



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^8 3^{14} 5^{12}$, bc делится на $2^{12} 3^{20} 5^{17}$, ac делится на $2^{14} 3^{21} 5^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 5 : 2$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} 0,2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-16; 80)$, $Q(2; 80)$ и $R(18; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 100, $SA = BC = 16$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №1.

$$\left. \begin{aligned} ab &= 2^8 3^{14} 5^{12} n_1 \\ ac &= 2^{14} 3^{21} 5^{39} n_2 \\ bc &= 2^{12} 3^{20} 5^{17} n_3 \end{aligned} \right\} n_1, n_2, n_3 \in \mathbb{Z}$$

$$ab \cdot bc \cdot ac = 2^{34} \cdot 3^{55} \cdot 5^{68} \cdot \underbrace{n_1 n_2 n_3}_{n_1 n_2 n_3 = M \in \mathbb{Z}}$$

$$(abc)^2 = 2^{34} \cdot 3^{55} \cdot 5^{68} m \quad (\text{т.к. } a, b, c \in \mathbb{N}, \text{ то } (abc)^2 \in \mathbb{N})$$

Т.к. $\sqrt{3^{55}}$ - нецелое число, то $m:3^{2n+1}$, чтобы такой корень было возмо-
жно извлечь. Тогда минимальное значение такого ~~преж~~ квадрата
произв. достиг. при минимальном m , т.е. $m=3$

$$(abc)^2 = 2^{34} \cdot 3^{56} \cdot 5^{68}$$

$$abc = 2^{17} 3^{28} 5^{34}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

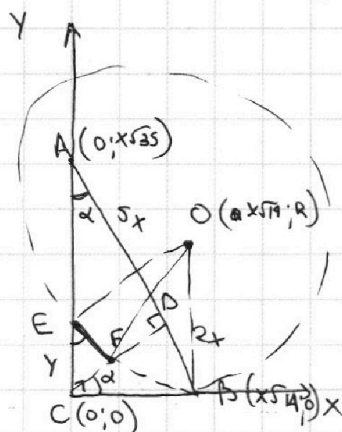
1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача №2.



$EF \perp CD$, м.к. $AB \perp CD$

Введем сист. коорд. $O(x, y)$

~~$C(0, 0)$~~ $CD = \sqrt{5x \cdot 2x} = x\sqrt{10}$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{10}}{5} \Rightarrow \operatorname{cos} \alpha = \sqrt{\frac{5}{7}} \Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{\frac{2}{7}}$$

$$C(0; 0), A(0; x\sqrt{35}), B(x\sqrt{14}; 0)$$

Т. О - центр экр., о кот. сказано в усл. ~~В~~ Т.к. она кас. BC в м. В, то м. О лежит на перп. к BC, прох. через В.

$$EC = y \Rightarrow E(0; y)$$

$$x_F = y \sin \alpha \cos \alpha = y \frac{\sqrt{10}}{7}$$

$$y_F = y \sin^2 \alpha = \frac{2}{7} y$$

$$F\left(y \frac{\sqrt{10}}{7}; \frac{2}{7} y\right)$$

$$OE = R \Rightarrow (x\sqrt{14})^2 + (R - y)^2 = R^2$$

$$14x^2 = 2Ry - y^2$$

$$Ry = 7x^2 + \frac{y^2}{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$OF=R \Rightarrow \left(x\sqrt{14}-y\sqrt{\frac{10}{7}}\right)^2 + \left(R-\frac{2}{7}y\right)^2 = R^2$$

$$14x^2 - 2\sqrt{\frac{20}{7}}xy + \frac{10}{49}y^2 + R^2 - \frac{4}{7}yR + \frac{4}{49}y^2 = R^2$$

$$14x^2 - 2\sqrt{\frac{20}{7}}xy + \frac{14}{49}y^2 - 4x^2 - \frac{4}{7}y^2 = 0$$

$$10x^2 = 2\sqrt{\frac{10}{7}}xy$$

$$y = 5x\sqrt{\frac{7}{20}} = x\sqrt{\frac{35}{4}} = \frac{1}{2}x\sqrt{35}$$

$$\triangle EFC \sim^k \triangle ACB \Rightarrow \frac{S_{EFC}}{S_{ACB}} = k^2 = \left(\frac{y}{7x}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{35}}{14}\right)^2 = \frac{35}{14 \cdot 14} = \frac{5}{28}$$

$$\boxed{\frac{S_{EFC}}{S_{ACB}} = \frac{5}{28}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №3.

