



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 11 КЛАСС. Вариант 1

- [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^9 3^{10} 5^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{14} 3^{13} 5^{13}$ ,  $ac$  делится на  $2^{19} 3^{18} 5^{30}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
- [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $BC$  в точке  $B$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $F$ , а катет  $AC$  – в точке  $E$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AD : DB = 3 : 1$ . Найдите отношение площади треугольника  $ABC$  к площади треугольника  $CEF$ .
- [4 балла] Решите уравнение  $5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$ .
- [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

- [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2}(3^{11}) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-14; 42)$ ,  $Q(6; 42)$  и  $R(20; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$ .
- [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1, BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 90,  $SA = BC = 12$ .
  - Найдите произведение длин медиан  $AA_1, BB_1$  и  $CC_1$ .
  - Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 4$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 5.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима.

№1 Треугольники, см  $a = 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}$   $b = 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13}$

$a = 2^9 \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$ , то тогда  $abc \notin \mathbb{N}$  т.к. это делит  
п.к.  $abc$  четно, если в них больше трех одинаковых  
факторов. ] степень входит в  $\langle 2 \rangle$   $b^a = x$   $b^b = y$   $b^c = z$

$\Rightarrow$  для минимума  $x+y=9$ ;  $y+z=14$   $x+z=19$

$\Rightarrow x-y=5 \Rightarrow 2x=14$   $x=7$   $y=2$   $z=12$ , менең & шенесін  
білдіремін  $\Leftrightarrow \langle 3 \rangle$  есептің жекелегендегі  
как и  $\langle 2 \rangle$ , то симметриялық симетрия  $/2 \Rightarrow abc \in N$   
 $\Leftrightarrow b \in cm.bn \langle 3 \rangle = h$   $b=n$   $b=m$  және мүмкін

$\begin{cases} m+k=18 \\ m+n=10 \end{cases}$  аранк менен рабтамыр 13-дегенде жана 5-дегенде

$$\Rightarrow k^{n+h} = 14 \quad m-h=4 \quad 2m=14 \quad m=7 \quad n=3 \quad k=11$$

Изменение в компонентах  $\langle S \rangle$ :  $a = p$ ,  $b = q$ ,  $c = t$

$\Rightarrow$  gute Musterlösung

$$\begin{cases} p+t=30 \\ p+q=10 \\ q+t=14 \end{cases} \quad \begin{cases} p+t=30 \\ p+q=10 \\ q+t=14 \end{cases} \quad p-q=17 \quad \text{mengurangi} \quad p-q=16 \quad 2p=26$$

$$k \ p+t=16 \quad p-q=14 \quad 2p=24 \quad p=12 \quad q=-2 \text{ nkm} \quad \text{rem.}$$

$$* p+t=18 \quad p-q=12 \quad 2p=22 \quad p=11 \quad q=-1 - \text{new}$$

$$p+q=20 \quad p-q=\underline{10} \quad 2p=20 \quad p=10 \quad q=0-\text{no good solution}$$

$$\Rightarrow t = 20 \text{ natyrarum} \quad a = 2^7 \cdot 5^{10} \cdot 3^7 \quad b = 2^2 \cdot 3^3 \quad c = 2^{12} \cdot 3^{11} \cdot 5^{20}$$

Ambien: 2<sup>1</sup> · 3<sup>2</sup> · 5<sup>30</sup>



На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО ОДИНУ** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

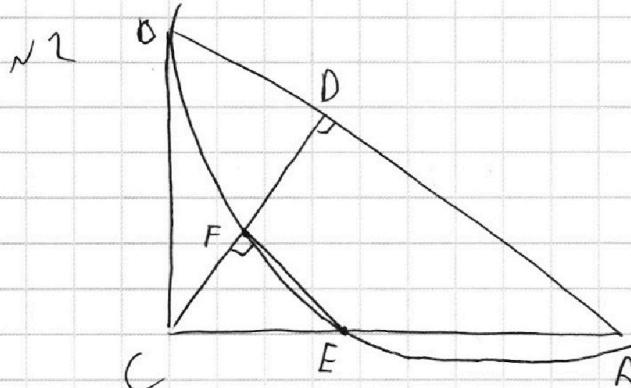
5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} \angle(CFE) &= 90^\circ \\ \boxed{BD = x \Rightarrow AD = 3x} \\ CD &= \sqrt{3}x \Rightarrow CB = 2x \\ \Rightarrow \angle B &= \frac{\pi}{3} \quad \angle A = \frac{\pi}{6} \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$N3 \quad 5\arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

