делителем b .

Значит единственный вариант $m=g$.

Ответ: 9

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 4

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\left[\begin{array}{l} a = \sqrt{3x^2 - 6x + 2}, a \geq 0; \\ b = \sqrt{3x^2 + 3x + 1}, b \geq 0 \end{array} \right.$$

$$a^2 - b^2 = 3x^2 - 6x + 2 - 3x^2 - 3x - 1 = -9x + 1$$

$$a - b = a^2 - b^2 \quad 1) \sqrt{3x^2 - 6x + 2} = \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$(a-b)(a+b-1) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} a = b \quad (1) \\ a + b = 1 \quad (2) \end{array} \right.$$

$$3x^2 - 6x + 2 = 3x^2 + 3x + 1$$

$$9x = 1$$

$$x = \frac{1}{9}$$

$$2) \sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 \quad \frac{1}{9} \text{ и } 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$3x^2 - 6x + 2 + 3x^2 + 3x + 1 + 2\sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)} = 1 \quad \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ и } \frac{8}{9}$$

$$6x^2 - 3x + 2 + 2\sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)} = 2 \quad 3 \text{ и } \frac{69}{9}$$

$$6x^2 - 3x + 2 + 2\sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)} = 2 \quad 29 < 69 \Rightarrow \frac{1}{9} < 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow x = \frac{1}{9} \text{ не подходит в ОДЗ}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 4) (9x^4 + 9x^3 + 3x^2 - 18x^3 - 18x^2 - 6x + 6x^2 + 6x + 2) = (-6x^2 + 3x + 2)^2 \\ -6x^2 + 3x - 2 \geq 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 36x^4 - 36x^3 - 36x^2 + 8 = (6x^2 - 3x + 2)(6x^2 - 3x + 2) \\ 6x^2 - 3x + 2 \leq 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 36x^4 - 36x^3 - 36x^2 + 8 = 36x^4 - 18x^3 + 12x^2 - 18x^3 + 9x^2 - 6x + 12x^2 - 6x + 4 \\ 6x^2 - 3x + 2 \leq 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 33x^2 + 36x^2 - 12x + 4 = 0 \\ 6x^2 - 3x + 2 \leq 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 69x^2 - 12x - 4 = 0, D = 144 + 4 \cdot 4 \cdot 69 = 144 + 16 \cdot 69 = 1148 = 4 \cdot 7 \cdot 41 \\ 6x^2 - 3x + 2 \leq 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \in \emptyset \\ 69x^2 - 12x - 4 = 0 \end{array} \right. ; x \in \emptyset \quad \left\{ \begin{array}{l} 6x^2 - 3x + 2 = 0 \\ D = 9 - 48 < 0 \Rightarrow 6x^2 - 3x + 2 > 0 \forall x \end{array} \right.$$

Ответ: $\left\{ \frac{1}{9} \right\}$

$$OD3: \begin{cases} 3x^2 - 6x + 2 \geq 0 \\ 3x^2 + 3x + 1 \geq 0 \end{cases}$$

$$\parallel 3x^2 - 6x + 2 = 0$$

$$D = 36 - 24 = 12$$

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{6}$$

$$x_{1,2} = 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$3x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$D = 9 - 12 < 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 3x + 1 > 0 \forall x \parallel$$

$$x \in (-\infty; 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}] \cup$$

$$[1 + \frac{\sqrt{3}}{3}; +\infty)$$

$$\parallel 289 < 300 < 324$$

$$17 < 10\sqrt{3} < 18$$

$$1,8 < \sqrt{3} < 1,8$$

$$\frac{17}{30} < \frac{\sqrt{3}}{3} < 0,6$$

$$\frac{44}{30} < \frac{\sqrt{3}}{3} + 1 < 1,6$$

$$-0,6 < -\frac{\sqrt{3}}{3} < -\frac{17}{30}$$

$$-0,4 < 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} < \frac{13}{30} \parallel$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

