



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 4

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
- [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

- [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.
- [6 баллов] Данна треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.
 - Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 7. $t_5 \geq x_5 + y_5 + z_5 \geq 8_5 - x_5 \geq 2_8$

$$\text{Т.е. } \begin{cases} t_2 \geq 18 \\ t_3 \geq 30 \\ t_5 \geq 28 \end{cases} \Rightarrow abc \geq 2^{18} 3^{30} 5^{28} \text{ по н.н.} \Rightarrow abc \geq 2^{18} 3^{30} 5^{28}$$

А проблема в том что abc делится на 6 при:

$$a = 2^4 3^9 5^{11}$$

$$b = 2^2 3^5 5^0$$

$$c = 2^{12} 3^{16} 5^{17}$$

$$\text{Тогда } ab = 2^{16} 3^{14} 5^{11} : 2^3 5^{11}$$

$$bc = 2^{14} 3^{21} 5^{17} : 2^{14} 3^{21} 5^{17}$$

$$ac = 2^{16} 3^{25} 5^{28} : 2^{13} 3^{25} 5^{28}$$

$$\text{и } abc = 2^{18} 3^{30} 5^{28}.$$

$$\text{Ответ: } 2^{18} 3^{30} 5^{28}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1) Для двух чисел a, b , с малыми цифрами
] простое число p делит b^a, b^b , с в степени k , где $p = k$.
Согласно условию,] простое число p делит b^{ab} в степени $t_p = k$.
Тогда $ab \leq 2^6 3^3 5^1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_2 + y_2 \geq 6 \\ x_3 + y_3 \geq 13 \\ x_5 + y_5 \geq 11 \end{cases}$$

$$b \leq 2^4 3^2 5^1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y_2 + z_2 \geq 14 \\ y_3 + z_3 \geq 21 \\ y_5 + z_5 \geq 13 \end{cases}$$

$$a \leq 2^6 3^2 5^1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} z_2 + x_2 \geq 16 \\ z_3 + x_3 \geq 25 \\ z_5 + x_5 \geq 28 \end{cases}$$

Число, $\begin{cases} x_2 + y_2 \geq 6 \\ y_2 + z_2 \geq 14 \\ z_2 + x_2 \geq 16 \end{cases}$ (когда $x_2 = 6$) \Rightarrow

$$\begin{cases} x_3 + y_3 \geq 13 \\ y_3 + z_3 \geq 21 \\ z_3 + x_3 \geq 25 \end{cases}$$
$$\begin{cases} x_5 + y_5 \geq 11 \\ y_5 + z_5 \geq 13 \\ z_5 + x_5 \geq 28 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(x_2 + y_2 + z_2) \geq 36 \\ 2(x_3 + y_3 + z_3) \geq 59 \\ 2(x_5 + y_5 + z_5) \geq 52 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2t_2 \geq 36 \\ 2t_3 \geq 59 \\ 2t_5 \geq 52 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_2 \geq 18 \\ t_3 \geq 29,5 \Rightarrow \\ t_5 \geq 26 \end{cases} \begin{cases} t_2 \geq 18 \\ t_3 \geq 30 \\ t_5 \geq 26 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3. ~~Найти~~ $\sin x = t$, тогда $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = ?$

$$10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x \quad (=)$$

$$\Leftrightarrow 10 \arccos(t) = 9\pi - 2x \quad (=)$$

$$\Leftrightarrow 10 \arccos\left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right) = 9\pi - 2x \quad (=)$$

$$\Leftrightarrow [k\pi] \quad 10\left|\frac{\pi}{2} - x - 2\pi k\right| = 9\pi - 2x$$

$$\left|\frac{\pi}{2} - x - 2\pi k\right| \leq \pi$$

Поэтому, если x -решение, то

$$10\pi \geq 9\pi - 2x \geq 0 \quad (9\pi \geq 10\pi - 2x \geq 0) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 10\pi \geq 9\pi - 2x \\ 9\pi \geq 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{9\pi}{2} \geq x \\ x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow x \in \left[\frac{\pi}{2}; \frac{9\pi}{2}\right]$$