Возьмём  $\sin()$  с обеих сторон  $\Rightarrow -\frac{5\pi}{2} \leq x + \frac{\pi}{2} \leq \frac{5\pi}{2}$

$$\sin(5\arcsin(\cos x)) = \sin(x + \frac{\pi}{2})$$

из условия  
из формулы Муавра

$$-3\pi \leq x \leq 2\pi$$

$$5\sin^4 x \cdot \cos x - 10\sin^2 x \cos^3 x + \cos^5 x = \cos x$$

$$5(1 - 2\cos^2 x + \cos^4 x)\cos x - 10\cos^2 x \cdot (1 - \cos^2 x)\cos^3 x + \cos^5 x = \cos x$$

$$5\cos x - 10\cos^3 x + 5\cos^5 x - 10\cos^3 x + 10\cos^5 x + \cos^5 x = \cos x$$

$$16\cos^5 x - 20\cos^3 x + 4\cos x = 0$$

$$\cos^3 x = t$$

$$t(4t^2 - 5t + 4) = 0 \quad t_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25-16}}{8} = \frac{5 \pm 3}{8}$$

$$\begin{cases} \cos x = \pm 1 \\ \cos x = \pm \frac{1}{2} \\ \cos x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} k \\ \text{условия} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 2\pi \\ x = -3\pi \end{cases}$$

$$x = -3\pi$$

$$5\arcsin(\cos(-3\pi)) = 5 \cdot (-\frac{\pi}{2})$$

$$-3\pi + \frac{\pi}{2} = -\frac{5\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x = -3\pi \text{ подходит}$$

$$x = -2\frac{3}{4}\pi$$

$$-\frac{5\pi}{4} \neq -\frac{9\pi}{4}$$

$$x = -1,5\pi \text{ - нет}$$

$$x = -2,5\pi$$

$$0 \neq -2\pi$$

$$x = -1\frac{1}{4}\pi \quad -\frac{5\pi}{4} \neq -\frac{3}{4}\pi$$

нет

$$x = -3\frac{1}{4}\pi$$

$$\frac{5\pi}{4} \neq -1\frac{3}{4}\pi$$

$$x = -\frac{3\pi}{4}$$

$$-\frac{5\pi}{4} \neq -\frac{\pi}{4} \text{ - нет}$$

$$x = -2\pi$$

$$\frac{5\pi}{2} \neq -\frac{3\pi}{2}$$

$$x = -\frac{\pi}{2}$$

$$-\frac{\pi}{2} - 0 = 0 \text{ - да}$$

$$x = -1\frac{3}{4}\pi \text{ - нет}$$

$$x = -\frac{\pi}{4}$$

$$+\frac{5\pi}{4} \neq \frac{\pi}{4} \text{ - нет}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$x = 0 \quad \frac{5\pi}{2} \neq \frac{\pi}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{4} \quad \frac{5\pi}{4} \neq \frac{3\pi}{4}$$

$$x = \frac{\pi}{2} \quad \frac{5\pi}{2} \neq \pi$$

$$x = \frac{3\pi}{4}$$

нельзя

$$x = \pi$$

нельзя

$$x = \frac{1}{4}\pi$$

нельзя

$$x = 1,5\pi$$

нельзя

$$x = 1\frac{3}{4}\pi \quad \frac{5\pi}{4} \neq \frac{9\pi}{4}$$

$$x = 2\pi \quad \frac{5\pi}{2} = \frac{5\pi}{2}$$

11

$$\text{Ответ: } \left\{ -3\pi; -\frac{\pi}{2}; 2\pi \right\}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax+2y-3b=0 - \text{ прямая} \\ (x^2+y^2-9)(x^2+y^2-12x+32)=0 \end{cases}$$

