



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 11 КЛАСС. Вариант 1

- [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^9 3^{10} 5^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{14} 3^{13} 5^{13}$ ,  $ac$  делится на  $2^{19} 3^{18} 5^{30}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
- [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $BC$  в точке  $B$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $F$ , а катет  $AC$  – в точке  $E$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AD : DB = 3 : 1$ . Найдите отношение площади треугольника  $ABC$  к площади треугольника  $CEF$ .
- [4 балла] Решите уравнение  $5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$ .
- [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

- [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2}(3^{11}) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-14; 42)$ ,  $Q(6; 42)$  и  $R(20; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$ .
- [6 баллов] Данна треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1, BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 90,  $SA = BC = 12$ .
  - Найдите произведение длин медиан  $AA_1, BB_1$  и  $CC_1$ .
  - Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 4$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1. пусть  $a_2; b_2; c_2$  - кол-во двоек в разложении  
на простые числа трех чисел  $a, b, c$ . (макс. степень  
двоек, двл. делителей  $a, b, c$ )  
аналогично для  $a_3; b_3; c_3$  - тройки  
 $a_5; b_5; c_5$  - пятерки.

Тогда по условию:

$$a_2 + b_2 \geq 9; \quad b_2 + c_2 \geq 14; \quad a_2 + c_2 \geq 19$$

Суммируем эти неравенства

$$2(a_2 + b_2 + c_2) \geq 41 \Rightarrow a_2 + b_2 + c_2 \geq 21$$

макс. степень двоек = двл. делител. abc  
по свойству  $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$

С простыми:

$$a_3 + b_3 \geq 10 \quad b_3 + c_3 \geq 13 \quad a_3 + c_3 \geq 18$$

$$2(a_3 + b_3 + c_3) \geq 41 \Rightarrow a_3 + b_3 + c_3 \geq 21$$

макс. ст. тройки в разложн.  
abc.

С пятерками:

$$a_5 + b_5 \geq 10 \quad b_5 + c_5 \geq 13 \quad a_5 + c_5 \geq 30$$

$$2(a_5 + b_5 + c_5) \geq 53 \Rightarrow a_5 + b_5 + c_5 \geq 27$$

макс. степень 5" в разложении

Число abc кратно числу  $2^{d1} \cdot 3^{d2} \cdot 5^{d3}$  abc.

значит, исходное деление abc нацело на  $2^{d1} \cdot 3^{d2} \cdot 5^{d3}$ .

Ответ:  $d1=3, d2=2, d3=2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи

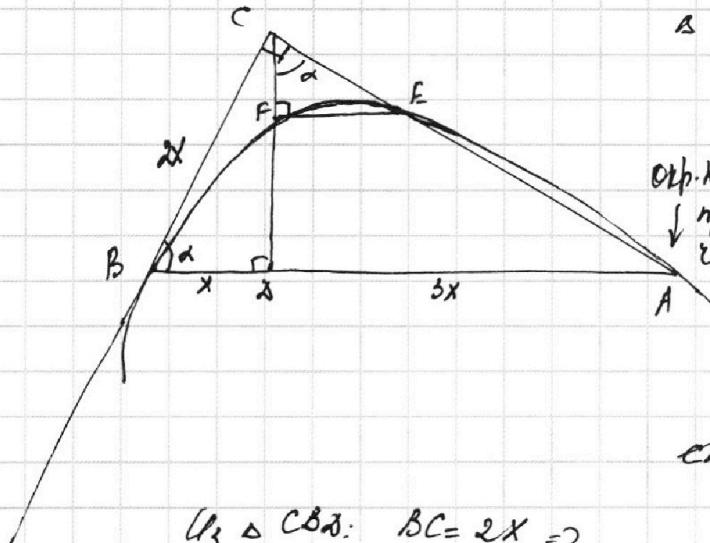
решение которой представлено на странице:

- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Zagara 2 |



$$\ell_3 \Delta CSD: BC = 2x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AC = d \times \sqrt{3}$$

до обозрения орн. худ. 4 сен.

$$CB^2 = CE \cdot AC \Rightarrow 4x^2 = CE \cdot 2x\sqrt{3} \Rightarrow CE = \frac{4x\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{3}AC.$$

$$\triangle ECF \sim \triangle ACD \text{ e } \cos qd\theta. \frac{1}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_{ACD} = g S_{ECF}$$

~~$\triangle ABC \sim \triangle ACD$  c vđng đ/c.~~

$$S_{ACD} = \frac{1}{2} CD \cdot 3x$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} CD \cdot 4x \Rightarrow S_{ABC} = \frac{4}{3} S_{ACD} =$$

$$= 12 S_{\text{EFF}}$$

Orber: 1d.



- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

### Задача 3

$$\operatorname{arcctg}(\cos x) = x + \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \operatorname{arcctg}(\sin(x + \frac{\pi}{2})) = x + \frac{\pi}{2}. \quad (1)$$

Пусть  $y = x + \frac{\pi}{2}$ . Тогда  $\operatorname{arcctg}(\sin y) = y$

Рассмотрим случаи

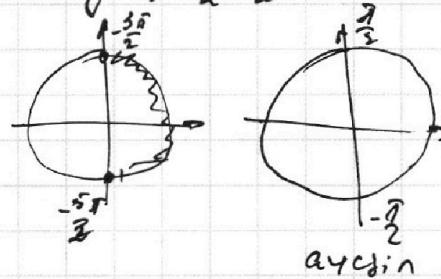
$$1) \quad y \in \left[-\frac{5\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2}\right]$$

$$\operatorname{arcctg}(\sin y) = y + 2\pi$$

$$(1): (y + 2\pi) \cdot 5 = y$$

$$4y = -10\pi$$

$$\boxed{y = -\frac{5\pi}{2}} \quad \text{отр.знач. } x = \underline{-3\pi}$$



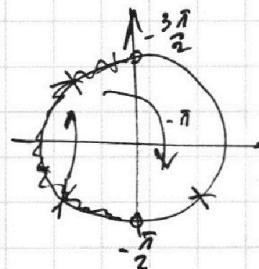
$$2) \quad y \in \left(-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\operatorname{arcctg}(\sin y) = -y - \pi$$

$$(1): (-y - \pi) \cdot 5 = y$$

$$6y = -5\pi$$

$$\boxed{y = -\frac{5\pi}{6}} \Rightarrow \text{отр.знач. } x = \underline{-\frac{4\pi}{3}}$$

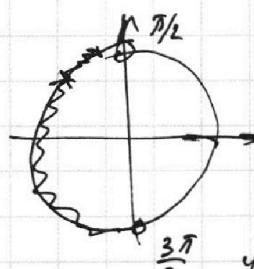


$$3) \quad y \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] : \operatorname{arcctg}(\sin y) = y$$

$$(1): 5y = y \Rightarrow y = 0 \Rightarrow x = \underline{-\frac{\pi}{2}}$$

$$4) \quad y \in \left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right] : \operatorname{arcctg}(\sin y) = \pi - y$$

$$(1): 5(\pi - y) = y \Rightarrow \boxed{y = \frac{5\pi}{6}} \Rightarrow x = \underline{\frac{4\pi}{3}}$$



$$5) \quad y \in \left[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right] : \operatorname{arcctg}(\sin y) = y - 2\pi$$

$$(1): 5(y - 2\pi) = y$$

$$4y = 10\pi \Rightarrow \boxed{y = \frac{5\pi}{2}} \Rightarrow \text{отр.знач. } x = \underline{2\pi}$$

Ошибки:  $-3\pi; -\frac{4\pi}{3}; -\frac{\pi}{2}; \frac{4\pi}{3}; 2\pi$ .

Уравнение  
раскрыто на  
всей ОДЗ  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  других корней  
нет.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

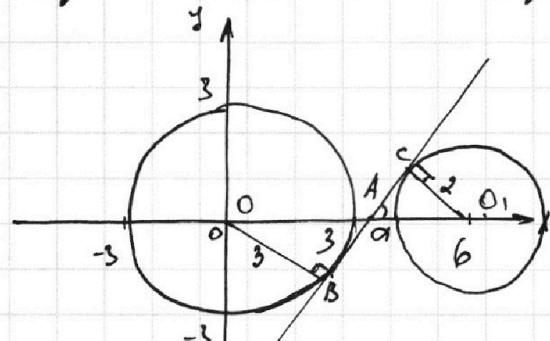
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4 Решите следующую геометрическую.

2-ое уравнение - в открытом:  $(0;0); 3) \cup (16;0); 4)$ .

1-ое уравнение - прямая.  $y = kx + b$  (замена  $k = -\frac{a}{2}$ )  
4 решения  $\Rightarrow$  4 точки пересечения.