$$10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \arcsin(\cos x) \leq \frac{\pi}{2}$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi - 2x}{10} \leq \frac{\pi}{2}$$

$$-6\pi \leq -2x \leq 4\pi$$

$$-2\pi \leq x \leq 3\pi$$

Рассм. ф-ию $\arcsin(\cos x)$. Она равна $\arcsin(\cos x) = \frac{\pi}{2} - (x + k\pi)$,
где для данной области орг. $k \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$. Тогда:

$$10\left(\frac{\pi}{2} - (x + k\pi)\right) = \pi - 2x$$

$$5\pi - 10x - 10k\pi = \pi - 2x$$

$$8x = 4\pi - 10k\pi$$

$$x = \frac{\pi}{2} - \frac{5}{4}k\pi$$

Тогда для каждого знач. k :

$$x = \left\{ 3\pi; \frac{7\pi}{4}; \frac{\pi}{2}; -\frac{3\pi}{4}; -2\pi \right\}$$

Каждое знач. принадл. обл. орг.

Для проверки можно подставить эти знач. в ур-ие.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

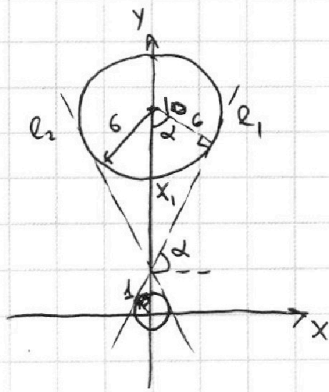


Задача №24.

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \frac{a}{3}x + \frac{4}{3}b \\ x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 + y^2 - 20y + 100 - 36 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \frac{a}{3}x + \frac{4}{3}b \\ x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 + (y-10)^2 = 36 \end{cases} \quad \left. \vphantom{\begin{cases} y = \frac{a}{3}x + \frac{4}{3}b \\ x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 + (y-10)^2 = 36 \end{cases}} \right\} \text{ две окружности}$$



Необходимо найти все прямые, кот. пересекут
окружности ровно в 4 точках

~~Для любого коэф. наклона, α~~

Любая пр. между прямыми l_1 и l_2 , пересекает
окр. в 4-х точках. При этом прямые, у
кот. модуль коэф. наклона меньше модуля
коэф. наклона пр. l_1 и l_2 , гарантированно
не могут пересечь обе окр. сразу. Тогда:

Т.к. l_1 кас., то: $\cos \alpha = \frac{6}{x_1} = \frac{1}{10-x_1}$

$$x_1 = \frac{60}{7} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{7}{10}, \quad \sin \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{7}{10}\right)^2} = \frac{\sqrt{51}}{10}$$

$$k_1 = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sqrt{51}}{7}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Т.к. картинка ч/б, отнас. Оу, то коэф. наклона l_2 : $k_2 = -\frac{\sqrt{51}}{7}$

Тогда $-\frac{\sqrt{51}}{7} < a < \frac{\sqrt{51}}{7}$ (сами кас. не входят, т.к. они пер. окр. в 2-х точках)

$$\boxed{-\frac{3}{7}\sqrt{51} < a < \frac{3}{7}\sqrt{51}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №5.

$$\begin{cases} \log_s^4(2x) - 3\log_{2x} S = \log_{2x} 625 - 3 \\ \log_s^4 y + 4\log_y S = \log_{y^3} 0,2 - 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_s^4(2x) = \frac{1}{3} \cdot 4\log_{2x} 5 + 3\log_{2x} S - 3 \\ \log_s^4 y = -\frac{1}{3}\log_y 5 - 4\log_y S - 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_s^4(2x) = \frac{13}{3}\log_{2x} S - 3 \\ \log_s^4(y) = -\frac{13}{3}\log_y S - 3 \end{cases}$$

