



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^9 3^{10} 5^{10}$, bc делится на $2^{14} 3^{13} 5^{13}$, ac делится на $2^{19} 3^{18} 5^{30}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 3 : 1$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^{11}) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-14; 42)$, $Q(6; 42)$ и $R(20; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 90, $SA = BC = 12$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1 Предположим, что $ab = 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}$ $bc = 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13}$

$ac = 2^9 \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$, но тогда $abc \notin \mathbb{N}$ ~~то~~ мы это делаем
т.к. abc миним, если в них больше нет делителей
других. $\square$ степень вхождения «2» в $a = x$ в $b = y$ в $c = z$

$\Rightarrow$ для минимума $x+y=9$, $y+z=14$ $x+z=19$

$\Rightarrow x-y=5 \Rightarrow 2x=14$ $x=7$ $y=2$ $z=12$, теперь $\times$ степень
вхождения «3» если сделать предположение

как и для «2», то суммарная степень $/2 \Rightarrow abc \notin \mathbb{N}$
 $\Rightarrow \square$ в c ст. вх. «3» = k в $b = n$ в $a = m$ для минимума

$\begin{cases} m+k=13 \\ m+n=10 \end{cases}$ а $n+k$ не может равняться 9 $\Rightarrow$ хотя бы 14

$\Rightarrow \times n+k=14$ $m-n=4$ $2m=24$ $m=12$ $n=3$ $k=11$

$\square$ степень вхождения «5» в $a = p$ в $b = q$ в $c = t$

$\Rightarrow$ для минимума

$\begin{cases} p+t=30 \\ p+q=10 \\ q+t=14 \end{cases}$ $\begin{cases} p+t=30 \\ p+q=10 \\ q+t=14 \end{cases}$ $p-q=17$ ~~каждое~~ $p-q=16$ $2p=26$
 $2p=38$ $p=19$ $q=2$ $t=11$ $p=13$
 $q=-3$

$\times p+t=16$ $p-q=14$ $2p=24$ $p=12$ $q=-2$ - не м.

$\times p+t=18$ $p-q=12$ $2p=22$ $p=11$ $q=-1$ - не м

$\times p+t=20$ $p-q=10$ $2p=20$ $p=10$ $q=0$ - подходит

$\Rightarrow t=20$ получаем $a = 2^7 \cdot 5^{10} \cdot 3^7$ $b = 2^2 \cdot 3^3$ $c = 2^{12} \cdot 3^{11} \cdot 5^{20}$

Answer: $2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

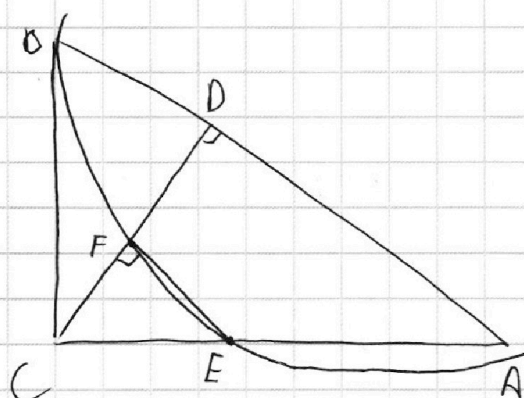
6
☐

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2



$$\begin{aligned} \angle CFE &= 90^\circ \\ \text{[} BD = x \Rightarrow AD = 3x \text{]} \\ \Downarrow \\ CD &= \sqrt{3}x \Rightarrow CB = 2x \\ \Rightarrow \angle B &= \frac{\pi}{3} \quad \angle A = \frac{\pi}{6} \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$N3 \quad 5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

