

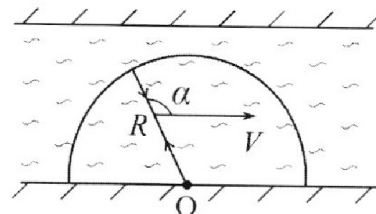


Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023

Вариант 09-04



1. На реке отведена зона для безопасного плавания. Граница зоны – половина окружности радиуса $R = 60$ м, центр в точке O (см. рис.). Скорость течения реки $V = 0,8$ м/с. В ходе заплывов по реке пловец каждый раз стартует в точке O , плавает по прямой до границы зоны, а затем по той же прямой возвращается в точку старта. В системе отсчета, связанной с водой, скорость $\vec{U}$ пловца одинакова по модулю при движении в любом направлении.

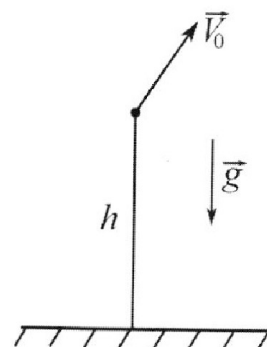


В первом заплыве пловец проплывает 60 м против течения ($\vec{U} \uparrow \vec{V}$) и возвращается ($-\vec{U} \uparrow \vec{V}$) в точку старта. Время движения на первой половине дистанции в 9 раз больше, чем на второй.

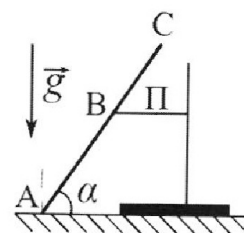
- 1) Найдите скорость U пловца в системе отсчета, связанной с водой.
- 2) Найдите продолжительность T заплыва, в котором вектор скорости реки образует угол $\alpha = 120^\circ$ с прямой, по которой движется пловец (см. рис.).
- 3) За какое наибольшее время T_{MAX} пловец после старта в точке O может доплыть до границы зоны и вернуться в точку старта?

2. Мяч брошен с башни высотой $h = 14$ м под углом к горизонту (см. рис.). Начальная скорость мяча $V_0 = 13$ м/с, продолжительность полета мяча $T = 2,8$ с.

- 1) Найдите наибольшую высоту H , на которой мяч находился в полете. Все высоты отсчитываются от горизонтальной поверхности.
- 2) На каком расстоянии d от точки старта мяч упадет на горизонтальную поверхность? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.



3. Однородный стержень опирается на горизонтальный шероховатый пол и гладкую горизонтальную пластинку Π (см. рис.). В серии опытов при фиксированном отношении AB/AC (B – точка касания стержня и пластинки во всех опытах), перемещая пластинку по вертикали, а подставку по горизонтали, изменяют угол α , который стержень образует с горизонтальной плоскостью. Во всех опытах стержень остается в покое.



- 1) При каком угле α сила трения наибольшая по модулю?
- 2) Если коэффициент трения скольжения стержня по горизонтальной поверхности $\mu = 0,5$, то при каких значениях отношения AB/AC стержень будет оставаться в покое при найденном α ?

Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023

Вариант 09-04

4. Брусек массой $M = 1$ кг изготовлен из материала, удельная теплоемкость c которого зависит от температуры t по закону, представленному на графике к задаче.

- 1) Какое количество Q теплоты следует отвести от бруска, чтобы температура бруска уменьшилась от $t_0 = 100$ °C до $t_1 = 80$ °C?

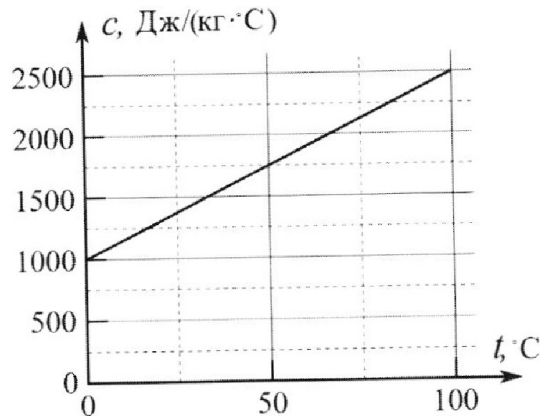
Этот брусок помещают в калориметр, содержащий глицерин при температуре $t_2 = 19$ °C. Температура бруска $t_1 = 80$ °C, масса глицерина $m = 0,4$ кг.

