



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^8 3^{14} 5^{12}$, bc делится на $2^{12} 3^{20} 5^{17}$, ac делится на $2^{14} 3^{21} 5^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 5 : 2$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} 0,2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-16; 80)$, $Q(2; 80)$ и $R(18; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 100, $SA = BC = 16$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №1

Если $ab = 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}$, то $ab = 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12} \cdot n$, $n \in \mathbb{N}$

аналогично $bc = 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17} \cdot k$, $k \in \mathbb{N}$

$ac = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39} \cdot m$, $m \in \mathbb{N}$

$$(abc)^2 = 2^{34} \cdot 3^{55} \cdot 5^{68} \cdot n \cdot m \cdot k$$

$$\text{т.е. } (abc)^2 : 3^{55}$$

$$\text{тогда } n \cdot abc : 3^{55} \quad \text{т.к. } 55 : 2$$

$$\text{т.е. } (abc)^2 : 3^{110}$$

$$\text{тогда } (abc)^2 = 2^{34} \cdot 3^{110} \cdot 5^{68} \cdot p, \quad p \in \mathbb{N}$$

$$\text{т.е. } abc = 2^{17} \cdot 3^{55} \cdot 5^{34} \cdot z, \quad z \in \mathbb{N}$$

$$abc \geq 2^{17} \cdot 3^{55} \cdot 5^{34}$$

$$\text{т.е. } abc = 2^{17} \cdot 3^{55} \cdot 5^{34} \cdot z, \quad z \in \mathbb{N}$$

$$\text{т.к. } ac : 5^{39}$$

$$abc = 2^{17} \cdot 3^{55} \cdot 5^{39} \cdot r, \quad r \in \mathbb{N}$$

$$abc \geq 2^{17} \cdot 3^{55} \cdot 5^{39}$$

$$\text{при } a = 2^5 \cdot 5^{12} \cdot 3^2$$

$$b = 2^3 \cdot 5^0 \cdot 3^{12}$$

$$c = 2^9 \cdot 5^{22} \cdot 3^{21}$$

значности выполняются и $abc \geq 2^{17} \cdot 3^{55} \cdot 5^{39}$

укажем наименьшее значение abc действительно;

$$2^{17} \cdot 3^{55} \cdot 5^{39}$$

$$\text{Ответ: } 2^{17} \cdot 3^{55} \cdot 5^{39}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

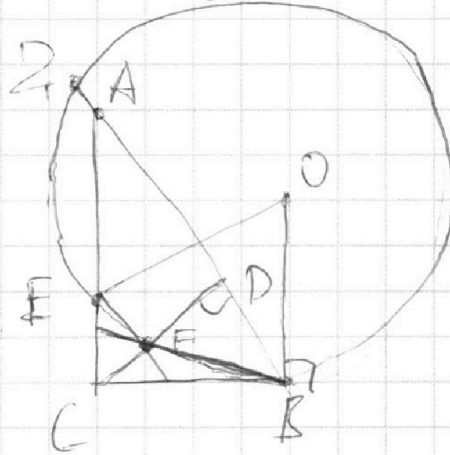
1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача №2 (мсм1)



1) Пусть $\angle CBF = \alpha$

т.к. CB — кас. к окр., то угол между хордой BF и кас. CB ($\angle CBF$) = $\frac{1}{2} \angle BOF$

O — центр окр.

CB — кас. $\Rightarrow OB \perp CB$

2) $\angle F$

1) $EF \parallel CB \Rightarrow \angle E = \angle FCB$

тогда $\angle CBF = \alpha \neq \angle FCB$
(угол между хордой и касательной)

$\angle CBF = \angle FCB = \angle E = \angle FCB$

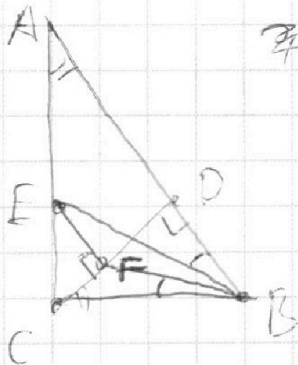
2) $\triangle ABC \sim \triangle CDB$
($\angle CBA$ — общий и $\angle A = \angle CDB$)