возьмем $\sin()$ с обеих сторон $\Rightarrow -\frac{5\pi}{2} \leq x + \frac{\pi}{2} \leq \frac{5\pi}{2}$
 $-3\pi \leq x \leq 2\pi$

$$\sin(5 \arcsin(\cos x)) = \sin(x + \frac{\pi}{2})$$

из формулы Муавра

$$5 \sin^4 x \cdot \cos x - 10 \sin^2 x \cos^3 x + \cos^5 x = \cos x$$

$$5(1 - 2 \cos^2 x + \cos^4 x) \cos x - 10 \cos^3 x (1 - \cos^2 x) \cos x + \cos^5 x = \cos x$$

$$5 \cos x - 10 \cos^3 x + 5 \cos^5 x - 10 \cos^3 x + 10 \cos^5 x + \cos^5 x = \cos x$$

$$16 \cos^5 x - 20 \cos^3 x + 4 \cos x = 0$$

$$\cos^2 x = t$$

$$(4t^2 - 5t + 1) = 0 \quad t_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{8} = \frac{5 \pm 3}{8} \quad \begin{cases} \cos x = \pm 1 \\ \cos x = \pm \frac{1}{2} \\ \cos x = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} k \\ -3\pi \leq x \leq 2\pi \end{cases} \quad \text{проверим} \quad x = -3\pi$$

$$5 \arcsin(\cos(-3\pi)) = 5 \cdot (-\frac{\pi}{2})$$

$$-3\pi + \frac{\pi}{2} = -\frac{5\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x = -3\pi \text{ подходит}$$

$$x = -2\frac{3}{4}\pi$$

$$-\frac{5\pi}{4} \neq -\frac{3\pi}{4}$$

$$x = -1,5\pi \text{ - не}$$

$$x = -1\frac{1}{4}\pi \quad -\frac{5\pi}{4} \neq -\frac{3}{4}\pi$$

$$x = -2,5\pi$$

$$0 \neq -2\pi$$

$$x = -\pi$$

$$\text{не}$$

$$x = -2,1\pi$$

$$\frac{5\pi}{4} \neq -1\frac{3}{4}\pi$$

$$x = -\frac{3\pi}{4}$$

$$-\frac{5\pi}{4} \neq -\frac{\pi}{4} \text{ - не}$$

$$x = -2\pi$$

$$\frac{5\pi}{2} \neq -\frac{3\pi}{2}$$

$$x = -\frac{\pi}{2}$$

$$-\frac{\pi}{2} = -0 = 0 \text{ - да}$$

$$x = -1\frac{3}{4}\pi \text{ - не}$$

$$x = -\frac{\pi}{4}$$

$$1\frac{5\pi}{4} \neq \frac{\pi}{4} \text{ - не}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$x=0 \quad \frac{5\pi}{2} \neq \frac{\pi}{2}$$

$$x=\frac{\pi}{4} \quad \frac{5\pi}{4} \neq \frac{3\pi}{4}$$

$$x=\frac{\pi}{2} \quad \frac{5\pi}{2} \neq \pi$$

$$x=\frac{3\pi}{4} \quad \text{Нем}$$

$$x=\pi \quad \text{Нем}$$

$$x=\frac{5\pi}{4} \quad \text{Нем}$$

$$x=\frac{3\pi}{2} \quad \text{Нем}$$

$$x=\frac{7\pi}{4} \quad \frac{5\pi}{4} \neq \frac{9\pi}{4}$$

$$x=2\pi \quad \frac{5\pi}{2} = \frac{5\pi}{2}$$

↓

$$\text{Ответ: } \left\{ -3\pi; -\frac{\pi}{2}; 2\pi \right\}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

