



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^9 3^{10} 5^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{14} 3^{13} 5^{13}$ ,  $ac$  делится на  $2^{19} 3^{18} 5^{30}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $BC$  в точке  $B$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $F$ , а катет  $AC$  – в точке  $E$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AD : DB = 3 : 1$ . Найдите отношение площади треугольника  $ABC$  к площади треугольника  $CEF$ .
3. [4 балла] Решите уравнение  $5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$ .
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^{11}) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-14; 42)$ ,  $Q(6; 42)$  и  $R(20; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$ .
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1, BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 90,  $SA = BC = 12$ .
  - а) Найдите произведение длин медиан  $AA_1, BB_1$  и  $CC_1$ .
  - б) Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 4$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1

$$ab = 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10} \cdot k$$

$$bc = 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13} \cdot m$$

$k, m, l$  - натуральные числа

$$ac = 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30} \cdot l$$

$$\begin{aligned} ab \cdot bc \cdot ac &= a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 = 2^{9+14+19} \cdot 3^{10+13+18} \cdot 5^{10+13+30} \cdot k \cdot m \cdot l = \\ &= 2^{42} \cdot 3^{41} \cdot 5^{53} \cdot klm \end{aligned}$$

$$abc = \sqrt{a^2 b^2 c^2} = \sqrt{2^{42} \cdot 3^{41} \cdot 5^{53} \cdot klm}$$

Чтобы извлечь корень, надо как минимум, добавить одну степень 3 и одну степень 5, т.е.  $k \cdot l \cdot m = 15 \cdot p$ ,  $p \in \mathbb{N}$   
(должны добавить нечетное число 5 и четное число 3)

Попробуем найти  $a, b, c$ , где

$$\begin{aligned} a &= 2^{d_1} \cdot 3^{d_2} \cdot 5^{d_3} \\ b &= 2^{d_4} \cdot 3^{d_5} \cdot 5^{d_6} \\ c &= 2^{d_7} \cdot 3^{d_8} \cdot 5^{d_9} \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} d_1 + d_4 &= 9 \\ d_4 + d_7 &= 14 \\ d_1 + d_7 &= 19 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2d_1 = 14 \Rightarrow d_1 = 7 \Rightarrow d_4 = 2 \Rightarrow d_7 = 12$$

$$d_2 + d_5 = 10$$

$$d_5 + d_8 = 13$$

$$d_2 + d_8 = 18$$

Добавляем к одному выражению 1 (пусть  $k \div 3$ )  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} d_2 + d_5 &= 11 \\ d_5 + d_8 &= 13 \\ d_2 + d_8 &= 18 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2d_2 = 16 \Rightarrow d_2 = 8 \Rightarrow d_5 = 3 \Rightarrow d_8 = 10$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$d_3 + d_6 = \cancel{10}$$

$$d_6 + d_9 = 13$$

$$d_3 + d_9 = 30$$

$$d_9 \leq 13 \Rightarrow d_3 \geq 17 \Rightarrow d_3 + d_6 \text{ как минимум } 17$$

$$d_3 + d_6 = 17$$

$$d_6 + d_9 = 13$$

$$d_3 + d_9 = 30$$

$$\left. \begin{array}{l} d_3 + d_6 = 17 \\ d_6 + d_9 = 13 \\ d_3 + d_9 = 30 \end{array} \right\} \Rightarrow 2d_3 = 34 \Rightarrow d_3 = 17 \Rightarrow d_6 = 0 \Rightarrow d_9 = 13$$

$$ab \cdot c_{\min} = (2^7 \cdot 3^8 \cdot 5^{17}) \cdot (2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^0) \cdot (2^{12} \cdot 3^{\cancel{10}-13}) =$$