$\angle DCB = \angle CAB$

$\triangle EBA \sim \triangle CFB$

($\angle CAB = \angle DCB$; $\angle CBF = \angle EBA$)

$$\frac{CB}{AB} = \frac{CF}{EA}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



3) $\triangle CAB$ - $\triangle$ (Задача №2 (м.с.м.2))
($\triangle$ - $\triangle$ - $\triangle$)

$$CD = \sqrt{AD \cdot DB}$$

по условию $AD = 5x$ и $DB = 2x$

$$CD = \sqrt{10}x$$

$$CB = \sqrt{CD^2 + DB^2} = \sqrt{10x^2 + 4x^2} = \sqrt{14}x$$

($\triangle CDB$ - $\triangle$)

$$AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{25x^2 + 10x^2} = \sqrt{35}x$$

$$4) \frac{CB}{AB} = \frac{CF}{EA} = \frac{\sqrt{14}x}{7x} = \frac{\sqrt{14}}{7}$$

по условию $EA = y$

$$y = \frac{\sqrt{14}x}{7} \Rightarrow CF = \frac{\sqrt{14}y}{7}$$

5) $EF \parallel AB \Rightarrow \angle CEF = \angle CAB$ (как соответственные)

$\triangle CEF \sim \triangle CAD$

($\angle CEF = \angle CAB$; $\angle ACP$ - общий)

$$\frac{CF}{CD} = \frac{CE}{AC}$$

$$\frac{CF}{\sqrt{10}x} = \frac{\sqrt{35}x - y}{\sqrt{35}x} \Rightarrow \frac{\sqrt{14}y}{7\sqrt{10}x} = \frac{\sqrt{35}x - y}{\sqrt{35}x}$$

$$\frac{\sqrt{14}y}{35x} = \frac{\sqrt{35}x - y}{\sqrt{35}x} \Rightarrow \frac{\sqrt{14}y}{35x} = \frac{\sqrt{35}x}{\sqrt{35}x} - \frac{y}{\sqrt{35}x}$$

$$7\sqrt{10}xy = 35 \cdot \sqrt{35}x - 35xy \Rightarrow 14\sqrt{10}y = 35\sqrt{4}x$$

$$2\sqrt{4} \sqrt{10} y = 5\sqrt{35}x - 5y$$

$$y(\sqrt{10} + 5) = 5\sqrt{35}x$$

$$y = \frac{5\sqrt{35}x}{\sqrt{10} + 5}$$

$$y = \frac{35\sqrt{4}x}{14\sqrt{10}} = \frac{35\sqrt{2}x}{14\sqrt{5}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$$\frac{S_{\triangle CEF}}{S_{\triangle ADC}} = \left(\frac{CF}{CD}\right)^2 \quad \text{Задача №2 (линия 3)} \\ \text{(из подобия)}$$

$$S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} \cdot 5x \cdot \sqrt{10} \cdot x = \frac{5\sqrt{10}}{2} x^2$$

$$S_{\triangle CEF} = \left(\frac{CF}{CD}\right)^2 \cdot S_{\triangle ADC} = \frac{25 \cdot 10 \cdot x^2}{(25 \cdot 10 + 10 \cdot \sqrt{10}) \cdot 10 \cdot x^2} \cdot \frac{5\sqrt{10}}{2} \cdot x^2 =$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} \sqrt{35} \cdot \sqrt{14} x^2 = \frac{7\sqrt{10}}{2} x^2$$