$$\log_{2x} S = \frac{1}{\log_s 2x}$$

$$\log_y S = \frac{1}{\log_s y}$$

$$3\log_s^5(2x) = -9\log_s(2x) + 13$$

$$3\log_s^5(y) = -9\log_s(y) - 13$$

$$\log_s^5(y) + \log_s^5(2x) = -3\log_s(2xy)$$

$$\begin{cases} 3k^5 + 9k - 13 = 0 \\ 3n^5 + 9n + 13 = 0 \end{cases}$$

обе ф-ции монотонны ($f' > 0$), значит
имеет лишь 1 корень

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

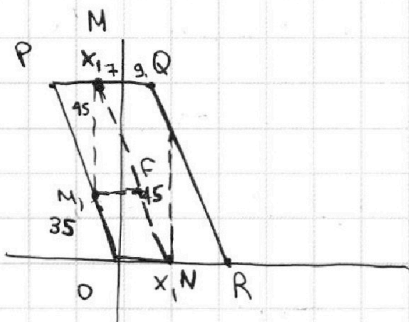
1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача №6.



* Коэф. наклона пр. QR: $-\frac{18}{16} = -5$
Целочисл. точек на этой прямой: 17

$$5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$$

$$y_2 = -5(x_2 - x_1) + y_1 + 45$$

$y = -5(x - x_1) + y_1 + 45$ - ур-ие пр., проход. через точку, лежащую на 45 выше данной точки (по верт.)

Т.к. коэф. равен -5 , как и у коэф. наклона QR, то эти пр. будут парал. QR и PQ (это парал., PQ || QR)

Можно заметить, что для ~~каждой~~ $x_1 > 9$ таких точек не существует, как

$$* \frac{45}{18 - x_1} = 5 \Rightarrow x_1 = 9$$

и для $x_1 < -7$

~~Для $x_1 = -7$ $n = 1$ (кол-во возможных точек)~~

~~Для $x_1 = -6$~~

Тогда кол-во целочисл. точек, подход. под условие, равно кол-во целочисл. точек внутри парал. MNPQ. Все возм. точки (x_i, y_i) лежат внутри парал. QM'FN', из каждой из кот. мы получ. прямую с коэф. наклона -5 .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

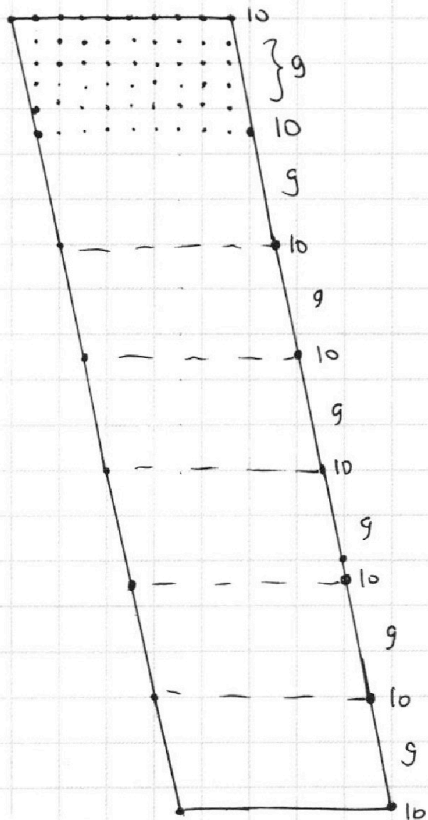
1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Рассм. движение по малому парал. M, ONF . при сдвиге. Для каждой m .
 A, y кон. $y_A: 5$, прямая соотв. ей, будет иметь 17 ^{нечетных} точек. Для
 $m: A, y_A: 5$, прямая будет иметь 16 точек. Нарисуем M, ONF



* число - кол-во точек в ряду

Кол-во точек равно 10 на M, ONF , где $y: 5$,
 тогда на каждую из этих точек приходится
 по 17 ~~этих~~ нечетных, а на каждую из 9 -
 по 16 четных.

Итого нар: $17 \cdot 10 \cdot 8 + 16 \cdot 9 \cdot 7 = 1360 + 1008 = \boxed{2368}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

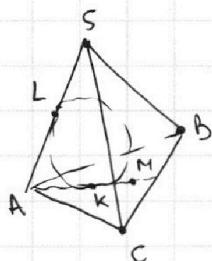
1 2 3 4 5 6 7



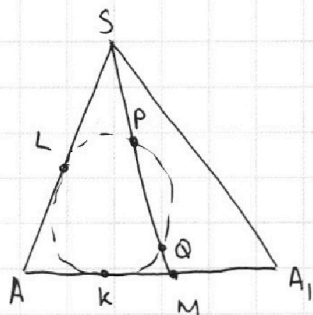
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача №7.



