



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 7



1. [4 балла] Решите уравнение

$$5 \operatorname{tg} 2x - 1 = \operatorname{tg} \left(x - \frac{3\pi}{4} \right).$$

2. [4 балла] Сколько существует троек целых чисел $(a; b; c)$ таких, что они образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию, а их произведение abc равно $2^{90} \cdot 19^{90}$?

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$\ln^2(x+3) - (x+2) \ln(3x+9) + (\ln 3) \ln(x+3) \geq 0.$$

4. [4 балла] На координатной плоскости нарисован квадрат, все вершины которого лежат на графике функции $y = \frac{x^3}{4} + ax$. Известно, что одна из диагоналей квадрата лежит на прямой $y = \frac{2x}{5}$, а центр совпадает с началом координат. Найдите значение параметра a и площадь квадрата.

5. [6 баллов] Вокруг треугольника ABC описана окружность Ω . Точки D и E – середины сторон AC и AB соответственно, CF – биссектриса треугольника ABC . Лучи DE и CF пересекаются в точке G , принадлежащей Ω . Найдите углы треугольника ABC , если известно, что $\frac{CF}{DF} = \frac{2}{11}$.

6. [5 баллов] Числа x , y и z не все равны между собой, и при этом

$$x^3 + \frac{6}{y^3} = y^3 + \frac{6}{z^3} = z^3 + \frac{6}{x^3}.$$

Найдите минимально возможное значение произведения $x y z$.

7. [6 баллов] В основании четырёхугольной пирамиды $SABCD$ лежит четырёхугольник $ABCD$, в котором $AB = BC = 5$, $AD = DC = \sqrt{10}$, $AC = 2\sqrt{5}$. Ребро SD – высота пирамиды. Известно, что $SA + SB = 5 + 2\sqrt{5}$. Найдите:

а) объём пирамиды;

б) радиус шара, касающегося граней $ABCD$, SAB , SBC и ребра SD .

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Проверка:

$$5 + \lg 2x - 1 = \lg \left(x - \frac{3\sqrt{5}}{5} \right)$$

$$\lg^3 x - \lg^2 x - \lg x - 1 = 0$$

$$5 \cdot \frac{2 + \lg x}{1 - \lg^2 x} = \frac{\sin x + \cos x}{-\sin x + \cos x} = \frac{\lg x + 1}{-\lg x + 1}$$

$$5 \cdot \frac{2 + \frac{1}{5}}{1 - \frac{1}{16}} = \frac{\frac{1}{5} + 1}{\frac{1}{5} - 1} \quad \lg x = 1$$

$$5 \cdot \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{16}} = \frac{\frac{1}{2} + 1}{\frac{1}{2} - 1}$$

$$\left(1 - \frac{1}{9}\right) \left(1 + \frac{1}{9}\right) \quad t = \lg x$$

$$\frac{5 \cdot 2t}{(1-t)(1+t)} = \frac{t+1}{1-t} \Rightarrow 10t = (t+1)^2$$

$$10t = t^2 + 2t + 1$$

$$t^2 - 8t + 1 = 0$$

$$t = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 4}}{2} = 4 \pm \sqrt{15}$$

$$= x = \arctg (4 \pm \sqrt{15}) + 2\pi k$$

$$x \neq \arctg (4 \pm \sqrt{15}) + 2\pi k$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\tan\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) = \frac{\sin\left(x - \frac{3\pi}{4}\right)}{\cos\left(x - \frac{3\pi}{4}\right)} =$$

$$= \frac{\sin x \cos \frac{3\pi}{4} - \sin \frac{3\pi}{4} \cos x}{\cos x \cos \frac{3\pi}{4} + \sin x \sin \frac{3\pi}{4}}$$

$$\sin \frac{3\pi}{4} = a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos \frac{3\pi}{4} = -a$$