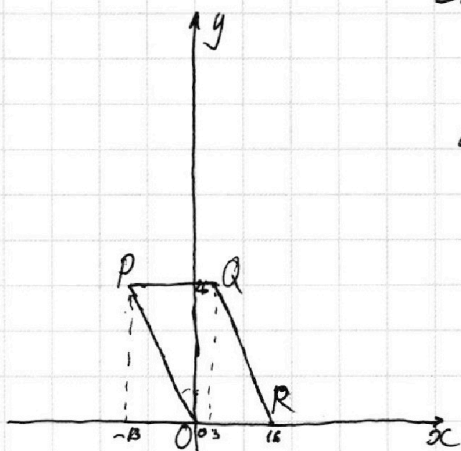
1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 5



Найдём уравнения прямых, содержащих стороны параллелограмма:

$$PO: \begin{cases} y = kx + b \\ 0 = 0 \cdot k + b \\ 26 = -13k + b \end{cases} \begin{cases} b = 0 \\ k = -2 \end{cases} \Rightarrow y = -2x$$

$$PQ: \begin{cases} 26 = -13k + b \\ 26 = 3k + b \end{cases} \begin{cases} b = 26 \\ k = 0 \end{cases} \Rightarrow y = 26$$

$$QR: \begin{cases} 26 = 3k + b \\ 0 = 16k + b \end{cases} \begin{cases} -13k = 26 \\ b = -16k \end{cases} \begin{cases} k = -2 \\ b = 32 \end{cases} \Rightarrow y = -2x + 32$$

$$OR: \begin{cases} 0 = 0k + b \\ 0 = 16k + b \end{cases} \Rightarrow y = 0$$

Поскольку точки должны лежать внутри n-многоугольника (включая границы), для координат каждой из них должны выполняться неравенства!

$$\begin{cases} y \geq -2x \\ y \leq 26 \\ y \leq -2x + 32 \\ y \geq 0 \end{cases} \begin{cases} y \in [0; 26] \\ \cancel{y \in [0; 26]} \\ 2x \leq 32 - y \\ 2x \geq y \end{cases} \begin{cases} y \in [0; 26] \\ x \leq 16 - \frac{y}{2} \\ y \geq \frac{y}{2} \end{cases} \begin{cases} y \in [0; 26] \\ x \in [\frac{y}{2}; 16 - \frac{y}{2}] \end{cases}$$

П.к. $x \in \mathbb{Z}$ и $y \in \mathbb{Z}$ по условию, $y \in \{0; 1; \dots; 26\}$ (27 элементов), $x \in \{\lceil \frac{y}{2} \rceil; \lceil \frac{y}{2} \rceil + 1; \dots; \lfloor 16 - \frac{y}{2} \rfloor\}$ (16 элементов)

Рассмотрим равенство из условия:

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$

При y_1 - нечётном, $2x_1 \in \{-y_1 + 1; \dots; (-y_1 + 1) + 16\}$, а при y_1 - чётном $2x_1 \in \{-\frac{y_1}{2}; \dots; -\frac{y_1}{2} + 16\}$. Аналогично с x_2 и y_2 . Рассмотрим различные случаи чётности y_1 и y_2 .

I y_1 - нечёт и y_2 - чёт: $2x_1 = -y_1 + a, 2x_2 = -y_2 + b$, где $a, b \in \{0; 1; \dots; 16\}$
 $-y_2 + a + b - a + y_2 - y_1 = 14$

$$b - a = 14$$

$\begin{cases} b = 14 + a \\ b, a \in \{0; 1; \dots; 16\} \end{cases} \Rightarrow 3$ варианта ($a \in \{0; 1; 2\}$) для x_1, x_2 и $\cancel{\text{всего } 14^2 \text{ вариантов на } y_1, y_2}$

