



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 7



1. [4 балла] Решите уравнение

$$5 \operatorname{tg} 2x - 1 = \operatorname{tg} \left( x - \frac{3\pi}{4} \right).$$

2. [4 балла] Сколько существует троек целых чисел  $(a; b; c)$  таких, что они образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию, а их произведение  $abc$  равно  $2^{90} \cdot 19^{90}$ ?

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$\ln^2(x+3) - (x+2)\ln(3x+9) + (\ln 3)\ln(x+3) \geq 0.$$

4. [4 балла] На координатной плоскости нарисован квадрат, все вершины которого лежат на графике функции  $y = \frac{x^3}{4} + ax$ . Известно, что одна из диагоналей квадрата лежит на прямой  $y = \frac{2x}{5}$ , а центр совпадает с началом координат. Найдите значение параметра  $a$  и площадь квадрата.

5. [6 баллов] Вокруг треугольника  $ABC$  описана окружность  $\Omega$ . Точки  $D$  и  $E$  – середины сторон  $AC$  и  $AB$  соответственно,  $CF$  – биссектриса треугольника  $ABC$ . Лучи  $DE$  и  $CF$  пересекаются в точке  $G$ , принадлежащей  $\Omega$ . Найдите углы треугольника  $ABC$ , если известно, что  $\frac{CF}{DF} = \frac{2}{11}$ .

6. [5 баллов] Числа  $x$ ,  $y$  и  $z$  не все равны между собой, и при этом

$$x^3 + \frac{6}{y^3} = y^3 + \frac{6}{z^3} = z^3 + \frac{6}{x^3}.$$

Найдите минимально возможное значение произведения  $xyz$ .

7. [6 баллов] В основании четырёхугольной пирамиды  $SABCD$  лежит четырёхугольник  $ABCD$ , в котором  $AB = BC = 5$ ,  $AD = DC = \sqrt{10}$ ,  $AC = 2\sqrt{5}$ . Ребро  $SD$  – высота пирамиды. Известно, что  $SA + SB = 5 + 2\sqrt{5}$ . Найдите:

а) объём пирамиды;

б) радиус шара, касающегося граней  $ABCD$ ,  $SAB$ ,  $SBC$  и ребра  $SD$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Проверка:

$$\tan 2x - 1 = \tan \left( x - \frac{3\pi}{4} \right)$$

$$\tan^3 x - \tan^2 x - \tan x - 1 = 0$$

$$\tan \cdot \frac{2 + \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{\sin x + \cos x}{-\sin x + \cos x} = \frac{\tan x + 1}{-\tan x + 1}$$

$$\tan \cdot \frac{2 + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{2} + 1}{-\frac{1}{2} + 1} \quad \tan x = t$$

$$\tan \cdot \frac{1}{2} = \frac{\frac{1}{2} + 1}{-\frac{1}{2} + 1}$$

$$\left(2 - \frac{1}{2}\right) \left(t + \frac{1}{2}\right) \quad t = \tan x$$

$$\tan \cdot 2t = \frac{t+1}{1-t} \Rightarrow 10t = (t+1)^2$$

$$10t = t^2 + 2t + 1$$

$$t^2 - 8t + 1 = 0$$

$$t = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 4}}{2} = 4 \pm \sqrt{15}$$

$$= x = \arctan(4 \pm \sqrt{15}) + 2\pi k$$

$$x \neq \arctan(4 \pm \sqrt{15}) + 2\pi k$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) &= \frac{\sin\left(x - \frac{3\pi}{4}\right)}{\cos\left(x - \frac{3\pi}{4}\right)} = \\ &= \frac{\sin x \cos \frac{3\pi}{4} - \sin \frac{3\pi}{4} \cos x}{\cos x \cos \frac{3\pi}{4} + \sin x \sin \frac{3\pi}{4}}. \end{aligned}$$

$\sin \frac{3\pi}{4} = a \Rightarrow$   
 $\Rightarrow \cos \frac{3\pi}{4} = -a$   
( $a \neq 0$ )

$$\operatorname{tg}\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) = \frac{-a \sin x - a \cos x}{-a \cos x + a \sin x} = \frac{-\sin x - \cos x}{-\cos x + \sin x} =$$