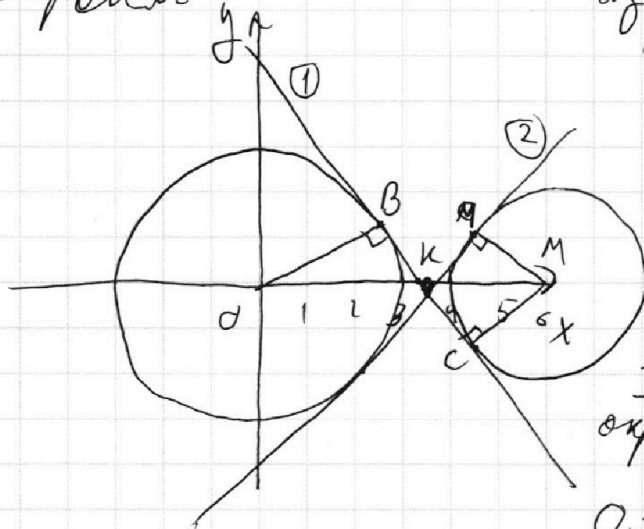
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax+2y-3b=0 - \text{прямая} \\ (x^2+y^2-9)(x^2+y^2-12x+32)=0 \end{cases}$$

-3b - отвечает за $\tan \alpha$ прямой
a - отвечает за наклон

$$\begin{cases} x^2+y^2=9 - \text{окр.-та с ц (0;0) и r=3} \\ (x^2-6)^2+y^2=4 - \text{окр.-та с ц (6;0) и r=2} \end{cases}$$

построим



из графика видно,
что если прямая
пруще чем ① или ②
то жв, чтобы было
решения
найдем ① и ②
и прямую ①

VB - (1) касательная ① и
окр.-та с r=3, а C с r=2

O₁ - (0;0) M(6;0)

OB ⊥ ① MC ⊥ ① K = ① ∩ OX

ΔOBK ~ ΔKMC по 2-м углам ⇒ $\frac{OK}{MK} = \frac{OB}{MC} = \frac{3}{2}$
и OM=6 ⇒ OK+MK=6

OK = $\frac{3}{2}$ MK $\frac{5}{2}$ MK=6 MK = $\frac{12}{5}$ OK = $\frac{18}{5}$ ⇒ BK = $\sqrt{\frac{18^2}{25} - 9} = \frac{3\sqrt{11}}{5}$

4 ① в (1) K y_{наш} = 0 ⇒ x = $\frac{3b}{a}$

$-\frac{a}{2}$ - тангенс угла наклона ① = -tg(ВКО) = $\frac{OB}{BK} = \frac{18}{3\sqrt{11}} \cdot \frac{5}{12} = \frac{5}{\sqrt{11}}$

⇒ a = $\frac{10}{\sqrt{11}}$ ② симм. ① отн. OX → a_{наш} ② = $-\frac{10}{\sqrt{11}}$

⇒ ~~а~~ Нам не подходит a $(-\infty; -\frac{10}{\sqrt{11}}] \cup [\frac{10}{\sqrt{11}}; +\infty)$

⇒ Ответ: a ∈ $(-\frac{10}{\sqrt{11}}; \frac{10}{\sqrt{11}})$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{5} \log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8$$

$$\log_3^4 5y + 2 \log_{5y} 3 = \log_{5y^2} 3^{11} - 8$$

$$\log_3 x = a \neq 0 \quad \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ 5y > 0 \\ 5y \neq 1 \end{cases} \quad \frac{5}{2} \log_x 3$$

$$a^4 + \frac{7}{2}a + 8 = 0$$

$$2a^5 + 6a + \frac{7}{2} = 0$$

$$\log_3 5y = b \neq 0$$

$$b^4 - \frac{7}{2}b + 8 = 0$$

$$2b^5 + 6b - 7 = 0$$

$$2(a^5 + b^5) + 16(a + b) = 0$$

$$xy = \frac{3^{a+b}}{5}$$

$$a^5 + b^5 = (a+b)^5 - 5a^4b - 10a^3b^2 - 10a^2b^3 - 5ab^4 =$$

$$= (a+b)^5 - 5ab(a^3 + 2a^2b + 2ab^2 + b^3) = (a+b)^5 - 5ab(a+b)(a^2 + ab + b^2) =$$