$$= 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$$

$$\text{Ответ: } 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

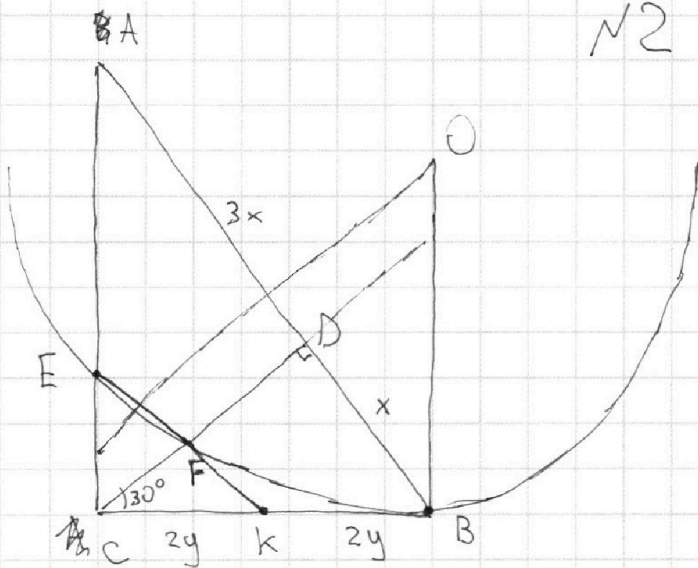
1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N2



$$AD : DB = 3 : 1$$

$$AB \parallel EF$$

Искомое:  $S_{\triangle CFE} : S_{\triangle ABC}$

$$7) S_{\triangle CAD} : S_{\triangle ABC} = \frac{\frac{1}{2} CD \cdot AD}{\frac{1}{2} CD \cdot AB} = \frac{3}{4}$$

$$8) S_{\triangle CFE} : S_{\triangle ABC} =$$

$$\frac{S_{\triangle CFE}}{S_{\triangle CAD}} \cdot \frac{S_{\triangle CAD}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{16}$$

Ответ:  $\frac{3}{16}$

1) Проведем прямую EF  
 $EF \cap CB = K$

$$2) EK = 4y$$

По теореме Пифагора ( $FE \parallel AB$ )

$$\frac{EF}{AD} = \frac{FK}{DB}$$

$$\frac{EF}{3} = \frac{FK}{1}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{EF}{3} = \frac{FK}{1} \\ EK = EF + FK = 4y \end{array} \right\} \Rightarrow EF = 3y; FK = y$$

$$3) KB = \sqrt{KF \cdot CF} = \sqrt{y \cdot 4y} = 2y$$

$$4) CD = \sqrt{AD \cdot DB} = \sqrt{3x \cdot x} = \sqrt{3}x$$

$$\angle DCB = \arctg\left(\frac{BD}{CD}\right) = \arctg\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) =$$

$$30^\circ$$

$$\sin \angle DCB = \frac{FK}{CK}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{y}{CK} \Rightarrow CK = 2y$$

5)  $\triangle CAB \sim \triangle CEK$  (т.к.  $EK \parallel AB$ )  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{CK}{CB} = \frac{CE}{CA} = \frac{1}{2}$$

6)  $\triangle CEF \sim \triangle CAD$  (т.к.  $EF \parallel AB$ )  $\Rightarrow$

$$S_{\triangle CFE} : S_{\triangle CAD} = \left(\frac{CE}{CA}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2} \quad -\frac{5\pi}{2} \leq 5 \arcsin(\cos x) \leq \frac{5\pi}{2}$$
$$\Downarrow$$
$$-3\pi \leq x \leq 2\pi$$

$$5 \sqrt{1-x^2} = x + \frac{\pi}{2}$$

28

1)  $\cos x$  принадлежит первой четверти

$$5 \sqrt{1-x^2} = x + \frac{\pi}{2} \quad x \geq -\frac{\pi}{2}$$

$$25 - 25x^2 = x^2 + \pi x + \frac{\pi^2}{4}$$

$$26x^2 + \pi x + \frac{\pi^2}{4} - 25 = 0$$

$$D = \pi^2 - 4 \cdot 26 \cdot \left(\frac{\pi^2}{4} - 25\right) = \pi^2 - 26\pi^2 + 2600 = 2600 - 25\pi^2 = 25(102 - \pi^2)$$

$$x_1 = \frac{-\pi + 5\sqrt{102 - \pi^2}}{52} \quad x = \frac{-\pi + 5\sqrt{102 - \pi^2}}{52} \text{ - негод., } x > 0$$

негод.  $x$  в первой четверти

2)  $\cos x$  принадлежит второй четверти

$$5(\sqrt{1-(\pi-x)^2}) = x + \frac{\pi}{2} \quad x \geq -\frac{\pi}{2}$$

$$25 - 25\pi^2 + 25\pi x - 25x^2 = x^2 + x\pi + \frac{\pi^2}{4}$$

$$26x^2 - 24\pi x + 25\pi^2 + \frac{\pi^2}{4} - 25 = 0$$

$D < 0$  нет корней

3)  $x$  принадлежит третьей четверти

$$-5(\sqrt{1-(x-\pi)^2}) = x + \frac{\pi}{2} \quad x \leq -\frac{\pi}{2}$$

240

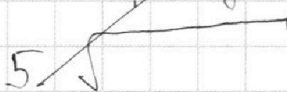
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~3) x принадлежит 4 четверти~~  
5. 