~~Решение~~ α : $AS \subset \alpha$
 $AM \subset \alpha$



$$SP = MQ \Rightarrow SQ = MP$$

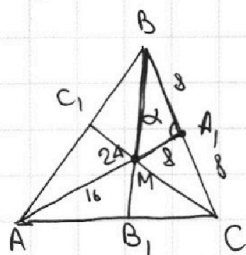
$$\left. \begin{aligned} SP \cdot SQ &= SL^2 \\ MP \cdot MQ &= MK^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow SL = MK$$

$$\downarrow$$

$$AS = AM = 16$$

($AL = AK$ как омп.кас.)

$$AA_1 = \frac{3}{2} AM = 24$$



$$S = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 24 \cdot \sin \alpha = 100$$

$$\sin \alpha = \frac{100}{192} = \frac{50}{96} = \frac{25}{48}$$

$$BM = \sqrt{8^2 + 8^2 - 2 \cdot 8^2 \cdot \cos \alpha}$$

$$BB_1 = \frac{3}{2} BM$$

$$CM = \sqrt{8^2 + 8^2 + 2 \cdot 8^2 \cdot \cos \alpha}$$

$$CC_1 = \frac{3}{2} CM$$

$$AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = 24 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot 8 \sqrt{2 - 2 \cos \alpha} \cdot 8 \sqrt{2 + 2 \cos \alpha} = 6 \cdot 9 \cdot 64 \cdot 2 \cdot \sin \alpha =$$

$$= 6 \cdot 9 \cdot 8^2 \cdot 2 \cdot \frac{25}{48} = 50 \cdot 72 = \boxed{3600}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab: 2^8 3^{14} 5^{12}$$

$$bc: 2^{12} 3^{20} 5^{17}$$

$$ac: 2^{14} 3^{21} 5^{39}$$

$$4 \log_{2x} 5$$

$$= \log_{2x} 5^4$$

$$\log_5^4 (2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{2x} 625 \cdot 3$$

$$\log_5^4 y - 4 \log_y 5 = \log_y 0,2 - 3$$

$$a = 2^{k_1} 3^{k_2} 5^{k_3} n_1$$

$$b = 2^{l_1} 3^{l_2} 5^{l_3} n_2$$

$$c = 2^{f_1} 3^{f_2} 5^{f_3} n_3$$

$$k_1 + l_1 = 8$$

$$k_2 + l_2 = 14$$

$$k_3 + l_3 = 21$$

$$l_1 + f_1 = 14$$

$$l_2 + f_2 = 12$$

$$l_3 + f_3 = 12$$

$$k_1 + l_1 + f_1 = 17$$

$$k_2 + l_2 + f_2 = 27,5$$

$$\frac{100 - 49}{100}$$

$$\sqrt{51}$$

$$15n^4 + 9 = 0$$

$$n^4 = -\frac{9}{15}$$

$$2(k_2 + l_2 + f_2) = 55$$

$$k_2 + l_2 + f_2 = 27,5$$

$n_1, 2, 3, 5$

$$5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$$

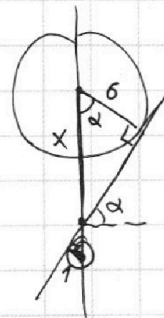
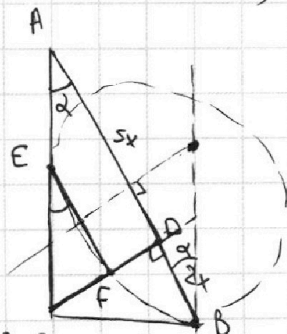
$3 \cdot 32 +$

$$ab \cdot bc \cdot ac = 2^3 3^{14} 5^{12} \cdot 2^{12} 3^{20} 5^{17} \cdot 2^{14} 3^{21} 5^{39}$$

