



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 1

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^9 3^{10} 5^{10}$, bc делится на $2^{14} 3^{13} 5^{13}$, ac делится на $2^{19} 3^{18} 5^{30}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 3 : 1$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
- [4 балла] Решите уравнение $5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

- [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2}(3^{11}) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-14; 42)$, $Q(6; 42)$ и $R(20; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$.
- [6 баллов] Данна треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 90, $SA = BC = 12$.
 - Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1 .
 - Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a = 2^{\alpha_1} \cdot 3^{\alpha_2} \cdot 5^{\alpha_3}, b = 2^{\beta_1} \cdot 3^{\beta_2} \cdot 5^{\beta_3}, c = 2^{\gamma_1} \cdot 3^{\gamma_2} \cdot 5^{\gamma_3}$$

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{l} \alpha_1 + \beta_1 \geq 9 \\ \alpha_2 + \beta_2 \geq 10 \\ \alpha_3 + \beta_3 \geq 10 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \beta_1 + \gamma_1 \geq 14 \\ \beta_2 + \gamma_2 \geq 13 \\ \beta_3 + \gamma_3 \geq 13 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha_1 + \gamma_1 \geq 19 \\ \alpha_2 + \gamma_2 \geq 18 \\ \alpha_3 + \gamma_3 \geq 30 \end{array} \right. \end{aligned}$$

• Из этого следует, что $2(\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1) \geq 42$.

Посмотрим на решение системы:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_1 + \beta_1 = 9 \\ \beta_1 + \gamma_1 = 14 \\ \alpha_1 + \gamma_1 = 19 \end{array} \right. \text{Сумма} \text{ уравнений } \frac{42}{2} = 21 \Rightarrow \gamma_1 = 12, \alpha_1 = 7, \beta_1 = 2.$$

Пример, при котором
уравнение 21

• Составим аналогичную систему для "вторых" степеней:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_2 + \beta_2 \geq 10 \\ \beta_2 + \gamma_2 \geq 13 \\ \alpha_2 + \gamma_2 \geq 18 \end{array} \right. \text{Так как } \alpha_2, \beta_2, \gamma_2 \text{ натуральные,} \\ \text{то мин. знач. } \alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 = 21.$$

Найдём пример, удовл. такой системе (заменим в системе вторую строку на 14):

$$\gamma_2 = 21 - 10 = 11, \alpha_2 = 21 - 14 = 7,$$

$$\beta_2 = 21 - 18 = 3$$

• И только так все делятся

α_3, β_3 и γ_3 :

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_3 + \beta_3 = 10 \\ \beta_3 + \gamma_3 = 13 \\ \alpha_3 + \gamma_3 = 30 \end{array} \right. \Rightarrow \alpha_3 + \beta_3 + \gamma_3 = 27 \\ \text{но 27 меньше} \\ 30, поэтому минимальное \\ значение суммы 27 \\ \text{т.к. степени чётные неотр.} \\ \text{Пример: } \beta_3 = 0, \gamma_3 = 15, \alpha_3 = 15.$$

Ответ: $2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$



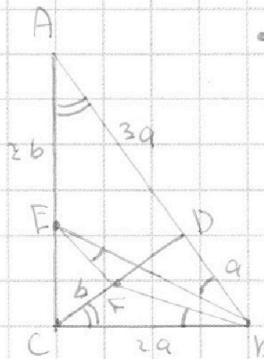
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



- $\angle DCB = \alpha$, если $\angle BAC = \alpha$; $\angle FEB = \varphi$
 $\Rightarrow \angle EBA = \varphi$, т.к. $EF \parallel AB$, $\angle FBC = \varphi$, т.к.
 BC касается описанной окружности
 $\triangle BEF \Rightarrow \triangle ABE \sim \triangle CBF$ по 2 угла.
 - изображается подобие равен 2
(так как $CD = \sqrt{3}a$, $\angle CBA = 60^\circ$).
 \Rightarrow если $CF = b$, то $AE = 2b$.
 - $AC = 2\sqrt{3}a \Rightarrow CF = 2\sqrt{3}a - 2b$.
 - $= CF : CD \Rightarrow 2\sqrt{3}a - 2b : 2\sqrt{3}a = \frac{b}{\sqrt{3}a}$, длины на $2\sqrt{3}a$:
 b , $b = \frac{\sqrt{3}}{2}a \Rightarrow EF = \text{предыдущий шаг} \triangle ADC$
 - $= \frac{1}{4} S_{ADE} \cdot S_{ABC} = \frac{4}{3} S_{ADC} \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{CPBP}} = \frac{16}{3}$.