$$= (a+b)((a+b)^4 - 5ab(a^2 + ab + b^2))$$

$$\Rightarrow 2(a+b)((a+b)^4 - 5ab(a^2 + ab + b^2)) + 8 = 0 \quad \begin{cases} a+b=0 \\ (a+b)^4 - 5ab(a^2 + ab + b^2) + 8 = 0 \end{cases}$$

$$\neq (a+b)^4 - 5ab(a^2 + 2ab + b^2) + 8 = a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4 + 8 = 0$$

$$\exists? a, b$$

$$a^3(a-b) + b^3(b-a) + a^2b^2 + b =$$

$$= \underbrace{(a-b)^2(a^2 + ab + b^2)}_{\substack{\text{IV} \\ 0 \\ \forall a, b}} + \underbrace{a^2b^2 + b}_{\substack{\text{IV} \\ 0 \\ \forall a, b}} \neq 0 \quad \text{так как}$$

$$\Rightarrow a+b=0 - \text{единств.}$$

$$\Rightarrow xy = \frac{1}{5} - \text{единств.}$$

$$\text{ответ: } \frac{1}{5}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1) $ab: 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}$ $bc: 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13}$

$ac: 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$

$ab = m \cdot 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}$

$bc = p \cdot 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13}$

$ac = n \cdot 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$

$a: 5^k$ $b, c: 5^{10-k}$

$5^k \cdot 5^{10-k} \cdot 5^{10-k}$

$\frac{c}{b} = \frac{n}{m} \cdot 2^{10} \cdot 3^8$

$abc = f \cdot 5^{20-k}$

$10-k=k$ $y=k$ $x=10-k$

$\frac{a}{b} = \frac{n}{p} \cdot 2^5 \cdot 3^5 \cdot 5^{-3}$

$5^y = 5^{-3}$

$5^{y-x} = 5^{-3}$

$y-x = -3$

$10-k-k=3$

$2k=7$

$p:5$ $p=59$

$k-10+k=-3$
 $2k=7$

$a: 5^3$

$b, c: 5^7$

$\frac{a}{b} = \frac{n}{9} \cdot 2^5 \cdot 3^5 \cdot 5^{-4}$

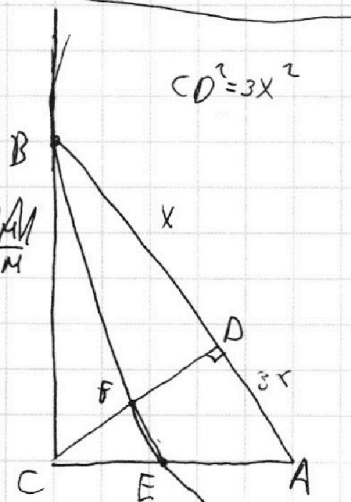
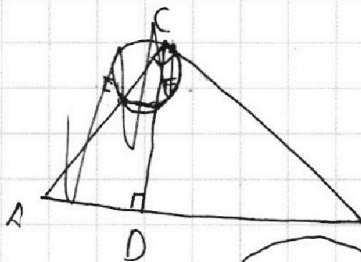
$10-k-k=4$

$2k=6$ $k=3$

$bc = p \cdot 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{14}$

$\frac{c}{a} = \frac{q}{m} \cdot 2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^4$

$10+k-k=4$



$CD^2 = 3x^2$ $CD = \sqrt{3}x$

$\frac{3x}{a} = \frac{\sqrt{3}x}{b}$ $\frac{a}{b} = \sqrt{3}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab = 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10} \quad bc = 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13} \quad ac = 2^{13} \cdot 3^{12} \cdot 5^{30}$$