Легко видеть, что

$$\begin{cases} 10\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \geq 9\pi - 2x \\ 10\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \geq 9\pi - 2x \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5\pi - 10x \geq 9\pi - 2x \\ 10x - 5x \geq 9\pi - 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -10x \geq -2x \\ 10x \geq -2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8x \leq 0 \\ 12x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 8x \leq 0 \\ 12x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{8k\pi}{4} \\ x = \frac{12k\pi}{6} \end{cases} \quad (1) \quad (2)$$

Получим из (1):

$$\text{тогда } x = \frac{\pi k}{4}, \quad k \in \mathbb{Z} \quad \text{и } x \in \left[\frac{\pi}{2}; \frac{9\pi}{2}\right] \Rightarrow \frac{\pi h}{4} \in \left[\frac{\pi}{2}; \frac{9\pi}{2}\right] \quad (1)$$

$$\Rightarrow k \in [2, 18]$$

На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО ОДНУ** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

При этом исходное уравнение имеет вид.

$$\text{Задача: } |10 - \frac{\pi}{2} - \frac{\pi k}{4} - 2\pi l| = 18 - k \quad (=)$$

$$|\frac{\pi}{2} - \frac{\pi k}{4} - 2\pi l| \leq \pi$$

$$\Rightarrow \text{Задача: } \begin{cases} |10 - 5k - 40l| = 18 - k \\ |2 - k - 8l| \leq 4 \end{cases}$$

Аналогично $10 \pm 5, -5k \pm 5, -40l \pm 5, a \pm 8$

Значит, отпадают пары: $a \pm 5, 18 - k \pm 5$,

а есть $k \in \{2; 18\}$, т.е. $k \in \{3; 8; 13, 18\}$.

Если $k=3$, то второе неравенство очевидно.

$$l=0, \text{ т.о. } |10 - 5k - 40l| = 15 \neq 18 - k \text{ Контроль}$$

Если $k=8$, т.о. второе неравенство $l=-1$,

$$\text{тогда } |2 - k - 8l| = 2, \text{ а } |10 - 5k - 40l| = 10 = 18 - 8 = 18 - k$$

также очевидно, т.о. $X = \frac{8\pi}{4} = 2\pi$

Если $k=13$, т.о. второе неравенство $l=1$,

$$\text{и тогда } |2 - k - 8l| = |2 - 13 + 8| = |2 - 5| = 3,$$

$$\text{а } |10 - 5k - 40l| = 15 \neq 18 - 13 \text{ не подходит}$$

(также $l=2$)
 $10 - k = 0$, значит, $|2 - k - 8l| = 2$, т.е. $|16 + 8l| = 2$,

$$\text{т.о., } l = -2 \text{ и оно подходит: } X = \frac{9\pi}{2}.$$

(ответ 12)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{тогда } x = \frac{\pi k}{6}, k \in \mathbb{Z} \quad x \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{9\pi}{2} \right] \Leftrightarrow \frac{\pi k}{6} \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{9\pi}{2} \right] \Leftrightarrow \\ \Rightarrow k \in [3; 27].$$

При этом число k -е имеет вид:

$$\begin{cases} k \in \mathbb{Z}, & \left| \frac{\pi}{2} - \frac{\pi k}{6} - 2\pi \right| = 2\pi - \frac{\pi k}{3} (=) \\ & \left| \frac{\pi}{2} - \frac{\pi k}{6} - 2\pi \right| \leq \pi \end{cases}$$

$$(\Rightarrow) \text{ т.к. } \begin{cases} |15 - 5k - 60| = 27 - k, \\ |3 - k - 12| \leq 6 \end{cases}$$

$15; 5, -5; 5, 60; 5$. значит, $27 - k; 5, 10$

значит $k \in [3; 27], -10 \leq k \in \{7; 12; 17; 22; 27\}$.