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle CEF}} = \frac{28 \cdot 5 \cdot \sqrt{10} \cdot x^2}{(35 + 10\sqrt{10}) \cdot 2 \cdot \frac{7\sqrt{10}}{2} x^2} = \frac{125}{248 + 70\sqrt{10}}$$

$$CF = \frac{35\sqrt{10} \cdot \sqrt{14} x}{14\sqrt{5} \cdot 7} = \frac{5 \cdot 7\sqrt{2} x}{14\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{2} x$$

$$S_{\triangle CEF} = \left(\frac{CF}{CD}\right)^2 \cdot S_{\triangle ADC} = \frac{5x^2}{2 \cdot 10 x^2} \cdot 2 \cdot \frac{5\sqrt{10} x^2}{2} = \frac{5\sqrt{10} x^2}{8}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} \sqrt{35} \cdot \sqrt{14} x^2 = \frac{7\sqrt{10}}{2} x^2$$

$$6) \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle CEF}} = \frac{5\sqrt{10} x^2 \cdot 2}{8 \cdot 7 \cdot \sqrt{10} x^2} = \frac{5}{28} \cdot \frac{7\sqrt{10} x^2 \cdot 8}{2 \cdot 5\sqrt{10} x^2} = \frac{28}{5}$$

Ответ: $\frac{28}{5}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача №3 (матр 1)

$$10 \arcsin(\cos x) = \sqrt{5} - 2x$$

$$x = \frac{-10 \arcsin(\cos x) + \sqrt{5}}{2}$$

$$x = -5 \arcsin(\cos x) + \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$-\frac{\sqrt{5}}{2} \leq -5 \arcsin(\cos x) \leq \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$-2\sqrt{5} \leq -5 \arcsin(\cos x) \leq 3\sqrt{5}$$

$$\text{и.е. } -2\sqrt{5} \leq x \leq 3\sqrt{5}$$

$$10 \arcsin(\cos x) = 10 \arcsin(\sin(\frac{\sqrt{5}}{2} - x))$$

$$1) \quad -2\sqrt{5} \leq x \leq -\sqrt{5}$$

$$10 \arcsin(\sin(\frac{\sqrt{5}}{2} - x - 2\sqrt{5})) = \sqrt{5} - 2x$$

$$-\frac{\sqrt{5}}{2} \leq \frac{\sqrt{5}}{2} - x - 2\sqrt{5} \leq \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$10(\frac{\sqrt{5}}{2} - x - 2\sqrt{5}) = \sqrt{5} - 2x$$

$$-16\sqrt{5} = 8x$$

$$x = -2\sqrt{5}$$

$$2) \quad -\sqrt{5} \leq x \leq 0$$

$$10 \arcsin(\sin(\frac{\sqrt{5}}{2} + x)) = \sqrt{5} - 2x$$

$$-\frac{\sqrt{5}}{2} \leq \frac{\sqrt{5}}{2} + x \leq \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$10(\frac{\sqrt{5}}{2} + x) = \sqrt{5} - 2x$$

$$4\sqrt{5} = -12x$$

$$x = -\frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$3) \quad 0 \leq x \leq \sqrt{5}$$

$$10 \arcsin(\sin(\frac{\sqrt{5}}{2} - x)) = \sqrt{5} - 2x$$

$$-\frac{\sqrt{5}}{2} \leq \frac{\sqrt{5}}{2} - x \leq \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$10(\frac{\sqrt{5}}{2} - x) = \sqrt{5} - 2x$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №3 (лист 2)

$$5\bar{u} - 10x = \bar{u} - 2x$$

$$4\bar{u} = 8x$$

$$x = \frac{\bar{u}}{2}$$

$$4) \quad \bar{u} \leq x \leq 2\bar{u}$$

$$10 \arcsin(\sin(\frac{\bar{u}}{2} + x - 2\bar{u})) = \bar{u} - 2x$$

$$-\frac{\bar{u}}{2} \leq \frac{\bar{u}}{2} + x - 2\bar{u} \leq \frac{\bar{u}}{2}$$

$$10(\frac{\bar{u}}{2} + x - 2\bar{u}) = \bar{u} - 2x$$

$$5\bar{u} + 10x - 20\bar{u} = \bar{u} - 2x$$

$$-16\bar{u} = -12x$$

$$x = \frac{\bar{u}}{2} \quad \left[\frac{\bar{u}}{2}, 2\bar{u} \right] \quad x = \frac{4}{3}\bar{u}$$

$$5) \quad 2\bar{u} \leq x \leq 3\bar{u}$$

$$10 \arcsin(\sin(\frac{\bar{u}}{2} - x + 2\bar{u})) = \bar{u} - 2x$$

$$-\frac{\bar{u}}{2} \leq \frac{\bar{u}}{2} - x + 2\bar{u} \leq \frac{\bar{u}}{2}$$