угол  $\alpha$   
будет пересекать

только одну  
из открытых

$$OA = \frac{3}{\sin \alpha} \quad AO_1 = \frac{2}{\sin \alpha} \Rightarrow OO_1 = \frac{5}{\sin \alpha} = b$$

$$\sin \alpha = \frac{5}{b} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{11}}{b} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{5}{\sqrt{11}}$$

$$\text{Крас. знаяк. } k_1 = \frac{5\sqrt{11}}{11} \text{ и соотв. } -k_2 = -\frac{5\sqrt{11}}{11}.$$

Чтобы выполнялось условие:

$$k \in (-\frac{5\sqrt{11}}{11}; \frac{5\sqrt{11}}{11}).$$

$$\text{Обратная замена } a = -2k \Rightarrow a \in (-\frac{10\sqrt{11}}{11}; \frac{10\sqrt{11}}{11}).$$

$$\text{Ответ: } (-\frac{10\sqrt{11}}{11}; \frac{10\sqrt{11}}{11}).$$

При каких значениях наименьшее  
меньшее  $k_1$  и большее  $-k_2$ ,  
(картина симметрическая  
отн. ОХ)  
может изображаться в таком  
образе было 4 пересечения  
при большем коэффиц. наименьшем  
но симметрии невозможного.\*  
Найдите этот краевый угол  
наименьшего.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5 1)  $\log_3^4 x + 6 \log_3 x = \log_x 243 - 8$

ОДЗ:

$$\begin{cases} x, y > 0 \\ x \neq 1 \\ y \neq 1 \end{cases}$$

(2)  $\log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25} y^2 (3'') - 8$

(1):  $\log_3^4 x + \frac{6}{\log_3 x} = \frac{5}{2} \frac{1}{\log_3 x} - 8$

$$\log_3^4 x + \frac{7}{2 \log_3 x} + 8 = 0. \quad / \cdot 2 \log_3 x \rightarrow \log_3^4 x + 8 > 0 \Rightarrow \log_3 x < 0.$$

$2 \log_3^5 x + 16 \log_3 x + 7 = 0 \quad (*)$

(2):  $t = 5y$

$$\log_3^4 t + \frac{2}{\log_3 t} = \frac{5}{2} \frac{1}{\log_3 t} - 8 \quad / \cdot 2 \log_3 t \rightarrow \log_3 t > 0$$

$$2 \log_3^5 t + 4 - 11 + 16 \log_3 t = 0$$

$$2 \log_3^5 t + 16 \log_3 t - 7 = 0 \quad (**)$$

Сложим (1) и (2):  $2(\log_3^5 t + \log_3^5 x) + 16(\log_3 x + \log_3 t) = 0 \quad / : 2$

$$(\log_3 t + \log_3 x)(8 + \underbrace{\dots}_{>0}) = 0$$

(но  $\log_3$  существует степеней)

лог. ненулевые  $\log_3 t + \log_3 x = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \log_3 tx = 0 \Rightarrow tx = 3$$

Обр. замещения  $t = 5y \Rightarrow 5yx = 3 \Rightarrow xy = 0,6$

Отв: 9б.

\* логарифмы  
 $\log_3^5 t + \log_3^5 x = \log_3 tx \cdot \cancel{\log_3 tx} - (\log_3 t + \log_3 x)^5 - 5 \cdot \log_3 t \log_3 x \cdot \cancel{(\log_3 t + \log_3 x)^3} -$   
 $= (\log_3 t + \log_3 x) \underbrace{(\log_3 t + \log_3 x)^4}_{>0} \cancel{- 5 \cdot \log_3 t \log_3 x \cdot \cancel{(\log_3 t + \log_3 x)^2}}_{>0} \underbrace{<0}_{<0} \geq 0$

при  $\log_3 tx \neq 0$  скобки наклонистабильны.

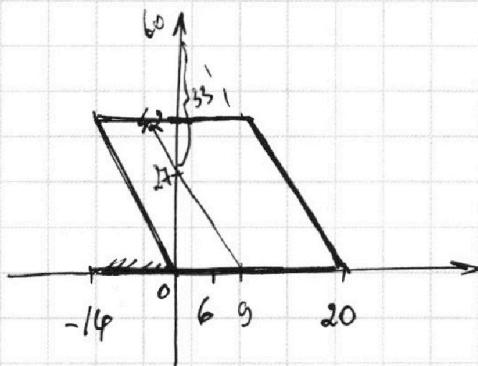


- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6



\*абсцисса отрезка –  
абсцисса точки  
пересеч. с осью X.

