



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

## 11 КЛАСС. Вариант 7



1. [4 балла] Решите уравнение

$$5 \operatorname{tg} 2x - 1 = \operatorname{tg} \left( x - \frac{3\pi}{4} \right)$$

2. [4 балла] Сколько существует троек целых чисел  $(a; b; c)$  таких, что они образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию, а их произведение  $abc$  равно  $2^{90} \cdot 19^{90}$ ?

3. [5 баллов] Решите неравенство

$$\ln^2(x+3) - (x+2) \ln(3x+9) + (\ln 3) \ln(x+3) \geq 0.$$

4. [4 балла] На координатной плоскости нарисован квадрат, все вершины которого лежат на графике функции  $y = \frac{x^3}{4} + ax$ . Известно, что одна из диагоналей квадрата лежит на прямой  $y = \frac{2x}{5}$ , а центр совпадает с началом координат. Найдите значение параметра  $a$  и площадь квадрата.

5. [6 баллов] Вокруг треугольника  $ABC$  описана окружность  $\Omega$ . Точки  $D$  и  $E$  – середины сторон  $AC$  и  $AB$  соответственно,  $CF$  – биссектриса треугольника  $ABC$ . Лучи  $DE$  и  $CF$  пересекаются в точке  $G$ , принадлежащей  $\Omega$ . Найдите углы треугольника  $ABC$ , если известно, что  $\frac{CF}{DF} = \frac{2}{11}$ .

6. [5 баллов] Числа  $x$ ,  $y$  и  $z$  не все равны между собой, и при этом

$$x^3 + \frac{6}{y^3} = y^3 + \frac{6}{z^3} = z^3 + \frac{6}{x^3}.$$

Найдите минимально возможное значение произведения  $xyz$ .

7. [6 баллов] В основании четырёхугольной пирамиды  $SABCD$  лежит четырёхугольник  $ABCD$ , в котором  $AB = BC = 5$ ,  $AD = DC = \sqrt{10}$ ,  $AC = 2\sqrt{5}$ . Ребро  $SD$  – высота пирамиды. Известно, что  $SA + SB = 5 + 2\sqrt{5}$ . Найдите:

- а) объём пирамиды;  
б) радиус шара, касающегося граней  $ABCD$ ,  $SAB$ ,  $SBC$  и ребра  $SD$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \operatorname{tg} 2x - 1 = \operatorname{tg}\left(x - \frac{3\pi}{4}\right)$$

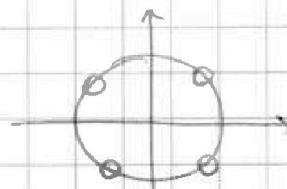
$$\text{Об3: } \cos 2x \neq 0$$

$$2\cos^2 x - \sin^2 x \neq 0$$

$$|\cos x| \neq |\sin x| \Rightarrow \tan x \neq \pm 1$$

$$x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\frac{5 \sin 2x}{\cos 2x} - 1 = \frac{\sin\left(x - \frac{3\pi}{4}\right)}{\cos\left(x - \frac{3\pi}{4}\right)}$$



$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) = \sin x \cos \frac{3\pi}{4} - \sin \frac{3\pi}{4} \cos x = -\frac{\sin x}{\sqrt{2}} - \frac{\cos x}{\sqrt{2}}$$

$$\cos\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) = \cos x \cos \frac{3\pi}{4} + \sin x \sin \frac{3\pi}{4} = -\frac{\cos x}{\sqrt{2}} + \frac{\sin x}{\sqrt{2}}$$

Подставим:

$$\frac{5 \cdot 2 \sin x \cos x - \cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x - \sin^2 x} = \frac{-\sin x - \cos x}{\sin x - \cos x}$$

Делим ~~5 · 2~~ на  $\sin x - \cos x$ , т.к. это не равно 0.

$$\frac{10 \sin x \cos x - \cos^2 x + \sin^2 x}{-(\cos x + \sin x)} = -(\sin x + \cos x)$$

$-(\cos x + \sin x) \neq 0 \Rightarrow$  можем умножить обе части

$$8 \sin x \cos x - \cos^2 x + \sin^2 x = \cos^2 x + \sin^2 x + 2 \cos x \sin x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