$$10(\frac{\bar{u}}{2} - x + 2\bar{u}) = \bar{u} - 2x$$

$$5\bar{u} - 10x + 20\bar{u} = \bar{u} - 2x$$

$$24\bar{u} = 8x$$

$$x = 3\bar{u}$$

Ответ: $x = \frac{\bar{u}}{2}, x = \frac{4}{3}\bar{u}, x = -2\bar{u}, x = -\frac{\bar{u}}{3}, x = \frac{\bar{u}}{2}, x = 3\bar{u}$

Ответ: $-2\bar{u}, -\frac{\bar{u}}{3}, \frac{\bar{u}}{2}, 3\bar{u}, \frac{4}{3}\bar{u}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

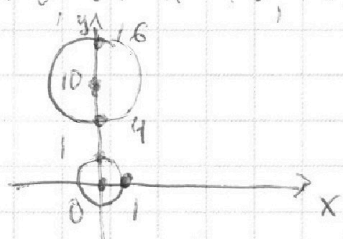
Задача №4 (мат.)

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0 & (2) \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 & (1) \end{cases}$$

$$(1) \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 + y^2 - 20y + 64 = 0 \end{cases}$$

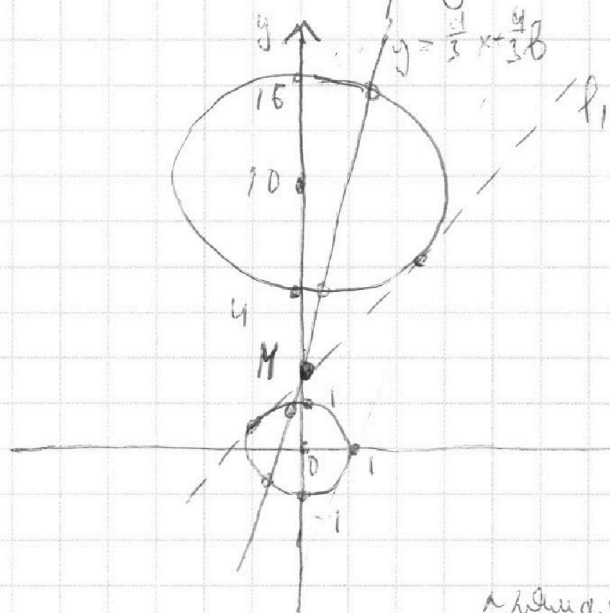
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 - (y - 10)^2 = 36 \end{cases}$$

Это две окр. с радиусами 1 и 5 и центрами $(0, 0)$ и $(0, 10)$ соответственно



$$(2) y = \frac{a}{3}x + \frac{4}{3}b$$

это семейство прямых, как вращающаяся
около $(0, \frac{4}{3}b)$, для $a \geq 0$!



1) при $a = 0$
 ≤ 2 решения

2) $0 < \frac{a}{3} \leq k$,

где k — значение
коэффициента
у для прямой l_1
(касательной к обеим
окр.)

тогда ≤ 2 решения
3) $\frac{a}{3} > k$

будет 4 реш, 2 для
прямая $y = \frac{a}{3}x + \frac{4}{3}b$ пройдет через M

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

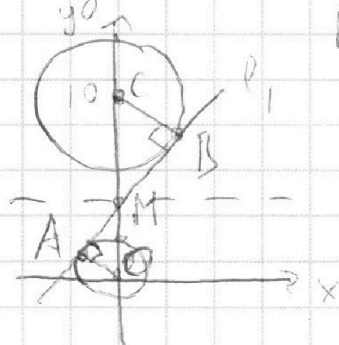
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №4 (мисс 2)
где M — точка пересечения l и OX , т.е. $36 = \frac{4}{7} \cdot 64$
Из-за симметрии если подойдет $a_1 \geq 0$,
то подойдет и $-a_1$.