$$(a \neq 0)$$

$$\tan\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) = \frac{-a \sin x - a \cos x}{-a \cos x + a \sin x} = \frac{-\sin x - \cos x}{-\cos x + \sin x} =$$

$$(или \sin x + \cos x \neq 0)$$

$$= \frac{\sin x + \cos x}{-\sin x + \cos x} = \frac{\sin^2 x + (\sin x + \cos x)^2}{-(\sin x - \cos x)(\sin x + \cos x)} =$$

$$= \frac{1 + 2 \sin x \cos x}{\sin^2 x + \cos^2 x} = \frac{1 + \sin 2x}{1 + \cos 2x}$$

$$Пусть a = \sin 2x$$

$$b = \cos 2x$$

тогда исходное уравнение превратится в:

$$5 \cdot \frac{a}{b} - 1 = \frac{1+a}{1+b}$$

$$5a - b = 1 + a$$

$$a = 2 \sin x \cos x \quad b = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$1 = \sin^2 x + \cos^2 x$$

$$2 \sin x \cos x - \cos^2 x + \sin^2 x = -(\sin^2 x - \cos^2 x) - 2 \sin x \cos x$$

$$2 \sin x \cos x = 2 \sin^2 x$$

$$\begin{cases} \sin x = 0 & \cos x \neq 0 \end{cases} \rightarrow \text{не подходит} \quad \text{или} \quad \begin{cases} \cos x = 0 & \sin x \neq 0 \end{cases} \rightarrow \text{не подходит}$$

$$1 + b = 1 + \frac{1}{4}$$

ОДЗ

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пусть a, av, av^2 — члены нашей прогрессии — (в — не имеет ничего общего с v из условия)
линейной прогрессии. a — по условию целое.

Рациональные функции

1) v — целое

т.к. $av \in \mathbb{Z} \wedge a \in \mathbb{Z} \wedge a \neq 0 \Rightarrow v \in \mathbb{Q}$

Пусть $a: p$ $p \neq 2 \wedge p \neq 19$. Тогда т.к. a, av, av^2 —
% p v должно содержать в знаменателе p .

Пусть $v = \frac{q}{r}$ $\text{НОД}(q, r) = 1$ $q \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{N}$

т.к. $av \in \mathbb{Z}$ $\deg_p(a) > \deg_p(r)$ $av^2 \in \mathbb{Z} \Rightarrow \deg_p(a) > \deg_p(r^2) =$
 $\Rightarrow \deg_p(a - av - av^2) = 3\deg_p(a) - 3\deg_p(r) > 0$ — противоречие
 ≈ 240

т.к. $2^{90} \cdot 19^{90} \% p$ ($p \neq 2 \wedge p \neq 19$) $\Rightarrow a = 2^x \cdot 19^y \neq 0$

$\Rightarrow q = 2^x \cdot 19^y$ и r

Рассмотрим случаи: или $q \not\equiv 2$ и $r \not\equiv 2$

а) 1) $q \not\equiv 2$ тогда $r \not\equiv 2$ т.к. $\forall \text{НОД}(q, r) = 1$. Пусть $x = \deg_2(a)$
 $y = \deg_2(q)$, $\deg_2(a - av - av^2) = 3\deg_2(a) + 3\deg_2(q) =$
 $= 3x + 3y = 90 \Rightarrow x + y = 30$ т.к. $x \in \{0, 1, \dots, 30\}$ найдем
и $y \in \{0, 1, \dots, 30\}$ найдем 31 пар (x, y) — пар

2) $r \not\equiv 2$ тогда $q \not\equiv 2$. Пусть $x = \deg_2(a)$ $y = \deg_2(r)$

т.к. $\begin{cases} av \in \mathbb{Z} \Rightarrow x > y \Leftrightarrow x > 2y \\ av^2 \in \mathbb{Z} \Rightarrow x > 2y \end{cases}$

$\deg_2(a - av - av^2) = 3x - 3y = 90 \Rightarrow x - y = 30$

т.к. $x > 2y$ $x - y > y \Rightarrow 30 > y$

Получаем, что $y \in \{1, 2, \dots, 29, 30\}$. Для каждого
 y — найдем $x = 30 + y \Rightarrow$ Получаем 30 пар (x, y)
пар.