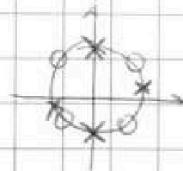
- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$8\sin x \cos x - 2\cos^2 x = 0$$

$$1) \cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + \pi n \quad (n \in \mathbb{Z})$$



$$2) 8\sin x - 2\cos x = 0 \quad (\cos x \neq 0)$$

$$4\sin x - \cos x = 0 \quad | : \cos x \quad (\cos x \neq 0)$$

$$4\tan x = 1 \Rightarrow \tan x = \frac{1}{4}$$

$$x = \arctan \frac{1}{4} + \pi m \quad (m \in \mathbb{Z})$$

Ответ:  $\frac{\pi}{2} + \pi n \quad (n \in \mathbb{Z})$ ,  $\arctan \frac{1}{4} + \pi m \quad (m \in \mathbb{Z})$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

( $a; b; c$ )

$$b = ad$$

$$c = a \cdot d^2 = bd$$

$$a \cdot b \cdot c = a^3 \cdot d^3 = 2^{30} \cdot 19^{90} \Rightarrow ad = 2^{30} \cdot 19^{30}$$

Заметим, что  $d$  может быть и положительным,  
и отрицательным. Если  $d < 0$ , то  $a < 0$ , если  $d > 0$ .

$$d = \pm 2^n \cdot 19^m$$

Заметим, что можно существовать вариантов  $d$ ,  
когда существует и тройка  $a; b; c$ . Для  $b$ -чтобы оно  
всегда определено,  $a = \frac{b}{d}$ , а  $c = bd$ .

$$n \in [0; 60] \quad \text{натуральные числа } n \in [0; 30]$$

$$m \in [0; 60] \quad \text{натуральные числа } m \in [0; 30]$$

$$\text{вариантов выбора } d: 2^{30} \cdot \frac{1}{19^{30}} = 34122$$

$$[+,-] \quad n \quad m$$

$$[21-121]$$

$$m \leq 30 \text{ и } n \leq 30, \text{ т.к.}$$

$a$ -целое.

$$\text{вариантов выбора } d: 2^{30} \cdot 31^{31} = 1922$$

$$(+,-)$$

Общ: 1922

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\ln^2(x+3) - (x+2) \ln(3x+9) + (\ln 3) \ln(x+3) \geq 0$$

$$\ln a + \ln b = \ln ab$$

$$\ln^2(x+3) - (x+2) (\ln 3 + \ln(x+3)) + (\ln 3) \cdot \ln(x+3) \geq 0$$

$$\ln^2(x+3) - (x+2) \ln(x+3) - (x+2) \ln 3 + (\ln 3) \ln(x+3) \geq 0$$

$$y = \ln(x+3)$$

$$y^2 + y (\ln 3) - (x+2) \ln 3 \geq 0$$

парабола ветвями вверх. Если у неё нет корней,  
то она всегда больше 0.

$$1) D < 0 \quad ((\ln 3) - (x+2))^2 + 4(x+2) \ln 3 < 0$$

$$((\ln 3) + (x+2))^2 < 0 \quad \text{- противоречие}$$

$$2) y = 0 \Rightarrow \ln(x+3) = 0 \Rightarrow x+3 = 1 \Rightarrow x = -2$$

$$(x+2) = 0 \quad \text{- это неравнот} \Rightarrow x = -2 - \text{б. кор.}$$

$$3) D = ((\ln 3 + (x+2))^2 = 0 \quad \text{- парабола касается оси.}$$

$$\ln 3 = -(x+2) \Rightarrow x = -2 - \ln 3$$

В оси симметрии у параболы есть 2 пересечения с  
осью  $\ln(x+3)$ .

Заметим, что  $\ell > 0 \Rightarrow x+3 > 0 \quad \text{тогда} \Rightarrow x \in (-3, +\infty)$

$\ln 3 > 1 \quad x+2 > -1 \Rightarrow (\ln 3 + (x+2))^2 > 0 \Rightarrow$  парабола ветвь  
向外  $O$  и не касает оси. Тогда  $x \in (-3, +\infty)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

\*  $D > 0$  - всегда, т.к.  $x = -2 - \ln 3 < -3$  - не принадлежит ОВЗ.