В калориметре устанавливается тепловое равновесие.

- 2) Найдите температуру t_3 в калориметре в равновесном состоянии.

В рассматриваемом диапазоне температур удельная теплоемкость глицерина

$c_{\text{г}} = 2,5 \cdot 10^3$ Дж/(кг·°C). Потери теплоты и теплоемкость калориметра считайте пренебрежимо малыми.

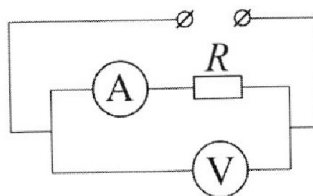
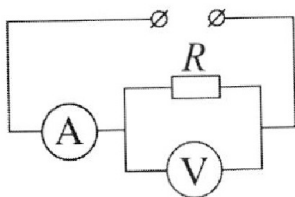


5. На рисунках к задаче приведены два варианта подключения амперметра и вольтметра для измерения силы тока через резистор сопротивлением R и напряжения на этом резисторе. При неизменном напряжении U источника показания вольтметра отличаются в 1,5 раза, а амперметра – вдвое.

- 1) Найдите сопротивление r_A амперметра.

- 2) В какой именно из двух цепей источник развивает большую мощность? Ответ подкрепите соответствующими вычислениями.

- 3) Найдите эту мощность P_{MAX} .



1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



В первом заходе скорость плавца против течения (в неподвижной системе отсчета) равна $u-v$, а по течению: $u+v$. Имеем:

$$\frac{60}{u-v} = 9 \frac{60}{u+v}, \text{ откуда } u = 1,25 v = 1 \text{ м/с}$$

Для ответа на пункты 2, 3 рассчитаем время движения плавца для произвольного α . Пусть u_x и u_y - проекции скорости плавца относительно воды на оси Ox и Oy , параллельно и перпендикулярно течению соответственно. Пусть t_α - время движения до границы круга. Заметим, что t_α равно времени движения до границы под углом $180^\circ - \alpha$ (одинаковое отношение перемещений по Ox и Oy , но разное направление течения). Следовательно общее время захода равно $t_\alpha + t_{180-\alpha}$.

Запишем проекции перемещения плавца на Ox и Oy : $u_x t_\alpha + v t_\alpha = R \cos \alpha$; $u_y t_\alpha = R \sin \alpha$, или $u_x = \frac{R \cos \alpha}{t_\alpha} - v$, $u_y = \frac{R \sin \alpha}{t_\alpha}$. По теореме Пифагора: $u_x^2 + u_y^2 = u^2$, или $u^2 = \frac{R^2}{t_\alpha^2} + v^2 - \frac{2vR \cos \alpha}{t_\alpha}$. Делим на t_α^2 получим квадратное уравнение, решив которое получим: $t_\alpha = \frac{2vR \cos \alpha + \sqrt{u^2 - \sin^2 \alpha} v^2}{2(u^2 - v^2)}$.
 $t_\alpha + t_{180-\alpha} = \frac{2R \sqrt{u^2 - \sin^2 \alpha} v^2}{u^2 - v^2}$. (*)

Для пункта 2 найдем значение данного выражения при $\alpha = 120^\circ$
 $= \frac{200 \sqrt{13}}{3} \approx 240 \text{ с.} = T$

Наименьшего значения (*) достигает при $\alpha = 240^\circ$
Имеем $\frac{2R \sqrt{u^2 - \sin^2 \alpha} v^2}{u^2 - v^2} = \frac{2 \cdot 60 \sqrt{1 - 0,64}}{1 - 0,64} = 200 \text{ с.}$

Наибольшего значения (*) достигает при $\alpha = 0^\circ (180^\circ)$
Имеем $\frac{2R \sqrt{u^2 - \sin^2 \alpha} v^2}{u^2 - v^2} = \frac{2 \cdot 60 \sqrt{1}}{1 - 0,64} \approx 333 \text{ с.} = T_{\max}$