$$25 - 25\pi^2 + 25\pi x - 25x^2 = x^2 + x\pi + \frac{\pi^2}{4}$$

$D < 0 \Rightarrow$  нет корней

4) x принадлежит 4 четверти

$$+ 5\sqrt{1 - (2\pi - x)^2} = x + \frac{\pi}{2} \quad x \leq -\frac{\pi}{2}$$

$$25 - 100\pi^2 + 4\pi x \cdot 25 - 25x^2 = x^2 + \pi x + \frac{\pi^2}{4}$$

$$26x^2 - 99\pi x - 25 + \frac{401\pi^2}{4} = 0$$

$D < 0$  нет корней

$$\text{Ответ: } \frac{-\pi + 5\sqrt{102 - \pi^2}}{52}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

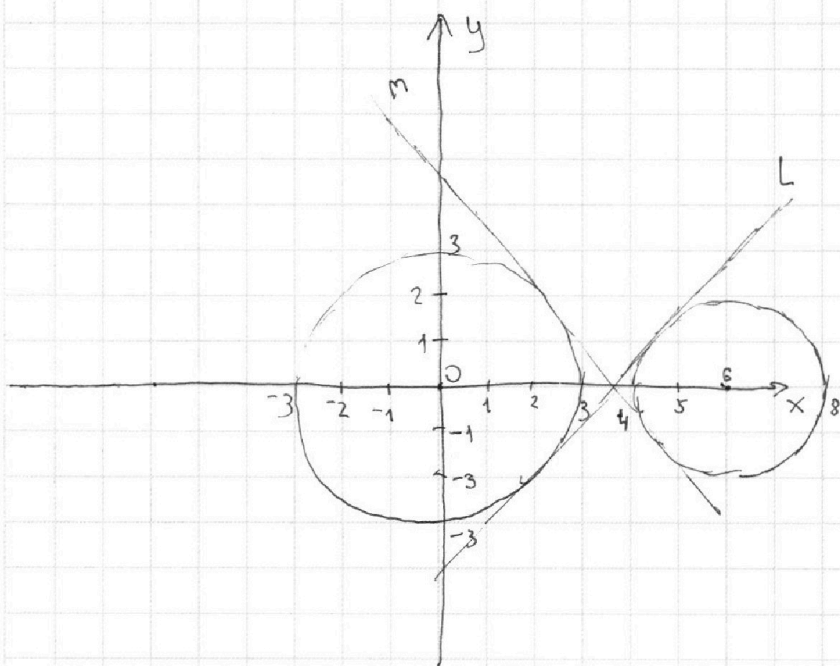
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ax + 2y - 3b = 0 \\ x^2 + y^2 = 3^2 \\ (x-6)^2 + y^2 = 2^2 \end{cases}$$



$$ax + 2y - 3b = 0 \Rightarrow y = -\frac{a}{2}x + \frac{3b}{2}$$

$-\frac{a}{2}$  - угол наклона прямой (тангенс)

$\frac{3b}{2}$  - сдвиг прямой вверх-вниз

Можем двигать данную прямую в зависимости от  $a$   
Угол наклона прямой должен быть ~~меньше~~ <sup>меньше</sup>, чем у касательной к этим двум окружностям, т.е. больше, чем у прямой  $L$  или ~~меньше~~ <sup>меньше</sup> больше, чем у прямой  $m$   
Осталось найти эти углы