$$5(x_2 + y_2) = 45$$

$$abc = 3k(k^2 + 1) = 13$$

$7x \sin \alpha$



$$\cos \alpha = \frac{6}{x} = \frac{1}{10-x}$$

$$\cos \alpha = \frac{6-7}{60} = 0,7$$

$$60 - 6x = x$$

$$7x = 60$$

$$x = \frac{60}{7}$$

$$3(\log^4 + 1) \log = 13$$

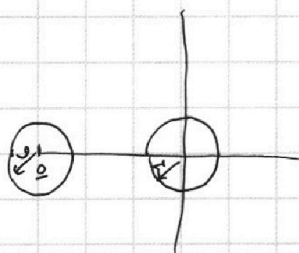
$$3(\log^4 + 1) \log = -13$$

$\frac{7}{10}$

$$ax - 3y + 4b = 0$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 + (y-10)^2 = 36 \end{cases}$$

$$y^2 - 2 \cdot 10y + 100 - 36$$



$$3y = ax + 4b$$

$$y = \frac{a}{3}x + \frac{4b}{3}$$

$\frac{29}{68}$

$$x = \frac{1}{5}$$

$$y = \frac{2}{5}$$

$\frac{3}{5}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

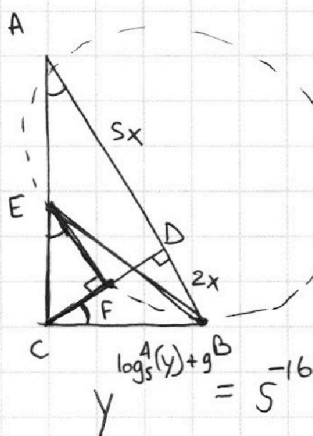


$$S \cdot S^{\log_5(2x)} = S^3$$

$$S \cdot (2x)^{\log_5(2x)} = S \cdot (2x)^{-9}$$

$$\log 3 + 5 \log(\log_5(2x)) = \log(-9)$$

$$\log_5^4(2x) + 9 = 5^{10}$$



$$\arcsin(\cos x) = \alpha$$

$$\sin \alpha = \cos x$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - x$$

$$\pi \leq x \leq 2\pi$$

$$0 \leq x \leq \pi$$

$$\alpha \leq x - \pi \leq \pi$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - (x - \pi)$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - (x - 2\pi)$$

$$-2\pi \leq x \leq -\pi$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - (x + \pi)$$

$$-\pi \leq x + \pi \leq 0$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - (x + 2\pi)$$

$$x + 2\pi$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - (x + k\pi)$$

$$k \in \{2, 1, 0, -1, -2\}$$

$$\frac{\pi}{2} - \frac{5\pi}{4}$$

$$-\frac{3\pi}{4}$$

$$\frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{2}$$

$$-\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2} - (x + k\pi) = \pi - 2x$$

$$x =$$

$$\sin \alpha = \cos x$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - x$$

$$\sin(\arcsin(\cos x)) = \frac{\pi - 2x}{10}$$

$$\cos x = \sin\left(\frac{\pi}{10} - \frac{x}{5}\right)$$

$$\cos x = \sin \frac{\pi}{10} \cos \frac{x}{5} - \cos \frac{\pi}{10} \sin \frac{x}{5}$$

$$\arcsin(\cos x) = \frac{\pi}{2} - x$$

$$\frac{\pi}{2} + \frac{10\pi}{4}$$

$$\frac{\pi}{2} + \frac{5\pi}{4}$$

$$\frac{2\pi}{4} + \frac{5\pi}{4} = \frac{7\pi}{4}$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} - (x + k\pi) \leq \frac{\pi}{2}$$

$$-\pi \leq -(x + k\pi) \leq 0$$

$$\pi \geq x + k\pi \geq 0$$

$$\pi - k\pi \geq x \geq -k\pi$$

$$\text{"}$$

$$\text{"}$$

$$\frac{\pi}{\log_5 5}$$

$$y$$

$$-\pi \leq \pi - 2x \leq \pi$$

$$-6\pi \leq -2x \leq 4\pi$$

$$3\pi \geq x \geq -2\pi$$

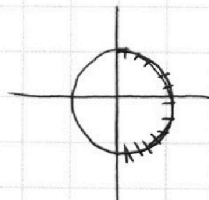
$$\log_5 y = \frac{1}{\log_5 5}$$

$$\log y$$

$$y^{\log_5(y)} \cdot y^9$$

$$\cdot 2x^{\log_5(2x)} \cdot (2x)^9$$

$$a^9 \cdot y^{\log_5(y)} \cdot (2x)^{\log_5 2x} = 5^{-6}$$



$$x$$

$$\frac{\pi k}{2} - x$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{CF}{2k} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