Рассмотрим первую строку из множества:

$$|15 - 5k - 60| = 27 - k \Leftrightarrow \begin{cases} 15 - 5k = 27 - k \\ 5k + 15 = 27 - k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4k = -12 \\ 6k = 42 \end{cases} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} k = -3; 60 \\ k = 7; 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k + 3 = 15 \\ k - 7 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 12; 15 \\ k = 3; 10 \end{cases}, \text{ значит, } k = 22 \text{ не подходит.}$$

Остались числа $\{7; 12; 17; 27\}$.

$k = 27$, i.e. $x = \frac{27\pi}{6} = \frac{9\pi}{2}$ ног, как и в задаче первое.

$k = 12$, i.e. $x = \frac{12\pi}{6} = 2\pi$ ног, как и в задаче первое,

осталось
 $k \in \{7; 17\}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Если $k=7$, то $27-k=20$, значит, $|13-7-12\ell|=4$, т.е. $\ell=0$

и такие k, ℓ немногие. Т.е. $\lambda = \frac{75}{6}$

Если $k=17$, то $27-k=10$, значит, $|13-17-12\ell|=2$, т.е.

$|14+12\ell|=2$, т.е. $\ell=-1$. И такие k, ℓ немногие, т.е. $\lambda = \frac{175}{6}$.

Ответ: $\left\{\frac{95}{2}, 25; \frac{75}{6}, \frac{175}{6}\right\}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

До первых, эти к исходной, т.к. если $k > 0$, то
мам ноги сидят правильно (В₁(1), повернувшись
сторону А в ^{отриц.} \angle $k < \frac{\pi}{2}$) отмас точки А,
т.е. неудачн. образ опир-ти. следовательно, то
мам ноги сидят правильно (В₁(2)), вернуться.
б) Решение. Если $|k| > \frac{7\pi}{8}$, то точка опирания
расстояние k . (см. рисунок). т.к. если, то требуется
правильное сидеть сидеть и залезть, т.е. неудачн.,
то неудачн. сидеть опир-ти.

Также если $|k| > \frac{7\pi}{8}$, то точка опирания
расстояние k ноги от земли, т.к. если сидеть
вертикально к правее А (если $k > 0$). то
это противоречие (если $k < 0$). т.к.
если сидеть вертикально к правее А, то
^(левее) (если $k > 0$).

то $\exists k$, будет \exists (5).
Значит, $k \in (-\frac{7\pi}{8}, \frac{5\pi}{8})$.

Ответ: $(-\frac{35\pi}{48}; \frac{35\pi}{48})$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1) B_x - проекция Точки B. на ось X (нужна её координата)

$$\text{Тогда } |B_2 B_x|^2 = |B_1 B_x| |B_x A|, \text{ т.е.}$$

$$25 - |B_1 B_x|^2 = x \cdot \left(\frac{45}{7} - x\right) (=)$$

$$(=) 25 - x^2 = \frac{45}{7}x - \frac{45}{7}x^2 (=)$$

$$\Leftrightarrow 25 = \frac{45}{7}x \Rightarrow x = \frac{35}{9}$$

А значит, Сторона изображения B_2 : $\sqrt{25 - \left(\frac{35}{9}\right)^2} =$

$$= \frac{\sqrt{(5 \cdot 9)^2 - 35^2}}{9} = \frac{\sqrt{45^2 - 35^2}}{9} = \frac{20\sqrt{2}}{9}$$

Значит, угловой коэф. фокуса как: $\frac{20\sqrt{2}}{9} : \frac{45}{7} = \frac{3}{\frac{45}{7} - \frac{35}{9}} :$

$$= \pm \frac{\frac{45\sqrt{2}}{9}}{\frac{45}{7} - \frac{35}{9}} = \pm \frac{28\sqrt{2}}{9^2 - 7^2} = \pm \frac{28\sqrt{2}}{2 \cdot 16} = \pm \frac{14\sqrt{2}}{16} = \pm \frac{7\sqrt{2}}{8}.$$