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

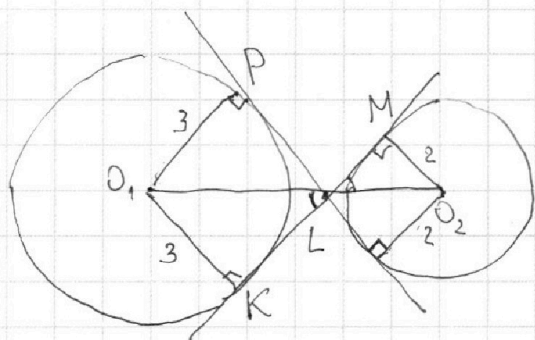
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$O_1O_2 = 6$$

$$\left. \begin{array}{l} \angle O_1LK = \angle MLO_2 \text{ (вертикал.)} \\ \angle O_1KL = \angle O_2ML = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle O_1LK \sim \triangle LMO_2 \text{ (по}$$

$$\text{двум углам}) \Rightarrow \frac{O_1L}{LO_2} = \frac{O_1K}{O_2M} = \frac{3}{2}$$

$$\begin{cases} O_1L + LO_2 = 6 \\ \frac{O_1L}{LO_2} = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{5}{2} LO_2 = 6 \\ \frac{O_1L}{LO_2} = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} LO_2 = \frac{12}{5} \\ O_1L = \frac{18}{5} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{tg } \angle MLO_2 = LM = \sqrt{LO_2^2 - MO_2^2} = \sqrt{\frac{144}{25} - 4} = \frac{2\sqrt{11}}{5}$$

$$\text{tg } \angle MLO_2 = \frac{MO_2}{ML} = \frac{2 \cdot 5}{2\sqrt{11}} = \frac{10}{2\sqrt{11}} = \frac{5}{\sqrt{11}}$$

$$\text{tg } \angle O_1LP = \frac{5}{\sqrt{11}}$$

$$\text{tg } \angle PLO_2 = -\text{tg } \angle O_1LP = -\frac{5}{\sqrt{11}}$$

$$-\frac{5}{\sqrt{11}} < -\frac{9}{2} < \frac{5}{\sqrt{11}}$$

$$-\frac{10}{\sqrt{11}} < a < \frac{10}{\sqrt{11}}$$

$$\text{Ответ: } -\frac{10}{\sqrt{11}} < a < \frac{10}{\sqrt{11}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8$$

$$\log_3^4 x + \frac{6}{\log_3 x} = \frac{11}{2} \log_x 3^5 - 8$$

$$\log_3 x = a$$

$$a^4 + \frac{6}{a} = \frac{5}{2a} - 8$$

$$a^4 = -\frac{7}{2a} - 8$$

Если  $a < 0$  нет корней

Если  $a > 0$   $a^4$  - убывает;  $-\frac{7}{2a} - 8$  возрастает  $\Rightarrow$  1 корень

$$\log_3^4 (5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^{11}) - 8$$

$$\log_3 5y = b$$

$$b^4 + \frac{2}{b} = \frac{11}{2b} - 8$$

$$b^4 = -\frac{7}{2b} - 8$$

Если  $b < 0$  нет корней

Если  $b > 0$   $b^4$  - возрастает,  $\frac{7}{2b} - 8$  убывает  $\Rightarrow$  1 корень

$$a+b = \log_3 x + \log_3 5y = \log_3 5xy$$

Сложим возрастающие и убывающие части

$$b^4 - \frac{7}{2a} - 8 = a^4 + \frac{7b}{2} - 8$$

$$b^4 - a^4 = \frac{7}{2} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) - \text{один корень, т.к. одна возр. а другая убывает}$$

$a = -b$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a = -b$$

$$a + b = 0 \Rightarrow \log_3 5^{xy} = 0 \Rightarrow 5^{xy} = 1 \Rightarrow xy = \frac{1}{5}$$

