



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 12



1. [4 балла] Решите неравенство

$$|x^3 - 9| + |x^2 - 1| \leq |x^3 - x^2 - 8|.$$

2. [4 балла] Сколько существует троек натуральных чисел $(a; b; c)$ таких, что они образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию, а их произведение abc равно $5^{360} \cdot 7^{90}$?

3. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$x^2(y - 3) - x(11y - 34) + 32y - 101 = 0.$$

4. [5 баллов] Вокруг треугольника ABC описана окружность Ω . Точки D и E – середины сторон AB и AC соответственно, CF – биссектриса угла C треугольника ABC . Прямые ED и CF пересекаются в точке G , принадлежащей Ω . Найдите углы треугольника ABC , если известно, что площадь треугольника BCF в 25 раз больше площади треугольника DGF .

5. [4 балла] На координатной плоскости нарисован квадрат, все вершины которого лежат на графике функции $y = -x^5 + ax$. Известно, что одна из диагоналей квадрата лежит на прямой $y = 2x$, а центр совпадает с началом координат. Найдите значение параметра a и сторону квадрата.

6. [5 баллов] Числа a , b и c не все равны между собой, и при этом

$$a + \frac{7}{b} = b + \frac{7}{c} = c + \frac{7}{a}.$$

Найдите максимально возможное значение произведения abc .

7. [6 баллов] Равнобедренный треугольник ABC ($AB = BC$) вписан в окружность ω , а на дуге AC , не содержащей точку B , взяты точки E и D так, что отрезки AD и CE пересекаются в точке F . На лучах EA и DC отметили точки X и Y соответственно таким образом, что $AX = CF$ и $CY = AF$. Найдите площадь четырёхугольника $BXFY$, если $BF = 19$, $XY = 36$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Если $|x| \geq \sqrt[3]{9}$, то 1-й метод не работает.
 6) Знаком "+", но ко знакам минус.
 Аналогично для 2-го метода при $|x| \geq 1$.
 1) $|x| > \sqrt[3]{9}$, т.е. $x^3 - 9 > 0$; $x^3 - 9 + x^2 - 1 \leq x^3 - x^2 - 8 \Rightarrow x^2 \leq 1$, но $x > \sqrt[3]{9}$, $x \in \emptyset$
 2) $|x| > \sqrt[3]{9}$, т.е. $x^3 - 9 < 0$; $x^3 - 9 + x^2 - 1 \leq -x^3 + x^2 + 8 \Rightarrow 2x^3 \leq 9 \Rightarrow x^3 \leq 4.5 \Rightarrow x \leq \sqrt[3]{4.5}$
 т.е. ед. почк. точка $x = \sqrt[3]{9}$: $x^3 - x^2 - 8 = 1 - \sqrt[3]{81} < 0$ - не подходит.
 3) $x \in [1, \sqrt[3]{9}]$ $x^3 - x^2 - 8 \geq 0$; $-x^3 + 9 + x^2 - 1 \leq x^3 - x^2 - 8 \Rightarrow x^3 - x^2 - 8 \geq 0$
 4) $x \in [1, \sqrt[3]{9}]$ $x^3 - x^2 - 8 < 0$; $-x^3 + 9 + x^2 - 1 \leq -x^3 + x^2 + 8 \Rightarrow 9 \leq 8$, т.е. $A = \{x | x \in [1, \sqrt[3]{9}] \wedge x^3 - x^2 - 8 \geq 0\}$
 тогда $x \in A$ - входит в ответ, но и $x \in [1, \sqrt[3]{9}] \setminus A$ входит в ответ по условию, т.е.
 $x \in [1, \sqrt[3]{9}]$ - входит в ответ.
 5) $x \in (-1, 1)$ $x^3 - x^2 - 8 \geq 0$; $-x^3 + 9 - x^2 + 1 \leq x^3 - x^2 - 8$ $x^3 \geq 9$, но $x \leq 1$, $x \in \emptyset$
 6) $x \in (-1, 1)$ $x^3 - x^2 - 8 \leq 0$; $-x^3 + 9 - x^2 + 1 \leq -x^3 + x^2 + 8$ $x^2 \geq 1$, но $x \in (-1, 1) \Rightarrow x \in \emptyset$
 7) $x \in (-\infty, -1]$ $x^3 - x^2 - 8 < 0$, ведь $x^3 < 0$ и $x^2 < 0$; $-x^3 + 9 + x^2 - 1 \leq -x^3 + x^2 + 8 \Rightarrow 8 \leq 8$ - верно.
 Ответ: $x \in (-\infty, -1] \cup [1, \sqrt[3]{9}]$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