Также заметим, что подходит только $+\frac{7\sqrt{2}}{8}$.

$$\left(\frac{18}{7}\right)^2 = \frac{49+32}{32} \left(\frac{18^2}{49} - 4\right) \Leftrightarrow \frac{49}{32} \frac{18^2}{49^2 - 7^2} = 4 \frac{49+32}{32}$$

$$\left(1 + \frac{18}{7}\right)^2 = \frac{49}{32} + \frac{t^2}{4} - 4 \quad \frac{49t}{7} + \frac{18}{7} = \frac{49}{32} + \frac{t^2}{4} - 4 \quad \frac{49}{32} - 4 = \frac{49t^2}{32} - \frac{18t}{7}$$

$$\frac{825}{49} = \frac{49}{32} + \frac{t^2}{4} - 4 \quad \frac{49t}{7} + \frac{18}{7} = \frac{49}{32} + \frac{t^2}{4} - 4 \quad 49^2 - 5 \cdot 49 = 5 \cdot \frac{49}{32}$$

$$\frac{2825}{49} = \frac{49}{32} + \frac{t^2}{4} - 4 \quad \frac{49t}{7} + \frac{18}{7} = \frac{49}{32} + \frac{t^2}{4} - 4 \quad 49^2 - 5 \cdot 49 = 5 \cdot \frac{49}{32}$$



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Мылько x и y биссектрисе подобной мылько эвв.

задачу мыло k воле k , т.к. т.о

принято $\lambda = 1$. непр. λ , λ несет пересек, но не ис.

окр-тии симметрии $B(0; 0)$ и $A(9; 0)$ и $C(3; 0)$

пол. λ , т.е. все точки k , т.о прям. l

непр k лежит на l , то не ис. (т.к. $k_1 = \frac{1}{\lambda} k$, а $l_1 = -\frac{5}{6} k$)

$\exists X(10; -5), X_2(0; 5), X_3(-5; 0)$

$\exists X_1(-5; 0), X_2(5; 0), X_3(3; 0), X_4(4; 0)$.

$\exists Z_1(0; 0), Z_2(9; 0)$ - λ непр. окр-тии z и z_1 (черт. 1).

$\exists A$ - Точка неп-я внутр. окр. (ч.л. $(B_1 l_1)$ - бм. $z_1(l_2 l_3)$)

сб. z_1 , где B ; ма непр. окр. l ; не бм;

B_2, l_1 симетр z_1 , l_2 (симетр (черт. 1))

Мы убедимся, что Гомотетия z и z_1 при A не переводят окр.

в окр z_1 , значит, ее радиус $= \frac{2}{5}$, т.е. $= \frac{2}{5}$ бмачн (ч.л.)

А убедим, $\frac{|Z_1 A|}{|A Z_2|} = \frac{5}{2}$, т.е. $A(\frac{9+5}{2+5}; 0) \Rightarrow A(\frac{7}{2}; 0)$.

Потр $|Z_1 B_2| = 5$, $|Z_1 A| = \frac{9+5}{2} = 7$, а значит, $|B_2 A| = \sqrt{\frac{45+49}{25}} = 2\sqrt{2} =$

$$= \frac{\sqrt{45+25}}{2} = \frac{\sqrt{(45-35)(45+35)}}{2} = \frac{\sqrt{10 \cdot 80}}{2} = \frac{20\sqrt{2}}{2}.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Ч. Гласс построил вторую группу чисел. она
должна состоять из $x^2 + y^2 - 25 = 0$, т.е.
 $y^2 = 25 - x^2$.

В результате получилось 5 чисел. Каждый из них
(x, y) лежит на окружности $x^2 + y^2 = 25$.