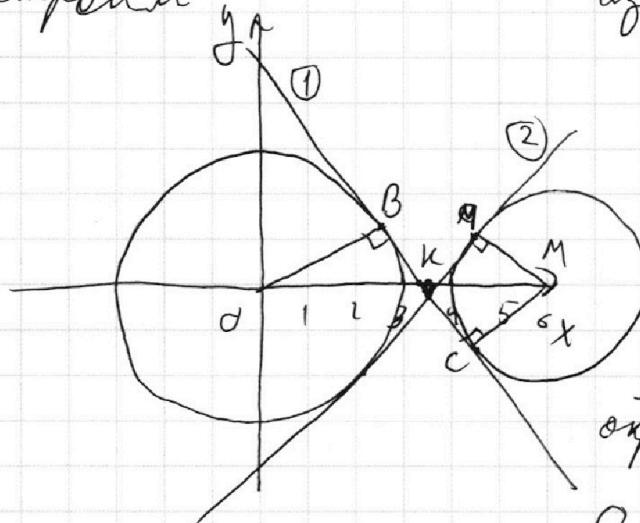
-3b - отвечают за  $\frac{\partial f}{\partial y}$  уравн

$a$  - отвечают за наклон

$x^2+y^2=9$  - окр-ти с ц  $O(0;0)$  и  $r=3$

$(x^2-6)^2+y^2=4$  - окр-ти с ц  $(6;0)$  и  $r=2$

настроим



из графика видно,  
что если прямая  
касается окр-ти  $\textcircled{1}$  или  $\textcircled{2}$   
то  $\exists \theta$ , чтобы было  
решение найдем  $\textcircled{1}$  и  $\textcircled{2}$   
и прямую  $\textcircled{1}$

$\exists B$  - () касания  $\textcircled{1}$  и  
окр-ти с  $r=3$ , а  $C$  с  $r=2$

$O_1(0;0)$   $M(6;0)$

$OB \perp \textcircled{1}$   $MC \perp \textcircled{1}$   $\cancel{OK \perp \textcircled{1}}$   $K = \textcircled{1} \cap OX$

$\triangle OBK \sim \triangle MKC$  по 2-му признаку  $\Rightarrow \frac{OK}{MK} = \frac{OB}{MC} = \frac{3}{2}$   
и  $OM = 6 \Rightarrow OK + MK = 6$

$$OK = \frac{3}{2} MK \quad \frac{5}{2} MK = 6 \quad MK = \frac{12}{5} \quad OK = \frac{18}{5} \Rightarrow BK = \sqrt{\frac{18^2}{25} - 9} = \frac{3\sqrt{11}}{5}$$

$\cancel{x \textcircled{1} b}$  к  $y_{\text{нам}} = 0 \Rightarrow x = \frac{3b}{2}$

$$-\frac{a}{2} - \text{максимум угла наклона } \textcircled{1} = -\tan(\angle BKC) = \frac{OB}{BK} = \frac{18/5}{3\sqrt{11}} = \frac{-6}{5\sqrt{11}} = \frac{-6}{55}$$

$$\Rightarrow a = -\frac{10}{11} \quad \textcircled{2} \text{ симм. } \textcircled{1} \text{ относ. } OX \rightarrow a_{\text{нам}} \textcircled{2} = -\frac{10}{11}$$

~~Нам не подходит  $a \in (-\infty; -\frac{10}{11}) \cup (\frac{10}{11}; +\infty)$~~