a, b, c — все a или b или c ; p — простое, $p \neq 5$, $p \neq 7$, то $abc : p$
 но $abc = 5^{40} \cdot 7^{30}$ — произведение, н.р. $a = 5^{4 \cdot 13}$, $b = 5^{8 \cdot 7}$, где $2, 3$ — наим.
 делители или $0, 8, 4$ — углы (но $8=4=0$ неверно (заканчивая произведение +1))
 тогда $b = aq$, $c = aq^2$ $abc = a^3 q^3 = 5^{160} \cdot 7^{100} \Rightarrow aq = 5^{120} \cdot 7^{100} = 5^{2+8} \cdot 7^{1+4}$
 $\Rightarrow \begin{cases} 2+8=120 \\ 1+4=30 \end{cases}$ т.к. b, c — натуральные
 $C = aq^2 = 5^{2+28} \cdot 7^{1+24}$ н.р. $\begin{cases} 2+28 \geq 0 \\ 1+24 \geq 0 \end{cases}$
 $b = aq = 5^{2+8} \cdot 7^{1+4}$ $\begin{cases} 2+8 \geq 0 \\ 1+4 \geq 0 \end{cases}$
 тогда $\begin{cases} x=120-2 \\ y=30-1 \end{cases}; \begin{cases} 240 \geq 2 \\ 60 \geq 1 \end{cases}$ для каждого 2 однозначно определ.
 x , для $3-4$, всего 2 минимальн. 241 значение, $B=61$. Тогда всего
 комбинаций: $241 \cdot 61 - 1 = 14400$ ($q \neq 1$)
 Ответ: 14400

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$x = x^2(x-3) - x(11x-34) + 32x - 101 = 0$, квадратное уравнение от x

$$D = (11x-34)^2 - 4(x-3)(32x-101) = 121x^2 + 34^2 - 22 \cdot 34x + (4x-12)(101-32x) =$$
$$= 121x^2 + 34^2 - 22 \cdot 34x + 404x - 128x^2 - 1212 + 384x =$$

$$= 121x^2 + 1156 - 484x + 404x - 128x^2 - 1212 + 384x = -7x^2 + 4x - 56 \geq 0$$

МН

кв. уравнение от x :

$$D = 16 - 4(-7)(-56)$$

$$= 16 - 28 \cdot 56 < 0, \text{ н.е.}$$

ели x - квадратное отн. x , но нечеткий нем, что верно при $x \neq 3$

$$y=3; \quad 0 = 32 \cdot 3 - 101 - x(-1) \quad x = 101 - 32 \cdot 3 = 101 - 96 = 5$$

Ответ: (5; 3)

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) DE — ср. линия $\triangle ABC$, т.е. $DE \parallel BC$
 $\angle EGF = \angle GCB = \angle GCA \Rightarrow \triangle GEC$
 равноб. $\Rightarrow AC = 2GE = 2DE + 2DG =$
 $= BC + 2DG$

2) т.к. $\angle GFD = \angle BFC$ и $\angle DGF = \angle FCB$
 $\triangle GDF \sim \triangle BCF$, т.о. $S_{\triangle BCF} = 25 S_{\triangle GDF}$
 $\Rightarrow \frac{GD}{BC} = \sqrt{\frac{S_{\triangle GDF}}{S_{\triangle BCF}}} = \frac{1}{5}$, тогда $GD = \frac{BC}{5} = 2$ (т.к. $BC = 10$)

тогда $AC = BC + 2DG = 10 + 2 \cdot 2 = 14$

3) $DA = DB = \frac{AB}{2}$, сменим точку D на AB : $\frac{5d^2}{2} = \frac{AB^2}{4} \Rightarrow AB = 2\sqrt{10}$