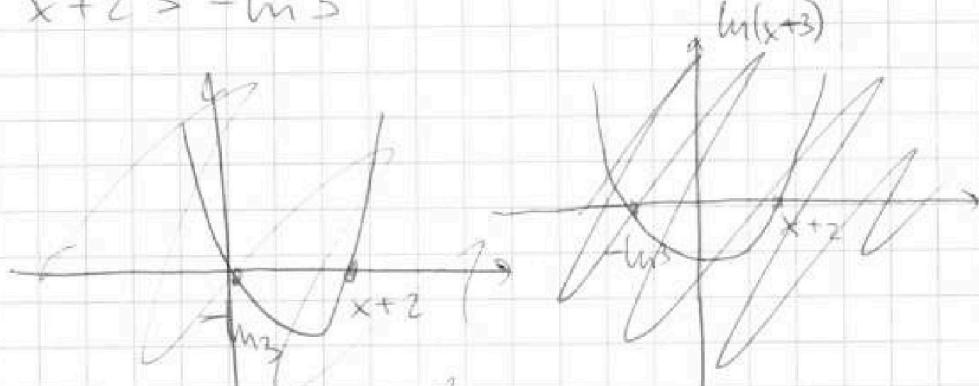
$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = (x+2) - \ln 3$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = -(x+2) \ln 3$$

$$x_1 = -\ln 3; x_2 = (x+2)$$

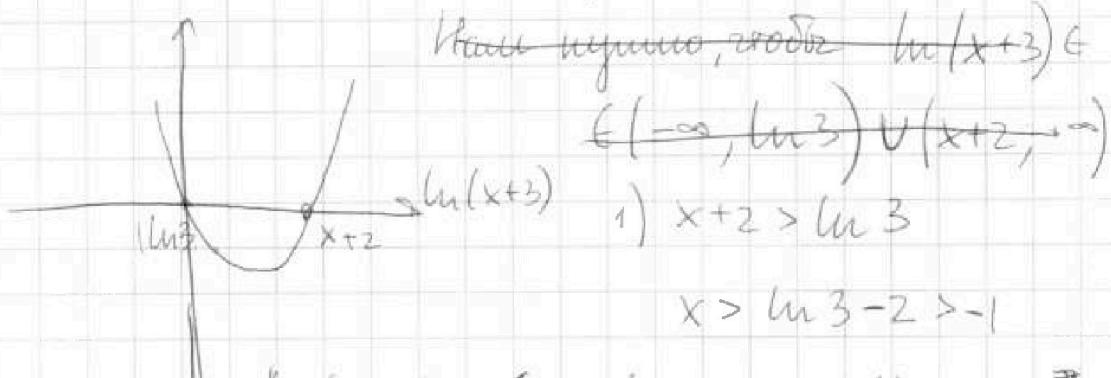
Нули,  $x+2 + \ln 3 < -1 \Rightarrow x+2 > -1 \Rightarrow$

$$x+2 > -\ln 3$$



$-\ln 3$  - фиксированное точка, а  $x+2$  двигалась вдоль оси  $x$  в зависимости от  $x$ .

~~$x < x+2$ , но нам нужно, чтобы~~



$$\ln(x+3) < \ln 3 \Rightarrow x \in [\ln 3 - 2, 0]$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

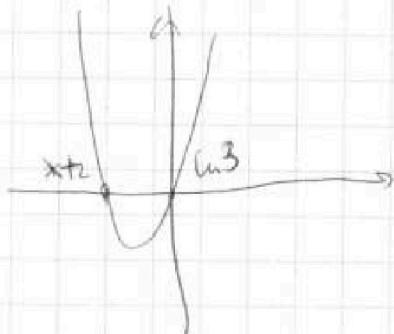
- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\ln(x+3) \geq x+2 > \ln 3 \Rightarrow x \in (0; +\infty) - \text{б орб.}$$

$$2) x+2 < \ln 3 \Rightarrow x < \ln 3 - 2 \Rightarrow x \in (-\infty, \ln 3 - 2)$$



$$\ln(x+3) \leq x+2 \in (-1, \ln 3)$$
$$x \in \left[\frac{1}{e}-3, \ln 3-2\right] - \text{б орб}$$