$\Rightarrow$  Ответ:  $a \in \left(-\frac{10}{11}, \frac{10}{11}\right)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt[5]{\log_3 x + 6 \log_x 3} = \log_x 243 - 8$$

$$\log_3^{\frac{4}{5}} 5y + 2 \log_{5y} 3 = \log_{5y^2} 3^{\frac{11}{5}} - 8$$

$$\begin{aligned} \log_3 x &= a \neq 0 \\ a^4 + \frac{7}{2}a^3 + 8 &= 0 \\ 2a^5 + 16a^4 + 7 &= 0 \end{aligned}$$

$$\log_3 5y = b \neq 0$$

$$b^4 - \frac{7}{2}b^3 + 8 = 0$$

$$2b^5 + 16b^4 + 7 = 0$$

$$2(a^5 + b^5) + 16(a + b) = 0$$

$$xy = \frac{3}{5}$$

$$\begin{aligned} a^5 + b^5 &= (a+b)^5 - 5a^4b - 10a^3b^2 - 10a^2b^3 - 5ab^4 = \\ &= (a+b)^5 - 5ab(a^3 + 2a^2b + 2ab^2 + b^3) = (a+b)^5 - 5ab(a+b)(a^2 + ab + b^2) = \\ &= (a+b)((a+b)^4 - 5ab(a^2 + ab + b^2)) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 2(a+b)((a+b)^4 - 5ab(a^2 + ab + b^2)) + 8 = 0 \quad \begin{cases} a+b=0 \\ (a+b)^4 - 5ab(a^2 + ab + b^2) + 8 = 0 \end{cases}$$

$$(a+b)^4 - 5ab(a^2 + 2ab + b^2) + 8 = a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4 + 8 = 0$$

?

$$a^3(a-b) + b^3(b-a) + a^2b^2 + 8 =$$

$$= (a-b)^2(a^2 + ab + b^2) + a^2b^2 + 8 \neq 0 \quad \text{поэтому}$$

0

0

0

a; b

a; b

$$\Rightarrow a+b=0 \quad \text{- единство.}$$

$$\Rightarrow xy = \frac{1}{5} \quad \text{- единство.}$$

Ответ:  $\frac{1}{5}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$1) ab: 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{-10} \quad bc: 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13}$$

$$ac: 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{-30}$$

$$\cdot ab = m \cdot 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{-10}$$

$$\cdot ac = n \cdot 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{-30}$$

$$bc = p \cdot 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13}$$

$$a: 5^k \quad bc: 5^{10-k}$$

$$5^k \cdot 5^{10-k} \cdot 5^{10-k}$$

$$\left( \frac{b}{c} \right)^m \cdot \frac{c}{b} = \frac{n}{m} \cdot 2^{10} \cdot 3^8$$

$$abc = f \cdot 5^{20+k}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{a}{b} = \frac{n}{p} \cdot 2^{5} \cdot 3^{5} \cdot 5^{-3} \\ \frac{c}{a} = \frac{p}{m} \cdot 2^{5} \cdot 3^{3} \cdot 5^3 \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} & \frac{5^4}{5^x} = 5^{-3} \\ & 5^{y-x} = 5^{-3} \end{aligned}$$