(при  $\sin x + \cos x \neq 0$ )

$$= \frac{\sin x + \cos x}{-\sin x + \cos x} = \frac{\sin^2 x + (\sin x + \cos x)^2}{-(\sin x - \cos x)(\sin x + \cos x)}$$

$$= \frac{1 + 2 \sin x \cos x}{\sin^2 x + \cos^2 x} = \frac{1 + \sin 2x}{1 + \cos 2x}$$

Пусть  $a = \sin 2x$ ,  $b = \cos 2x$

когда  $\sin x + \cos x \neq 0$  умножим числитель и знаменатель на  $\sin x + \cos x$

$$5 \cdot \frac{a}{b} - 1 = \frac{1+a}{1+b}$$

$$5a - b = 1 + a$$

$$\begin{aligned} a &= 2 \sin x \cos x & b &= \cos^2 x - \sin^2 x \\ 1 &= \sin^2 x + \cos^2 x \end{aligned}$$

$$2 \sin x \cos x - \cos^2 x + \sin^2 x = -\sin^2 x - \cos^2 x - 2 \sin x \cos x$$

$$2 \sin x \cos x = -2 \sin^2 x$$

$$\begin{cases} \sin x \neq 0 & \cos x \neq 0 \rightarrow \text{не выполняются} \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases} \quad \text{ОДЗ}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пусть  $a, av, av^2$  - члены нашей прогрессии -  
( $v$  - не имеет ничего общего с  $v$  из условия)  
рифмической прогрессии.  $a$  - по условию целое.

Рациональные числа

1)  $v$  - целое

т.к.  $av \in \mathbb{Z} \wedge a \in \mathbb{Z} \wedge a \neq 0 \Rightarrow v \in \mathbb{Q}$

Пусть  $a: p$   $p \neq 2 \wedge p \neq 19$ . Тогда т.к.  $a, av, av^2 -$   
 $\% p$   $v$  должно содержать  $v$  в знаменателе  $p$ .

Пусть  $v = \frac{q}{r}$   $\text{НОД}(q, r) = 1$   $q \in \mathbb{N}, r \in \mathbb{N}$

т.к.  $av \in \mathbb{Z} \Rightarrow \text{deg}_p(a) > \text{deg}_p(r)$   $av^2 \in \mathbb{Z} \Rightarrow \text{deg}_p(a) > \text{deg}_p(r^2) =$

$\Rightarrow \text{deg}_p(a - av - av^2) = 3 \text{deg}_p(a) - 3 \text{deg}_p(r) > 0$  - противоречие

т.к.  $2^{90} \cdot 19^{90} \% p$  ( $p \neq 2 \wedge p \neq 19$ )  $\Rightarrow a = 2^t \cdot 19^p \neq 0$

$\Rightarrow q = 2^t \cdot 19^p$   $r = 1$

Рассмотрим случаи: или  $q \nmid 2$  и  $r \nmid 2$

а) 1)  $q \nmid 2$  тогда  $r \nmid 2$  т.к.  $\forall \text{НОД}(q, r) = 1$ . Пусть  $x = \text{deg}_2(a)$

$y = \text{deg}_2(q)$ ,  $\text{deg}_2(a - av - av^2) = 3 \text{deg}_2(a) + 3 \text{deg}_2(q) =$

$= 3x + 3y = 90 \Rightarrow x + y = 30$  т.к.  $x \in \{0, 1, \dots, 30\}$  возможны

и  $y \in \{0, 1, \dots, 30\}$  возможны 31 возможных пар  $(x, y)$  - пар

2)  $r \nmid 2$  тогда  $q \nmid 2$ . Пусть  $x = \text{deg}_2(a)$   $y = \text{deg}_2(r)$

т.к.  $\begin{cases} av \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \geq y \Leftrightarrow x \geq 2y \\ av^2 \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \geq 2y \end{cases}$

$\text{deg}_2(a - av - av^2) = 3x - 3y = 90 \Rightarrow x - y = 30$

т.к.  $x \geq 2y$   $x - y \geq y \Rightarrow 30 \geq y$

Получаем, что  $y \in \{1, 2, \dots, 29, 30\}$ . Для каждого

$y$  - найдется  $x = 30 + y \Rightarrow$  Получаем 30 возможных пар.