В (x, y) каждому из них соответствует
один из двух корней $\sqrt{25 - x^2}$.
Но если $x = 0$, то уравнение
не имеет решений.

При $x \neq 0$ уравнение
имеет два решения, т.е. оно имеет
две точки пересечения с окружностью.

Однако если $x = 0$, то уравнение имеет
одну точку пересечения с окружностью.

Таким образом, если $x \neq 0$, то уравнение имеет
две точки пересечения с окружностью.

$$y = \frac{b}{6a} = \frac{5}{6x}, \text{ т.е. } y \text{ зависит от } x.$$

Такие, что y не является целым числом.
Например, если $x = 1$, то $y = \frac{5}{6}$, т.е. не является
целым числом. Но если $x = 5$, то $y = 1$, т.е. является
целым числом. Поэтому $x = 5$ — это
единственный корень уравнения $x^2 + y^2 = 25$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

5. Уравнение с параметром

$$\left[\begin{array}{l} \frac{e_n(x)}{e_n(y)}^4 - 6 \frac{e_n(y)}{e_n(x)} = \frac{e_n(\frac{1}{12})}{e_n(x^3)} - 5 \\ \frac{e_n(0,4y)}{e_n(y)} + \frac{e_n(y)}{e_n(0,4y)} = \frac{e_n(1)}{e_n((0,5y)^3)} \end{array} \right] \quad \begin{array}{l} \Rightarrow e_n(x) = 9, \quad e_n(0,4y) = 6, \quad e_n(y) = 6. \\ (\Leftrightarrow) \end{array}$$

$$\left(\Rightarrow \right) \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{a}{c} \right)^4 - \frac{6c}{a} = \frac{-2c}{3a} - 5 \\ \left(\frac{b}{c} \right)^4 + \frac{c}{b} = \frac{-13c}{3b} - 5 \end{array} \right. \quad (\Leftrightarrow)$$

$$\left(\frac{b}{c} \right)^4 + \frac{c}{b} = \frac{-13c}{3b} - 5$$

$$\left(\Rightarrow \right) \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{a}{c} \right)^4 = \frac{16c}{3a} - 5 \quad \begin{array}{l} \Rightarrow \frac{a}{c} = z, \quad \frac{b}{c} = k \\ \Rightarrow z^4 = \frac{16}{3} z^{-1} - 5 \end{array} \\ \left(\frac{b}{c} \right)^4 = \frac{-16c}{3a} - 5 \quad \begin{array}{l} \Rightarrow z^4 = \frac{16}{3} k^{-1} - 5 \\ \Rightarrow k^4 = \frac{16}{3} k^{-1} - 5 \end{array} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{Балла} \\ \text{Будет засчитано} \\ (\Rightarrow) \\ \text{"задача решена} \\ \text{"все корни} \\ \text{"правильна"} \end{array}$$

$$\left(\Rightarrow \right) \left\{ \begin{array}{l} z^5 + 7z = \frac{16}{3} \\ k^5 + 5k = -\frac{16}{3} \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\left(\Rightarrow \right) \left\{ \begin{array}{l} z^5 + k^5 + 15(z+k) = 0 \\ (z+k)(z^4 + z^3k + z^2k^2 + zk^3 + k^4) = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{или} \\ (\Rightarrow) \end{array}$$

$$\left(\Rightarrow \right) \left\{ \begin{array}{l} k+z=0, \\ k^3(z-k) + k^2z^2 - z^3(k-z) + 5 = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \Rightarrow \\ \left((k^3 - z^3)(k-z) + k^2z^2 + 5 = 0 \right) \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(=) \begin{cases} k+z=0 \\ (k-z)(k-z)(k^2-kz+z^2)+k^2z^2+5=0 \end{cases}$$

$$\stackrel{k \neq 0}{=} \begin{cases} k+z=0 \\ (k-z)^2(k^2-kz+z^2)=0 \end{cases}$$

$$k \neq 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Torgya ogum ſtoku geit zmoremher

- $[12k+1]$
- $[12k; 12k+96]$
- $[12k+1; 12k+97]$
- $[12k+2; 12k+98]$
- $[12k+3; 12k+99]$
- $[12k+4; 12k+100]$
- $[12k+5; 12k+107]$

Uenje the biome [-3; 95].