Все отрезки удовлетв.  
 $\sqrt{3(x_1+y_1)} - \sqrt{3(x_2+y_2)} = 33$

означает, что отрезки 1 и 2 (на которых исходит  $(x_1, y_1)$  и  $(x_2, y_2)$ )  
отличаются по абсциссе на 11. (соседние отрезки отлич. на 3)  
Для всех точек параллельного прямого (и только)  
вполнем удовлетв.  $|3x+y| \in [0; 60]$ .

Значит количество значений  $(3x_1+y_1)$  равно 27,  
сост. отрезок с абсциссой 9.

Теперь задача заключается в том, чтобы поставить в  
соответствие отрезку с абсц. от 0 до 9 отрезок с абсциссой

на 11 большей, это можно сделать единственным  
способом. В таком случае отрезку по 15 будет точек.

Будет 27 точек параллельных отрезков пару точек можно  
взаимодействовать 225 способами.  $\Rightarrow$  всего способов 2250.

(10 пар отрезков)

Отв: 2250.

Существует отрезок для всех  
точек которых значение  
значение  $3x+y$ .  
Это отрезки параллельных  
наклонениями отрезков  
параллельных прямых.

Причем значение  $3x+y$   
для каждого отрезка равно  
установленному значению абсолютной  
точки, т.к. эти отрезки  
"0".

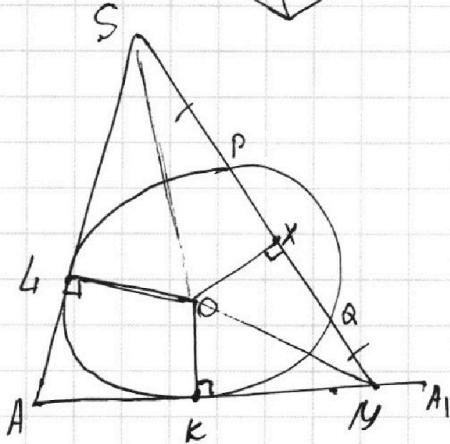
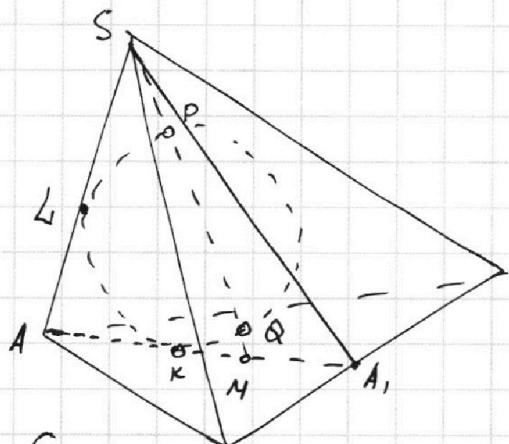
Всего таких отрезков (с различными  
значениями  $3x+y$ ) 27

- |                          |   |                          |   |                          |   |                          |   |                          |   |                          |   |                                     |   |
|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|-------------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> | 1 | <input type="checkbox"/> | 2 | <input type="checkbox"/> | 3 | <input type="checkbox"/> | 4 | <input type="checkbox"/> | 5 | <input type="checkbox"/> | 6 | <input checked="" type="checkbox"/> | 7 |
|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|-------------------------------------|---|



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

### Zadacha 7.



По сб-ку центра тяжести

$$S_{AMB} = S_{BMC} = S_{ANC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \text{ так как отрезки касаются}$$

= 30.

Тогда  $BM = 2x$ , тогда  $MB = x$

$CM = 2y$ , тогда  $MC = y$ .

$$S_{BMC} = 30 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{4xy}{2} = 30$$

$$xy = 15.$$

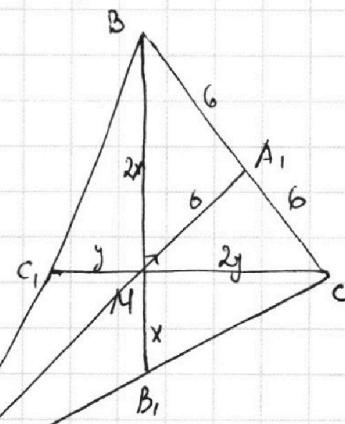
$$xy = 15 \Rightarrow BB_1 \cdot CC_1 = 9xy = 9 \cdot 15 \text{ Тогда } AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = 18 \cdot 9 \cdot 15 =$$

$$= 81 \cdot 30 = 2430$$

Отв: 2430.

a) Постройте плоскость ( $AS A_1$ )

Рассмотрев сечение ей  
сферы и пирамиды.