O. Oct. - $\frac{16}{3}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

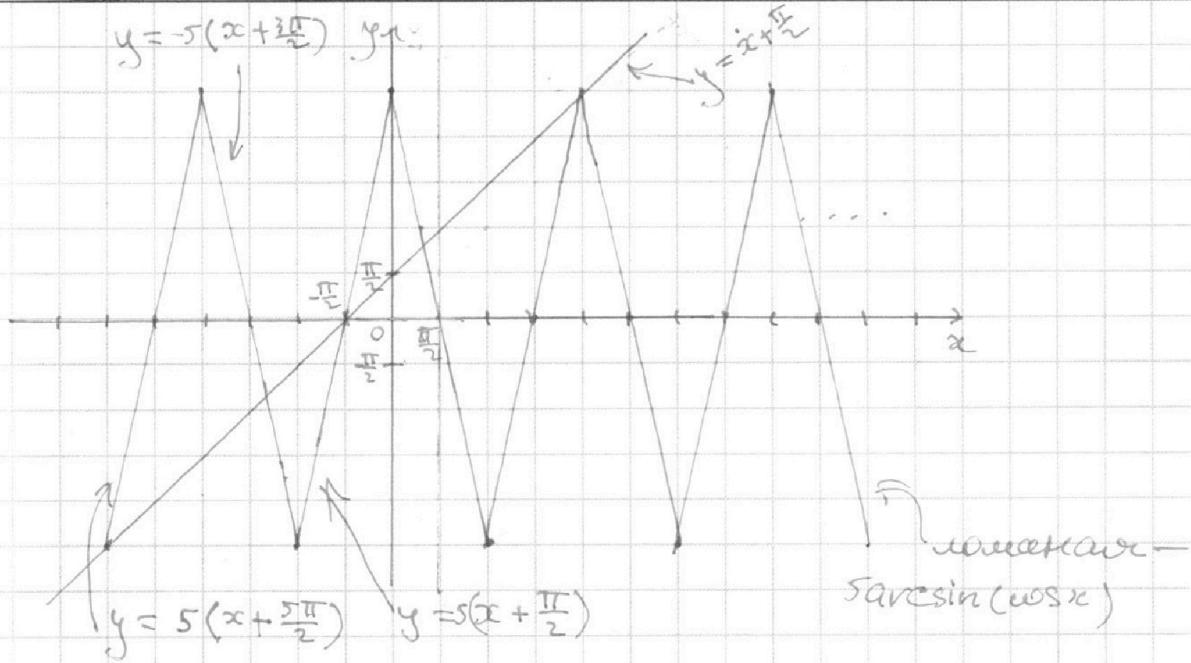
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



(1) • $\begin{cases} y = x + \frac{\pi}{2} \\ y = 5(x + \frac{5\pi}{2}) \end{cases} \Leftrightarrow y = -5\frac{\pi}{2}, x = -3\pi \leftarrow \text{подходит}$

(2) • $\begin{cases} y = -5(x + \frac{3\pi}{2}) \\ y = x + \frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow y = -\frac{5}{6}\cdot\frac{\pi}{2}, x = \frac{14}{6}\cdot\frac{\pi}{2}, \text{ подходит}$

(3) • $\begin{cases} y = 5(x + \frac{\pi}{2}) \\ y = x + \frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow y = 0, x = -\frac{\pi}{2} \leftarrow \text{подходит}$

(4) • $\begin{cases} y = -5(x - \frac{\pi}{2}) \\ y = x + \frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow y = \frac{5}{3}\cdot\frac{\pi}{2}, x = \frac{2}{3}\cdot\frac{\pi}{2} \leftarrow \text{подходит}$