или также можн. случай  $q \nmid 19$  и  $r \nmid 19$

б) 1)  $q \nmid 19$  тогда  $r \nmid 19$ . Пусть  $x = \text{deg}_{19}(a)$   $y = \text{deg}_{19}(q)$   
 $\text{deg}_{19}(a - av - av^2) = 3x - 3y$

Абсолютно точно аналогичные получаем, что  $y$  может  
иметь 31 значений тогда  $q \nmid 19$  и  $r \nmid 19$  или  $q \nmid 19$  и  $r \nmid 19$   
и 30 случаев, когда  $q \nmid 19$  и  $r \nmid 19$  (кратно во всем  
правильно рассуждений можно 2 значения на 19)



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Итого получаем:  $(31+30)(31+30) = 61^2$  способов  
разместить на множестве  $Z$  и  $19$  между  $a, b$  и  $c$   
можно  $61^2$  пар  $a$  и  $b$  можно  $61^2$  пар  
множественных множеств  $(a, ab, ab^2)$ . Каждой  
такой тройке так можно сопоставить  
тройку  $(-a, ab, -ab^2)$  и наоборот.  $\Rightarrow$

Всего парных множеств будет  $2 \cdot 61^2$   
будет  $2 \cdot 61^2$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\ln^2(x+3) - (x+2) \ln(3x+9) + \ln(3) \cdot \ln(x+3)$   
при  $x=6$   $a=x+3$ , тогда выражение переписывается  
как:

$$\begin{aligned} & \ln^2 a - (a-1) (\ln 3 + \ln a) + \ln 3 \cdot \ln a = \\ & = \ln^2 a - a \ln 3 - a \ln a + \ln 3 \cdot \ln a + (\ln 3 + \ln a) = \\ & = \ln a (\ln a - a) + \ln 3 (\ln a - a) + (\ln 3 + \ln a) = \\ & = (\ln a - a) (\ln a + \ln 3) + (\ln 3 + \ln a) = \\ & = (\ln a + \ln 3) (\ln a - a + 1) \quad \text{при } a > 0 \end{aligned}$$

$\ln a + \ln 3 = 0$   $\ln a$  - монотонная ф-ция  $\ln 3$  - const  
 $\Rightarrow \ln a + \ln 3$  - монотонна  $\Rightarrow$  есть не более одной  
корни. Он достигается, подставляем  $a = \frac{1}{3}$

$$\ln a - a + 1 = 0 \quad \ln a \neq a - 1$$

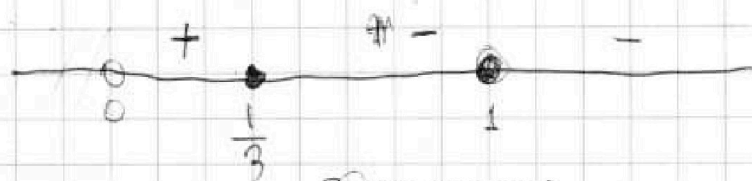
$$(\ln a)' = \frac{1}{a} - (\ln 1)' = 1 \Rightarrow \text{касательная}$$

к  $\ln a$  в точке  $(1, \ln a) = (1, 0)$  имеет уг-  
ловой коэф 1, но  $a-1$  проходит через  $(1, 0)$   
и имеет угловой коэф. 1  $\Rightarrow a-1$  - касательная

$$\text{к } \ln a \quad (\ln a)'' = -a^{-2} < 0 \quad (\text{при } a > 0) \Rightarrow \text{выпукла}$$

$\Rightarrow$  касательная больше не пересечет  $\ln a$   
иными словами  $\ln a = a - 1$  имеет ровно одну  
корень,  $a = 1$