5 John OT k=0 go 14.

Дорогие пожелания Бенуа изложены

Zephne \oplus 1 oipzen stoken gewi- verwerken

2^k , or $\Theta(1)$ - nun haben $(2^{k+1}, 1)$ zusammen

nephrite Z Ma $2k+15$, a sv - kosteran $2k+16$,

upravného, než je výsledný řešení,

Мария Марина от первого, но тоже

устроены так, что не поймут же

Now you see, I do $-7, 0, 1, \dots, 5, 12, 13, \dots, 17, 24, 29, \dots$

84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, a v-e x e go/bue

and 573971 until 3 Nov 96 - 910 95 hot sun.

Ans. \rightarrow 100 से व्य डिटार्मिन योनि $12x + a$ फ्लि

$$12x + a - 1 \text{ is a multiple of } 9 \text{ if and only if } 12(x-8) + a - 1 \text{ is a multiple of } 9.$$

у плане $\alpha = 0, \gamma_0$ 12.-1 укажи гирь винта отважа

$x - g$ is a minor ($g = x + y + e$ s.t. δ is blue).



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Аналогично, мы можем размножать и комбинировать существенные комуки, и не пытаясь их избежать
в 1-том варианте, это

На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО ОДНУ** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$[12k; 12k - 102]$$

$$\cancel{[12k - 102; 12k]}$$

$$\cancel{[12k+1; 12k - 95]}$$

$$[12k - 95; 12k + 1]$$

$$\cancel{[12k+2; 12k - 94]}$$

$$[12k - 94; 12k + 2]$$

$$\cancel{[12k+3; 12k - 93]}$$

$$[12k - 93; 12k + 3]$$

$$\cancel{[12k+5; 12k]}$$

$$[12k - 92; 12k + 4]$$

$$[12k - 91; 12k + 5]$$

$$[12k - 90; 12k + 12]$$

Причём к приимлемым значениям от 0 до 14. числу

отрезок $(12k - 102; 12k)$ может и принадлежать.

Т.е. такие значения могут быть какими-то

отрезки, возможно, одно значение можно взять

Первое всё приимлемые значения

и их вычити по модулю 6. Затем

При фиксированных вычитании остатку

$$\text{значение в величине } \frac{v-t}{6}$$

Добавим к всем значениям

поменять знаки. Следует

один члено $\cancel{12k+11 = 12(k+8) - 95+11}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~Выполним неравенство по координатам.~~

$$(x, y) \rightarrow (x + 6x, y) \quad 6x + y \leq 17 \quad y - 6x$$

~~Нет точек, удовлетворяющих~~
~~уравнению~~ $y = 6x$.

При каждой точке, координатами (x, y)
~~записаны~~ записаны $y - 6x$.

При $y = 6x$ в нер-пр. имеем

точки с коорд x от $-k$ до $17-k$

(т.к. $y \geq 0$) Верно для $y=0$, т.е. $(-15; 0) \cup (-1; 6)$)

т.е. если a — величина от $6k + 6k$ до $6k + 6k - 17$
При $y = 6k + a$ в нер-пр. имеем точки

с коорд x от $-k$ до $16-k$ (т.к.)

Более, коорд y не является именем для точек,

* более нер-пр. Напр. $(-1; 6)$,

значит, величина a от $6k + a + 6k$ до $6k + a + 6k - 16$,

т.е. на блок строится (именем коорд y)

от $6k + 16$ до $6k + 5$ величина

здесь