На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

II y_1 - неч., y_2 - чет.; ~~x_1 и x_2~~ $2x_1 = -y_1 + 1 + a$, $x_2 = -y_2 + b$ (a и b сейчас
и далее аналогично
сл. I)

$$-y_2 + b + y_1 + 1 + a + y_2 - y_1 = 14$$

$$b = 13 + a \Rightarrow 2 \text{ варианта } (a \in \{0; 1\}) \text{ на } x_1 \text{ и } x_2 \text{ и} \\ 13 \cdot 14 \text{ вариантов на } y_1 \text{ и } y_2$$

III y_1 - неч., y_2 - неч.: $2x_1 = -y_1 + 1 + a$, $2x_2 = -y_2 + 1 + b$

$$-y_2 + b + 1 + y_1 - a + 1 = y_1 + y_2 = 14$$

$$b = 14 + a \Rightarrow 3 \text{ варианта } (a \in \{0; 1; 2\}) \text{ на } x_1 \text{ и } x_2 \text{ и} \\ 7^2 \text{ вариантов на } y_1 \text{ и } y_2$$

Случай для y_1 - чет и y_2 - неч. не рассм., поскольку является сл. II (точки
меняются
местами)

$$\text{Суммарно } (3+2+3) \cdot 2^2 = 8 \cdot 2^2 = 3 \cdot 14^2 + 2 \cdot 13 \cdot 14 + 3 \cdot 13^2 =$$

$$= 3 \cdot 196 + 2 \cdot 182 + 3 \cdot 169 = 588 + 364 + 507 = 1459 \quad \text{Ответ: } 1459$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

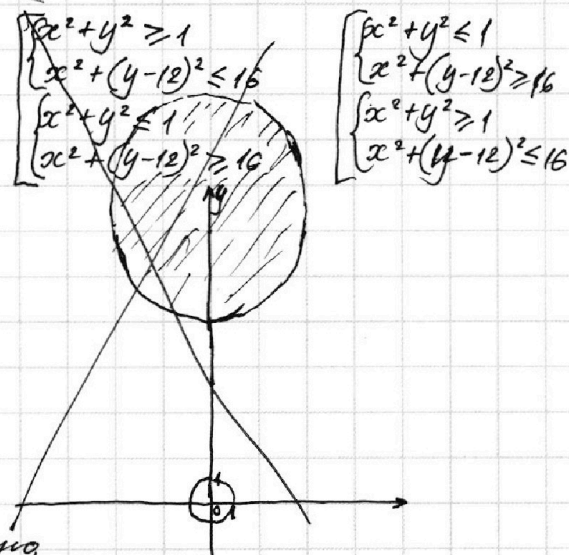
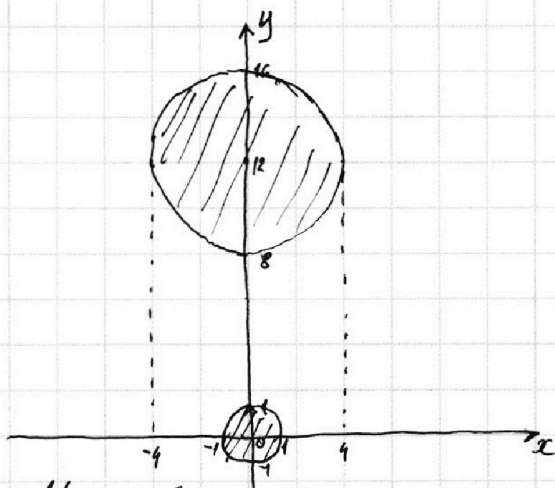


Задача 6

$$\begin{cases} ax+y-8b=0 & (2) \\ (x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \leq 0 & (1) \end{cases}$$

Рассмотрим неравенство (1):

$$(x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \leq 0$$



Из совокупности систем видно,
что решением неравенства (1) будут являться внутренние
области окружностей (вместе с краями).