(5) • $\begin{cases} y = 5(x - \frac{3\pi}{2}) \\ y = x + \frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow y = 5\frac{\pi}{2}, x = 2\pi \leftarrow \text{подходит.}$

Других точек нет, т.к. (1) и (5) — вершины
ломаной

Ответ: $-3\pi, -\frac{7}{6}\pi, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}, 2\pi$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

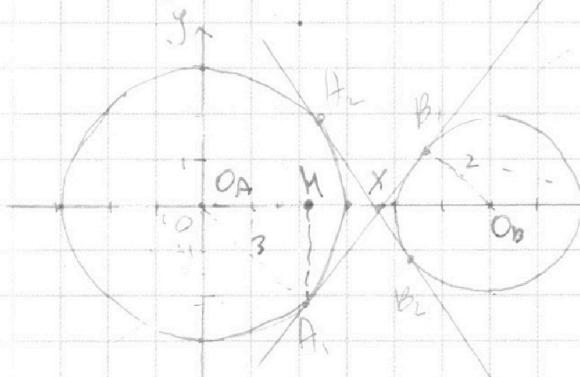
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0 & \text{получил с квадр. каскожка } -\frac{a}{2} \text{ и} \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^4 + y^4 - 12x + 32) = 0 & \text{где окр.} \\ \text{с центром } (0; 0) \text{ и радиусом } 3 \text{ и центром } (6; 0) \text{ и} \\ \text{радиусом } 2: (x-6)^2 - 36 + y^2 + 32 = (x-6)^2 + y^2 = 4. \end{cases}$$



Чтобы квадратичное
написало уравнение (1)
две линии с общим
касательным A_1B_2 и
общими квадр. каскожка
общей кас. A_1B_1 .

$\Delta O_A A_1 X \sim \Delta O_B B_1 X$ по квадр. каскожка

$$\Rightarrow O_AX = \frac{3}{2} O_B X, O_B X = \frac{6}{2.5} = 2.4$$

$$\Rightarrow O_AX = 3.6. \Rightarrow A_1X = \sqrt{18^2 - 3^2} =$$

$$\frac{O_AX}{M_X} = \frac{O_AA_1}{A_1X} = \frac{3 \cdot 5}{3.6} = \frac{5}{VII}.$$

$$\Rightarrow -\frac{5}{VII} < -\frac{a}{2} < \frac{5}{VII}, -\frac{10}{VII} < a < \frac{10}{VII}.$$

Ответ: $(-\frac{10}{VII}; \frac{10}{VII})$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_3 x = t \quad x > 0, x \neq 1, y > 0, y \neq 1$$

$$t^4 + \frac{8}{t} = \frac{5}{2t^2} - 8, \quad t^4 + \frac{7}{2t} + 8 = 0;$$

домн. на $2t$:

$$2t^5 + 16t + 7 = 0$$

Аналогично $\log_3 y = d$:

$$d^4 + \frac{2}{d} = \frac{11}{2d^2} - 8$$

$$\Rightarrow 2d^5 + 16d + 7 = 0$$

$$\text{аналогичное: } 2(t+d)(t^4 + t^3d + t^2d^2 + td^3 + d^4 + 8)$$

$$\Rightarrow t+d=0, \quad \log_3 x + \log_3 (5y) = \log_3 (5xy)$$

$$\Rightarrow 5xy = 1, xy = 0,2.$$

Ответ: 0,2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

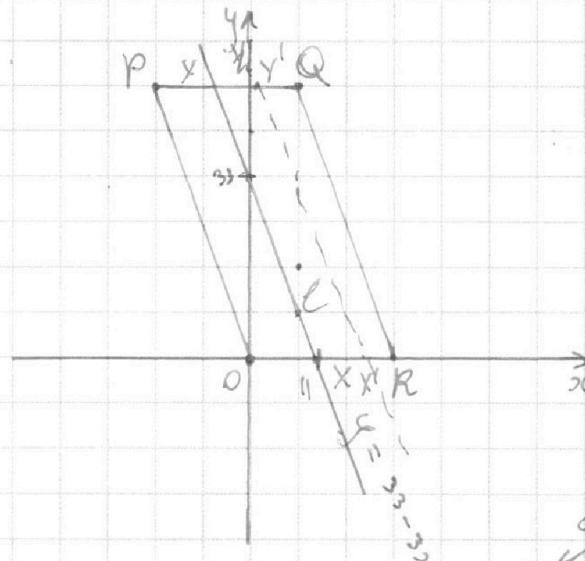
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$(y_2 - y_1) = 33 - 3(x_2 - x_1).$$

Важеско предположим,
что x_1 и y_1 равны 0.