Ответ: 1) $u = 1 \text{ м/с}$ 2) $T = \frac{200 \sqrt{13}}{3} \approx 240 \text{ с.}$ 3) $T_{\max} \approx 333 \text{ с.}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть α - угол броска относительно горизонта.
Запишем уравнение перемещения в проекции
на вертикальную ось OY : $h = \frac{gT^2}{2} - v_0 \sin \alpha T$

$$\sin \alpha = \frac{gT}{2v_0} - \frac{h}{v_0 T} = \frac{9}{13}, \text{ соответственно } \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{\sqrt{88}}{13}$$

Максимальная высота подъема брошен-
ного тела вычисляется по формуле $H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$
 $= \frac{81}{20} = 4,05$ м. Высота же над уровнем горизонта
равна $H = h + \Delta H = 18,05$ м

Перемещение тела вдоль оси OX , параллель-
ной горизонту, равно $d = v_0 \cos \alpha T = 13 \text{ м/с} \cdot \frac{\sqrt{88}}{13} \cdot 2,8 \text{ с} \approx 26,32$ м

Ответ: 1) $H = 18,05$ м 2) $d = 26,32$ м

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



В изображенной конфигурации на стержень действуют следующие силы: сила тяжести mg , сила взаимодействия N_1 пластины N_1 , сила взаимодействия реакции поверхности N_2 и сила трения $F_{тр}$. Запишем равенство моментов сил относительно точки A .

Пусть L — длина стержня $k = \frac{AB}{AC}$, учитывая, что сила тяжести прилагается к центру масс однородного стержня, а N_1 сила взаимодействия пластинки перпендикулярна стержню, запишем: $mg \cdot \frac{L}{2} \cdot \cos \alpha = N_1 \cdot L \cdot k$

$N_1 = \frac{mg \cos \alpha}{2k}$. Также запишем условие равновесия статички в проекции на ось Ox , параллельную горизонту: $F_{тр} - N_1 \sin \alpha = 0$ $F_{тр} = \frac{mg \cos \alpha \sin \alpha}{2k} = \frac{mg \sin 2\alpha}{4k}$

Для пункта 1) заметим, что $\sin 2\alpha$ не принимает максимальное значение при $\alpha = 45^\circ$ (сл. $F_{тр} = \frac{mg}{4k}$) следовательно при таком угле сила трения максимальна по модулю.

Для пункта 2) заметим, что $F_{тр} \leq \mu mg$ N_2 запишем уравнение статички в проекции на Oy : $N_2 - mg + N_1 \cos \alpha = 0$ или $N_2 = mg + \frac{mg \cos^2 \alpha}{2k}$
при $\alpha = 45^\circ$ (сл. п. 1) $N_2 = mg \frac{4k-1}{4k}$ $F_{тр} = \frac{mg}{4k}$
 $\frac{mg}{4k} \leq \mu mg \frac{4k-1}{4k}$ $k \geq \frac{\mu}{4\mu+1} \frac{\mu+1}{4\mu} = 0,45$. Кроме этого.

учтем, что при $k \leq 0,5$ стержень перевесит и ~~опора~~ так как центр тяжести окажется за точкой опоры. Поэтому $0,5 \leq \frac{AB}{AC} \leq 0,75$

Ответ: 1) $\alpha = 45^\circ$ 2) $0,5 \leq k \frac{AB}{AC} \leq 0,75$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Составим уравнение зависимости сотв:

$$C(t) = 1000 + 15t.$$

Для пункта 1) найдем Q по формуле $Q = M \int_{t_0}^{t_1} c dt$
 $= M (1000t + 7,5t^2) \Big|_{100}^{80} = 1 \cdot (80.000 + 48.000 - 100.000 - 75.000) = -47 \text{ кДж}$
(знак - означает, что тепло отводится).

Для пункта 2) запишем условие энергетического баланса $Q_1 = Q_2$ $Q_1 = (t_3 - t_2) \cdot m \cdot c_2$
 $Q_2 = M (1000t + 7,5t^2) \Big|_{t_3}^{t_1} = M (1000(t_3 - t_1 - t_3) + 7,5(t_1^2 - t_3^2))$
 $7,5t_3^2 M + t_3 (1000M + m \cdot c_2) - 1000Mt_1 - 7,5Mt_1^2 - m c_2 t_2 = 0$

Подставив исходные данные, и решив данное квадратное уравнение относительно t_3
(и ~~это~~ учитывая $19^\circ < t_3 < 80^\circ$), получим $t_3 = 60^\circ$

Ответ: 1) $Q = 47 \text{ кДж}$ 2) $t_3 = 60^\circ \text{C}$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐



Пусть r_a - сопротивление амперметра
 r_b - сопротивление вольтметра.