$y = -ax + 8b$ — прямая. Поэтому, чтобы решений было только
2, прямая должна касаться окружностей (пусть обеих), но
не пересекать их (иначе решений будет бесконечно много).

Обозначим точки касания координатами (x_a, y_a) и (x_b, y_b) .

Тогда, т.к. точки будут лежать на окружностях, должны
выполняться равенства:

$$\begin{cases} x_a^2 + y_a^2 = 1 \\ x_b^2 + (y_b - 12)^2 = 16 \end{cases} \quad \begin{cases} x_a^2 = 1 - y_a^2 \\ x_b^2 = 16 - (y_b - 12)^2 \end{cases}$$

П.к. точки должны лежать на одной прямой, должны
выполняться равенства:

$$\begin{cases} y_a = -ax_a + 8b \\ y_b = -ax_b + 8b \end{cases} \quad \begin{cases} y_a - 8b = -ax_a \\ y_b - 8b = -ax_b \end{cases} \quad \begin{cases} y_a^2 - 16by_a + 64b^2 = a^2x_a^2 \\ y_b^2 - 16by_b + 64b^2 = a^2x_b^2 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} y_a^2 - 16by_a + 64b^2 = a^2 - a^2y_a^2 \\ y_b^2 - 16by_b + 64b^2 = 16a^2 - a^2(y_b - 12)^2 \end{cases} \begin{cases} y_a^2(a^2+1) - 16by_a + 64b^2 = 0 \\ y_b^2(a^2+1) - 16by_b + 64b^2 = 16a^2 + 24a^2y_b - 144a^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_a^2(a^2+1) - 16by_a + 64b^2 = 0, D = 256b^2 - 4 \cdot 64b^2(a^2+1) \geq 0 \\ y_b^2(a^2+1) - y_b(16b + 24a^2) + 64b^2 + 128a^2 = 0, D = (16b + 24a^2)^2 - 4(a^2+1) \cdot 64(b^2 + 2a^2) \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b^2 - b^2a^2 \geq 0 \\ (16b + 24a^2)^2 - 256(a^2+1)(b^2 + 2a^2) \geq 0 \end{cases} \begin{cases} b^2(1-a^2) \geq 0 \\ 64(2b + 3a^2)^2 - 64 \cdot 4(a^2+1)(b^2 + 2a^2) \geq 0 \end{cases}$$

$$b^2 - b^2a^2 \begin{cases} b^2a^2 \leq 0, \text{ но } b^2a^2 \geq 0 \forall a, b \\ (2b + 3a^2)^2 - 4(a^2+1)(b^2 + 2a^2) \geq 0 \end{cases} \begin{cases} a=0 \\ b=0 \\ (2b + 3a^2)^2 - 4(a^2+1)(b^2 + 2a^2) \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} a=0 \\ b=0 \end{matrix} \begin{cases} a=0 \\ 4b^2 - 4b^2 \geq 0 \\ b=0 \\ 9a^4 - 4(a^2+1) \cdot 2a^2 \geq 0 \end{cases} \begin{cases} a=0 \\ b - \text{любое число} \\ b=0 \\ 9a^4 - 8a^4 - 8a^2 \geq 0 \end{cases} \begin{cases} a=0 \\ b - \text{любое число} \\ b=0 \\ a^2(a^2-8) \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=0 \\ b \in (-\infty; +\infty) \\ b=0 \\ a \in (-\infty; -2\sqrt{2}] \cup \{0\} \cup [2\sqrt{2}; +\infty) \end{cases} \begin{matrix} + & - & ! & - & + \\ & -2\sqrt{2} & 0 & 2\sqrt{2} & \end{matrix}$$

; $a \in (-\infty; -2\sqrt{2}] \cup \{0\} \cup [2\sqrt{2}; +\infty)$

Ответ: $a \in (-\infty; -2\sqrt{2}] \cup \{0\} \cup [2\sqrt{2}; +\infty)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