$$CF = \frac{\sqrt{10}}{5} k$$

$$7x \cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{5} k$$

$$= 7x \sqrt{\frac{5}{7}} = x\sqrt{35}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

$$\frac{5x-2k}{AE} = \frac{5x}{AC} = \frac{2k}{AC-AE}$$

$$\frac{AC}{AE} = \frac{5x}{5x-2k}$$

$$1 - \frac{AE}{AC} = \frac{2k}{5x} = 1 - \left(1 - \frac{2k}{5x}\right)$$

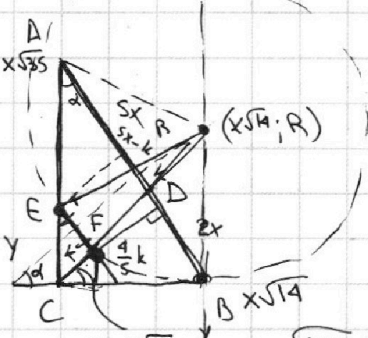
$$(x\sqrt{14})^2 + R(R-y)^2 = R^2$$

$$14x^2 = 2yR - y^2$$

$$yR = 7x^2 + \frac{y^2}{2}$$

$$14x^2 + 35x^2 = 49x^2$$

$$x \sqrt{\frac{5 \cdot 7}{2 \cdot 7 \cdot 7}}$$

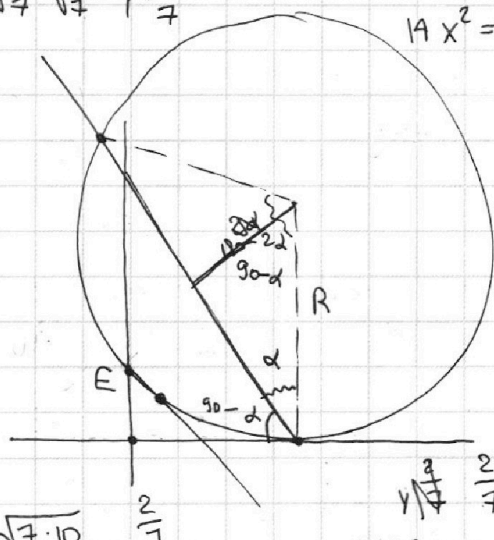


$$\frac{2k}{m} = \frac{5}{2} \Rightarrow m = \frac{4}{5}k$$

$$x\sqrt{35} = \frac{\sqrt{10}}{5} k \Rightarrow x = \frac{\sqrt{10}}{5\sqrt{35}} k = \frac{\sqrt{10}}{5\sqrt{5 \cdot 7}} k = \frac{\sqrt{10}}{5\sqrt{5} \cdot \sqrt{7}} k = \frac{\sqrt{2}}{5\sqrt{7}} k$$

$$\cos \alpha = \frac{35x}{R} = \frac{5}{\sqrt{35}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}$$

$$\frac{7x}{2R} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}$$



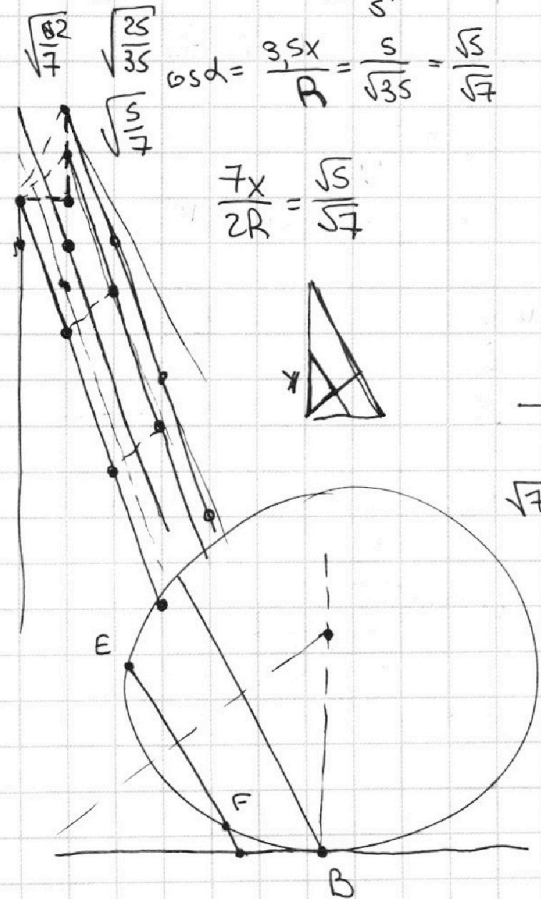
$$(x\sqrt{14} - y\frac{\sqrt{10}}{7})^2 + (R - \frac{2}{7}y)^2 = R^2$$