или также пар. или $q \not\equiv 19$ и $r \not\equiv 19$

б) 1) $q \not\equiv 19$ тогда $r \not\equiv 19$. Пусть $x = \deg_{19}(a)$ $y = \deg_{19}(q)$
 $\deg_{19}(a - av - av^2) = 3x - 3y$

Абсолютно аналогично получаем, что y может
быть 31 случай когда $q \not\equiv 19$ и $r \not\equiv 19$ или $q \not\equiv 19$ и $r \not\equiv 19$
и 30 случаев, когда $q \not\equiv 19$ и $r \not\equiv 19$ (просто во всех
правильно рассуждений нужно 2 значения на 19)



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐

2 ☒

3 ☐

4 ☐

5 ☐

6 ☐

7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Итого получаем: $(31+30)(31+30)=61^2$ способов
разложить на множители 2 и 19 между a и b
получим 61^2 пар a и b — есть 61^2 пар
натуральных чисел (a, ab, ab^2) . Каждой
такой тройке мы можем сопоставить
тройку $(-a, ab, -ab^2)$ и наоборот. $\Rightarrow$

Всего натуральных троек будет $2 \cdot 61^2$
будет: $2 \cdot 61^2$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\ln^2(x+3) - (x+2) \ln(3x+9) + \ln(3) \cdot \ln(x+3)$
Пусть $a = x+3$, Тогда выражение переписывается как:

$$\begin{aligned} & \ln^2 a - (a-1)(\ln 3 + \ln a) + \ln 3 \cdot \ln a = \\ & = \ln^2 a - a \ln 3 - a \ln a + \ln 3 \cdot \ln a + (\ln 3 + \ln a) = \\ & = \ln a (\ln a - a) + \ln 3 (\ln a - a) + (\ln 3 + \ln a) = \\ & = (\ln a - a)(\ln a + \ln 3) + (\ln 3 + \ln a) = \\ & = (\ln a + \ln 3)(\ln a - a + 1) \quad \text{где } a > 0 \end{aligned}$$

$\ln a + \ln 3 = 0$ $\ln a$ — монотонная ф-ция $\ln 3$ — const
 $\Rightarrow \ln a + \ln 3$ — монотонная $\Rightarrow$ есть не более одного корня. Он достигается, подставляем $a = \frac{1}{3}$

$$\ln a - a + 1 = 0 \quad \ln a \neq a - 1$$

$$(\ln a)' = \frac{1}{a} - (\ln 1)' = 1 \Rightarrow \text{касательная}$$

к $\ln a$ в точке $(1, \ln a) = (1, 0)$ имеет уравнение $y = x - 1$. Но $a - 1$ проходит через $(1, 0)$ и имеет уравнение $y = x - 1$. $\Rightarrow a - 1$ — касательная к $\ln a$ $(\ln a)'' = -a^{-2} < 0$ (при $a > 0$) $\Rightarrow$ выпуклая

$\Rightarrow$ касательная больше не пересечет $\ln a$ иначе означало бы $\ln a = a - 1$ имеет ровно один корень, $a = 1$

Вспомогательная таблица интервалов



Решение: $a = 1$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

По условию $\begin{cases} 0 < \alpha \leq \frac{1}{3} \\ \alpha = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < x \leq -2\frac{2}{3} \\ x = -2 \end{cases}$