Отмечены середины хорд  $PQ = r$ .  
по сб-ку  $OK \perp PQ$  ( $O, K, PO = OQ$ )

то у сн.  $SP = MQ \Rightarrow SK = KM \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle SOM$  - прямой (свойство  
меридиана ч бокса)  $\Rightarrow$

$\Rightarrow SO = OM \Rightarrow$  то катет ч гипотенузе

$$\triangle SOL = \triangle MOK \Rightarrow MK = SL.$$

так как отрезки касаются  $AL = AK \Rightarrow$

$$\Rightarrow AS = AM = 12 \Rightarrow AA_1 = \frac{3}{2} AM = 18 \Rightarrow$$

$\Rightarrow MA_1 = 6 \Rightarrow BA_1 = CA_1$  ч бокс ч. т.

В  $\triangle BMC$  исходная равна  $\frac{1}{2}$   $\angle$  между  
сторонами, к. которых проводена  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \angle BMC = 90^\circ$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

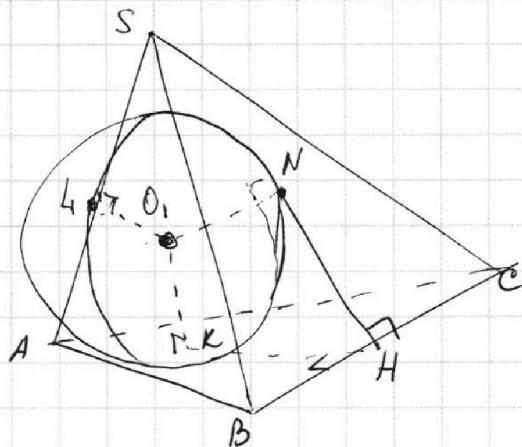
6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №1 δ).



9 - у. сферог

$O_1K \perp (ABC) \Rightarrow O_1K \perp BC$

$O_1N \perp (BSC) \Rightarrow O_1N \perp BC$

$BC \perp (NOK) \Rightarrow$  гипотр. угла

равен  $\angle NHK$

как орт. кас.  $SL = SN = 4$

$NH = HK$ .

$AK = AL = 8$   $KM = 4$ .

Опустите высоты из M и K

$$MY = \frac{2 \cdot 30}{12} = 5 \quad (S_{BMC})$$

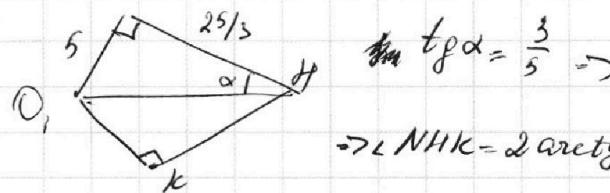
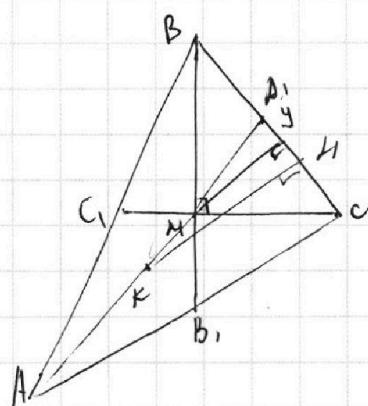
Алгебр.  $NA = 6 \quad AK = 4 + 6 = 10$ .

из подобия

$$KH = MY \cdot \frac{10}{6} = \frac{50}{6} = \frac{25}{3}$$

как орт. кас.