$$y-x=-3$$

$$\begin{aligned} 10-k-k &= -3 \\ k-10+k &= -3 \\ 2k &= 10 \end{aligned}$$

$$a: 5^{-3}$$

$$b, c: 5^7$$

$$10-k-k=3$$

$$2k=7$$

$$p: 5 \quad p=5^9$$

$$\frac{a}{b} = \frac{n}{q} \cdot 2^5 \cdot 3^5 \cdot 5^{-4}$$

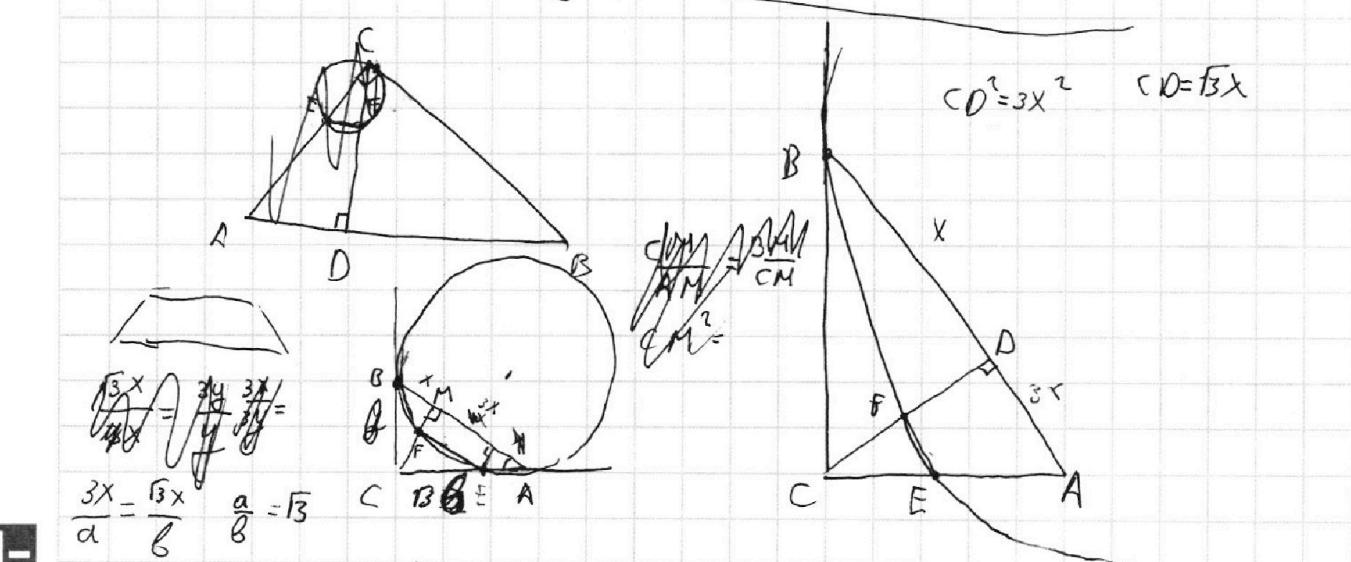
$$10-k-k=4$$

$$bc = p \cdot 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{14}$$

$$\frac{c}{a} = \frac{q}{m} \cdot 2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^{-4}$$

$$\begin{aligned} 2k &= 6 \quad k=3 \\ 10+k &= 14 \end{aligned}$$

$$CD^2 = 3x^2 \quad CD = \sqrt{3}x$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ.**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab \approx 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10} \quad bc \approx 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13} \quad ac \approx 2^{13} \cdot 3^{12} \cdot 5^{10}$$

$$(abc)^2 = 2^{42} \cdot 3^{31} \cdot 5^{33}$$

$$Q: 5^m \quad C: 5^n \quad A: 5^q$$

$$m+n-p=13$$

$$m+q=10$$

$$n+q=30$$

$$n-m=20$$

$$5\arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

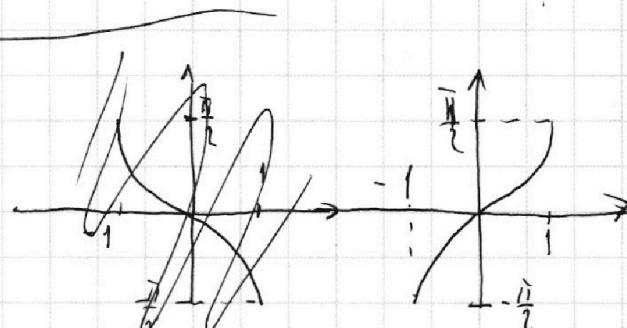
$$\cos(\arcsin y) = \sqrt{1-y^2}$$

$$\arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{5}$$

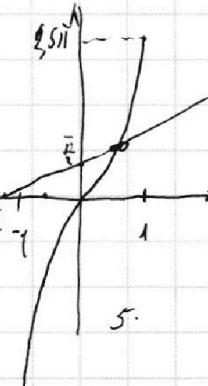
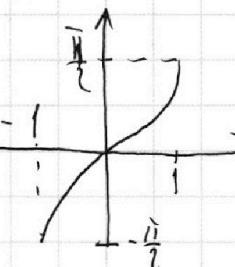
$$\cos x = \sin\left(\frac{x+\frac{\pi}{2}}{5}\right)$$