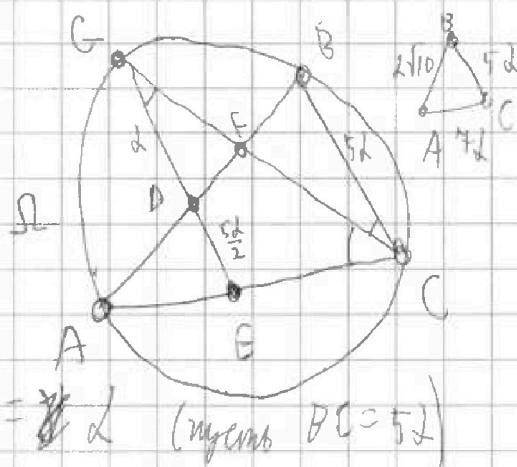
4) 3 теоремы косинусов: $10d^2 = 25d^2 + 49d^2 - 2 \cdot 5 \cdot 7d^2 \cos \angle C$
 $49d^2 = 10d^2 + 25d^2 - 2 \cdot 5 \cdot 7d^2 \cos \angle B$ | $10 = 49 - 70 \cos \angle C \Rightarrow \cos \angle C = \frac{39}{70}$
 $49 = 35 - 10\sqrt{10} \cos \angle B$

$\cos \angle B = -\frac{14}{10\sqrt{10}} = -\frac{7}{5\sqrt{10}}$ | $25d^2 = d^2 + 49d^2 - 2 \cdot d \cdot 7d \cos \angle A$
 $25 = 59 - 14\sqrt{10} \cos \angle A \Rightarrow \cos \angle A = \frac{34}{14\sqrt{10}} = \frac{17}{7\sqrt{10}}$

Ответ: $\angle A = \arccos\left(\frac{17}{7\sqrt{10}}\right)$

$\angle B = \arccos\left(-\frac{7}{5\sqrt{10}}\right)$

$\angle C = \arccos\left(\frac{39}{70}\right)$



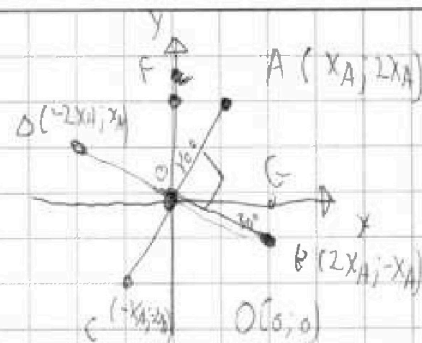
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



квадрат ABCD
пусть точки A и C, лежат на диагонали,
лежащей на прямой $y=2x$, B соответственно
 $A(x_A; 2x_A)$, т.к. $(0;0)$ - центр квадрата

$C(-x_A; -2x_A)$, пусть $F(0; 2x_A)$, тогда

$$\angle FOA = 30^\circ \quad (FA = \frac{OF}{2}) \quad \text{и} \quad \angle AOB = 90^\circ \Rightarrow \angle BOG = 30^\circ$$

где $B(x_B; y_B)$ а $G(x_B; 0)$ тогда $BG = \frac{OG}{2}$, но $OA = OB$
($x_B = 2y_B$)

$\Rightarrow x_B = 2x_A; y_B = -x_A$, т.к. O - центр квадрата $D = (-x_B; -y_B) = (-2x_A; x_A)$

$A, B, C, D \in y = -x^5 + ax^3$

$$\begin{cases} 2x_A = -x_A^5 + ax_A^3 \\ -x_A = -32x_A^5 + 2ax_A^3 \\ -2x_A = x_A^5 - ax_A^3 \\ x_A = 32x_A^5 - 2ax_A^3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A^4 = a - 2 \\ 32x_A^4 = 2a + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_A = \sqrt[4]{a-2} \\ 32a - 64 = 2a + 1 \\ 30a = 65 \\ a = \frac{65}{30} = \frac{13}{6} \end{cases}$$

$$x_A = \sqrt[4]{\frac{1}{6}}$$

$$OA = \sqrt{x_A^2 + y_A^2} = \sqrt[4]{6}$$

$$AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = OA\sqrt{2} = \sqrt[4]{\frac{10}{3}} = \sqrt{5} \cdot \sqrt[4]{\frac{2}{3}}$$

Ответ: $a = \frac{13}{6}$, сторона квадрата $\sqrt{5} \cdot \sqrt[4]{\frac{2}{3}}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



пусть $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$, если $a = b$, то $a + \frac{4}{a} = a + \frac{4}{c} = c + \frac{4}{a} \Rightarrow a = c$,
 что противоречит условию. Аналогично, если $b = c$, то $a \neq b \neq c \neq a$.