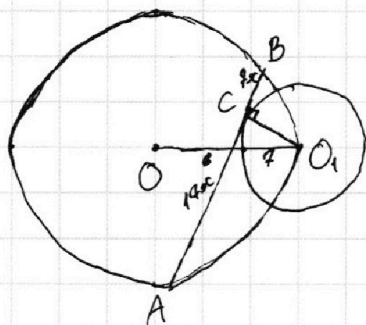
1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 3



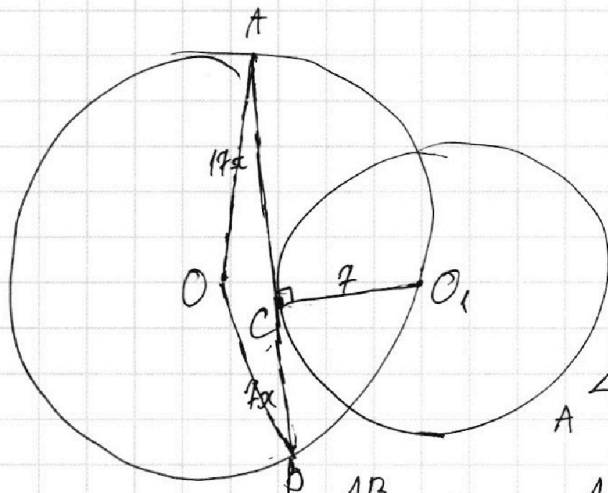
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

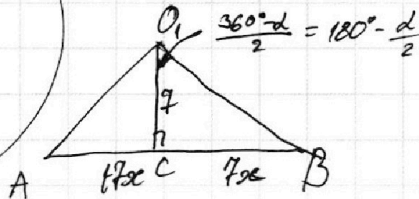
1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Поря QR-кода недопустима!



$OA = OB = 13$ $\angle A O_1 B = \alpha$



$AB^2 = 2 \cdot 169 - 2 \cdot 169 \cos \alpha = 2 \cdot 169 (1 - \cos \alpha)$
 $\frac{AB}{\sin(\frac{180^\circ - \alpha}{2})} = 2 \cdot 13 = 26$

$AB = 13 \sqrt{2(1 - \cos \alpha)}$

$\frac{AB}{\sin \frac{\alpha}{2}} = 26$

$\frac{AB^2}{\sin^2 \frac{\alpha}{2}} = 26^2$

$\frac{AB^2}{2 \cdot 169} = 1 - \cos \alpha$

$\cos \alpha = 1 - \frac{AB^2}{2 \cdot 169}$

$\frac{AB^2}{\sin^2 \frac{\alpha}{2}}$

$\frac{AB^2}{2 \cdot 169} = 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$