Вспомогательная меморанд интервалов



Роль знака!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Получаем  $\begin{cases} 0 < \alpha \leq \frac{1}{3} \\ \alpha = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < x \leq -2\frac{2}{3} \\ x = -2 \end{cases}$

Ответ:  $x \in (-3; -2\frac{2}{3}] \cup \{-2\}$



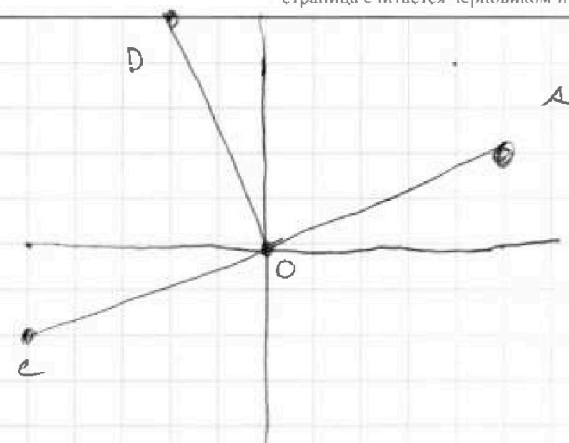
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) Пусть  $A, C$  - точки квадрата

лежащие на одной прямой прямой  $x = \frac{2x}{5}$

$A, C$  - симметричны относительно центра квадрата  $\Rightarrow A = (5x_0, 2y_0)$   $C = (-5x_0, -2y_0)$

$$x_0 \neq 2y_0 = \frac{2 \cdot 5x_0}{5} \Rightarrow y_0 = x_0$$

$DO \perp CA \Rightarrow DO \in$  прямой  $D = (-2x_0, 5x_0)$

$$\text{т.к. } A \in \frac{x^3}{9} + ax \Rightarrow \begin{cases} \frac{125x_0^3}{9} + a \cdot 5x_0 = 2x_0 \\ -\frac{8x_0^3}{9} + a \cdot 2x_0 = 5x_0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{250x_0^3}{9} + 10ax_0 = 4x_0 (*) \\ -\frac{40x_0^3}{9} - 10ax_0 = 25x_0 \end{cases} \Rightarrow \frac{210x_0^3}{9} = 29x_0$$

( $x_0$  - очевидно не равно 0)

$$210x_0^2 = 29 \cdot 9$$

$$x_0 = \frac{2 + \sqrt{29 \cdot 9}}{210}$$

подставим в (\*)

$$\frac{250 \cdot \frac{29 \cdot 9}{210} x_0}{9} + 10ax_0 = 4x_0 \Rightarrow \frac{25 \cdot 29}{24} + 10a = 4$$

$$a = \frac{4}{10} - \frac{25 \cdot 29}{210}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$D \in b$   $AD = AD$  по т. Пифагора

$$S = AD^2 = (5x_0 + 2x_0)^2 + (2x_0 - 5x_0)^2 = (4x_0)^2 + (3x_0)^2 =$$
$$= 49x_0^2 + 9x_0^2 = 58x_0^2 = 58 \cdot \frac{29.4}{210}$$

Ответ:  $\alpha = \frac{4}{10} = \frac{25.28}{210}$

$$S = 58 \cdot \frac{29.4}{210}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin \beta = \sqrt{1 - \cos^2 \beta} \quad (\text{м.к. } \beta < \frac{\pi}{2}) = \sqrt{\frac{1 - \cos^2 \beta}{121}} =$$

$$\frac{AF}{AB} = \frac{\sqrt{121 - \cos^2 \beta}}{11}$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \beta}{\cos^2 \beta}}}{\cos \alpha} \quad (\text{м.к. } \alpha < \frac{\pi}{2})$$

$$\frac{AF}{FB} = 1 + 11 \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{\sqrt{121 - \cos^2 \beta}}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \beta}{\cos^2 \beta}}} = \frac{\sqrt{121 - \frac{1 + \cos 2\beta}{2}}}{\sqrt{1 - \frac{1 + \cos 2\beta}{2}}}$$