Ответ:  $\frac{1}{5}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№6

$$3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$$

$$3x_2 + y_2 - (3x_1 + y_1) = 33$$

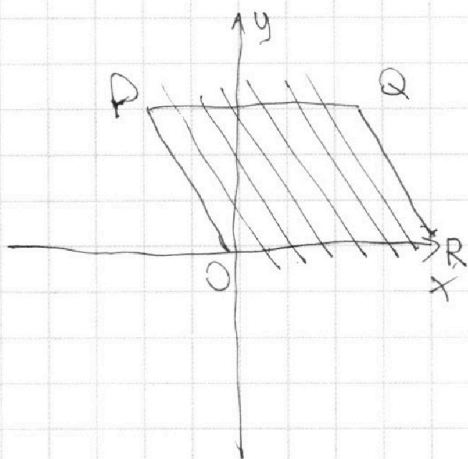
$$3x_2 + y_2 = 33 + 3x_1 + y_1$$

$$y_2 = -3x_2 \quad y_1 = -3x_1 - 33$$

Заметим, что у сторон параллелограмма углы наклона такие же, как и у этих прямых

$$\text{(тк } \tan \alpha = \frac{42}{-14} = -3)$$

Картинка будет выглядеть так



Проведем прямые, через каждую точку  $x$  (целое)  
Одна прямая должна быть выше другой на 33, или на  
правее на 11 клеток ( $\frac{33}{3}$ ), причем любые точки на  
этих прямых будут удовл. условие  
Количество способов выбрать прямую, ~~кажд~~ равно 20-11  
способов  
Количество способов выбрать точку (целое) на каждой  
прямой равно  $14 + 1(\frac{42}{3} + 1) = 15$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Умнога кал-ва способов  $9 \cdot 15 = 435 \cdot 15 = 225 \cdot 9$

Ответ:  $225 \cdot 9 = 1875$  2025



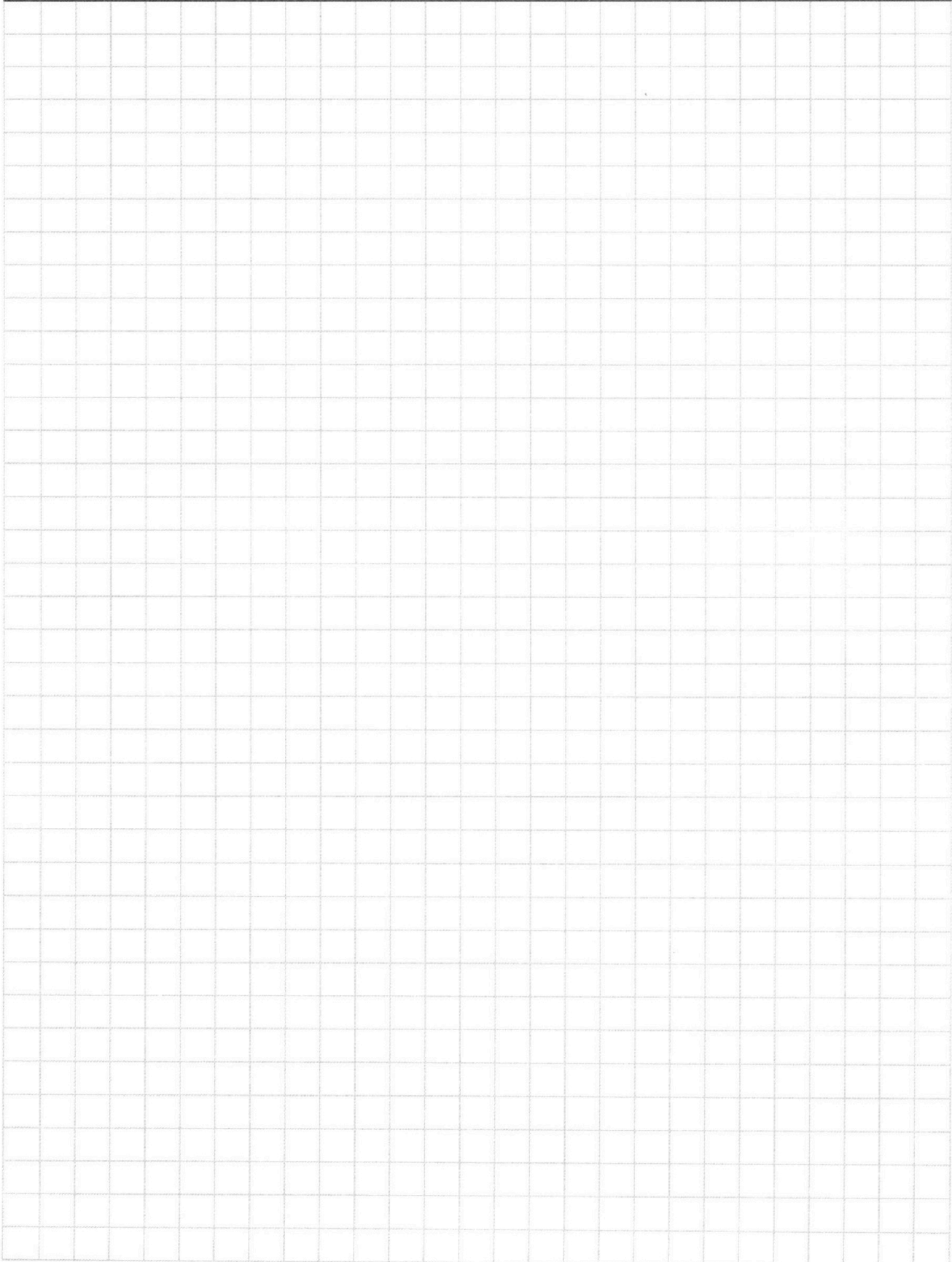
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