Ответ: $x \in (-3; -2\frac{2}{3}] \cup \{-2\}$

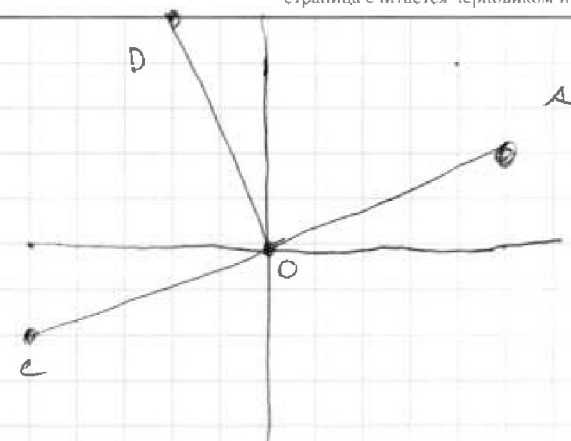
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МОТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) Пусть A, C - точки квадрата
лежащие на одной прямой прямой $y = \frac{2x}{5}$
 A, C - симметричны относительно центра
квадрата $\Rightarrow A = (5x_0, 2y_0) \quad C = (-5x_0, -2y_0)$

$$y_0 \neq 0, \quad 2y_0 = \frac{2 \cdot 5x_0}{5} \Rightarrow y_0 = x_0$$

и $OD \perp AC$

$$OD \perp CA \Rightarrow OD \in \text{прямой } D = (-2x_0, 5x_0)$$

$$\text{т.к. } A \in \frac{x^3}{4} + ax \Rightarrow \begin{cases} \frac{125x_0^3}{4} + a \cdot 5x_0 = 2x_0 \\ D \in \frac{x^3}{4} + ax \Rightarrow \begin{cases} -\frac{8x_0^3}{4} + a \cdot 2x_0 = 5x_0 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{250x_0^3}{4} + 10ax_0 = 9x_0 (*) \\ -\frac{40x_0^3}{4} - 10ax_0 = 25x_0 \end{cases} \Rightarrow \frac{210x_0^3}{4} = 29x_0$$

(x_0 - очевидно не равно 0)

$$210x_0^2 = 29 \cdot 4$$

$$x_0 = \pm \sqrt{\frac{29 \cdot 4}{210}}$$

подставим в (*)

$$\frac{250 \cdot \frac{29 \cdot 4}{210} x_0}{4} + 10ax_0 = 9x_0 \Rightarrow \frac{25 \cdot 29}{21} + 10a = 9$$

$$a = \frac{9}{10} - \frac{25 \cdot 29}{210}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~Дано~~ ~~AD =~~ ~~AD~~ по м. Параллелограмма

$$S = AD^2 = (5x_0 + 2x_0)^2 + (2x_0 - 5x_0)^2 = (4x_0)^2 + (3x_0)^2 =$$
$$= 49x_0^2 + 9x_0^2 = 58x_0^2 = 58 \cdot \frac{29.4}{210}$$

Ответ: $\alpha = \frac{4}{10} = \frac{25.29}{210}$

$$S = 58 \cdot \frac{29.4}{210}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin \beta = \sqrt{1 - \cos^2 \beta} \quad (\text{м.к. } \beta < \frac{\pi}{2}) = \sqrt{1 - \frac{\cos^2 \alpha}{121}} =$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{121 - \cos^2 \alpha}}{11}$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}}}{\cos \alpha} \quad (\text{м.к. } \alpha < \frac{\pi}{2})$$

$$\frac{AF}{FB} = 1 + 11 \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{\sqrt{121 - \cos^2 \alpha}}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}}} = \frac{\sqrt{121 - \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}}}{\sqrt{1 - \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}}}$$

~~НУЖНО ДАВАТЬ~~

~~ВЕРНУТЬСЯ~~

$$\text{м.к.} \quad \frac{AF}{FB} = \frac{1}{\cos 2\alpha}$$

$$\frac{242 - 1 - \cos 2\alpha}{1 - \cos 2\alpha} = \frac{1}{\cos^3 2\alpha} \quad (\text{мы нашли косинусов})$$