~~НУЛЬ~~

~~НЕ~~

$$\text{м.к. } \frac{AF}{FB} = \frac{1}{\cos 2\alpha}$$

$$\frac{242 - 1 - \cos 2\alpha}{1 - \cos 2\alpha} = \frac{1}{\cos^3 2\alpha} \quad (\text{мы нашли косинусов})$$



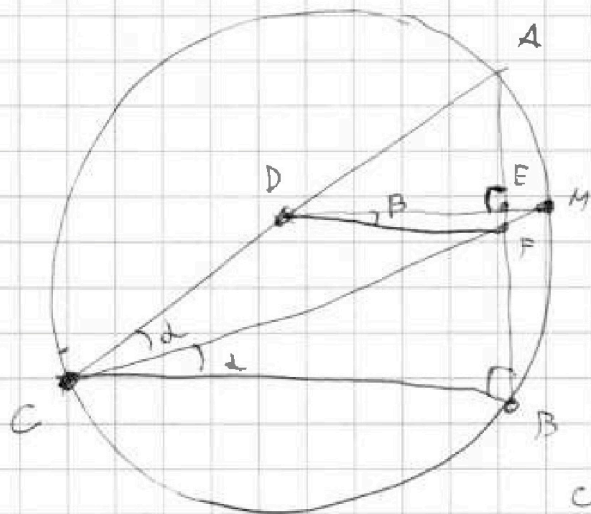
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1)  $\widehat{ACB} \in M = \widehat{ACB}$

M - середина дуги AB

лине содержащей точку C.  
(т.к.  $\angle FCB = \angle FCA \Rightarrow$  дуги на равные дуги)

2)  $ME \perp AM = BM$  (хорды

стягивающие равные

дуги.  $\Rightarrow ME$  - медиана в равнобедренном треугольнике  $\Rightarrow$  высота  $\Rightarrow ME \perp AB \Rightarrow ED \perp AB$

$\Rightarrow CB \perp AB$  (т.к.  $DE \parallel CB$  т.к. DE - средняя линия)  $\Rightarrow \angle B = 90^\circ$

$CF = 2x$   $DF = 11x$

3)  $\angle FCB = \alpha$   $\angle FDE = \beta$   $\cos \alpha = \frac{CB}{CF} = \frac{CB}{2x}$

$\cos \beta = \frac{DE}{DF} = \frac{\frac{CB}{2}}{11x} = \frac{CB}{22x} \Rightarrow \cos \beta = \frac{\cos \alpha}{11}$

$BF = CF \cdot \sin \alpha = 2x \sin \alpha$ ;  $EF = DF \cdot \sin \beta =$

$= 11x \cdot \sin \beta$

$\frac{AF}{FB} = \frac{AE + EF}{FB} = \frac{BE + EF}{FB} = \frac{FB + 2EF}{FB} = 1 + 2 \cdot \frac{EF}{FB}$

$= 1 + 2 \cdot \frac{11x \sin \beta}{2x \sin \alpha} = 1 + \frac{11 \sin \beta}{\sin \alpha}$

с другой стороны  $\frac{AF}{FB} = \frac{CA}{CB} = \frac{1}{\cos 2\alpha}$  (по т. опис.)

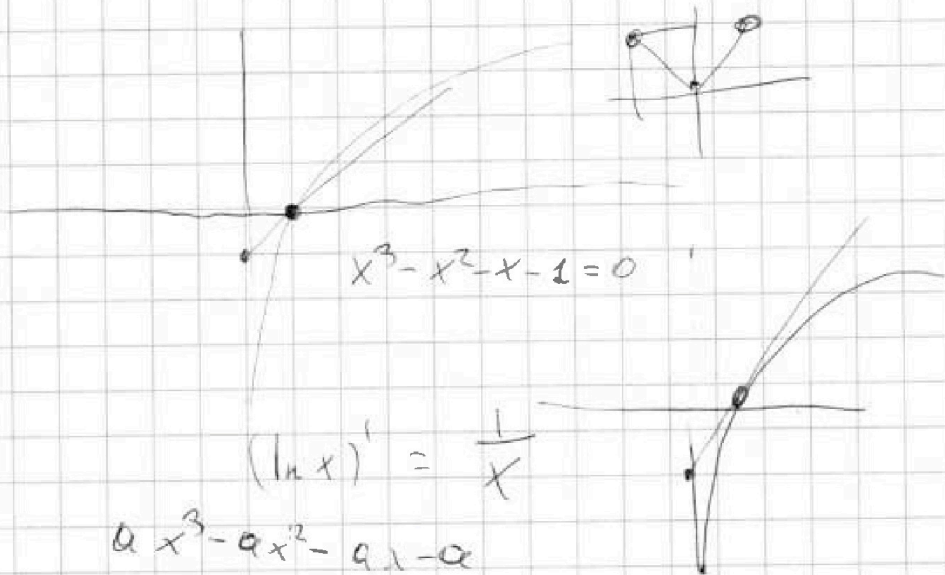
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{a \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x}$$