$\cos \alpha = 1 - 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$

~~$\frac{3 \cdot 2}{24} - \frac{2}{3} + 2 = \frac{3 - 18 + 54}{24}$~~

$\frac{13}{9}$

~~$\frac{54}{39} - \frac{2}{3} + 2 = \frac{1 - 18 + 54}{24}$~~

~~$\frac{13}{9}$~~

$\frac{1}{24} - \frac{2}{3} + 2 = \frac{1 - 18 + 54}{24}$

$\frac{1}{24} + \frac{2}{3} + 1 = 1 + 9 + 24$



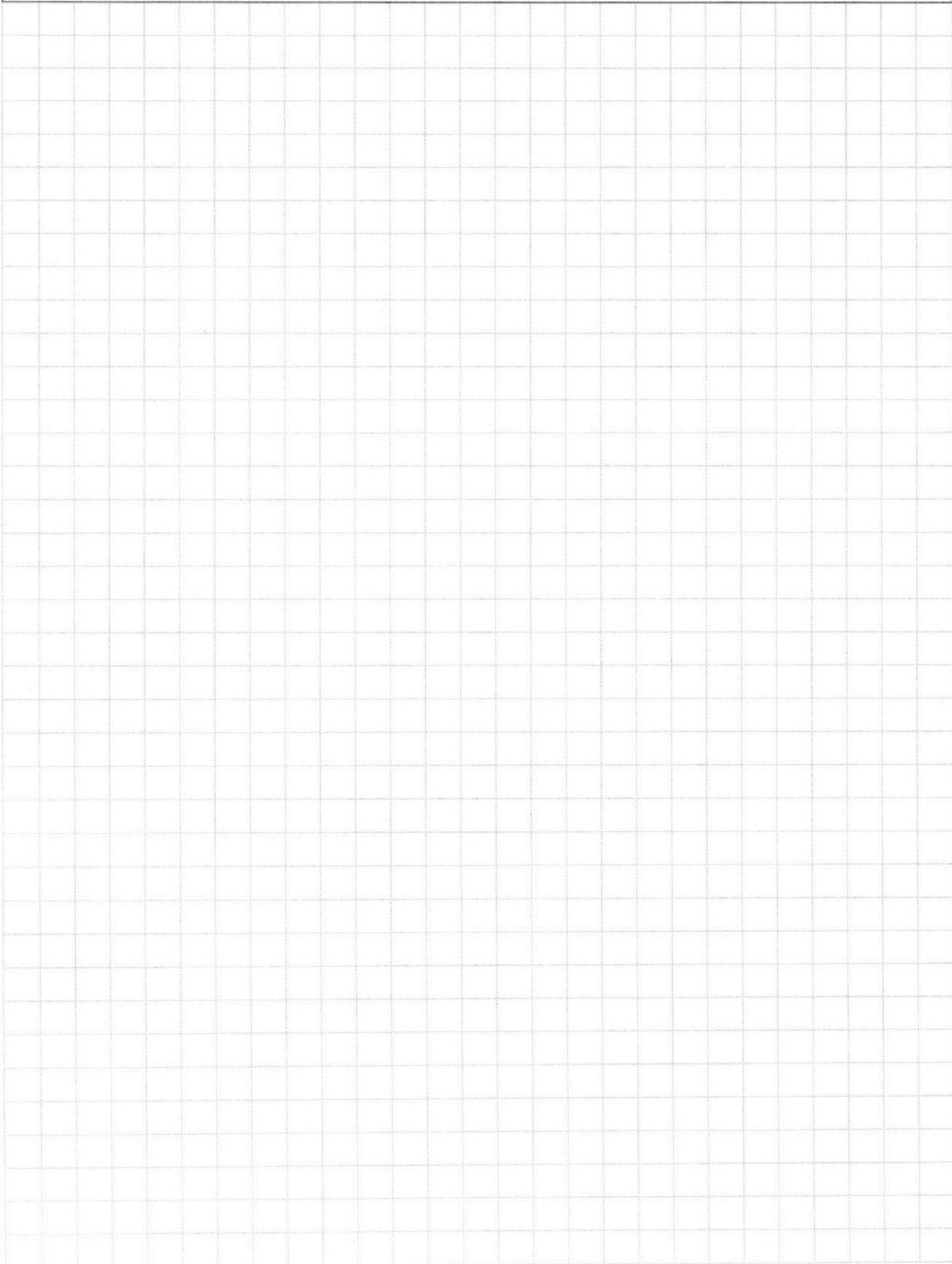
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$ab : 2^{15} \cdot 7^{11}$

$a, b, c \in \mathbb{N}$

$\Delta_1 \in \{-26; -24; \dots; -263\}$
 $\Delta_2 \in \{-16; -14; \dots; 16\}$
 $\Delta_3 = \{53; \dots; -15\}$

$bc : 2^{19} \cdot 7^{18}$

$ab = 2^{15} \cdot 7^{11}, bc = 2^{19} \cdot 7^{18}$

$ac : 2^{23} \cdot 7^{29}$

$\frac{a}{b} = \frac{x}{y \cdot 2^2 \cdot 7^4}$ $\frac{a}{b} = \frac{2^6 \cdot 7^{11}}{y}$ $ac = 2^{23} \cdot 7^{29}$