Тогда y_2 и x_2 могут
находиться на прямой
 $y = 33 - 3x$.

Если Y точка x_1 и y_1 ,
то координаты $(x; y)$,
то множество точек
 x_2 и y_2 — прямая $y = 33 - 3x$
смещается на вектор $(a; b)$.

Найдём точки

$(x_1; y_1)$, для которых прямая l находится внутри
описанного параллелограмма $XUQIR$, так как
и. и дест. ус. — X , пересекающая все $(a; b)$ должна
быть между QR и XU , а также чтобы $\alpha \in [0; 42]$.

Независимо от выбора a и b на $X'U'$ однозначное
количество точек, равное количеству у. т. на OP .

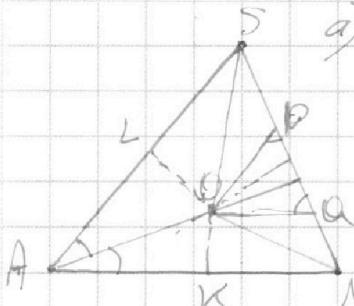
(а их там $\frac{42}{3} + 1 = 15$). Число точек в $XUQIR$
 $15 \cdot (20 - 11 + 1) = 150$. $(0; 0) \Rightarrow$ пар точек $15 \cdot 150 = 2250$

Ответ: 2250.

- | | | | | | | | | | | | | | |
|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|-------------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> | 1 | <input type="checkbox"/> | 2 | <input type="checkbox"/> | 3 | <input type="checkbox"/> | 4 | <input type="checkbox"/> | 5 | <input type="checkbox"/> | 6 | <input checked="" type="checkbox"/> | 7 |
|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|-------------------------------------|---|



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



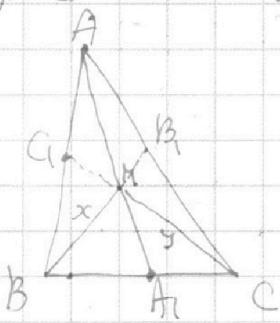
a) ~~Чтобы найти пересечение биссектрисы угла A и серединного перпендикуляра к SM ($\triangle OPS = \triangle OQM$)~~

a) $OP = OA, \angle OPS = \angle OQM$
 $\Rightarrow \triangle OQM = \triangle OPS$ по 2ст. и углу
 $\Rightarrow \triangle OSL \sim \triangle OKM$ равны по
 члену и катету $\Rightarrow \triangle ASL$ равнобедренный

• в $\triangle ABC$: $AA_1 = \frac{3}{2} AM \Rightarrow AA_1 = \frac{3}{2} BC = 18$.
 $\Rightarrow MA_1 = BA_1 = AC = 6$, $\triangle BMC$ прямоугольный

$S_{BMC} = \frac{1}{3} S_{ABC}$, т.к. S_{BMA_1} — треть S_{ABC} ,
 и аналогично с MA_1C .

\Rightarrow если $BM = x$, а $MC = y$, то:
 $x^2y = \frac{2}{3} \cdot 80 = 60 \Rightarrow CC_1 \cdot BB_1 =$
 $= (\frac{3}{2})^2 \cdot 60 = 9 \cdot 15 = 135$
 $AA_1 \cdot 135 = 18 \cdot 135 = 2430$



б) Так как центр симметрии находится в плоскости (ASA_1), то точка N находится на SA_1 .

$\Rightarrow O$ — центр вписанной окр. $\triangle AA_1S$
 $ON \perp BC$ и $OK \perp BC$, т.к. $ON \perp (SBC)$
 и $OK \perp (ABC) \Rightarrow BC \perp (ASA_1)$
 \Rightarrow вертикально лежат $\angle AA_1S$.
 если $AK = b$, а $A_1K = a$, то:
 $b + a = 12 \Rightarrow b = 8, b + a = 18 \Rightarrow a = 10$.
 $\Rightarrow \angle AA_1S = 2 \arctg \frac{1}{2}$.