$$a x^3 - a x^2 - a x - a$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$\sin\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) = \sin x \cos \frac{3\pi}{4} - \sin \frac{3\pi}{4} \cos x =$$

$$\cos\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) = \cos x \cos \frac{3\pi}{4} + \sin x \sin \frac{3\pi}{4}$$

$$= \frac{\operatorname{tg} x \cos \frac{3\pi}{4} - \sin \frac{3\pi}{4}}{\cos \frac{3\pi}{4} + \operatorname{tg} x \sin \frac{3\pi}{4}}$$

$$2 \operatorname{tg}^2 x \sin \frac{3\pi}{4} = \left( \operatorname{tg} x \cos \frac{3\pi}{4} - \sin \frac{3\pi}{4} \right) (1 - \operatorname{tg}^2 x)$$

$$\sin \frac{3\pi}{4} = a \quad \cos \frac{3\pi}{4} = -a$$

$$2 a \operatorname{tg}^2 x = - (a \operatorname{tg} x + a) (1 - \operatorname{tg}^2 x) =$$

$$= - (a \operatorname{tg} x - a \operatorname{tg}^3 x + a - a \operatorname{tg}^2 x)$$

$$a \operatorname{tg}^3 x = - a \operatorname{tg}^2 x - a \operatorname{tg} x - a$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a^2 \ln^2(x+3) - (x+3)(\ln 3 + \ln(x+3)) + \ln(3) \ln(x+3)$$

$$a \quad ab \quad ab^2 \quad \ln a = a - 1$$

$$e^{a-1} = a$$

$$a^3 b^3 = 2^{90} \cdot 19^{90}$$

$$\frac{3 \sin 2x}{\cos 2x} = \frac{2 \sin x + \cos x}{\cos^2 x - \sin^2 x}$$

$$= \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$$

$$a = 2^{90}$$

$$b = 2^{-110}$$

$$a = \frac{1}{3}$$

1)  $p_a; p_b$

$$\ln(a) + \ln 3 = 0$$

$$3p_a + 3p_b = 90$$

$$p_a + p_b = 30 \rightarrow 30 \text{ вариантов}$$

2)  $p_a;$

$$\frac{1}{x} x^{-1} - x^{-2}$$

$$p_a - p_b \geq 0$$

$$p_a - 2p_b \geq 0$$

$$3p_a - 5p_b = 90$$

$$p_a - p_b = 30$$

$$\ln^2 a - a \ln 3 - a \ln a + \ln 3 \cdot \ln a$$

$$\ln a (\ln a - a) + \ln 3 (\ln a - a) =$$

$$= (\ln a - a) (\ln a + \ln 3) \geq 0$$

$$\ln^2(a) - (a-1)(\ln 3 + \ln a) + \ln 3 \cdot \ln a$$

$$\ln^2(a) - a \ln 3 + \ln 3 - a \ln a + \ln 3 \cdot \ln a$$

$$\frac{(1-a)(1+a)}{2a} = \frac{a+1}{-a+1}$$

$$2a = (a+1)^2$$

$$2a = a^2 + 2a + 1$$

$$a^2 = -1$$

$$\frac{36}{6} = 6$$

$$216 - 36 - 6 = 174$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$20.5 \sin x \cos x =$$