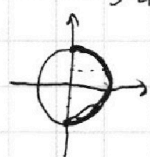
$$(a^2 bc)^2 = 2^{44} \cdot 3^{41} \cdot 5^{53} \quad b: 5^m \quad c: 5^n \quad a: 5^q$$

$$m+n-p=13$$

$$m+q=10$$

$$n+q=30$$

$$n-m=20$$

$$5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$


$$\cos(\arcsin \frac{x}{5}) = \sqrt{1 - \frac{x^2}{25}}$$

$$\arcsin(\cos x) = \frac{x + \frac{\pi}{2}}{5}$$

$$\cos x = \sin\left(\frac{x + \frac{\pi}{2}}{5}\right)$$

$$\cos x - \sin\left(\frac{x + \frac{\pi}{2}}{5}\right) = 0$$

$$(\cos x + i \sin x)^n = \cos(nx) + i \sin(nx)$$

$$(\cos x + i \sin x)^5 = \cos^5 x + C_5^1 \cos^4 x \cdot i \sin x + C_5^2 \cos^3 x \cdot \sin^2 x + C_5^3 \cos^2 x \cdot i \sin^3 x + C_5^4 \cos x \cdot \sin^4 x + C_5^5 i \sin^5 x$$

$$\sin(5x)$$

$$\sin(5x) = C_5^1 \cos^4 x \cdot \sin x - C_5^3 \cos^2 x \cdot \sin^3 x + \sin^5 x$$

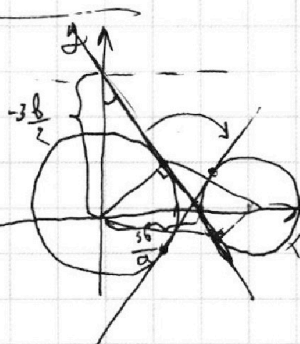
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ (x^2 - 12x + 36) + y^2 - 36 + 32 = 0 \\ (x-6)^2 + y^2 = 2^2 \end{cases}$$

$$\frac{ax+by+c}{\sqrt{a^2+b^2}} =$$

$$y = \frac{-ax+3b}{2}$$

$$x^2 + \frac{9b^2 - 6abx + a^2x^2}{4} = 9$$

$$\begin{cases} \frac{ax+2y-3b}{\sqrt{a^2+4}} = 3 \\ \frac{ax+2y-3b}{\sqrt{a^2+4}} = 2 \end{cases}$$

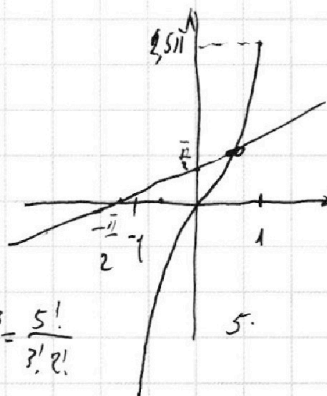
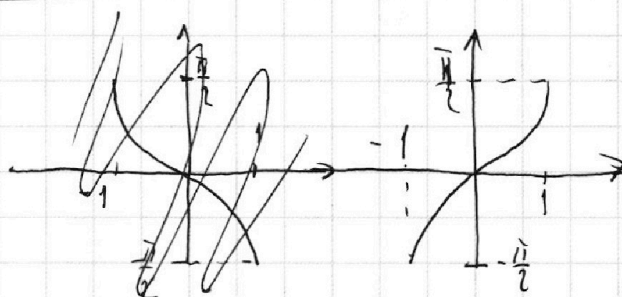


$$-\frac{a}{2}$$

$$-\frac{3b}{\frac{3b}{a}}$$

$$\begin{aligned} ax - 3b &= 0 \\ x &= \frac{3b}{a} \end{aligned}$$

$$\frac{3\pi}{2}$$



$$C_5^3 = \frac{5!}{3!2!}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

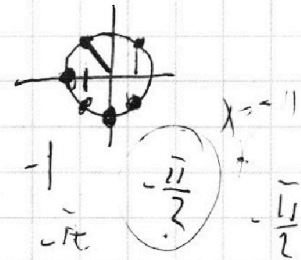
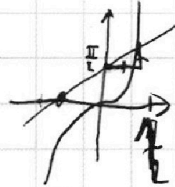
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$\sin(\arcsin(\cos x)) = \sin(x + \frac{\pi}{2})$$