пусть $abc = k \neq 0$, тогда $c = \frac{k}{ab}$, подставим в формулу.

$$a + \frac{4}{b} = b + \frac{4ab}{k} = \frac{k}{ab} + \frac{4}{a} \Rightarrow a + \frac{4}{b} = \frac{k}{ab} + \frac{4}{a} \Rightarrow a^2 b + 4a = k + 4b$$

$$\Rightarrow (a^2 - 4)b = \frac{k - 4a}{a} \quad (*) \quad \text{и} \quad a^2 = \frac{k + 4b - 4a}{b} = 1 + \frac{k - 4a}{b} \quad (**)$$

$$b + \frac{4ab}{k} = \frac{k}{ab} + \frac{4}{a} \Rightarrow ab^2 + \frac{4a^2 b^2}{k} = k + 4b \Rightarrow b^2 \left(a + \frac{4a^2}{k} \right) = k + 4b \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{подставим } (*) \text{ в } b^2 \left(a + \frac{4a^2}{k} \right) = k + 4b \Rightarrow b^2 (ak + 4a^2) = k^2 + 4bk \Rightarrow \text{подставим } (*)$$

$$\Rightarrow b^2 \left(ak + 4a^2 + \frac{4k - 4a}{b} \right) = k^2 + 4bk \Rightarrow b^2 (ak + 4a^2) + b(4k - 4a) = k^2 + 4bk$$

$$\Rightarrow b^2 (ak + 4a^2) = k^2 + 4gab \Rightarrow (a^2 - 4)^2 b^2 (ak + 4a^2) = k^2 (a^2 - 4)^2 + (a^2 - 4)^2 4gab$$

$$\Rightarrow \text{подставим } (*) \text{ в } (k - 4a)^2 (ak + 4a^2) = k^2 (a^2 - 4)^2 + (a^2 - 4)^2 4gab$$

$$(k^2 + 4ga^2 - 4ak)(ak + 4a^2) = k^2 (a^4 + 4a^2 - 4a^2) + 4ga(a^2 k - 4k - 4a^3 + 4ga)$$

$$ak^3 + 4ga^2 k - 4a^2 k^2 + 4ga^2 k^2 + 4ga^2 - 4 \cdot 2 \cdot 4ga k = a^4 k^2 + 4ga^2 k^2 - 4a^2 k^2 + 4ga^2 k - 4ga^3 - 4ga^2$$

$$+ 4ga^2 \Rightarrow ak^3 - 4a^2 k^2 + 4ga^2 k^2 = a^4 k^2 + 4ga^2 k^2 - 4a^2 k^2 + 4ga^2 k - 4ga^3 - 4ga^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a^3 (k^2 - 4ga^2) = k (k^2 - 4ga^2), \text{ т.е. либо } k^2 = 4ga^2, \text{ либо}$$

$$a^3 = k, \text{ но если так, то по } (*) (a^2 - 4)b = k - 4a = a(a^2 - 4), \text{ т.е.}$$

$$\text{либо } a = b \text{ (что неверно), либо } a^2 = 4, \text{ тогда } k^2 = a^6 = 4^3 = 64.$$

пусть $k = \sqrt[3]{64}$, достигается при $a = \sqrt[3]{4}, b = -\sqrt[3]{4}, c = -2\sqrt[3]{4}$

$$k = abc = \sqrt[3]{4} \cdot (-\sqrt[3]{4}) \cdot (-2\sqrt[3]{4}) = \sqrt[3]{64}, \text{ а исходное равенство имеем в уз;}$$

$$\sqrt[3]{4} + \frac{4}{-\sqrt[3]{4}} = -\frac{\sqrt[3]{4}}{2} + \frac{4}{-\sqrt[3]{4}} = -2\sqrt[3]{4} + \frac{4}{-\sqrt[3]{4}} = -2\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{4} = -3\sqrt[3]{4}.$$

Ответ: $\sqrt[3]{64}$

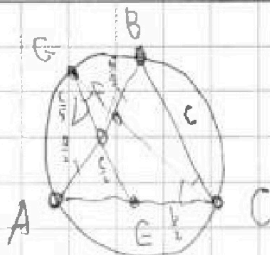
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$S_{\triangle BCF} = 25, S_{\triangle DGF}$$