Итак, имеем:

$$\begin{cases} \frac{d}{3} > k \\ -\frac{d}{3} < k \end{cases} \quad \begin{cases} d > 3k \\ d < -3k \end{cases}$$

Найдем k !



$$BC = 6, OA = 1$$

$$\triangle CBM \sim \triangle OAM$$

$$\frac{OM}{CM} = \frac{OA}{BC} = \frac{1}{6}$$

$$\text{т.е. } CM = 6 \cdot OM$$

$$CM + OM = 10$$

$$7 \cdot OM = 10$$

$$OM = \frac{10}{7}$$

$$k = \tan(90^\circ - \angle CMB) = \cot \angle CMB = \frac{MB}{CB}$$

$$CM = 6 \cdot OM = \frac{60}{7}$$

$$MB = \sqrt{CM^2 - CB^2} = \sqrt{\left(\frac{60}{7}\right)^2 - 6^2} = \sqrt{\frac{3600}{49} - 36} = \sqrt{\frac{3600 - 1764}{49}} = \sqrt{\frac{1836}{49}} = \frac{6\sqrt{51}}{7}$$

$$= \sqrt{\frac{3600}{49} - 36} = 6 \sqrt{\frac{100}{49} - 1} = \frac{6\sqrt{51}}{7}$$

$$k = \frac{6\sqrt{51}}{7 \cdot 6} = \frac{\sqrt{51}}{7}$$

$$\begin{cases} d > \frac{3\sqrt{51}}{7} \\ d < -\frac{3\sqrt{51}}{7} \end{cases}$$

$$\text{Итак, } d \in (-\infty, -\frac{3\sqrt{51}}{7}) \cup (\frac{3\sqrt{51}}{7}, +\infty)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №5 (лист 1)

$$1) \log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3$$

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \frac{4}{3} \log_{2x} 5 - 3$$

$$3 \log_5^4(2x) = 13 \log_{2x} 5 - 9$$

$$2) \log_5^4(y) + 4 \log_y 5 = \log_y 3(0,2) - 3$$

$$\log_5^4(y) + 4 \log_y 5 = -\frac{1}{3} \log_y 5 - 3$$

$$3 \log_5^4(y) + 12 \log_y 5 = -\log_y 5 - 9$$

$$3 \log_5^4(y) = -13 \log_y 5 - 9$$

$$(1) \text{ пусть } t = \log_5^4(2x)$$

$$3t + 4 = 13t - 9$$

$$3t + 4 = \frac{13}{t} - 9$$

$$\frac{3t^2 + 9t - 13}{t} = 0$$

$$3t^2 + 9t - 13 = 0$$

$$\text{пусть } f(m) = 3m^2 + 9m - 13$$

$$f(\log_5(2x)) = 0$$

$$(2) \text{ пусть } k = \log_5(2x) \leftarrow \log_y k = -\log_5 y$$

$$3k^2 = \frac{13}{k} - 9$$

$$\frac{3k^3 + 9k - 13}{k} = 0$$

$$3k^3 + 9k - 13 = 0$$

$$f(-\log_5 y) = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача №5 (лист 2)

$$f(m) = 3m^5 + 9m - 13$$

$$f'(m) = 15m^4 + 9 > 0 \text{ при всех } m$$

т.е. $f(m)$ возрастает

$$f(\log_5(2x)) = 0 = f(-\log_5 y)$$

$$\text{так как } \log_5 2x = -\log_5 y$$

$$\log_5(2xy) = 0$$

$$2xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{2}$$

~~это возможно при $x = 1$ и $y = \frac{1}{2}$~~

Ответ: $\frac{1}{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☒	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~~Задача №3 (матрица)~~