$abc = 2^{28} \cdot 7^{39}$

$\frac{a}{b} - \text{не комп}$

$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2} = \frac{b(\frac{a}{b} + 1)}{b^2(\frac{a}{b})^2 - 7 \cdot \frac{a}{b} + 1}$

$OX^2 = 19 + CX^2$

$(7x + CX)(17x - CX) = (6 - CX)(7x + CX)$

$(17x)^2 = AM(AM + 14)$

$(17x)^2 + 49 = (AM + 7)^2$

$49 = AM^2 + 14AM - AM^2 - 49 - 14AM$

$49 + XC^2 = (7 + X)^2$

$7x \cdot 17x = 19 \cdot 7$

$x^2 = \frac{19}{17}$

$AB = 24\sqrt{\frac{19}{17}}$

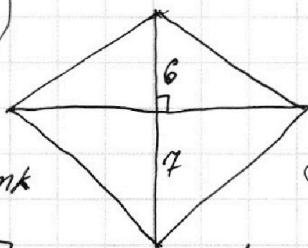
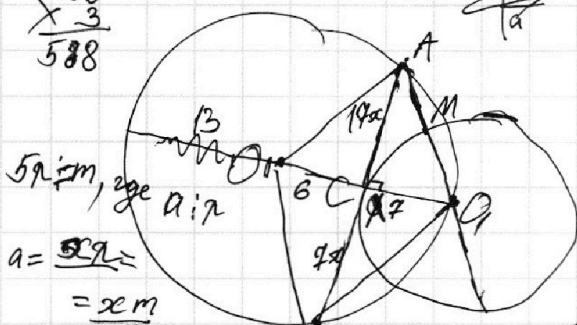
$(7x + X)(17x - X) = (19 - X)(7 + X)$

~~QBD~~

QD3!

$$\begin{array}{r} 196 \\ \times 3 \\ \hline 588 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ \times 13 \\ \hline 39 \\ 14 + 39 \\ \hline 53 \quad 14 - 39 \end{array}$$



$a = 5x$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 24 \\ \hline 576 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 169 \\ \times 3 \\ \hline 507 \end{array}$$

$\frac{14 \cdot 14}{5} + b = mk$

$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$

$$\begin{array}{r} 196 \\ \times 3 \\ \hline 588 \end{array}$$

$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = a, a \geq 0$

$\frac{mk}{5} + b = mk$

$\sqrt{3x^2 + 3x + 1} = b$

$a^2 - b^2 = -9x + 1$

$a - b = a^2 - b^2$

$a - b = (a - b)(a + b)$

$a = b$ ①

$a + b - 1 = 0$ ②

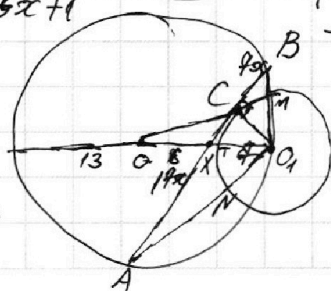
~~$19 - 0x$~~ $OX = BX \cdot XA$

$a + b = mk$

$\frac{mk}{mk^2 - 5ab}$

$\frac{mk}{m(k^2 - \frac{5ab}{m})}$

$\frac{a+b}{m} = k$



$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 14 \\ \hline 52 \\ + 13 \\ \hline 182 \\ 11 \\ \times 588 \\ \hline 364 \\ + 507 \\ \hline 1459 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

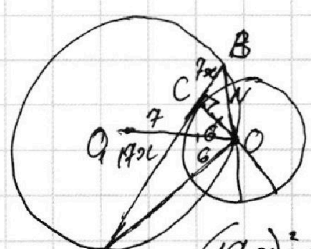


PO: $\begin{cases} 26 = -13k + b \\ 0 = 0 + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \\ k = -2 \end{cases} \Rightarrow PO - y = -2x$