$$\ln(x+3) \geq \ln 3 \Rightarrow x \in \emptyset$$

$$\text{Око: } x \in (\ln 3 - 2, +\infty)$$



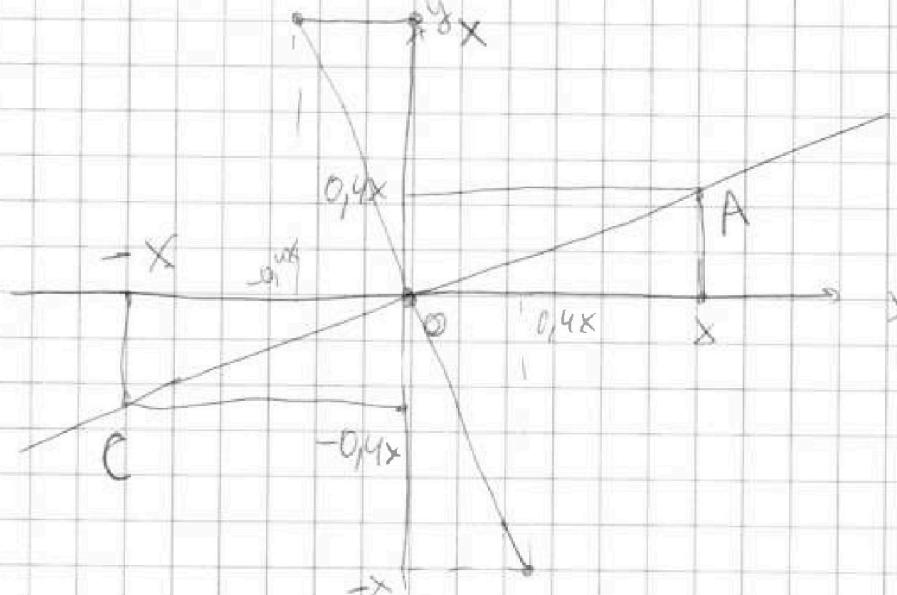
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



У нас есть квадрат  $ABCD$ , допустим, диагональ  
ке лежит на прямой  $y = \frac{2x}{5}$

$\Rightarrow A = (x; \frac{2x}{5})$ . т.к.  $O$ -центр квадрата  $O = (0; 0)$ ,  
то в.к. диагонали квадрата равны, а середина  
обеих диагоналей - это  $O$ , то  $C = (-x; -\frac{2x}{5})$

Диагонали  $AC \perp BD \Rightarrow$  лежат  $BD$ , проведем  
перпендикульр к  $AC$  в.к.  $O$ .  $y'(x) = \frac{5}{2}x = \frac{1}{2}x$   
 $B = (-0.4x, x); D = (0.4x, -x)$

Все точки лежат на  $y = \frac{x^3}{4} + ax$

$$A: \frac{2x}{5} = \frac{x^3}{4} + ax$$

$$B: x = -\frac{8}{125 \cdot 4} + a \cdot (-0.4x) =$$

$$= -\frac{2}{125} - 0.4ax$$

$$C: -\frac{2x}{5} = \frac{-x^3}{4} - ax$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$P: -x = \frac{8x^3}{125 \cdot 4} + a \cdot \frac{2}{5}x = \frac{2x^3}{125} + \frac{a \cdot 2x}{5}$$

Заметим, что уравнение  $AuC$ , будем симметрическими, просто с противоположными знаками.

$$\frac{2x}{5} = \frac{x^3}{4} + ax \quad |x \rightarrow 0,4 = \frac{x^2}{4} + a \Rightarrow x^2 = 1,6 - 4a$$

$$-x = \frac{2x^3}{125} + ax \cdot \frac{2}{5} \quad |x \rightarrow -1 = \frac{2x^2}{125} + \frac{2a}{5} \Rightarrow x^2 = -\frac{125}{2} - 25a$$

$$1,6 - 4a = -82,5 - 25a$$

$$21a = -64,1 \Rightarrow a = \frac{-64,1}{21}$$

$$x^2 = 1,6 + \frac{4 \cdot 64,1}{21} = \frac{1,6 \cdot 21 + 4 \cdot 64,1}{21} = \frac{290}{21}$$

$$AO^2 = x^2 + \frac{4}{25}x^2 = \frac{29}{25}x^2 = \frac{29}{25} \cdot \frac{290}{21} = \frac{29^2 \cdot 2}{5 \cdot 21}$$

$$AB = \sqrt{2} AO = \sqrt{2} \sqrt{\frac{29^2 \cdot 2}{5 \cdot 21}}$$

$$S = AB^2 = 2 \cdot \cancel{\frac{29^4 \cdot 4}{25 \cdot 49}} \leftarrow \cancel{\frac{8 \cdot 29^4}{5^2 \cdot 21^2}} \cdot \frac{29^2 \cdot 2}{5 \cdot 21} = \frac{4 \cdot 29^2}{5 \cdot 21}$$

$$\text{Ort}: \cancel{a = -\frac{64,1}{21}}, S = \cancel{\frac{8 \cdot 29^4}{5 \cdot 21}} \frac{4 \cdot 29^2}{5 \cdot 21}$$