~~$$10 \arcsin(\cos x) = \bar{u} - 2x$$~~

~~$$10 \arcsin(\cos x) = \frac{\bar{u}}{2}$$~~

~~$$x = \frac{10 \arcsin(\cos x) + \bar{u}}{2}$$~~

~~$$x = -5 \arcsin(\cos x) + \frac{\bar{u}}{2}$$~~

~~$$-\frac{5}{2}\bar{u} \leq -5 \arcsin(\cos x) \leq \frac{5}{2}\bar{u}$$~~

~~$$-2\bar{u} \leq -5 \arcsin(\cos x) \leq 3\bar{u}$$~~

~~$$\text{т.е. } -2\bar{u} \leq x \leq 3\bar{u}$$~~

$$10 \arcsin(\cos x) = 10 \arcsin(\sin(\frac{\bar{u}}{2} - x))$$

$$1) -2\bar{u} \leq x \leq -\bar{u}$$

$$10 \arcsin(\sin(\frac{\bar{u}}{2} - x)) = \bar{u} - 2x$$

$$-\frac{\bar{u}}{2} \leq \frac{\bar{u}}{2} - x \leq \frac{\bar{u}}{2}$$

$$10(\frac{\bar{u}}{2} - x - 2\bar{u}) = \bar{u} - 2x$$

$$5\bar{u} - 10x - 20\bar{u} = \bar{u} - 2x$$

$$-16\bar{u} = 8x$$

$$x = -2\bar{u}$$

$$2) -\bar{u} \leq x \leq 0$$

$$10 \arcsin(\sin(\frac{\bar{u}}{2} + x)) = \bar{u} - 2x$$

$$-\frac{\bar{u}}{2} \leq \frac{\bar{u}}{2} + x \leq \frac{\bar{u}}{2}$$

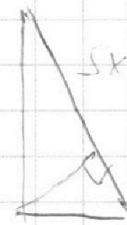
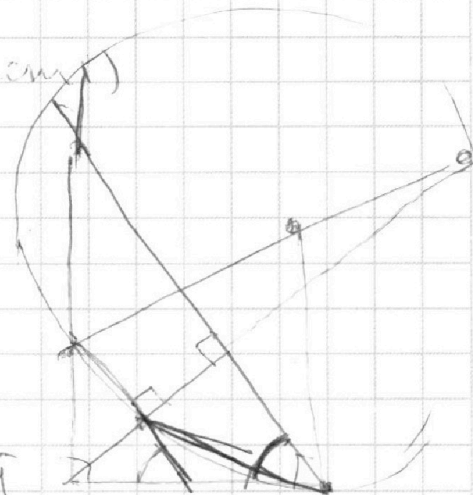
$$10(\frac{\bar{u}}{2} + x) = \bar{u} - 2x$$

$$5\bar{u} + 10x = \bar{u} - 2x$$

$$4\bar{u} = -12x$$

$$x = -\frac{\bar{u}}{3}$$

$$3) 0 \leq x \leq \bar{u}$$



$$2\bar{u} \leq x \leq 3\bar{u}$$

$$\frac{\bar{u}}{2} - x + 2\bar{u}$$

$$-3\bar{u} \leq -x \leq -2\bar{u}$$

$$-\bar{u} \leq -x \leq 0$$

$$25 + 10$$

$$35x$$

$$2\bar{u}$$

$$-2\bar{u} \leq -x \leq -\bar{u}$$

$$-x + 2\bar{u} \leq$$

$$\frac{\bar{u}}{2} + x - 2\bar{u}$$

$$-\bar{u} \leq x \leq 0$$

$$-5\bar{u}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical work on grid paper, featuring geometric diagrams and algebraic calculations.

Top Left: Logarithmic calculations:
 $\log_5^4 2 = 3 \log_2 5$
 $\frac{1}{3} \log_2 5 = 3$
 $\log_2^4 5$

Top Right: Triangle diagram with vertices A, B, C, D, E, F. Angles are labeled: $5x$, $2x$, $90^\circ - x$, $180^\circ - x$. A line segment is labeled $\sqrt{14}x$.

Center: A large circle with points A, B, C, D, E, F on its circumference. Angles are labeled: $5x$, $2x$, $90^\circ - x$. A line segment is labeled $\sqrt{10}x$.

Bottom Left: Triangle diagram with vertices A, B, C, D, E, F. Angles are labeled: $180^\circ - x$, $90^\circ - x$. A line segment is labeled $\sqrt{10}x$.

Bottom Right: Triangle diagram with vertices A, B, C, D, E, F. Angles are labeled: $180^\circ - x$, $90^\circ - x$. A line segment is labeled $\sqrt{10}x$.