Ответ: а) 2430, б) $2 \arctg \frac{1}{2}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

• $\log_3^x + 6 \log_x 3 = \log_{3x} 243 - 8$; $0 < 3x: x > 0, x \neq 1$,
замена $t = \log_3 x: t > 0$, поэтому x должно быть t

$$t^4 + \frac{6}{t} = \frac{5}{2}t - 8, \quad \frac{1}{2}t^5 + 12 = 5t^2 - 16t,$$

$$2t^5 - 5t^2 + 16t + 12 = 0$$

• $\log_3(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{5y^2}(3^2) - 8$, $y > 0, y \neq 1$,
замена $d = \log_3 5y: d^4 + \frac{2}{d} = \frac{11}{2}d - 8$,

$$2d^5 - 11d^2 + 16d + 4 = 0$$

• $\begin{cases} 2t^5 - 5t^2 + 16t + 12 = 0 \\ 2d^5 - 11d^2 + 16d + 4 = 0 \end{cases}$ (1) Нужно найти $t+d$, чтобы
узнать x,y
можем:

$$2(t+d)(t^4 - t^2d + t^2d^2 - td^3 + d^4) - 5t^2 - 11d^2 + 16(t+d) = -16$$

$$\Rightarrow 2(t+d)(t^4 - t^2d + t^2d^2 - td^3 + d^4 + 8) = 5t^4 + 11d^2 - 16$$

$$2(t+d)(t^4 + (d^4 + 8) - t^2d + t^2d^2 - td^3) = 5t^4 + 11d^2 - 16$$

$$t^4 = \frac{5}{2}t^2 - 8 - \frac{6}{2}, \quad d^4 = \frac{11}{2}d^2 - 8 - \frac{2}{d}.$$

$$2(t+d)\left(\frac{5t^2 - 16t - 12}{2t} + \frac{11d^2 - 16d - 4}{2d} - t^2d + t^2d^2 - td^3\right)$$

Домножение на $2td$:

$$2(t+d)(5t^2 - 16t - 12 + 11d^2 - 16d - 4 - t^2d^2 + t^2d^2 - td^3)$$

$$5t^4 + 11d^2 - 16$$

~~150~~ - 1 $\sum \frac{181}{2} 12 - 5 = 7$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

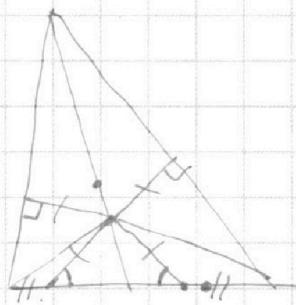
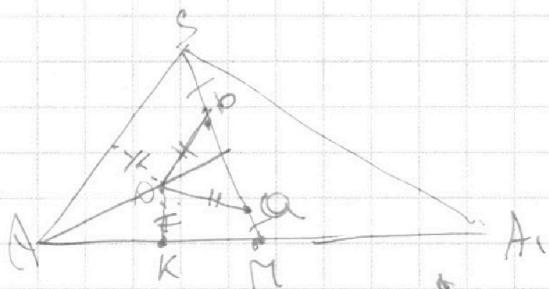
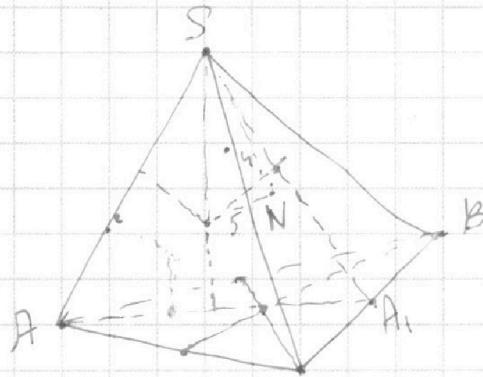
5

6

7

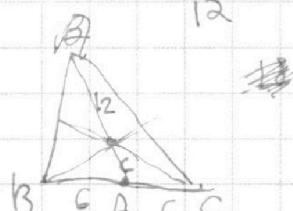
МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 135 \\ \times 18 \\ \hline 1080 \\ + 135 \\ \hline 2430 \end{array}$$

$$\frac{45}{12} = \frac{3 \cdot 15}{3 \cdot 4}$$



12 и 3

~~21023~~

9.