$$50 - \theta = -1 - \theta$$

$$50 \frac{\theta}{1 + \theta} = 1 - \theta$$

$\sin^2$

$$\frac{-a \sin x - a \cos x}{\sin x + \cos x} = \frac{-a \cos x + a \sin x}{\cos x - \sin x}$$

$$\frac{10 \sin x}{x^2 + 1} = 1 = \frac{\sin x \cos \frac{\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{3} \cos x}{\frac{\pi}{3} \cos x + \sin \frac{\pi}{3} \sin x}$$

$$9 \cdot 9 \cdot 9$$

$$1 = (2-x)(x^2+x)$$

$$1 = (1+x+x^2) + (x^2+x)(x-1)$$

$$x^3 - x^2 - x - 1 = 0$$



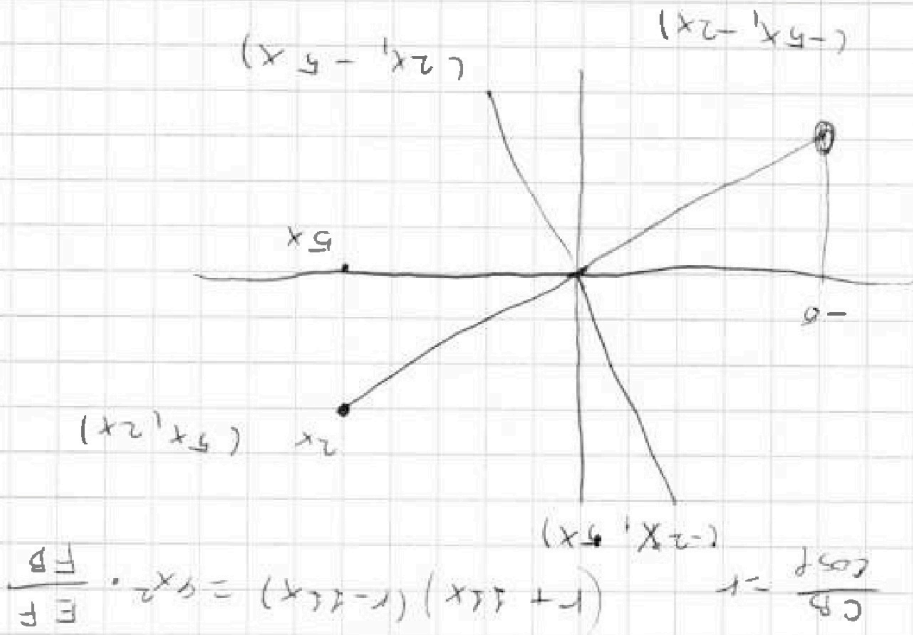
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{4x^2} = \frac{AF}{FB} = AF \cdot FB$$

$$\frac{AF}{FB} = \frac{MF}{FC} \quad MF = \frac{AF}{FB} \cdot 2x$$

$$x^3 + (121 \cdot 2 - 1)x^2 + x + 1 = 0 \quad \frac{119x^3}{6} = 2x$$

$$-x^3 + (121 \cdot 2 - 1)x^2 + x - 1 = 0 \quad \frac{125x^3}{6} + 9x = 2x$$

$$(12102 - 1 - x)x^2 = (1 - x)$$

$$\frac{8x^3}{6} + 9x = -5x$$

$$\frac{12102 - 1 - \cos 2\alpha}{1} = \frac{2 - 1 - \cos 2\alpha}{1 - \cos 2\alpha}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МОТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Чтою крестиком ?

$$30 \cdot 30 \quad 31, 31 + 30, \quad (31 + 30)(31 + 30) = 61^2 \text{ стороны}$$

триаи катетальных ислел  $(a, ab, ab^2)$  таии, ило  $a \cdot ab \cdot ab^2 = 2^{90} \cdot 1990$ , но в зодле сирани-болле про крайни кривы ислел. Поэтом итаовый ответ  $2 \cdot 61^2$  т.к. каждой крайне

$(a, ab, ab^2)$  сопоставляется крайне  $(-a, ab, -ab^2)$

Ответ:  $2 \cdot 61^2$