Algebraic Calculations:

- $CF = \frac{EB \sqrt{14}}{5}$
- $EB^2 = EC \cdot x \cdot k$
- $\frac{CF}{\sqrt{10}x} = \frac{CE}{\sqrt{35}x}$
- $\frac{CF}{CE} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{35}}$
- $CF = \frac{y \sqrt{10}}{\sqrt{35}}$
- $\frac{CF}{\sqrt{35}x - y} = \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{5}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3 \quad \frac{165}{15} \bigg/ \frac{11}{15}$$

$$\log_5^4(2x) - \frac{3}{\log_5(2x)} = \frac{1}{3} \log_{2x} 5^4 - 3$$

$$\log_5^4(2x) - \frac{3}{\log_5(2x)} = \frac{4}{3} \log_5(2x) - 3$$

$$t = \log_5 2x \quad ; \quad x \neq \frac{1}{2} \quad \log_5 2x + \log_5 y = 0$$

$$t^2 - \frac{3}{t} = \frac{4}{3}t - 3$$

$$2xy = 1$$

$$3t^3 + 9 - 4t = 0$$

$$3t^3 - 9 - 4t + 9t = 0$$

$$t^3 = \frac{13}{3}$$

$$3t^3 + 9t - 13 = 0$$

$$t = \sqrt[3]{\frac{13}{3}}$$

$$(6t^2 + 3t - (2t^2 - 13 + 2t))$$

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \frac{4}{3} \log_5 5 - 3$$

$$6t^2 - 3t^2$$

$$\log_5^4 y + 4 \log_y 5 = -\frac{1}{3} \log_y 5 - 3$$

$$\frac{3t^2 + 13}{t^4} > 0$$

$$\log_5^4 y = \log_5^4(2x) =$$

$$3 \log_5^4(2x) = 4 \log_{2x} 5 + 5 \log_{2x} 5 - 3$$

$$3 \log_5^4 y = -\log_y 5 - 12 \log_4 5 - 3$$

$$3 \log_5^4(2x) = 13 \log_{2x} 5 - 3$$

$$3 \log_5^4 y = -12 \log_y 5 - 3$$

$$3(\log_5^4 2x - \log_5^4 y) = 13(\log_{2x} 5 - \log_y 5)$$

$$3t^2 + 3t - 13 = 0 \quad f(\log_5 2x) =$$

$$3t = \frac{13}{t} - 3$$

$$165$$

$$f(\log_5 y)$$

$$\log_5 2x = -\log_5 y$$