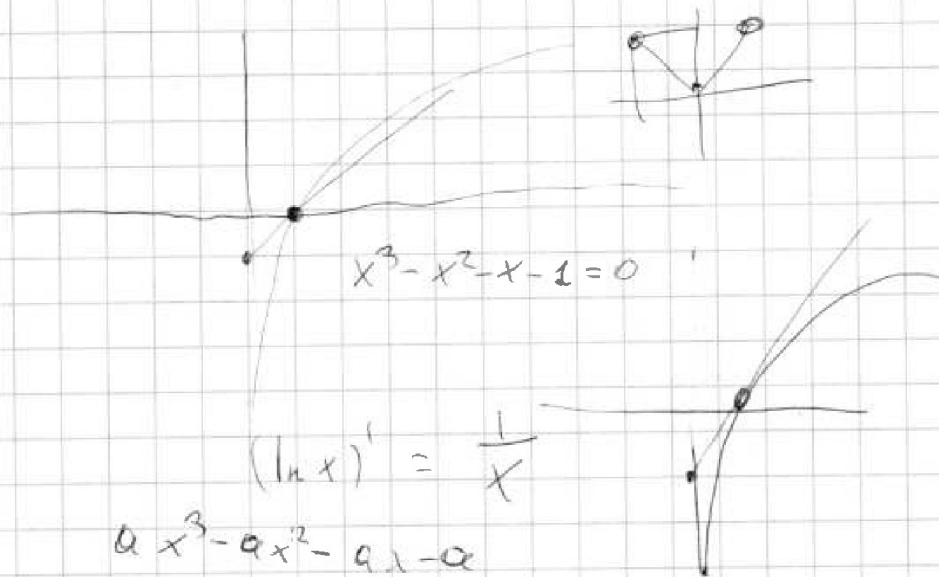
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{a \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x}$$

$$a x^3 - a x^2 - a x - a$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$\sin\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) = \sin x \cos \frac{3\pi}{4} - \sin \frac{3\pi}{4} \cos x =$$

$$\cos\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) = \cos x \cos \frac{3\pi}{4} + \sin x \sin \frac{3\pi}{4}$$

$$= \frac{\operatorname{tg} x \cos \frac{3\pi}{4} - \sin \frac{3\pi}{4}}{\cos \frac{3\pi}{4} + \operatorname{tg} x \sin \frac{3\pi}{4}}$$

$$a \operatorname{tg}^2 x \sin \frac{3\pi}{4} = \left(\operatorname{tg} x \cos \frac{3\pi}{4} - \sin \frac{3\pi}{4}\right)(1 - \operatorname{tg}^2 x)$$

$$\sin \frac{3\pi}{4} = a \quad \cos \frac{3\pi}{4} = -a$$

$$2a \operatorname{tg}^2 x = -(a \operatorname{tg} x + a)(1 - \operatorname{tg}^2 x) =$$

$$= -(a \operatorname{tg} x - a \operatorname{tg}^3 x + a - a \operatorname{tg}^2 x)$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x +$$

$$a \operatorname{tg}^3 x = -a \operatorname{tg}^2 x - a \operatorname{tg} x - a$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a^2 \ln^2(x+3) - (x+3)(\ln 3 + \ln(x+3)) + \ln(3) \ln(x+3)$$

$$a \quad ab \quad ab^2 \quad \ln a = a - 1$$

$$e^{a-1} = a$$

$$a^3 b^3 = 2^{90} \cdot 19^{90}$$

$$\frac{3 \sin 2x}{\cos 2x} = \frac{2 \sin x \cos x}{\cos^2 x - \sin^2 x} - a = 2^{500}$$