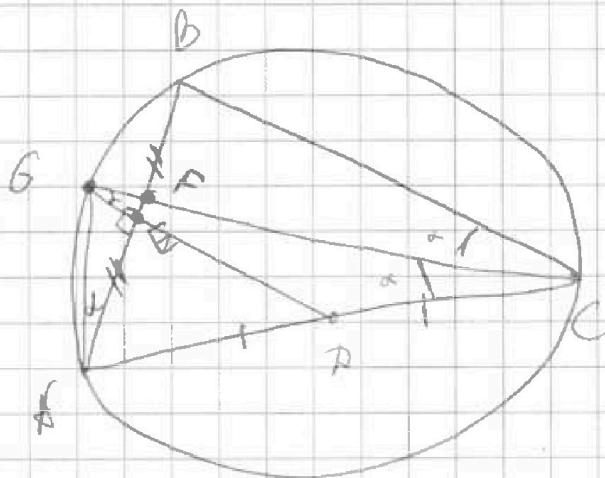
**На одной странице можно оформлять только одну задачу.**

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



т.к.  $\angle BCB = \angle GCA$ , то они опираются на  $GB$  и

GA, которые имеют падение, т.к. падение определяется  
некоторым  $\left( 2R = \frac{GB}{\sin \alpha} = \frac{GA}{\sin \beta} \right)$

CE - диагональ в равноделителе ортогональна, значит и биссектриса.  $\angle DEB = 90^\circ$ . PE - биссектриса угла  $\triangle ABC \Rightarrow$

$\Rightarrow DE \parallel BC$  и  $\angle ABC = 180^\circ - \angle DFB = 90^\circ$ . Т.к.  $\angle ABC = 90^\circ$ , то

AC - диаметр окружности, а  $R = \frac{1}{2}AC$  - радиус.

$\angle A G A = 90^\circ$ , т.к. оно перпендикулярно  $AC$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$x^3 + \frac{6}{y^3} = y^3 + \frac{6}{z^3} = z^3 + \frac{6}{x^3}$$

$$\text{1u2: } x^3 - y^3 = \frac{6}{z^3} - \frac{6}{y^3} = \frac{6(y^3 - z^3)}{z^3 y^3} \quad (4)$$

$$\text{2u3: } y^3 - z^3 = \frac{6}{x^3} - \frac{6}{z^3} = \frac{6(z^3 - x^3)}{x^3 z^3} \quad (5)$$

$$\text{1u3: } x^3 - z^3 = \frac{6}{x^3} - \frac{6}{y^3} = \frac{6(y^3 - z^3)}{x^3 y^3} \quad (6)$$

$$(4) \cdot (5) \cdot (6) = (x^3 - y^3)(y^3 - z^3)(z^3 - x^3) = \frac{6^3}{x^6 y^6 z^6} \times (y^3 - z^3) \times (z^3 - x^3) \times (x^3 - y^3) = (y^3 - z^3)(z^3 - x^3)(y^3 - x^3)$$

Т.к. все числа  $x, y, z$  равны между собой, то хотя бы одно из выражений  $(y^3 - z^3)$ ,  $(z^3 - x^3)$ ,  $(y^3 - x^3)$  будет не равно 0. Поэтому

одно такое можно поделить на  $(y^3 - z^3)(z^3 - x^3)(y^3 - x^3)$

$$1 = \frac{6^3}{x^6 y^6 z^6} \Rightarrow x^6 y^6 z^6 = 6^3 \Rightarrow x^2 y^2 z^2 = 6$$

$$xyz = \pm 6 \text{ при знаке } xyz = -6$$

ответ: -6.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \text{AC}^2 &= 10 - x^2 \\ \text{AC}^2 &= 5 - (5-x)^2 \\ 10 - x^2 &= 5 - 25 + 10x - x^2 \\ 10x &= 30 \Rightarrow x = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{AC}^2 &= 10 - 9 = 1 \Rightarrow \text{AC} = 1 \\ \operatorname{tg} \alpha &= \frac{\sqrt{15}}{1} = \sqrt{15} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4} \quad \cos \alpha = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} &= \sqrt{\frac{1-\cos \alpha}{1+\cos \alpha}} = \sqrt{\frac{0,75}{1,25}} = \sqrt{\frac{3}{5}} \\ r &= 0,6 \sqrt{\frac{3}{5}} \Rightarrow 0,6 \sqrt{\frac{1}{\frac{5}{3}}} = \frac{6\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

$$BO_1 = BA - r = \sqrt{5} - r$$

$$\frac{0,6}{LA} = \frac{BO_1}{BA} \Rightarrow 0,6 = \frac{r}{\sqrt{\frac{3}{5}}} = \frac{\sqrt{5}-r}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}r}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}r}{\sqrt{3}}$$