$$14x^2 - \frac{\sqrt{140}}{7}xy + \frac{10}{49}y^2 - \frac{4}{7}yR + \frac{4}{49}y^2 = 0$$

$$14x^2 - \sqrt{\frac{10}{7}}xy + \frac{2}{7}y^2 - 4x^2 - \frac{2}{7}y^2 = 0$$

$$10x = \sqrt{\frac{10}{7}}xy$$

$$2 \cdot \frac{\sqrt{140}}{7} = \frac{2 \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{20}}{\sqrt{7}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{(1-\cos\alpha)(1+\cos\alpha)} = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sqrt{\sin^2\alpha}$

$S_{\Delta X+AY} = 45$

$\frac{50 \cdot 72}{3600} \times 50$

$2 \cdot 80$

$a+bi$
 $c+di$

$\frac{80}{16} = \frac{10}{2} = 5$

ASE

45

16

$18; D$

S

75

OS

A

A_1

$y = -s(x_2 - x_1) + y_1$

$\frac{45}{1+x}$

g

$\frac{45}{16-x_1} = S$

$x_1 = 7$

$y_2 = 45 - Sx_2 + y_1 + Sx_1$

$S(x_2 - x_1) - S(x_2 - x_1) + 45 + y_1$

$24 \cdot 76 \cdot \frac{1}{2} \sin \alpha = 100$

$Sx_2 + -Sx_1 + y_2 - y_1 = 45$

$\Delta X + \frac{1}{5} \Delta Y = 9$

$Sx_2 + y_2 - (Sx_1 + y_1) = 45$

$\sin \alpha = \frac{100}{24 \cdot 8}$

$\frac{64}{162}$

$\frac{50}{96} \frac{25}{48}$

$-16 \leq x_2 \leq 18$

$-16 \leq x_1 \leq 18$

$\sin \alpha = \frac{25}{48}$

$\cos \alpha = \sqrt{(48-25)(48+25)}$

$\frac{80}{S} + 1 = 16$

$\frac{3}{2} \sqrt{2 \cdot 8^2 + 2 \cdot 8^2 \cdot \cos \alpha}$

$\frac{3}{2} \cdot 8 \sqrt{2 - 2 \cos \alpha} \cdot \frac{3}{2} \cdot 8$

64×3

9

80

g

$AS = AM = \frac{2}{3} AA_1, S$

$AA_1 = 24$

$SP \cdot SQ = SL^2$

$MP \cdot MQ = MK^2$

$AL = AK$

$SP = MQ$

$SL = MK$

$\frac{SP+PQ}{M}$

$\frac{\sqrt{23 \cdot 673}}{48}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$-3 \log_5 a = \log_5^5 y + (\log_5 a - \log_5 y)^5$$

$$-3 \log_5 a = \log_5^5 a - 5 \log_5^4 a \log_5 y$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 2 \quad 11 \\ 3 \quad 121 \\ 4 \quad 1331 \\ 5 \quad 14641 \end{array}$$

$$\log_a b \cdot \log_a c = k$$

$$a^{\log_a b \cdot \log_a c} = b^{\log_a c}$$

$$\log_a (b^{\log_a c})$$

log

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 170 \\ \hline 1360 \\ 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 16 \\ \hline 129 \\ \times 144 \\ \hline 1008 \end{array}$$

$$\log_5^4(2x) = \frac{13}{3} \log_{2x} 5 - 3$$

$$\log_5^4 y = -\frac{13}{3} \log_y 5 - 3$$

$$3 \log_5^5 2x = 13 - 9 \log_5 2x$$

$$3 \log_5^5 y = -13 - 9 \log_5 y$$

$$3 (\log 2x \log y)^5 = -9 \cdot 13 \log_5 y + 13 \cdot 9 \log 2x - 13^2 + 81 \log_5 2x \log_5 y$$