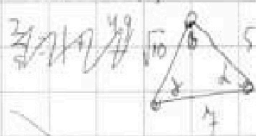
$$\angle A, \angle B, \angle C = ?$$

Ура (V)

$$\frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{c}{5} \cdot \frac{c}{5}$$

$$a = c \sqrt{\frac{2}{5}}$$

$$b = c + \frac{2c}{5} = \frac{7c}{5}$$



$$10 = 25 + 49 - 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \cos \alpha = 44 - 70 \cos \alpha$$

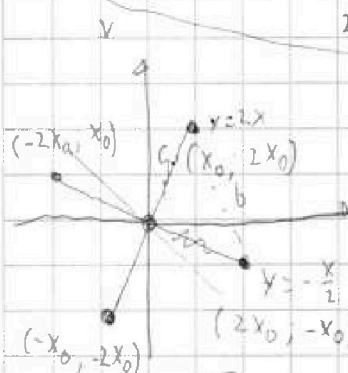
$$49 = 25 + 10 - 2 \cdot 5 \cdot \sqrt{10} \cdot \cos \beta = 35 - 10\sqrt{10} \cos \beta$$

$$25 = 10 + 49 - 2 \cdot \sqrt{10} \cdot 7 \cdot \cos \gamma = 59 - 14\sqrt{10} \cos \gamma$$

$$\cos \alpha = \frac{64}{70} = \frac{32}{35}$$

$$\cos \beta = \frac{14}{10\sqrt{10}} = -\frac{7}{5\sqrt{10}}$$

$$\cos \gamma = \frac{34}{14\sqrt{10}} = \frac{17}{7\sqrt{10}}$$



$$\begin{cases} 2x_0 = -x_0^5 + ax_0 \\ -x_0 = -32x_0^5 + 2ax_0 \\ 2x_0 = 1x_0^5 - ax_0 \\ x_0 = 32x_0^5 - 2ax_0 \end{cases}$$

$$x_0^4 = a - 2$$

$$32x_0^4 = 2a + 1$$

$$x_0 = \frac{1}{\sqrt[4]{6}}; b = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt[4]{6}} \sqrt{2}$$

Ответ: $2\frac{1}{6}, \frac{15}{\sqrt{6}}, \sqrt{2}$
(V)

$$a + \frac{4}{b} = b + \frac{4}{c} = c + \frac{4}{a}$$

$$a^2bc + 4ac = ab^2c + 4ab = abc^2 + 4bc$$

$$abc + 4c = b^2c + 4b = bc^2 + \frac{4bc}{a}$$

$$abc + 4a = a^2c + 4c = a^2c + \frac{4ac}{b}$$

$$abc + 4b = a^2b + 4a = ab^2 + \frac{4ab}{c}$$

$$3abc + 4(a+b+c) = a^2b + ac^2 + b^2c + 4(a+b+c) = ab^2 + a^2c + bc^2 + 4(\frac{bc}{a} + \frac{ac}{b} + \frac{ab}{c})$$

$$a^2b + ac^2 + b^2c = ab(\frac{4}{b}) + ac(\frac{4}{c}) = ab(\frac{4}{b} + \frac{4}{c}) + bc(\frac{4}{c} + \frac{4}{a}) =$$