$$= \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$$

$$b = 2^{-150}$$

$$a = \frac{1}{3}$$

$$1) \quad p_a, \quad p_b$$

$$\ln(a) + \ln 3 = 0$$

$$3p_a + 3p_b = 90$$

$$p_a + p_b = 30 \rightarrow 30 \text{ вариантов}$$

$$2) \quad p_a;$$

$$\frac{1}{x} \quad x^{-1} = x^{-2}$$

$$p_a \quad p_a - p_b \geq 0$$

$$p_a - 2p_b \geq 0$$

$$3p_a - 3p_b = 90$$

$$p_a - p_b = 30$$

$$x^2 \ln^2 a - a \ln 3 - a \ln a + \ln 3 \cdot \ln a$$

$$\ln a (\ln a - a) + \ln 3 (\ln a - a) =$$

$$= (\ln a - a) (\ln a + \ln 3) \geq 0$$

$$\ln^2(a) - (a-1)(\ln 3 + \ln a) + \ln 3 \cdot \ln a$$

$$\ln^2(a) - a \ln 3 + \ln 3 - a \ln a + \ln 3 \cdot \ln a$$

$$\begin{array}{r} 2a \\ (1-a)(1+a) \\ \hline 1-a+1 \\ \hline a+1 \\ \hline 2a \\ (a+1)^2 \\ \hline a^2+2a+1 \\ \hline a^2-1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \hline 216 - 36 - 6 = 1 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$20.5 \sin x \cos x =$$

$$50 - 0 = -100$$

$$50 \cdot \frac{a}{1+a} = 1 - \frac{a}{1+a}$$

$$= \sin^2$$

$$= \frac{-a \sin x - a \cos x}{\sin x + \cos x} = \frac{-a \cos x + a \sin x}{\sin x + \cos x}$$

$$= \frac{10 \sin x \cos x - 1 + \sin^2 x}{\sin x \cos x - \sin^2 x - \sin x \cos x + \sin^2 x} = \frac{10 \sin x \cos x - 1 + \sin^2 x}{\sin^2 x - \sin x \cos x}$$

$$35 \quad 7 \cdot 5 \cdot 1$$

$$1 = (1-x)(1+x+x^2)$$

$$1 = (1+x+x^2)(1-x) = 1 - x^3$$

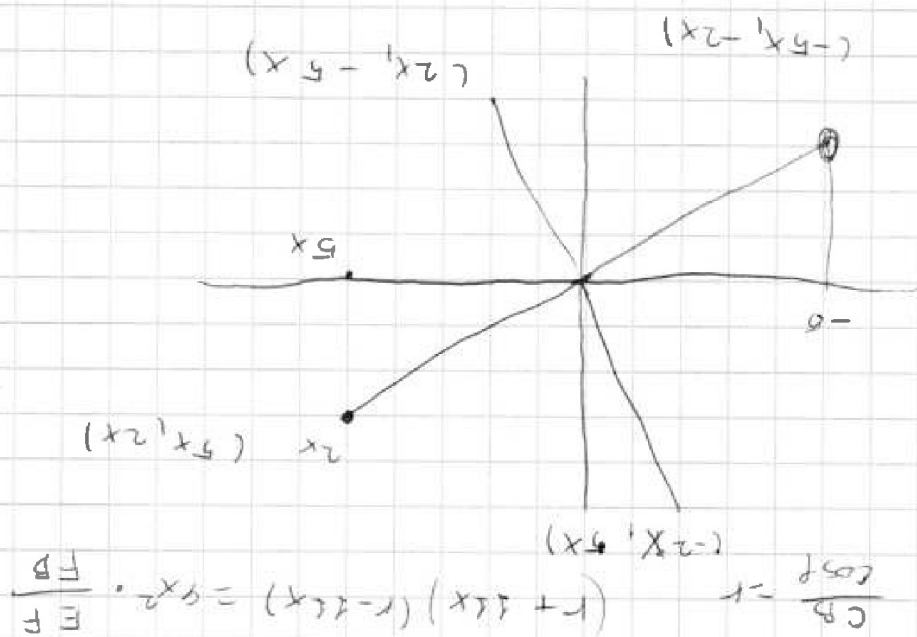
$$x^3 - x^2 - x + 1 = 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$A \times B = \frac{|A| \times |B|}{|A \cap B|}$$