$$5 \cos^4(\arcsin(\cos x)) \cdot \cos x - 10 \cos^2(\arcsin(\cos x)) \cdot \cos^3 x + \cos^5 x = \cos x$$

$$\sqrt{1 - \cos^2 x}$$

$$-1 \cdot 5 \left(-\frac{\pi}{2}\right) = -2,5$$

$$\sin^2 x = (1 - \cos^2 x)^2$$

$$5 \sin^4 x \cos x - 10 \sin^2 x \cos^3 x + \cos^5 x = \cos x$$

$$5(1 - 2\cos^2 x + \cos^4 x) \cos x - 10(1 - \cos^2 x) \cos^3 x + \cos^5 x = \cos x$$

$$5 \cos x - 10 \cos^3 x + 5 \cos^5 x - 10 \cos^3 x + 10 \cos^5 x + \cos^5 x = \cos x$$

$$16 \cos^5 x - 20 \cos^3 x + 4 \cos x = 0 \quad \cos x = t$$

$$4t^4 - 5t^2 + 1 = 0$$

$$a = t^2$$

$$4a^2 - 5a + 1 = 0$$

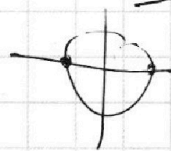
$$a_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{8} = \frac{5 \pm 3}{8}$$

$$t^2 = 1 \quad t = \pm 1$$

$$\cos x = \pm 1$$

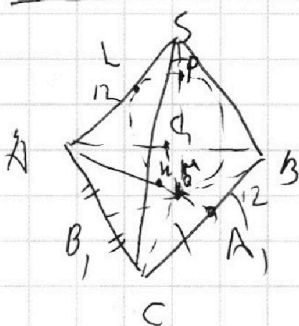
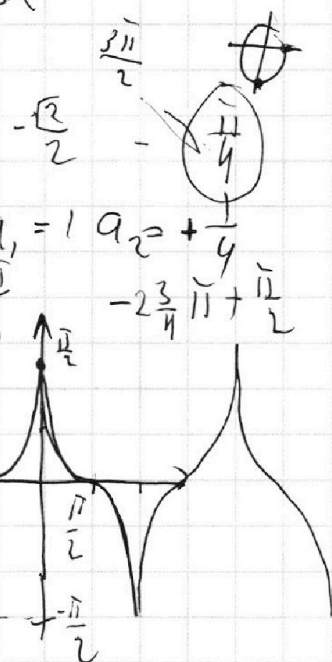
$$x = \frac{\pi}{2} k$$

$$\cos x = \pm \frac{1}{2}$$



$$x \in \mathbb{R}$$

$$x \in [-3\pi; 2\pi]$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{x} = \frac{3 \cdot 5}{\sqrt{11}} = \frac{5}{\sqrt{11}}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{m}{\frac{18}{5}}$$

$$m = \frac{5}{\sqrt{11}} \cdot \frac{18}{5} = \frac{18}{\sqrt{11}} = -\frac{3b}{2}$$

$$b = -\frac{12}{\sqrt{11}} \quad a =$$

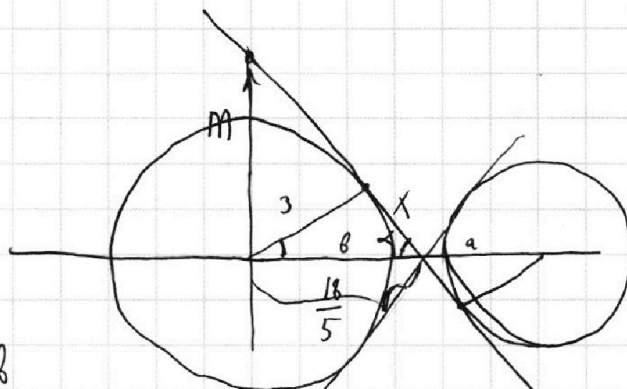
$$ax - 3b = 0$$

$$x = \frac{3b}{a}$$

$$\frac{18}{5} = \frac{3b}{a}$$

$$a = \frac{5}{6}b = \frac{5}{6} \cdot \left(-\frac{12}{\sqrt{11}}\right) = -\frac{10}{\sqrt{11}}$$