и 15

~~72-15~~

~~16 и 5~~

~~72-24~~ 24 и 5

$$18 \times \frac{15}{4}$$

24 и 5





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



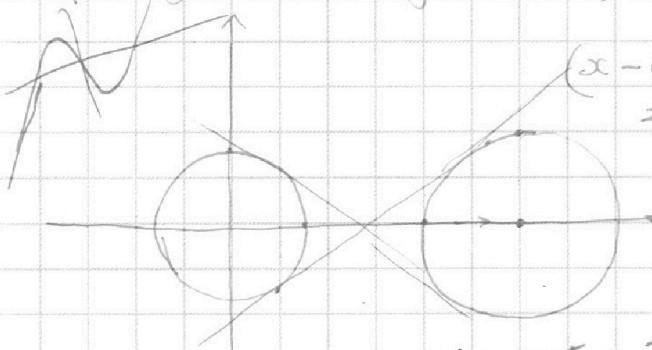
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ax + 2y - 3b = 0$$

$$(x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0$$



$$y = -\frac{a}{2}x + \frac{3b}{2}$$

$$(x - 6)^2 - 36 + 36 + y^2 + 32 = 0$$

~~$$(x - 6)^2 + y^2 = 4$$~~

$$(6; 0) \cup 2$$

$$\frac{6 \cdot 4}{10}$$

~~$$18 \cancel{4}$$~~

$$3 \cdot 33$$

$$\frac{36}{10} = \frac{18}{5}$$

$$18 \cancel{4} 15$$

$$x > 0, x \neq 1$$

~~$$\frac{-2x^3}{18} \cancel{18}$$~~

$$3^5$$

$$\log_3 x = t.$$

$$t^4 + \frac{6}{t} = \frac{5}{2}t - 8$$

$$2t^5 + 12 = 5t^4 - 16t$$

$$2t^5 - 5t^4 + 16t + 12 = 0$$

~~$$x \cdot 32 - 5 \cdot 4 + 32 + 12$$~~

~~$$6 \cancel{2} 3 \cdot 641 - 4 \cancel{2} 4 \cancel{2} 1$$~~

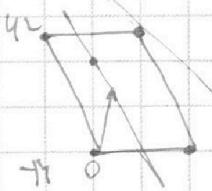
~~$$\frac{1}{16} - \frac{11}{4} + 8 + 4 \quad d -$$~~

$$42 : 14 = 3$$

~~$$-\frac{1}{2} - \frac{1}{16} \cancel{+} \frac{11}{4}$$~~

$$y_2 - y_1 = 33 - 3(x_2 - x_1)$$

~~$$y_2 - y_1 = 33 - 3x$$~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a_1 = 2^{\alpha_1} \cdot 3^{\alpha_2} \cdot 5^{\alpha_3}, \quad b = 2^{\beta_1} \cdot 3^{\beta_2} \cdot 5^{\beta_3}, \quad c = 2^{\gamma_1} \cdot 3^{\gamma_2} \cdot 5^{\gamma_3}$$