$$abc = \frac{a^2b + ac^2 + b^2c}{3} + bc(\frac{4}{b} + \frac{4}{c}) = (a + \frac{4}{b})(ab + ac + bc)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$|x^3 - 9| + |x^2 - 1| \leq |x^3 + x^2 - 8|$ $\Leftrightarrow x \in (-\infty, -1] \cup [1, 9]$
 $|x| \geq \sqrt[3]{9}$ $x^3 - x^2 - 8 \geq 0$
 $x^3 + 9 + x^2 - 1 \leq x^3 + x^2 - 8$
 $2x^2 \leq 2$ $x \in [-1, 1]$ против.
 $|x| \geq \sqrt[3]{9}$ $x^3 - x^2 - 8 \leq 0$ $x = \sqrt[3]{9}$ $x \in (-\infty, -\sqrt[3]{9}]$
 $x^3 - 9 + x^2 - 1 \leq -x^3 + x^2 + 8$
 $2x^3 \leq 18$ $x \leq \sqrt[3]{9}$
 $|x| < \sqrt[3]{9}$ $|x| \geq 1$ $x^3 - x^2 - 8 \geq 0$
 $-x^3 + 9 + x^2 - 1 \leq x^3 - x^2 - 8$
 $16 + 2x^2 \leq 2x^3$
 $x^3 - x^2 - 8 \geq 0$
 $|x| < \sqrt[3]{9}$ $|x| \geq 1$ $x^3 - x^2 - 8 \leq 0$
 $-x^3 + 9 + x^2 - 1 \leq -x^3 + x^2 + 8$
 $8 \leq 8$
 $|x| < \sqrt[3]{9}$ $|x| < 1$ $x^3 - x^2 - 8 \geq 0$
 $-x^3 + 9 - x^2 + 1 \leq x^3 - x^2 - 8$
 $18 \leq 2x^3$
 $9 \leq x^3$ $|x| \geq \sqrt[3]{9}$
 $|x| < \sqrt[3]{9}$ $|x| \geq 1$ $x^3 - x^2 - 8 \leq 0$
 $-x^3 + 9 - x^2 + 1 \leq -x^3 + x^2 + 8$
 $2 \leq 2x^2$
 $|x| \geq 1$ против. против.
 $x^2(y-3) - x(11y-34) + 32y - 101 = 0$
 $D = (11y-34)^2 - 4(y-3)(32y-101) =$
 $= 121y^2 - 748y + 1156 - 4(32y^2 - 101y - 96y + 303) =$
 $= 137y^2 - 748y + 1156 - 128y^2 + 1904y - 1212 =$
 $= -4y^2 + 40y - 56 \geq 0$
 $11y - 34 \pm \sqrt{-4y^2 + 40y - 56}$
 $2(y-3)$
 $2 + \frac{6 \pm \sqrt{6}}{7} = \frac{20 \pm \sqrt{6}}{7} - \frac{40 \pm \sqrt{6}}{14} \leq y \leq \frac{40 \pm \sqrt{6}}{14} = \frac{20 \pm \sqrt{6}}{7}$
 $y = 3 + \text{линейное } y \in \mathbb{R}$
 $-4y^2 + 40y - 56 = -4 \cdot 9 + 40 \cdot 3 - 56 = 120 - 56 - 63 = 120 - 119 = 1$ Ответ: (5; 3)
 $x = \frac{32 \cdot 3 - 101}{11 \cdot 3 - 34} = \frac{101 - 32 \cdot 3}{101 - 96} = 5$ (III)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

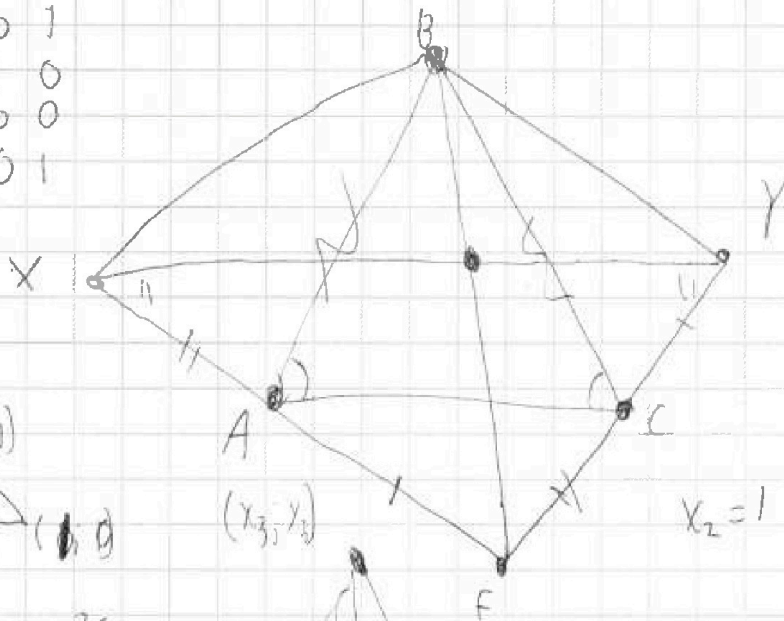
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



0 1
1 0
0 0
0 1



x_3, y_3

$x_2, 0$

0 0

x_1, y_1

x_3, y_3

$(0, 1)$

$(0, 0)$

(x_3, y_3)