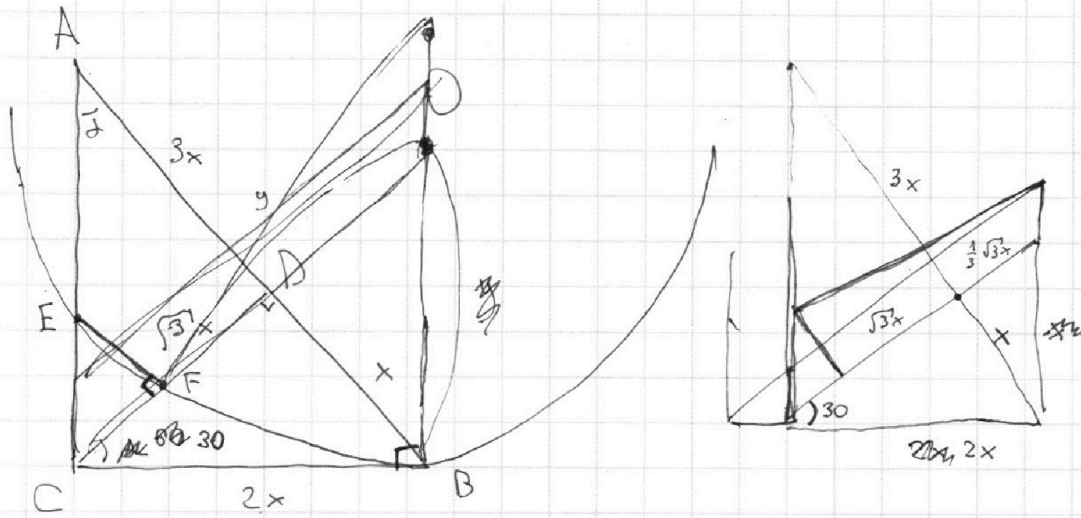
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\cos 30$

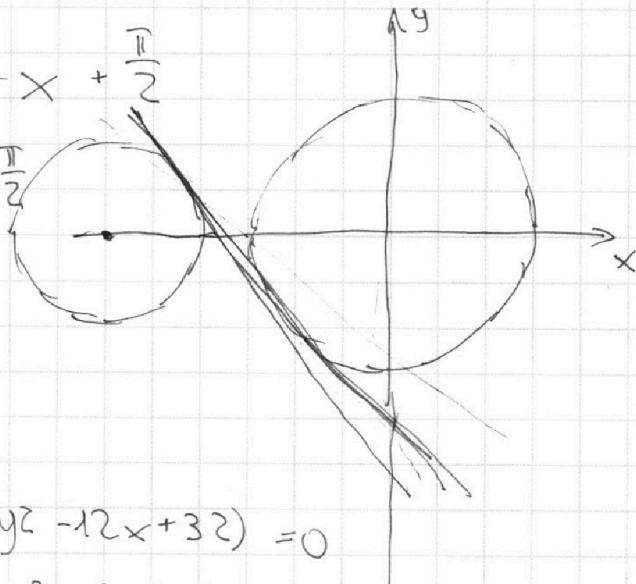
$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2x}{y+l}$$

$$y = \frac{-ax + 3b}{2}$$

$$5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$5 \sqrt{1-x^2} = x + \frac{\pi}{2}$$

$$25(1-x^2) = x^2 +$$



$$ax + 2y - 3b = 0$$

$$(x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0$$

$$x^2 + y^2 = 3^2$$

$$(x-6)^2 + y^2 = 2^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab = 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10} \cdot k \cdot 3$$

$$bc = 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13} \cdot l \cdot 1$$

$$ac = 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{18} \cdot l$$

$$\begin{aligned} a &= 2^7 \cdot 3^8 \cdot 5 \\ b &= 2^2 \cdot 3^3 \\ c &= 2^{12} \cdot 3^{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a+b &= 14 \\ b+c &= 13 \\ a+c &= 18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a+b &= 10 \\ b+c &= 13 \cdot 8 \\ a+c &= 34 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2a &= 29 - 13 \\ 2a &= 16 \\ a &= 8 \end{aligned} \quad \begin{aligned} 41 - 13 &= 28 \end{aligned}$$