$$y = \frac{-a}{2}x + \frac{3}{2}b$$



$$a + b = 6$$

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{3} \quad a = \frac{2}{3}b$$

$$\frac{2}{3}b + \frac{2}{3}b = 6$$

$$\frac{5}{3}b = 6$$

$$b = \frac{18}{5}$$

$$a = \frac{12}{5}$$

$$\frac{18}{5} + \frac{12}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

$$x = \sqrt{\frac{18^2}{25} - 9} = \sqrt{\frac{18^2 - 225}{25}} = \sqrt{\frac{(18-15)(18+15)}{25}} = \frac{\sqrt{9 \cdot 33}}{5} = \frac{3\sqrt{11}}{5}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{a}{2}$$

$$\frac{5}{\sqrt{11}} = -\frac{a}{2}$$

$$a = -\frac{10}{\sqrt{11}}$$

$$\left(-\infty; -\frac{10}{\sqrt{11}}\right] \cup \left[\frac{10}{\sqrt{11}}; +\infty\right)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N1 2^a 2^b 2^c 2^7 2^2 2^{12}

$$a+b=9$$

$$b+c=14$$

$$a+c=19$$

$$a-b=5$$

$$2a=14 \quad a=7$$

$$b=2 \quad c=12$$

$$c=3^{11}$$

$$5^x \quad 5^y \quad 5^z$$

$$5^{10} \quad 5^0 \quad 5^{20}$$

$$\begin{aligned} p+t &= 30 \\ p+q &= 11 \\ q+t &= 13 \end{aligned}$$

$$3^{10}$$

$$3^{13}$$

$$3^{18}$$

$$t=11$$

$$q=2$$

$$p=19$$

$$p-q=17$$

$$2p=38$$

$$3^m$$

$$3^n$$

$$3^k$$

$$m+n=10$$

$$n+k=14$$

$$m+k=18$$

$$m-n=4$$

$$2m=14$$

$$m=7$$

$$n=3$$

$$k=11$$

$$x < r$$



$$x+y=10$$

$$y+z=18$$

$$x+z=30$$

$$x-y=14$$

$$2x=24$$

$$x=12$$

$$y=2$$

$$z=11$$

$$x=11$$

$$y=-1$$

$$x=10$$

$$y=0$$

$$z=20$$



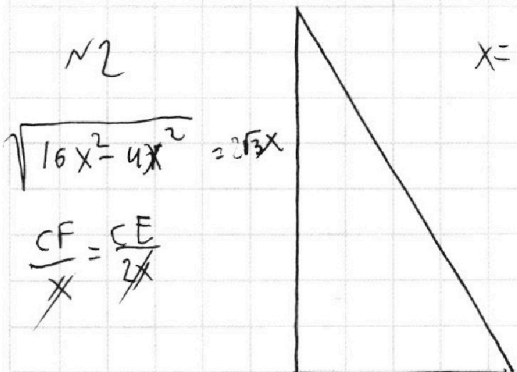
$$CD = \sqrt{3} X$$

$$\frac{AC}{BC} = \frac{3X}{\sqrt{3}X} = \sqrt{3} \quad AC = \sqrt{3} BC$$

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cdot 2 = \sqrt{3}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$4m^2 - m^2$$



$$\sqrt{16x^2 - 4x^2} = \sqrt{12}x$$

$$\frac{CF}{x} = \frac{CE}{2x}$$

$$2n+2m=2\sqrt{3}X$$

$$m+n=\sqrt{3}X$$

$$m+n=\sqrt{3}$$

$$x+\sqrt{3}(m+n)=4X$$

$$m+n=\sqrt{3}X$$

$$2\sqrt{3}X$$

$$\left(\frac{n}{2}\right)^2 = ?$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$5) \log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_x^{243} - 8 \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_5 3 = \log_{25y}^4(3^{11}) - 8$$