PQ: $\begin{cases} 26 = -13k + b \\ 26 = 3k + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = 0 \\ b = 26 \end{cases} \Rightarrow PQ - y = 26$

QR: $\begin{cases} 26 = 3k + b \\ 0 = 16k + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -13k = 26 \\ b = -16k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = -2 \\ b = 32 \end{cases} \Rightarrow QR - y = -2x + 32$

OR: $\begin{cases} 0 = 0k + b \\ 0 = 16k + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \\ k = 0 \end{cases} \Rightarrow OR - y = 0$



$$\begin{cases} y \geq -2x \\ y \leq 26 \\ y \leq -2x + 32 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \in [0; 26] \\ y \in [-2x; -2x + 32] \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2^{15} \cdot 7^{11} x \\ 2^{17} \cdot 7^{10} y \\ 2^{23} \cdot 7^{23} z \\ y \geq -2x \\ x \geq -\frac{y}{2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 &= 14 \\ 2(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 &= 14 \end{aligned}$$

$27^2 \cdot 16^2$

$$\begin{aligned} &+ \frac{23}{15} \\ &+ \frac{11}{18} \\ &+ \frac{18}{39} \\ &+ \frac{11}{68} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &\leq -2x + 32 \\ x &\leq \frac{y - 32}{-2} \\ x &\leq 16 - \frac{y}{2} \\ x &\in \left[-\frac{y}{2}; 16 - \frac{y}{2}\right] \end{aligned}$$

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0$$

$$\begin{cases} a \leq 0 \\ b \geq 0 \\ a \geq 0 \\ b \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (0; 12) - R = 4 \\ (7x + x)(19x - x) \\ 2 \text{ рел.} \\ -\frac{y_1}{2} + \alpha + \frac{y_2}{2} - \beta \\ \frac{(y_2 - y_1)}{2} + (\alpha - \beta) + (y_2 - y_1) = 14 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 1198 &| 2 \\ 579 &| 2 \\ 287 &| 7 \\ 41 & \\ \hline & 164 \\ & \times \frac{164}{41} \\ & \hline & 1148 \\ & \times 4 \\ & \hline & 464 \end{aligned}$$

$y = -ax + 8b$

$\exists A, B - \text{m. krac. } (x_a, y_a), (x_b, y_b)$

$$\begin{cases} x_a^2 + y_a^2 = 1 \\ x_b^2 + (y_b - 12)^2 = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_a = -ax_a + 8b \\ y_b = -ax_b + 8b \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_a^2 = a^2 x_a^2 - 16abx_a + 64b^2 \\ y_b^2 = a^2 x_b^2 - 16abx_b + 64b^2 \end{cases}$$

$y_a = \sqrt{1 - x_a^2}$

$1 - x_a^2 = a^2 x_a^2 - 16abx_a + 64b^2$

$\frac{13}{30} \cup \frac{1}{3} \quad \frac{13}{10} \cup \frac{1}{3}$

$$\begin{aligned} & \times \frac{69}{16} \\ & + \frac{414}{16} \\ & + \frac{209}{16} \\ & \hline & \frac{1004}{16} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + \frac{36}{41} \\ & 144 + 16 \cdot 69 = \\ & = 144 + 1104 = \\ & = 1248 \end{aligned}$$

$\Delta_1 \in \{-26; -24; \dots; 26\}$

$26 > 10$

$\Delta_2 \in \{-13; -12; \dots; 13\}$

$1,5 \Delta_1 + \Delta_2 = 14$

$\times \frac{579}{16}$

$$\begin{aligned} & \times \frac{69}{16} \\ & + \frac{414}{16} \\ & + \frac{209}{16} \\ & \hline & \frac{1004}{16} \end{aligned}$$