$$NH = HK = \frac{25}{3}$$



$$\Rightarrow \angle NHK = 2 \arctg 0,6$$

Отвѣт:  $2 \arctg 0,6$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

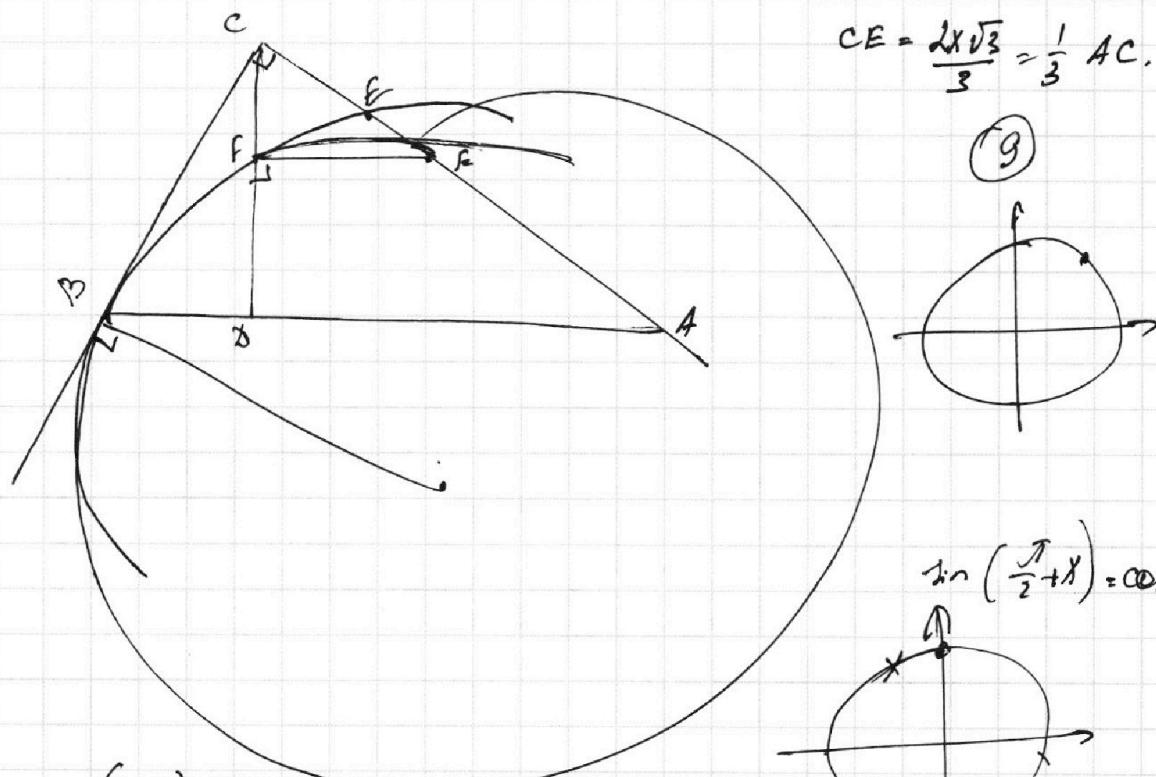
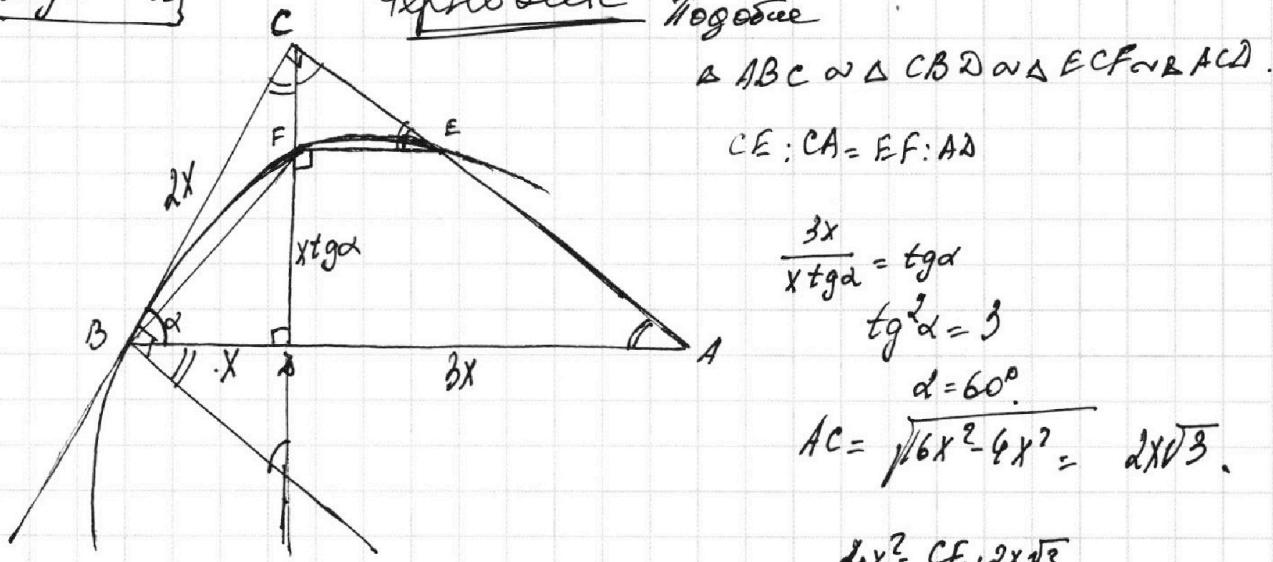
- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