$$\cos x - \sin\left(\frac{x+\frac{\pi}{2}}{5}\right) = 0$$

$$(\cos x + i \sin x)^n = \cos(nx) + i \sin(nx)$$



$$\frac{\pi}{2}$$



$$\binom{3}{5} = \frac{5!}{3!2!}$$

$$(\cos x + i \sin x)^5 = \cos 5x + C_5^1 \cdot \cos^4 x \cdot i \sin x + C_5^2 \cos^3 x \cdot \sin^2 x + \\ - C_5^3 \cdot \cos^2 x \cdot i \sin^3 x + C_5^4 \cdot \cos x \cdot i \sin^4 x + C_5^5 i \sin^5 x$$

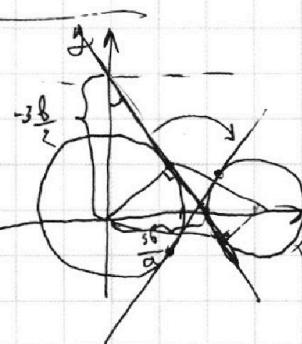
$$\sin(5x)$$

$$\sin(5x) = C_5^1 \cdot \cos^4 x \cdot \sin x - C_5^3 \cos^3 x \cdot \sin^3 x + \sin^5 x$$

$$x^2 + y^2 = 9$$

$$(x-12x+36) + y^2 - 36 + 32 = 0$$

$$(x-6)^2 + y^2 = 4^2$$



$$-\frac{a}{2}$$

$$-\frac{3b}{2a}$$

$$ax - 3b = 0$$

$$x = \frac{3b}{a}$$

$$\frac{ax+by+c}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$y = \frac{-ax+3b}{2}$$

$$ax+2y-3b = 0$$

$$\frac{ax+2y-3b}{\sqrt{a^2+4}} = 3$$

$$\frac{ax+2y-3b}{\sqrt{a^2+4}} = 2$$

$$x^2 + \frac{9b^2 - 6abx + a^2 x^2}{4} = 9$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \arcsin(\cos x) &= x + \frac{\pi}{2}, \\ \sin(\arcsin(\cos x)) &= \cos x + \frac{\pi}{2}. \end{aligned}$$

$$5\cos^4(\arcsin(\cos x)) \cdot \cos x - 10 \cdot \cos^2(\dots) \cdot \cos^3 x + \cos^5 x = \cos x$$

$$\sqrt{1-\cos^2 x}$$

$$-1$$

$$5\left(-\frac{\pi}{2}\right)$$

$$-2,5 \quad \sin^2 = (1 - \cos^2)^2$$

$$5\sin^4 x \cos x - 10 \sin^2 x \cos^3 x + \cos^5 x = \cos x$$

$$5(1 - 2\cos^2 x + \cos^4 x) \cos x - 10(1 - \cos^2 x) \cos^3 x + \cos^5 x = \cos x$$

$$5\cos x - 10\cos^3 x + 5\cos^5 x - 10\cos^3 x + 10\cos^5 x = \cos x$$

$$16\cos^5 x - 20\cos^3 x + 4\cos x = 0 \quad \cos x = t$$

$$4t^4 - 5t^2 + 1 = 0 \quad q = t^2$$

$$4a^2 - 5a + 1 = 0 \quad \text{D}_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{8} = \frac{5 \pm 3}{8}$$