$$\frac{\sqrt{F_B}}{\sqrt{F_C}} = \frac{M_F}{F_C} = \frac{M_F}{F_B} \cdot 2x$$

$$x_2 = \frac{s}{\begin{vmatrix} x & 1 \\ 1 & x \end{vmatrix}} \quad 0 = 1 + x + x^2(1 - 2 \cdot 1 \cdot 1) + x^3$$

$$-x^3 + (12 \cdot 2 - 1)x^2 + x - 1 = 0$$

$$(12102-1-x)(x^2-x-1) = 12543$$

$$x_5 = 10 + \frac{6}{x_8}$$

$$\frac{T_{2500}}{1} = \frac{T_{2500} - 1 - 2}{T_{2500} - 1 - 20101}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



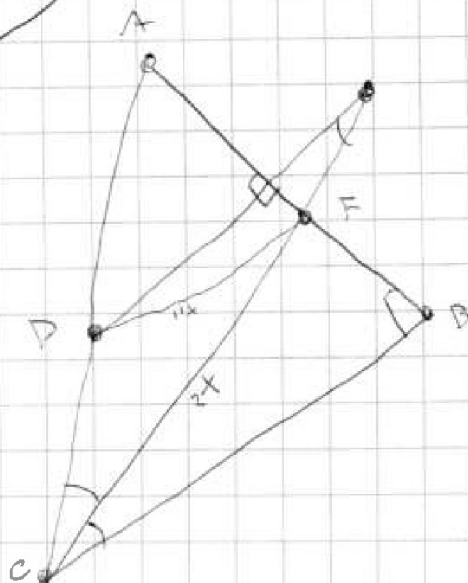
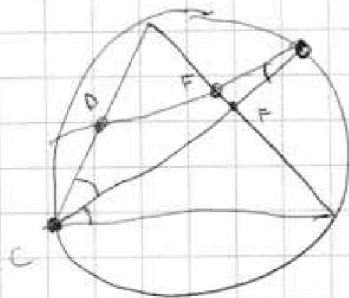
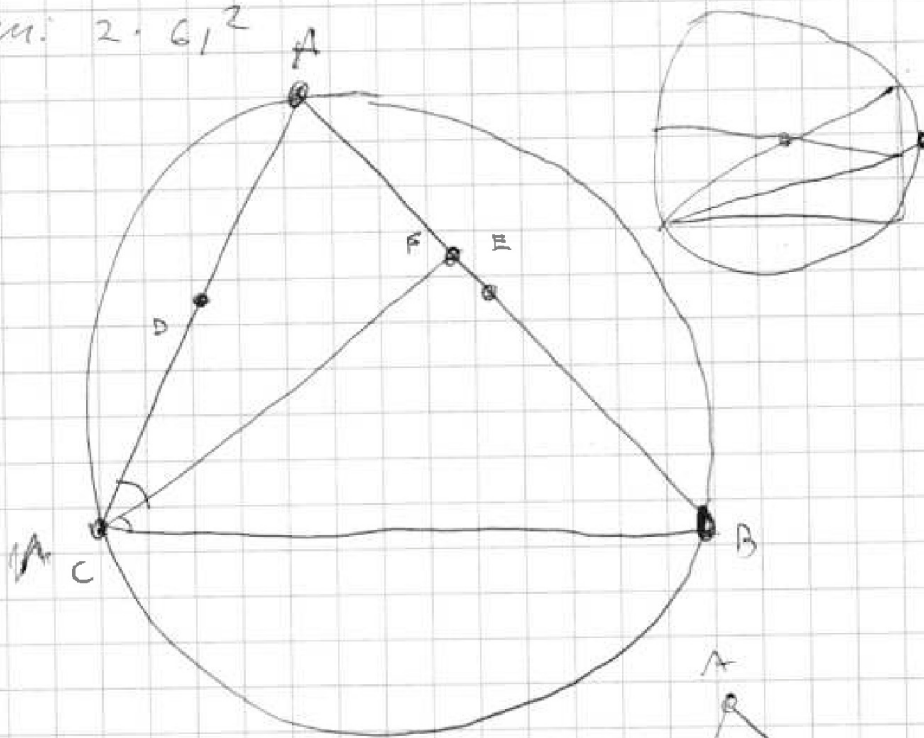
Итого получаем:

$$30 \cdot 30 \cdot 31 \cdot 31 + 30 \cdot (31 + 30) \cdot (31 + 30) = 61^2 \text{ см}^2$$

триада натуральных чисел (a, ab, ab^2) такая, что $a \cdot ab \cdot ab^2 = 2^{90} \cdot 1590$, но в задании требуется найти про крайние члены триады. Поэтому правильный ответ $2 \cdot 61^2$ т.е. каждой крайней

(a, ab, ab^2) соответствует крайняя $(-a, ab, -ab^2)$

Ответ: $2 \cdot 61^2$



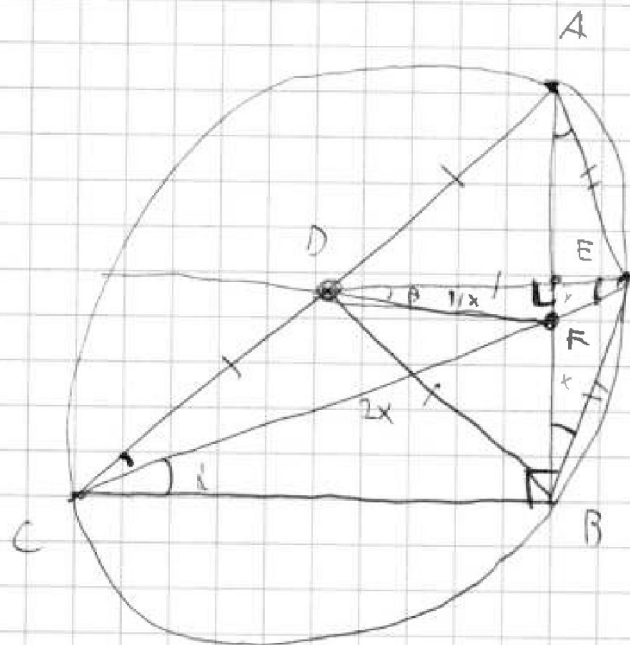
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sin \beta$$

$$\sin \beta = \sqrt{1 - \cos^2 \beta} =$$

$$= \sqrt{1 - \frac{\cos^2 \alpha}{121}} =$$

$$= \frac{\sqrt{121 - \cos^2 \alpha}}{11}$$

$$\cos \beta = \frac{\cos \alpha}{11}$$

$$\frac{1}{\cos \beta} = \frac{CB}{2x} = \cos \beta$$

$$\frac{1}{\cos 2\alpha}$$

$$BF = CB \cdot \tan \alpha$$

$$= 2x \cdot \sin \beta$$

$$\frac{CB}{2x} = \cos \alpha$$

$$FE = \frac{CB}{2} \cdot \tan \beta$$

$$11x \cdot \sin \beta$$

$$1 + 2 \frac{y}{x} = \frac{1}{\cos 2\beta}$$

$$2 \cos^2 \alpha - 1 = \cos 2\alpha$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$$

$$\frac{x}{x+y}$$

$$\frac{x}{x+2y} = \frac{CB}{CA} = \cos 2\beta$$

$$x = 2x \cdot \sin \beta$$

$$1 + \frac{\sqrt{121 - \cos^2 \alpha}}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}} = \frac{1}{2 \cos^2 \alpha - 1}$$

$$y = 11x \cdot \sin \beta$$

$$1 + 2 \frac{y}{x} = 1 + 2 \left(\frac{11}{2} \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \right)$$