$$\frac{3t^2 - 13 + 3t}{t} = 0$$

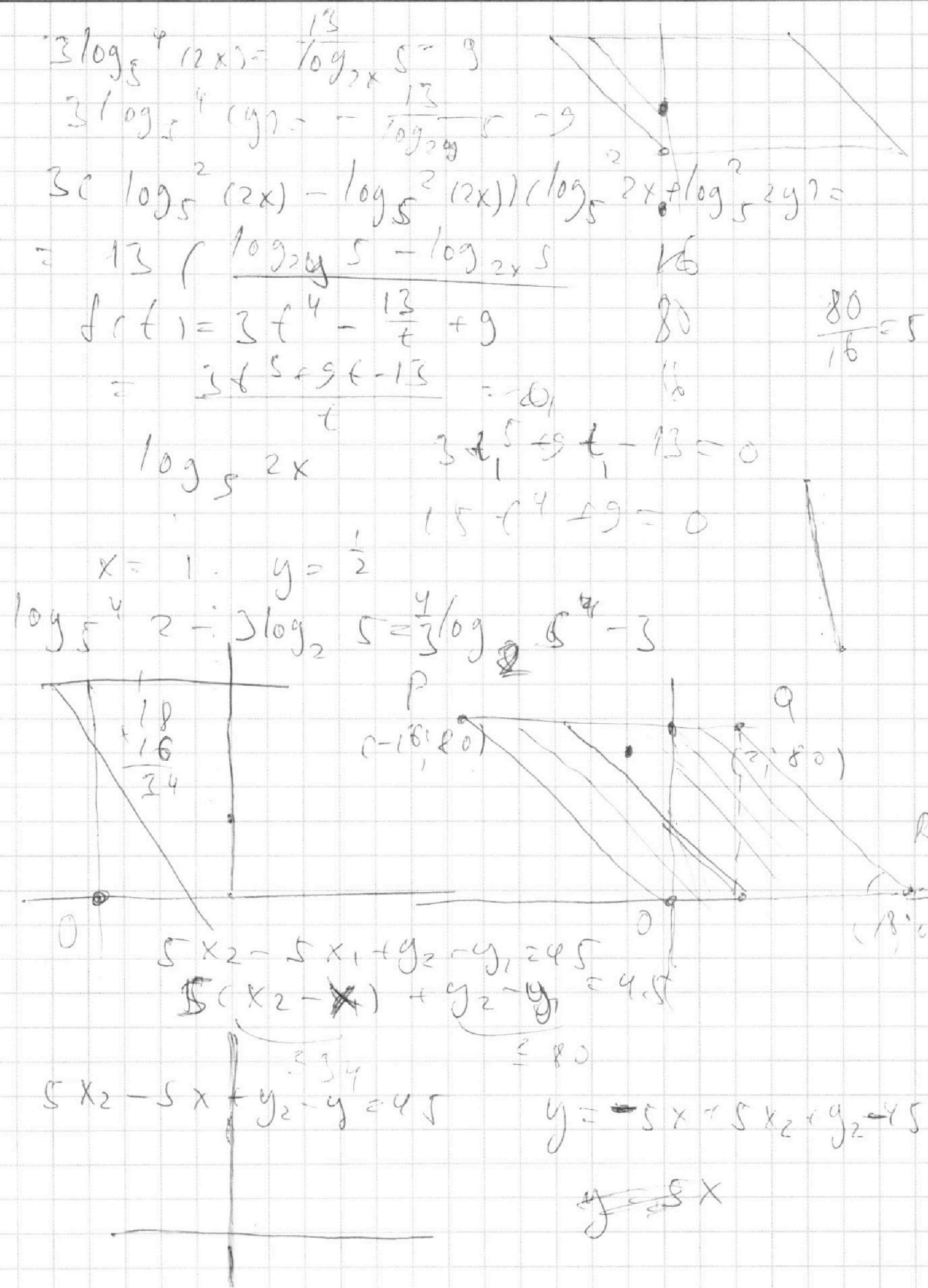
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab: 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12} \cdot 29$$

$$bc: 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17}$$

$$ac: 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{19}$$

$$(abc)^2: 2^{34} \cdot 3^{55} \cdot 5^{68}$$

$$abc = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$x = 1, y = \frac{1}{2}$$

$$a+b = 12$$

$$b+c = 12$$

$$a+c = 30$$

$$a-b = 22$$

$$abc = 110$$

$$abc^2 = 110^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$$

$$2a = 34$$

$$a = 17$$

$$c = 110$$

$$abc = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$a = 2, b = 3, c = 5$$

$$a+b+c = 10$$

$$a = 5, b = 3$$

$$a+b+c = 12$$

$$a+b = 8$$

$$b+c = 12$$

$$a+c = 14$$

$$a-b = 2$$

$$ab = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^{22}$$

$$a^2 = 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}$$

$$2a = 10$$

$$a = 5$$

$$b = 3$$

$$abc = a \cdot 2^7 \cdot 3 \cdot 5^{22} \cdot a \cdot 2^4 \cdot 3^6 \cdot 5^5 \cdot a$$

$$a^2 = 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}$$

$$a \cdot 5^{10} = 2^6 \cdot 3^{13} \cdot n$$

$$a+b = 14$$

$$b+c = 20$$

$$a+c = 21$$

$$a-b = 1$$

$$2a = 15$$

$$a = 7.5$$

$$b = 6.5$$

$$c = 7.5$$

$$abc = 110$$

$$abc^2 = 110^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$$

$$2a = 34$$

$$a = 17$$

$$c = 110$$

$$a+b+c = 139$$

$$a+c = 127$$

$$a = 12$$

$$c = 27$$