$x_2 = 1, y_2 = 0$

$$\begin{aligned} x_3 + y_3 &= 1 \\ x_2 + y_2 &= 1 \\ x_1 + y_1 &= 1 \end{aligned}$$

36

(x_1, y_1)

(x_2, y_2)

$$\left(\frac{x_1}{\lambda+1}, \frac{y_1}{\lambda+1}\right) = \left(\frac{x_1}{\lambda+1}, \frac{y_1}{\lambda+1}\right)$$

$$\left(\frac{x_2 \lambda}{\lambda+1}, \frac{y_2 \lambda}{\lambda+1}\right) = \left(\frac{\lambda}{\lambda+1}, 0\right)$$

$$(x_1 - 1)^2 + y_1^2 = 36^2$$

$$\frac{25}{\lambda+1} = C(h + (36+h)(19-C)) - C(36-h) - h(19-C)$$

11

$$(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = 36^2$$

$$= 36h + 36 \cdot 19 - 36 \cdot C - 19 \cdot h + hC - 36C + hC - 19h + 19C$$

$$= 4Cm$$

$$x_3^2 + y_3^2 = 19^2$$

$$\frac{x_1 y_3 - x_3 y_2 - y_1 x_3}{2}$$

x_{avg}

$$\left(x_3 - \frac{x_1}{\lambda+1}\right)^2 + \left(y_3 - \frac{y_1}{\lambda+1}\right)^2 = \left(x_3 - \frac{\lambda}{\lambda+1}\right)^2 + y_3^2$$

$$(x_3 \lambda + x_3 - x_1)^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a + \frac{4}{b} = b + \frac{4}{c} = c + \frac{4}{a}$$

$$abc = k$$

$$c = \frac{k}{ab}$$

$$1) k^2 = 4ab$$

$$a + \frac{4}{b} = b + \frac{4ab}{k} = \frac{k}{ab} + \frac{4}{a}$$

$$k(k^2 - 4 \cdot 11) = a^3(k^2 - 4 \cdot 11)$$

$$a^3 = k$$

$$1) a + \frac{4}{b} = \frac{k}{ab} + \frac{4}{a}$$

$$a^2b + 4a = k + 4b$$

$$\sqrt{4} + \frac{4}{\sqrt{4}} = -\frac{\sqrt{4}}{2} + \frac{4}{2\sqrt{4}}$$

$$a + \frac{4}{b} = b + \frac{4ab}{a^3} = \frac{a^3}{ab} + \frac{4}{a}$$

$$a^2b + 4a = k + 4b$$

$$a^2b + 4a = k + 4b$$

$$a + \frac{4}{b} = b + \frac{4b}{a^2} = \frac{a^2}{b} + \frac{4}{a}$$

$$b = \frac{k - 4a}{a^2 - 4}$$

$$a^2 = \frac{k + 4b - 4a}{b} = 4 + \frac{k - 4a}{b}$$

$$2) a^2 = 4$$

$$k = (\sqrt{4})^3 = \sqrt{4}^3$$

$$ab + 4 = b^2 + \frac{4b^2}{a^2} = a^2 + \frac{4b^2}{a^2}$$

$$2) a + \frac{4ab}{k} = \frac{k}{ab} + \frac{4}{a} \Rightarrow (a^2 - 4) \frac{1}{a} b = b(a - \frac{4}{a}) = a^2 - 4$$

$$ab^2 + \frac{4ab^2}{k} = k + 4b$$

$$a = b$$

$$a = b = c$$

$$a = b = c$$

$$b^2(1 + \frac{4}{a^2}) = 4 + ab$$

$$S: k = \sqrt{4^3}$$

$$c = -2\sqrt{4}$$

$$a = \sqrt{4}$$

$$a + \frac{4}{b} = 2b + \frac{4}{b} = \frac{4}{b} + \frac{4}{a}$$

$$2b^2 = \sqrt{4}b + 4$$

$$2b^2 - \sqrt{4}b - 4 = 0$$

$$b = 4 + 4 \cdot 2 \cdot 4 = 9 \cdot 4$$

$$b = \frac{\sqrt{4} \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 2 \cdot 4}}{2}$$