$$\sqrt{a^2 b^2 c^2} = \sqrt{2^{42} \cdot 3^{41} \cdot 5^{43+8+1} \cdot kml} = 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{22}$$

$$kml = 15^{2 \cdot 10}$$

$$\begin{aligned} a &= 10 \\ b &= 0 \\ c &= 13 \end{aligned}$$

$$a+b = 10 + 10 = 20$$

$$b+c = 13$$

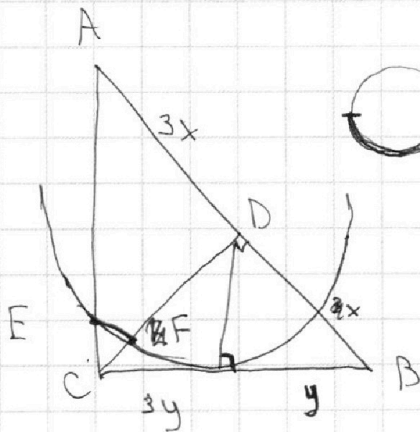
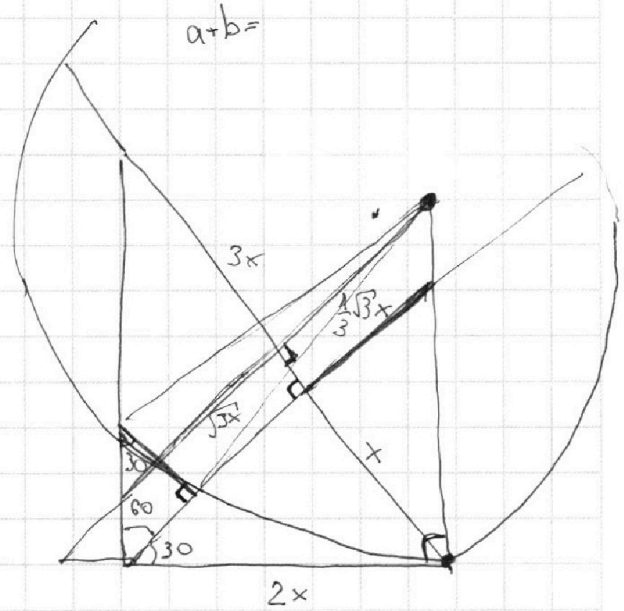
$$a+c = 31$$

$$a \geq 5^{18}$$

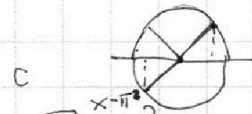
$$a = \frac{49-13}{2} = 18 \quad b = 5^0 \quad c = 13$$

$$\frac{51-13}{2} = 19 \quad b = 1 \quad c = 12$$

$$abc = 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{26}$$

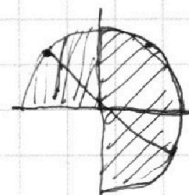


$$\sqrt{3}x \quad CD = \sqrt{3}x$$



$$\frac{\sqrt{3}}{2}x = \frac{2x}{y}$$

$$y = \frac{4x}{\sqrt{3}} \quad \frac{4}{3}\sqrt{3}x$$



$$\begin{aligned} (x - \pi) \\ \pi - (x - \pi) \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8$$

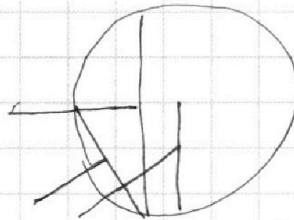
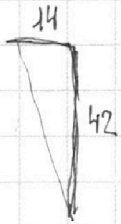
$$\frac{81}{3^{4.5}}$$

$$\log_3^4 x + \frac{6}{\log_3 x} = \frac{5}{2} \log_x 3 - 8 \quad x > 0 \quad x \neq 1$$