$$2xy = a$$

$$\log \frac{a}{2x} \cdot \log y = (-\log y + \log a) \log y$$

$$3 (\log_5^5 2x + \log_5^5 y) = -9 (\log_5 2x + \log_5 y)$$

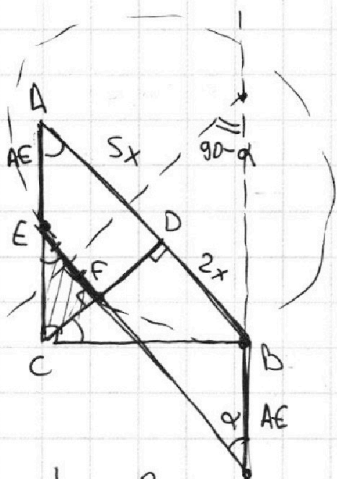
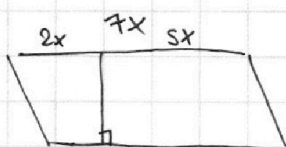
$$(\log_5 2x + \log_5 y) (\log_5^4 2x - \log_5^3 2x \log y - \log_5^4 y)$$

$$\log_5^4 2x - \log_5^3 2x \log y + \log^2 2x \log^2 y -$$

$$-\log^3 2x \log^3 y + \log^4 y = -3$$

$$\log^2 2x (\log^2 2x + \log^2 y) - \log 2x \log y (\log^2 2x + \log^2 y) +$$

$$\log 2x (\log 2x - \log y) (\log^2 2x + \log^2 y) + \log^4 y = -3$$



$$\frac{h}{5x} = \frac{2x}{h}$$

$$h = x\sqrt{10}$$

$$\frac{EF}{CD} = \frac{CF}{BD}$$

$$\frac{EF}{AD} = \frac{CF}{CD}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~$\log_5 2x - \log_5 y$~~

$(\log_{2x} 5)^4$

$1 = \frac{13}{3} \log_{2x}^5 5 - 3 \log_{2x}^4 5$

$1 = -\frac{13}{3} \log_y^5 5 - 3 \log_y^4 5$

$\log_{b^k} a = \frac{1}{k} \log_b a$

$(b^k)^{\log_{b^k} a} = a$

$b^{\log_b a} = a$

$b^{k \cdot \log_b a} = a$

$k \cdot \frac{1}{k} \log_b a$

$\frac{1}{k}$

$\log_5(2x)$

$\log_{2x}(5)$

$(2x)^{\log_{2x} 5} = 5$

$2x^{\log_{2x} 5 \cdot \log_5 2x} = 5^{\log_5 2x} = 2x$

$\log_{2x} 5 \cdot \log_5 2x = 1$

$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$

$b^{\log_b a} = a$

$b^{\frac{\log_c a}{\log_c b}} = a$

$\log_b a \cdot \log_c b = \log_c a$

$c^{\log_c a} = a$

$c^{\log_c a} \cdot c^{\log_c b} = c^{\log_c a + \log_c b}$

$c^{\log_c a} = a$

$\log_5^4(2x) = \frac{13}{3} \log_{2x} 5 - 3$

$\log_5^4 y = -\frac{13}{3} \log_y 5 - 3$

$13 \log_{2x}^5 5 - 9 \log_{2x}^4 5 - 3 = 0$

$-13 \log_y^5 5 - 9 \log_y^4 5 - 3 = 0$

$2xy = a$

$2x = \frac{a}{y}$

$\frac{\log_c a}{\log_c b} = \log_c a \cdot \log_c^{-1} b$

$a \cdot c^{\frac{1}{\log_c b}}$

$xy = a$

$x = \frac{a}{y} = ay^{-1}$

$-13 - 9 \log_5 y - 3 \log_5^2 y = 0$

$13 - 9 \log_5 2x - 3 \log_5^2 2x = 0$

$-9 \log_5(2xy) - 3 \log_5^2$

$\log_5^4(2ay^{-1})$

$(\log_5(2a) - \log_5 y)^4$

$-13 \log_{2ay^{-1}} 5 - 3$

$\log_5^4 2x - \log_5 y = \dots$

$c^{\frac{1}{2}} = \sqrt{c}$

$c^{2^2} = c^4$

$-3 \log(2xy) = \log_5^5(y) + \log_5^5 2x$

$-3 \log_5 a = \log_5^5 y + \log_5^5 ay^{-1} = (\log_5 a - \log_5 y)^5$