Заметим, что на 2 схеме показания вольтметра равны U , из этого следует, что в 1 схеме его показания равны $\frac{2}{3}U$, а значит напряжение на концах амперметра равно (на первой схеме) $\frac{U}{3}$. Так как в условии не указано, в каком именно случае показания амперметра больше, рассмотрим оба варианта
1) $2I_1 = I_2$ $I_1 = \frac{U}{3r_a}$ (показания в 1 случае) $I_2 = \frac{U}{r_a + R}$ (во 2-ом)
 $3r_a = 2r_a + 2R$ $r_a = 2R$. Найдём r_b так как в 1 схеме $2U_a = U_b$, то $2r_a = \frac{r_b R}{r_b + R} = 4R \Rightarrow r_b = -\frac{4}{3}R$, что невозможно. Поэтому данное предположение неверно.

2) $I_1 = 2I_2$ $6r_a = r_a + R \Rightarrow r_a = \frac{R}{5}$. Найдём r_b :
(действуем аналогично п. 1) $2r_a = \frac{r_b R}{r_b + R} = \frac{2}{5}R$
 $r_b = \frac{2}{3}R$ (что не противоречит действительности).
Значит ответ пункта 1 - $\frac{R}{5}$

Для ответа на пункты 2 и 3 найдём мощности, выделяемые в обоих случаях:

$$R_1 = I_1^2 r_a + \frac{U_b^2}{r_b + R} = \frac{3}{5}R \quad P_1 = \frac{U^2}{R_1} = \frac{5U^2}{3R} \quad R_2 = \frac{(R + r_a)r_b}{R + r_a + r_b} = \frac{3}{7}R$$

$$P_2 = \frac{U^2}{R_2} = \frac{7U^2}{3R} > P_1, \text{ то есть } P_{\max} = P_2 = \frac{7U^2}{3R}$$