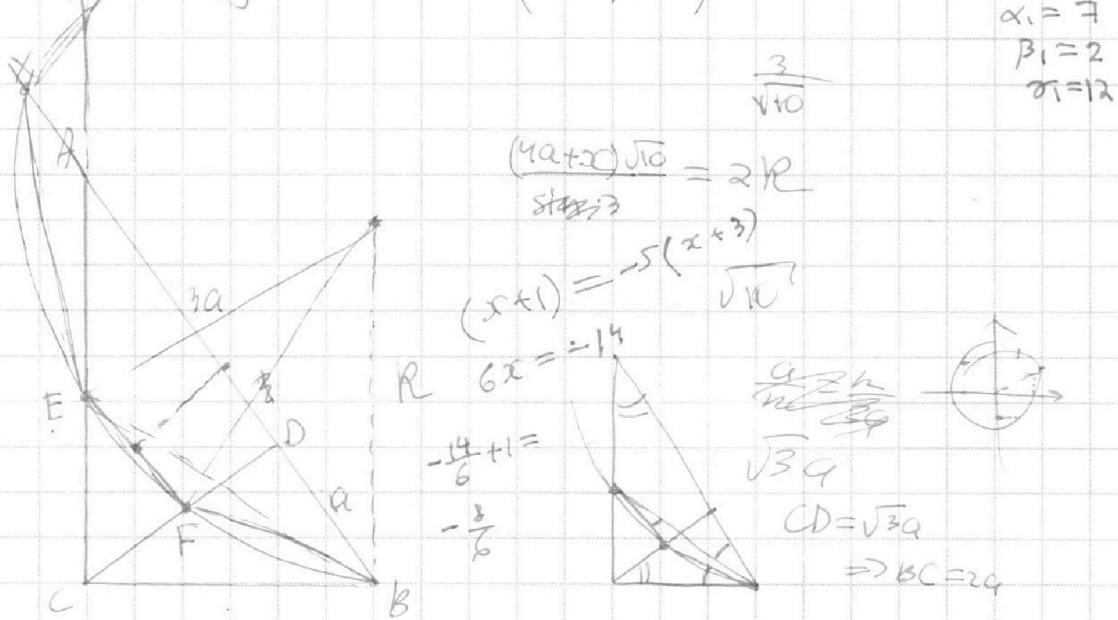
$$\begin{cases} \alpha_1 + \beta_1 \geq 9 \\ \alpha_2 + \beta_2 \geq 10 \\ \alpha_3 + \beta_3 \geq 10 \end{cases} \quad \begin{cases} \beta_1 + \gamma_1 \geq 14 \\ \beta_2 + \gamma_2 \geq 13 \\ \beta_3 + \gamma_3 \geq 13 \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha_1 + \gamma_1 \geq 19 \\ \alpha_2 + \gamma_2 \geq 18 \\ \alpha_3 + \gamma_3 \geq 30 \end{cases}$$

$$\beta_1 = 9 - \alpha_1, \quad \gamma_1 = 14 - \alpha_1$$

$$\alpha_1 = 7, \quad \beta_1 = 2, \quad \gamma_1 = 12$$

$$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 \text{ нужно мин. } 2(\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1) \geq 32$$

$$x, \text{ при } 2\alpha_1 + 5\gamma_1 \leq 19$$



$$\frac{(4x+2)\sqrt{10}}{5\pi} = 2R$$

$$(x+1) = \frac{-5(x+3)}{\sqrt{10}}$$

$$-\frac{14}{6} + 1 = -\frac{3}{6}$$

$$\overline{CD} = \sqrt{3}a$$

$$\Rightarrow BC = 2a$$

$$\sin \varphi = \cos x$$

$$\Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} - x$$

$$\frac{A}{4} \sin(x - \frac{\pi}{2}) = x + 1$$

$$4x = 6$$

$$\arcsin(\cos x) = x =$$

$$\sin^{-1}(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$\cos x = \pm$$

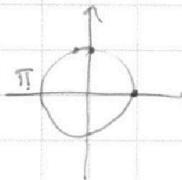
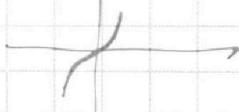
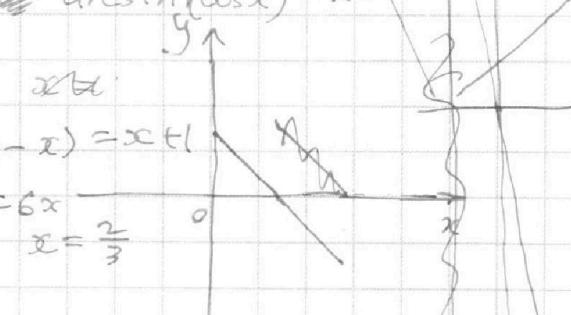
$$\arcsin(\cos x) = \frac{\pi}{2} - x$$

$$\arcsin(1) = \frac{\pi}{2}$$

$$\sin(1-x) = x+1$$

$$4x = 6$$

$$x = \frac{2}{3}$$



$$\arcsin(\cos x)$$