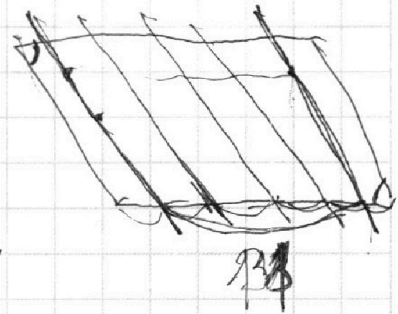
$$t^4 + \frac{6}{t} = \frac{5}{2t} - 8$$

$$t^5 + 6 = \frac{5}{2} - 8t$$

$$t^5 + 8t = 3.5$$



$t^4 +$



$y =$

14; 42

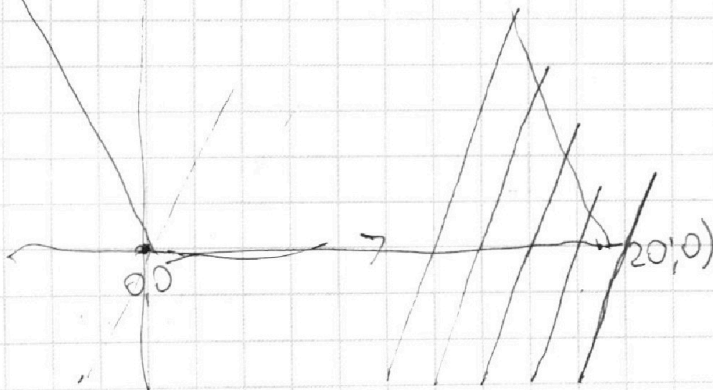
6; 42

$$3(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 33$$

$$x_2 - x_1 = 11 - \frac{y_2 - y_1}{3}$$

$$(3x_1 - y_1) + (3x_2 + y_2) = 33$$

$$y_1 = 3x_1 + b$$





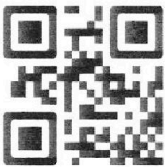
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_3^4 x + \log_3 5y + 6 \log_x 3 + 2 \log_{5y} 3$$

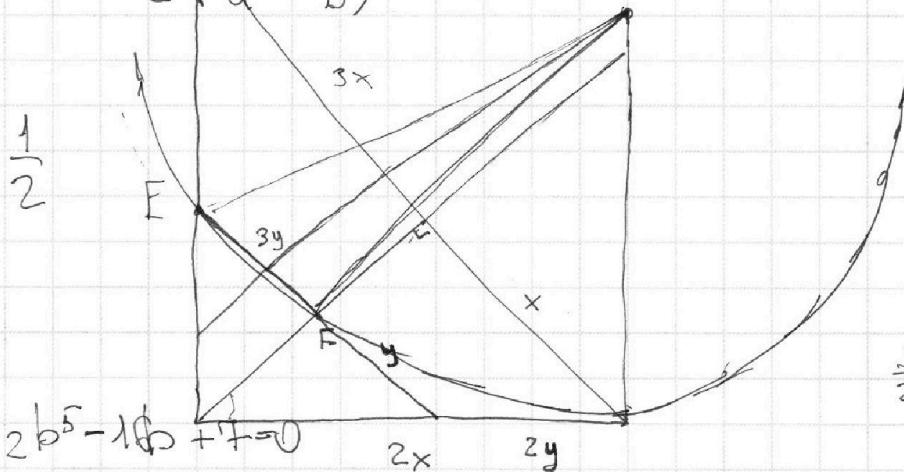
$$\log_3^4 x + \log_3^4(5y) + \frac{6}{\log_3 x} + \frac{2}{\log_{5y} 3}$$

$$(b-a)(b^2+a^2) = \frac{7}{2ab}$$

$$a^4/b^4 =$$

$$a = -b$$

$$b^4 - a^4 = \frac{7}{2} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$$



$$2ab(b-a)(b^2+a^2) = 7$$

$$\frac{6}{7}$$

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{1} \cdot \frac{4}{7} \cdot \left( \frac{2}{3} \right)$$

$$(b^2 - a^2)(b^2 + a^2) = \frac{7}{2} \left( \frac{b+a}{ab} \right)$$

$$b^4 + \frac{6}{b} = \frac{5}{2b} - 8$$

$$(b+a)(b^2+a^2) = \frac{7}{2ab} \quad y \cdot 4y$$

$$b^4 = \frac{-7}{2b} - 8$$

$$\frac{b \neq 0}{\text{rem rem}} \quad b > 0$$

$$\log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3$$

$$a^4 + b^4$$

$$a^4 + \frac{2}{a} = \frac{11}{2a} - 8$$

$$a^5 + 2 = 5,5 - 8a$$

$$\frac{7}{2a} - 8 = a^4$$

$$a^5 + 8a + 7,5 = 0$$

$$b^5 + 8b + 3,5 = 0$$