$$2b^2 = ab + 4$$

$$2b^2 - ab - 4 = 0$$

$$\Delta = a^2 + 4 \cdot 2 \cdot 4$$

$$(k - 4a)^2 (ak + 49) = k^2 (a^2 - 4)^2 + 49ab(a^2 - 4)^2$$

$$(k^2 - 14ak + 49a^2)(ak + 49) = a^4k^2 - 14a^2k^2 + 49k^2 + 49a(a^2k - 4k - 4a^3 + 49a)$$

$$ak^3 - 14a^2k^2 + 49a^3k + 49k^2 - 14 \cdot 49ak + 49a^2 = a^4k^2 - 14a^2k^2 + 49k^2 + 49a^4k - 49 \cdot 49a - 4 \cdot 49a^3 + 49a^2$$

$$ak^3 = a^4k^2 - 4 \cdot 49a^3 + 4 \cdot 49ak \Rightarrow k^3 = a^4k^2 - 4 \cdot 49a^3 + 4 \cdot 49ak$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

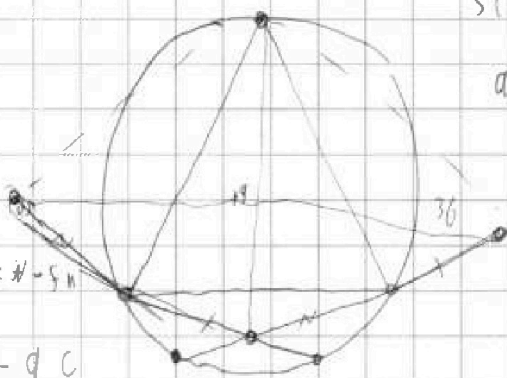
1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} 19-C \\ -19h+19h = 19-19h \\ 36-h \\ -36C+36h = -36C \end{aligned}$$



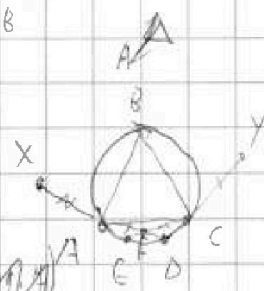
$$S(BXY) = 8$$

$$a^3(k^2-49\cdot 4) = k^3-7\cdot 49k$$

$$a^3=k$$

$$a^3=k$$

8



$$k^3 = a^3(k^2-49\cdot 4) + 7\cdot 49k$$

$$2S = \sin(x)CH + \sin(x)(19-C)(36-h) - 19(36-h)\sin x - (19-C)h\sin x$$

$$= \sin(x)[CH + (19-C)(36-h) - 19(36-h) - (19-C)h] =$$

$$= \sin(x)[CH + 19\cdot 36 - 19h + CH - 36C - 19\cdot 36 + 19h - 19h + CH = 6]$$

$$= \sin(x)[3CH - 19h - 36C] = \sin(x)[CH - 19C - 36h]$$

$$\Rightarrow S = 2 + 1 + 3$$

$$b + \frac{4ab}{k} = \frac{k}{ab} + \frac{4}{a}$$

$$ak + \frac{4}{b}k = 6k + 4ab$$

$$a^3b + 4a^2 = k + 4ab$$

$$b = \frac{ka - 4a^2}{a^3 - 4a} = \frac{k-4a}{a^2-4}$$

$$a^2 = \frac{k-4a}{6} + 4$$

$$\frac{k-4a}{6} = b + \frac{4ab}{a}$$

$$\begin{cases} a + \frac{4}{b} = 6 + \frac{4b}{a} \\ a + \frac{4}{b} = \frac{k}{ab} + \frac{4}{a} \end{cases}$$

$$b^2(ka + \frac{4k-49a}{6} + 49) = k^2 + 46k$$

$$k^2 + 4a^2 = ka + 4ab$$

$$b^2(k+4) = k^2 + 46k + 4ab$$

$$(k-4a^2)^2(k+4) = k^2(a^2-4) + 49a(a^2-4)(k-4a)$$

$$(k^2+49a^2-14ak)(k+4) = k^2(a^2+49-14a^2)+49a(a^2-4)(k-4a)$$

$$k^3a - 14\cdot 49ak = a^4k^2 - 49\cdot 4a^4 - 49\cdot 4ak$$

$$k^3a = a^4k^2 - 49\cdot 4a^4 + 4\cdot 49ak$$

$$k = \frac{b^2+14ab^2-a^3b-4a^2b}{7}$$

$$k = \frac{b^2+14b^2-b^2-4b}{7} = \frac{4b^2-b}{7}$$