Ответ: 1) $r_a = \frac{1}{5}R$ 2) во второй цепи 3) $\frac{7U^2}{3R}$



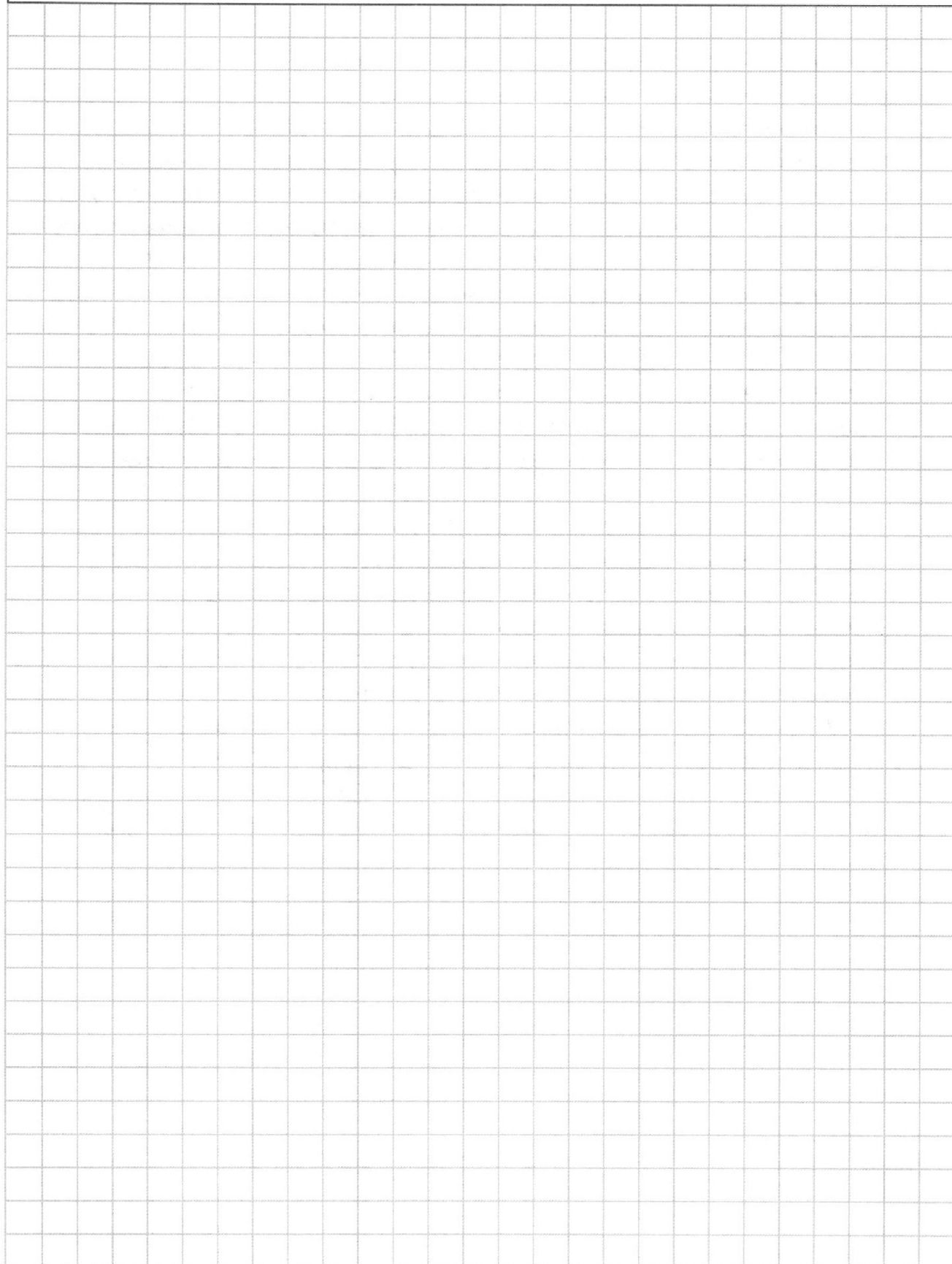
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





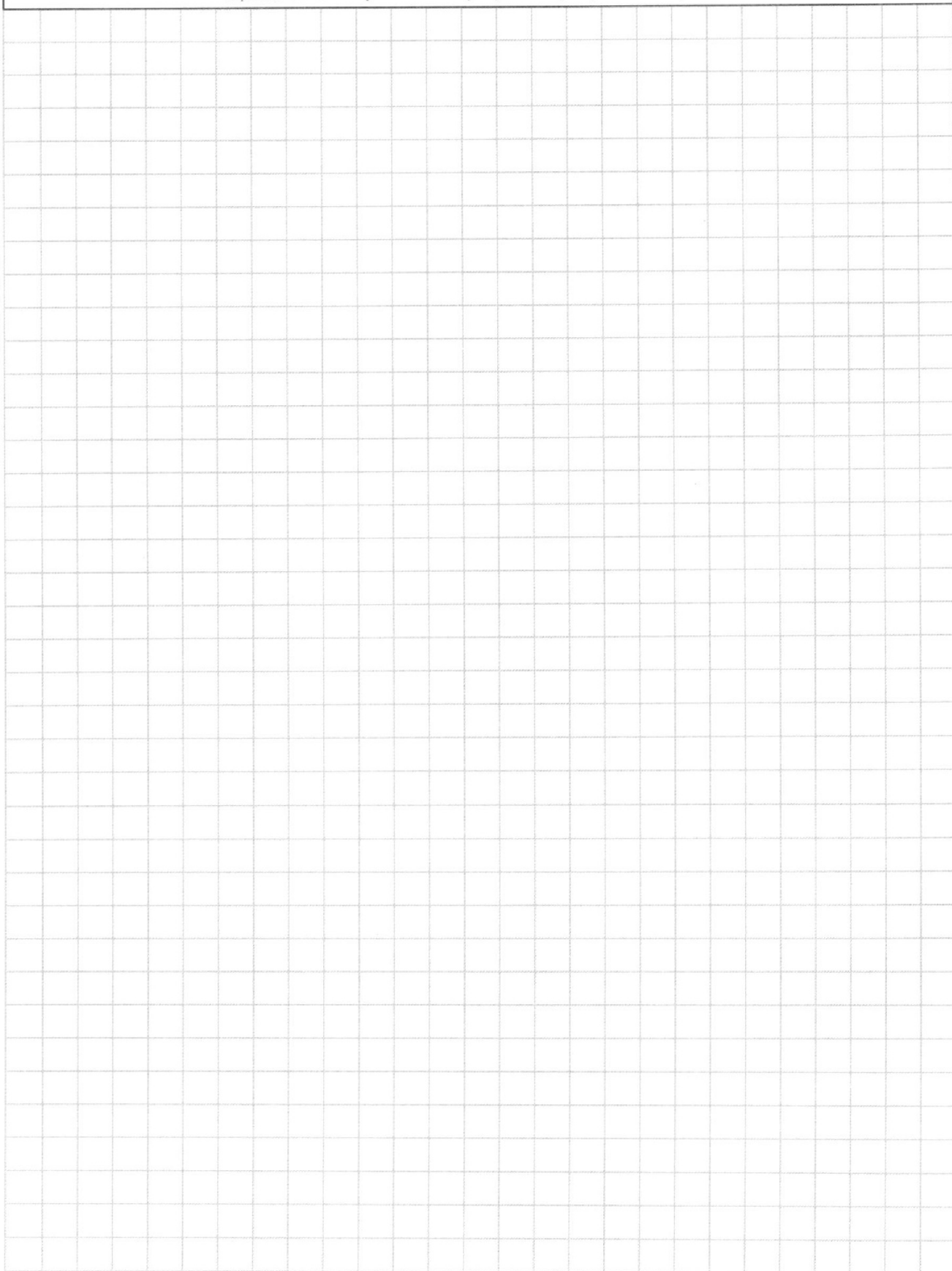
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