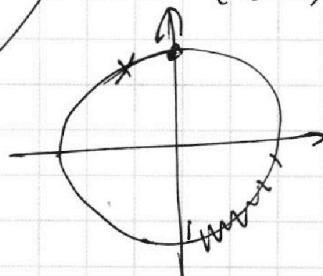
Черновое Решение



$$\sin(\cos x) = \frac{\pi}{2} + x$$

$$\sin(\sin(x + \frac{\pi}{2})) = \frac{\pi}{2} + x.$$

$$\sin(\frac{\pi}{2} + x) = \cos x$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

задача 3

Черновик

$$5 \arctan(\cos x) = x + \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow 5 \arcsin\left(\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)\right) = x + \frac{\pi}{2}.$$

Рассмотрим  $\arcsin(\sin x)$ . Это ~~возрастает~~ уда

хром  $a + b$  первоначально  $\arcsin(\sin x) = a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ :

$a - 60$  ~~второй четверти~~

$$\arcsin x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right].$$

$$y \in x + \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{x}{5} + \frac{\pi}{10} \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]. \quad -\frac{3\pi}{5} \leq x \leq \frac{2\pi}{5}. \quad x \in [-3\pi; 2\pi].$$

$$\boxed{x \in [-3\pi; -\frac{5\pi}{2}]} \quad y \in \left[-\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right]$$

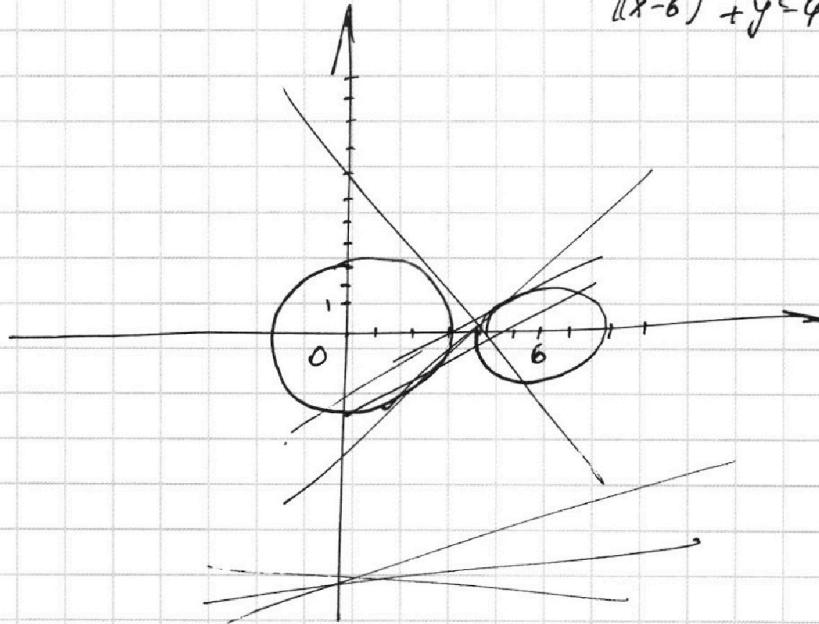
$$1) y \in \left[-\frac{5\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2}\right]: \arcsin(\sin y) = y + 2\pi.$$

$$2) y \in \left[-\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right]$$

$$④ ax + by - 38 = 0. \quad y = -\frac{a}{b}x + 38. \quad \text{прямая.}$$

$$(x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 38) = 0. \quad \text{окр.}$$

$$(x-6)^2 + y^2 = 4$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

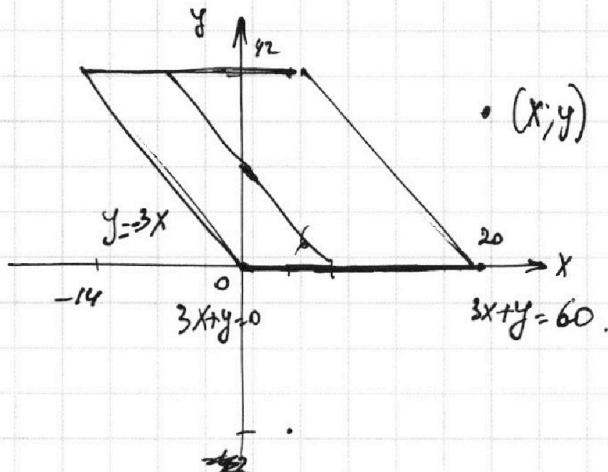
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