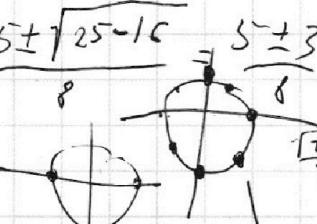
$$t^2 = 1 \quad t = \pm 1$$

$$\cos x = \pm \frac{1}{2}$$

$$\cos x = \pm 1$$

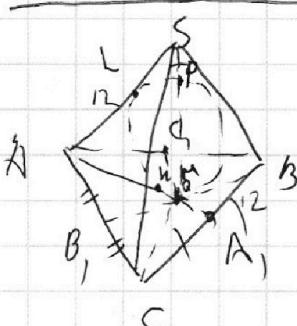
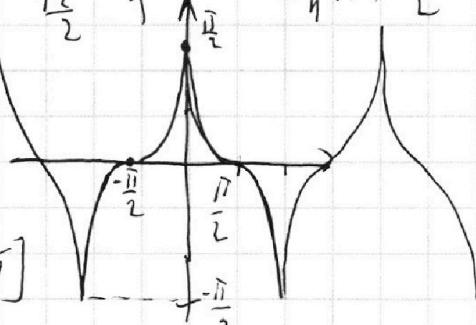
$$x = \frac{\pi}{2} k$$

$$x = -\frac{\pi}{2}$$



$$x \in \mathbb{R}$$

$$x \in [-3\pi, 2\pi]$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{x} = \frac{3 \cdot 5}{3\pi} = \frac{5}{\pi}$$

$$m \in \operatorname{tg} \alpha = \frac{m}{18} = \frac{m}{5}$$

$$m = \frac{5}{\pi} \cdot \frac{18}{5} = \frac{18}{\pi} = -\frac{3b}{2}$$

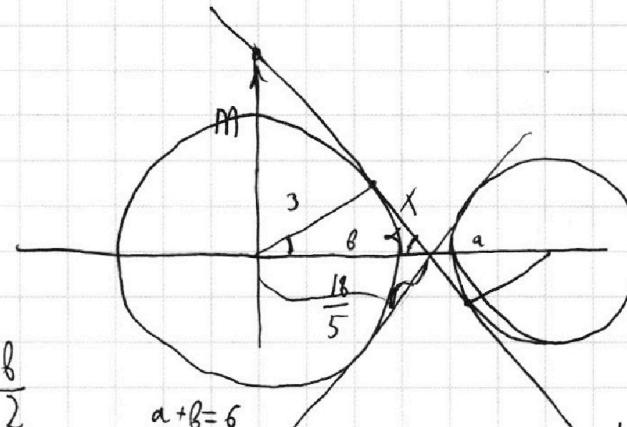
$$b = -\frac{12}{\pi} \quad \text{if } \alpha =$$

$$\alpha x - 3b = 0$$

$$\text{if } x = \frac{3b}{\alpha}$$

$$\frac{18}{5} = \frac{3b}{\alpha}$$

$$\alpha = \frac{5b}{6} = \frac{5}{6} \cdot \left(-\frac{12}{\pi}\right) = -\frac{10}{\pi}$$



$$\alpha + b = 6$$

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{3} \quad \alpha = \frac{2}{3}b$$

$$\frac{2}{3}b + \frac{3}{3}b = 6$$

$$\frac{5}{3}b = 6$$

$$b = \frac{18}{5}$$

$$\alpha = \frac{12}{5}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 18 \\ \hline 33 \end{array}$$

$$x = \sqrt{\frac{18^2}{25} - 9} = \sqrt{\frac{18^2 - (1 \cdot 5)^2}{25}} =$$

$$= \sqrt{\frac{(18-15)(18+15)}{25}} =$$

$$\sqrt{199} = \frac{3\sqrt{11}}{5}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{-\alpha}{2}$$

$$\frac{5}{\pi} = -\frac{\alpha}{2}$$

$$\alpha = -\frac{10}{\pi}$$

$$\left(-\infty; -\frac{10}{\pi}\right] \cup \left[\frac{10}{\pi}; +\infty\right)$$

$$y = \left(\frac{-\alpha}{2}\right)x + \frac{3}{2}b$$





**На одной странице можно оформлять только одну задачу.**

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:






**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5) \log_3 x + 6 \log_x 3 = \log_x 243 - 8$$

$\log_3(5y)^2 + 2 \log_3 3 + \log_{25y^2}(3^5) = 8$

$$\begin{array}{r} \frac{-243}{-24} \Big| \frac{3}{81} \\ \frac{-3}{0} \end{array} \quad \begin{array}{r} \frac{-81}{-9} \Big| \frac{3}{27} \\ \frac{-21}{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 243 \Big| \frac{3}{3} \\ 81 \Big| \frac{3}{3} \\ 27 \Big| \frac{3}{3} \\ 9 \Big| \frac{3}{3} \\ 3 \Big| \frac{3}{3} \end{array} \quad \begin{aligned} & a^3(a-b) + a^2b^2 + ab^3 \log_3 5y + 20 \cdot \frac{3}{2} \log_5 y^3 = -8 \\ & (a-b)(a^3 - b^3) + a^2b^2 + 30 \log_5 y^3 = -8 \\ & (a-b)(a^2 + ab + b^2) + a^2b^2 + 30 \log_5 y^3 = -8 \\ & a^3 + ab(a^2 + b^2) + a^2b^2 + 30 \log_5 y^3 = -8 \\ & a^3 + ab(a^2 + ab + b^2) + a^2b^2 + 30 \log_5 y^3 = -8 \\ & a^3 + ab(a^2 + ab + b^2) + a^2b^2 + 30 \log_5 y^3 = -8 \\ & a^3 + ab(a^2 + ab + b^2) + a^2b^2 + 30 \log_5 y^3 = -8 \\ & a^3 + ab(a^2 + ab + b^2) + a^2b^2 + 30 \log_5 y^3 = -8 \\ & a^3 + ab(a^2 + ab + b^2) + a^2b^2 + 30 \log_5 y^3 = -8 \\ & a^3 + ab(a^2 + ab + b^2) + a^2b^2 + 30 \log_5 y^3 = -8 \end{aligned}$$

$$243 = 3^5$$

$$1 - 4x + 6 \log_3 3 + \log_3 3^5 = 8$$

$$(1 \ln 3)^4 \cdot \ln 5y$$

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 - 2 \log_x 3^2 = 8$$

$$\log_x 3 = \frac{\ln 3}{\ln x}$$

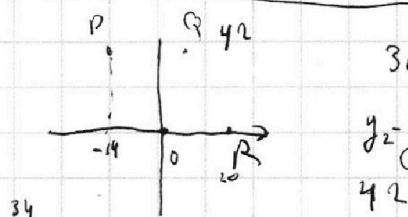
$$\frac{(\ln x)'}{(\ln 3)^4} + \frac{7}{2} \frac{\ln 3}{\ln x} = -8$$

$$\frac{(\ln x)^5 + \frac{7}{2}(\ln 3)^5}{\ln x(\ln 3)^4} = -8$$

$$\ln x \cdot (\ln^5 y + \frac{7}{2} \ln^5 3 \cdot \ln 5y) = \ln^5 y / nx - \frac{7}{2} \ln^5 3 \cdot \ln x$$

$$(\ln x \cdot \ln^5 y)^{\frac{1}{5}}$$

$$a^5 + b^5 = (a+b)((a+b)^4 - 5ab(a^3 + a^2b + b^3))$$



$$3(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 33$$

$$y_2 - y_1 = 3(11 - (x_2 - x_1))$$

$$42 \quad 11 - (x_2 - x_1) = 14$$

$$x_2 - x_1 = -$$

$$x = 3^a$$

$$5y = 3$$

$$y = 3^{at+b} \quad (at+b)^5 =$$

$$\frac{f - 5}{5} = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + \dots + b^5$$

$$\frac{d^5 + b^5}{a^5 + b^4} = \frac{a+b}{a^4} \cdot \frac{10ab^4 + 5ab^3 + b^5}{a^5 + b^4}$$

$$= a^5 + b^5 + 5ab(a^4 + 2a^2b + 2ab^2 + b^3)$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$3) -1(-^2)(-^2) \times ^5.05$$

$$3) 5ab(a+bc+b^2) + a + b$$

$$\begin{cases} 2a^2 + 16a + 7 = 0 \\ 2b^5 + 10b^4 - 7 = 0 \end{cases}$$

$$28 + 16b - 7 = 0$$

$$2(a^5 + b^5) + 15(a + b)$$

$$(a+b)^5 = (a+b) \cdot (a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4) + a^5 + b^5$$