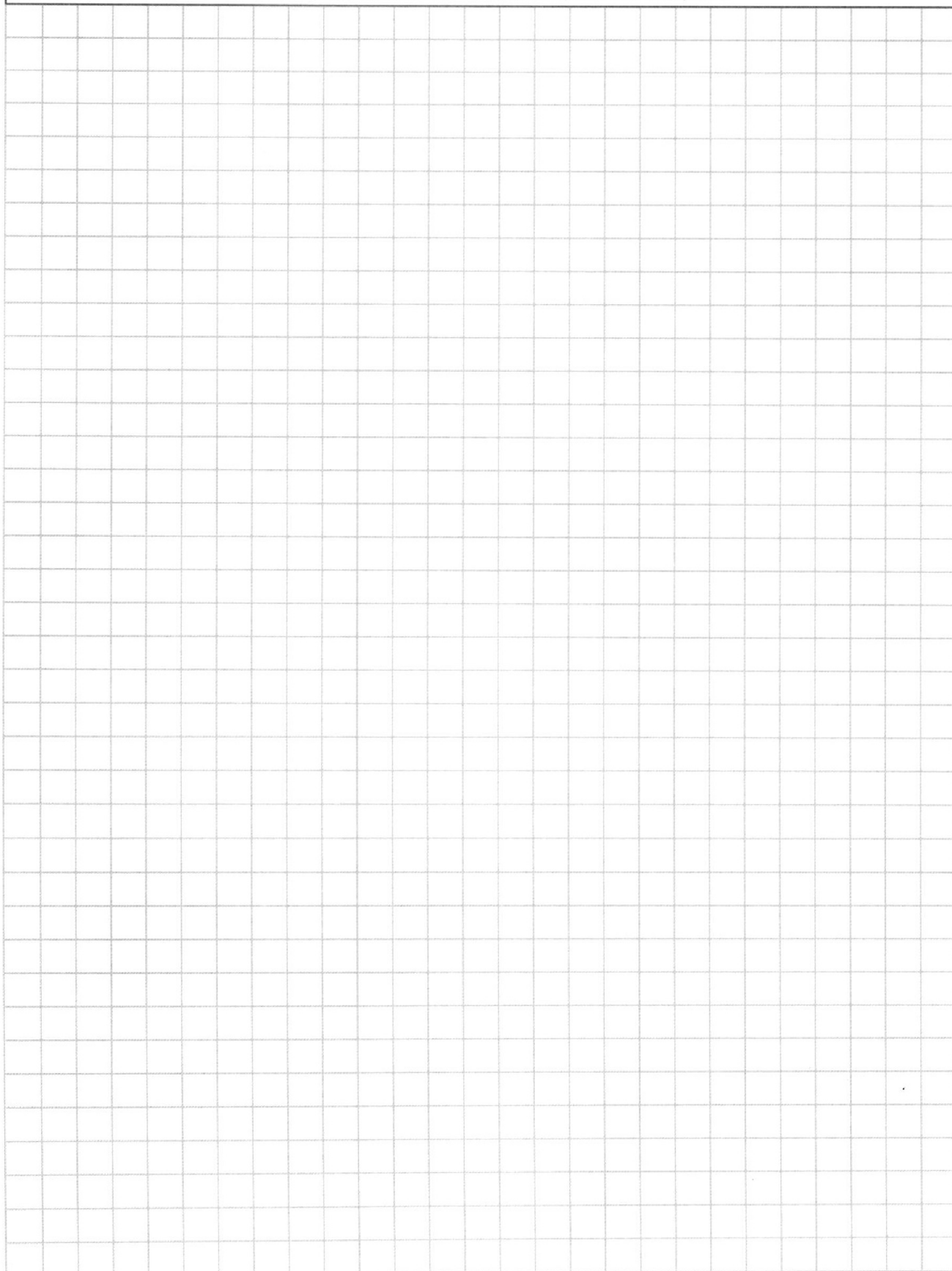
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$N_2 - m \quad m g \frac{1}{2} l \cdot \cos \alpha = k l N_2 \quad N_2 = \frac{m g \cos \alpha}{2 k} \quad \frac{m g \sin 2 \alpha}{4 k} \quad (\alpha = 45^\circ)$