$$\begin{array}{r} 243 \overline{) 3} \\ 81 \overline{) 3} \\ 27 \overline{) 3} \\ 9 \overline{) 3} \\ 3 \overline{) 3} \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 81 \overline{) 3} \\ 27 \overline{) 3} \\ 9 \overline{) 3} \\ 3 \overline{) 3} \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 243 \overline{) 3} \\ 81 \overline{) 3} \\ 27 \overline{) 3} \\ 9 \overline{) 3} \\ 3 \overline{) 3} \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} & a^3(a-b) + a^2b^2 + b^3 \log_3^4 5y + 2 \log_5 3 = -8 \log_3^4 3 \\ & (a-b)(a^3-b^3) + a^2b^2 + b^3 \log_3^4 5y + 2 \log_5 3 = -8 \log_3^4 3 \\ & (a-b)(a^2+ab+b^2) + a^2b^2 + b^3 \log_3^4 5y + 2 \log_5 3 = -8 \log_3^4 3 \\ & (a-b)(a^2+ab+b^2) + a^2b^2 + b^3 \log_3^4 5y + 2 \log_5 3 = -8 \log_3^4 3 \end{aligned}$$

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_x^{243} - 8$$

$$\log_3^4 x + \frac{7}{2} \log_x 3 = -8$$

$$\log_x 3 = \frac{\ln 3}{\ln x}$$

$$\frac{(\ln x)^4}{(\ln 3)^4} + \frac{7}{2} \frac{\ln 3}{\ln x} = -8$$

$$\frac{(\ln x)^5 + \frac{7}{2} (\ln 3)^5}{\ln x \cdot (\ln 3)^4} = -8$$

$$8 = 2^3$$

$$\log_3 x = a$$

$$\log_x 8 = \frac{1}{a}$$

$$a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4 - 5a^3b - 5a^2b^2 - 5ab^3 = 0$$

$$C_4^2 = \frac{4!}{2!2!} = 6$$

$$a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4 + 8 = 0$$

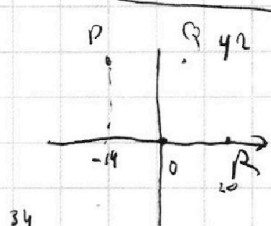
$$a > 0, b > 0 \quad a < 0, b > 0$$

$$\frac{\ln^5 x + \frac{7}{2} \ln^5 3}{\ln x} = \frac{\ln^5 5y - \frac{7}{2} \ln^5 3}{\ln 5y}$$

$$\ln^5 x \cdot \ln 5y + \frac{7}{2} \ln^5 3 \cdot \ln 5y = \ln^5 5y \ln x - \frac{7}{2} \ln^5 3 \ln x$$

$$(\ln x \cdot \ln 5y)^4$$

$$a^5 + b^5 = (a+b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4)$$



$$3(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 33$$

$$y_2 - y_1 = 3(11 - (x_2 - x_1))$$

$$11 - (x_2 - x_1) = 14$$

$$x_2 - x_1 = -3$$

$$x = 3a$$

$$5y = 3b$$

$$xy = \frac{3a+b}{5}$$

$$(a+b)^5 =$$

$$a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$$

$$-a^5 + b^5$$

$$a^5 + b^5 - 5ab(a^3 + 2a^2b + ab^2 + b^3)$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$(a+b)^5 = (a+b)5ab(a^2 + b^2) + a^5 + b^5$$

$$a^4 + \frac{7}{2} \frac{1}{a} = -8$$

$$\begin{cases} 2a^5 + 16a + 7 = 0 \\ 2b^5 + 16b - 7 = 0 \end{cases}$$

$$2b^5 + 16b - 7 = 0$$

$$2(a^5 + b^5) + 16(a+b)$$