### Задача 6



$$3(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 33$$

$$y_2 - y_1 : 3$$

$$x_2 - x_1 = 0 \Rightarrow y_2 - y_1 = 33.$$

для каждого из трех параллельных прямых

$$x + 3y \in [10; 60]. \Rightarrow$$

~~для каждого из трех~~

для каждого значения

$x + y$ , существует ровно 1

а это означает, что отрезок  $3x_2 + y_2$ , такой  
45/16 целых, что лин. уст.

$$\text{т.к. } x + 3y \leq 60, \text{ то}$$

$$x + y \in [0; 20].$$

После условия угл. 10 отрезков

$$10 \cdot 16 \cdot 15 = 2400$$

Черн.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

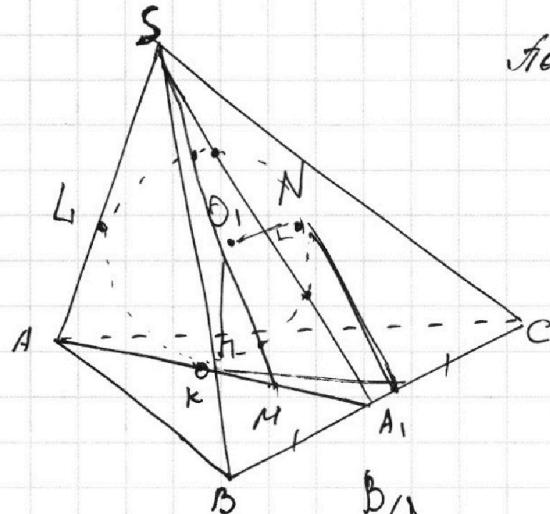
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

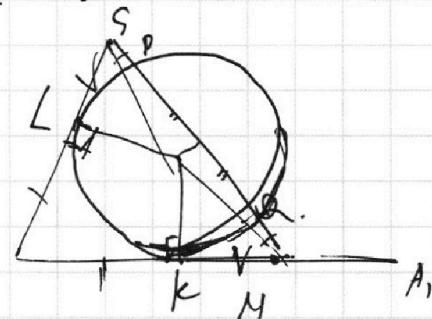
**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

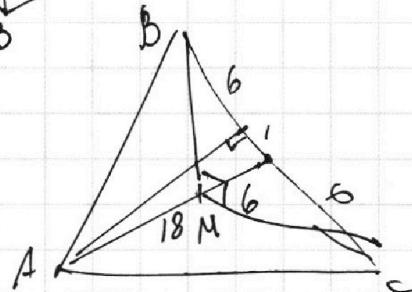
(4)



Построение плоскости  
(ASA<sub>1</sub>)



$$SA = AM$$

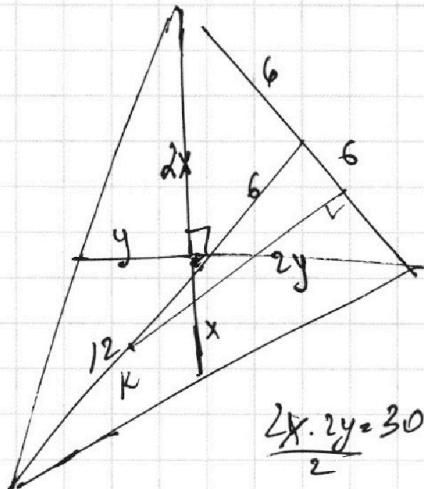


$$AB = \frac{3}{2} SA \approx 18$$

O<sub>1</sub> - ц. сферы.

$$O_1 K \perp (ABC)$$

$$O_1 N \perp (BSC).$$



$$\frac{2x \cdot 2y}{2} = 30$$

Чернк.  $(x+y)^5 = x^5 + 5x^4y + 10x^3y^2 + 10x^2y^3 + 5xy^4 + y^5$ .

$$x^5 + y^5 = (x+y)(x^4 - 5xy + 10x^3y^2 + 10x^2y^3 + 5xy^4 + y^5)$$