$C = 1000 + 15 l$

$Q = \mu \int_0^{80} C d l = 1000 l + 7,5 l^2 \Big|_0^{80}$

$80.000 + 48.000 = 128.000$

$- 100.000 + 7.500.000 = - 47.000$

$1000(80 - l_3) \quad 1000(l_1 - l_2) + 7,5(l_1^2 - l_2^2)$

$+ 7,5(6400 - l_3^2)$

$7,5 l_3^2 + 2000 l - 147.000 = 0$

$4000.000 + 4.410.000 = 8.410.000$

$\sqrt{841} = 29$

$4 \cdot 29 = 116$

2.900

$15 = \frac{900}{15} = 60^\circ$

$\frac{u}{R + r} = 2 \frac{u}{R + r} \quad \frac{2}{R} + \frac{2}{r} + 2 r a = R + r a$

$\frac{R r}{R + r} = 2 r a \quad r a = R - \frac{2}{R} - \frac{2}{r} = \frac{R r}{2(R + r)}$

$R^2 r^2 = 2 R^2 r + 2 R^2 r^2 - 4 R^2 - r^2$

$\frac{28}{26} - \frac{74}{13 \cdot 2,8} \quad \frac{14}{13} \left(m \frac{9}{14} \right) = \frac{r^2(R^2 - 4) + r(2 R^3 - 8 R)}{8 R r - 4 R^2 = 0}$

$I(5 r a + R) = u \quad r a = R - \frac{2 R r}{R + r} = \frac{R^2 - 2 R r}{R + r}$

$2 I \left(r a + \frac{R r}{r + R} \right) = u \quad R^2 - R r = \frac{R r}{2} \quad 2 R^2 = 3 R r$

$R = 1,5 r \quad r = \frac{2}{3} R$

$\frac{u}{3 r a} = 2 \frac{u}{r a + R} \quad 6 r a = r a + R \quad r a = R/5$

$3 r a = 2 R a + R \quad r a = 2 R$

$\frac{R + R}{R + r} = \frac{2}{5} R; 4 R$

$2 R = 3 r a \quad r a = \frac{2}{3} R$

$\frac{6}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$

$\frac{6}{5} + \frac{2}{3} = \frac{12}{15} + \frac{10}{15} = \frac{22}{15}$

$\sqrt{22} = 4,69$

$8 \times 600 = 4800$

$92 \times 8400 = 772800$

$4,4 \cdot 5,6 = 24,64$

$5,6^2 = 31,36$

$28^2 = 784$

$26,32$

$4.410.000 + 2000.000 = 100 \sqrt{841} = 2900 - 2000 = 900$

$15 = \frac{900}{15} = 60$

$2 R = 3 r a \quad r a = \frac{2}{3} R$

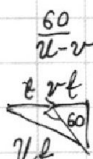
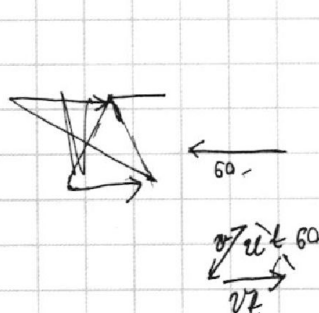
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{60}{u-v} = 9 \frac{60}{u+v} \quad 8u = 10v \quad u = \frac{5}{4}v = 1 \text{ м/с}$$

$$u^2 R^2 + (v\ell)^2 - 2uRv\ell \cos \alpha = (u\ell)^2$$

$$3600 + 0,64\ell^2 + 48\ell = \ell^2$$

$$0,36\ell^2 - 48\ell + 3600 = 0$$

$$\sqrt{48^2 + 72^2} = 24\sqrt{13}$$

$$3600 + v$$

$$0,64\ell^2 - 48\ell = \ell^2$$

$$\frac{48 + 24\sqrt{13}}{0,72} = \frac{200 + 100\sqrt{13}}{3}$$

$$0,36\ell^2 + 48$$

$$\frac{100\sqrt{13} - 200}{3} +$$

$$\frac{200\sqrt{13}}{3}$$

$$u_x = \frac{R \cos \alpha}{\ell} - v$$

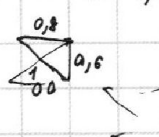
$$u_y = \frac{R \sin \alpha}{\ell}$$

$$\frac{R^2}{\ell^2} + v^2 - \frac{2uRv \cos \alpha}{\ell} = u^2$$

$$(u^2 - v^2)\ell^2 + 2uRv \cos \alpha \ell - R^2 = 0 \quad \alpha = 90$$

$$2uR \sqrt{v^2 \cos^2 \alpha - v^2 + u^2} = \sqrt{u^2 - v^2} \sin \alpha$$

$$2 \frac{60}{0,2} + \frac{60}{1,8} = 333 \cdot u^2 - v^2 \quad 0,6 \cdot 120$$



$$\frac{72}{0,36} = 200$$

$$d = 120 \quad \sin^2 \alpha = \frac{3}{4}$$

$$120 \sqrt{1 - 0,48}$$

$$0,36$$

$$\frac{24\sqrt{13}}{0,36} = \frac{200\sqrt{13}}{3}$$

$$\frac{2,8}{13} \sqrt{87} = 8,3$$

$$\begin{array}{r} 84 \quad 16 \times \quad 6,00 \\ 28 \quad 489 \quad 8,4 \times \\ 36,4 \quad 160 \times \quad 1,7 \quad 100 \quad 2,8 \\ 8 \quad 325 \quad 6,2 \\ 168 \\ 2352 \end{array}$$

$$\frac{T^2 g}{2} - v_0 \sin \alpha \ell T = h$$

$$14 \cdot 2,8 - 36,4 \sin \alpha = 14$$

$$25,2 = 36,4 \sin \alpha$$

$$1,8 \cdot 14 = 2,8 \cdot 13 \sin \alpha$$

$$\frac{25,2}{28 \cdot 13} = \sin \alpha$$

$$\frac{18 \cdot 14}{28 \cdot 13} = \frac{9}{13} = \sin \alpha$$

$$\cos \alpha =$$

$$\frac{9^2}{20} \approx 4,05 \text{ м}$$

$$h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{g^2}{25^2 \cdot 20} = \frac{81}{12500}$$

$$169 - 81 = \frac{87}{16}$$

$$\frac{\sqrt{87}}{13} \cdot 13 \cdot 2,8 \approx 23,52 \text{ м}$$