$$r\sqrt{5} = \sqrt{3} - \cancel{8\sqrt{15}\sqrt{5}} \cancel{r} \sqrt{\frac{3}{5}} r \quad \sqrt{15} - \sqrt{3}r = 5r$$

$$\begin{aligned} r\left(\sqrt{5} + \sqrt{\frac{3}{5}}\right) &= \sqrt{3} \\ r &= \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} \end{aligned}$$

$$\text{Ober. a}) \frac{5\sqrt{15}}{3} \quad \delta) \quad \frac{\sqrt{15}}{5+\sqrt{3}}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



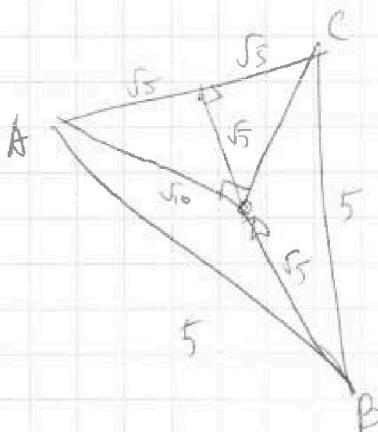
- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                                   |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} SA^2 &= SB^2 - 45 = (20 - 6\sqrt{5})^2 - 45 = 400 - 240\sqrt{5} + 120 - 45 = \\ &= 535 - 240\sqrt{5} \approx 0 \end{aligned}$$

Если из двух уравнений первого дружай.



$$BS^2 = SA^2 + BD^2 = SA^2 + 5$$

$$SD^2 = SA^2 + AD^2 = SA^2 + 10$$

$$SA^2 - SB^2 = 5 \Rightarrow SA + SB \cdot SA - SB = \frac{5}{5+2\sqrt{5}} \Rightarrow$$
$$= \frac{5(5-2\sqrt{5})}{5} = 5 - 2\sqrt{5}$$

$$SA - SB = 5 - 2\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow SA = 5 ; SB = 2\sqrt{5}$$

$$SA + SB = 5 + 2\sqrt{5}$$

$$SD^2 = \sqrt{SB^2 - BD^2} \Rightarrow SB^2 - 5 = 20 - 5 = 15 \Rightarrow SD = \sqrt{15}$$

$$\cancel{V = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{15} \cdot 5 = 5\sqrt{15}} \quad S_{\text{треугольника}} = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5} - \frac{1}{2} (\sqrt{10})^2 = 5$$

$$V = \frac{1}{3} \sqrt{15} \cdot 5 = \frac{5\sqrt{15}}{3}$$



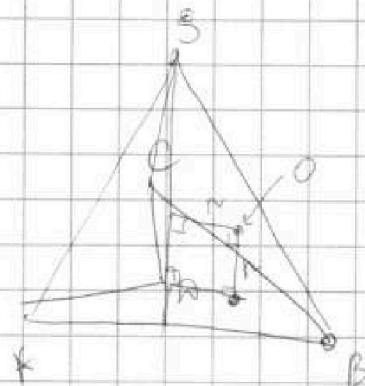
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

МФТИ

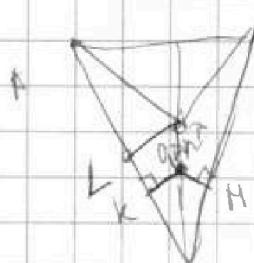
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



O<sub>1</sub> - проекция O на ABСD

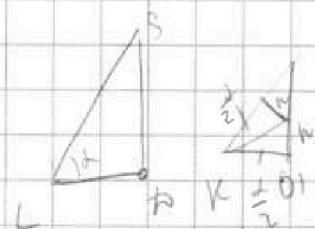
Центр шара O<sub>1</sub> он находится на расстоянии r  
от ABСD и на расстоянии l от SP.

Выг сверху.



C O<sub>1</sub>K ⊥ AB

O<sub>1</sub>M ⊥ BC



Много ~~углов~~ у ~~угла~~ SAB ~~углов~~  
напоминает ног угла K<sub>1</sub> ~~угла~~.

$$\text{также } \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{l}{O_1K}$$

Заметим, что O<sub>1</sub> лежит на BA - а это биссектриса  
 $\angle ABC \Rightarrow O_1K = O_1M$  и  $\angle SAB$  равны напоминают  
ног угла  $\alpha$ . Найдем  $\alpha$ .

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{SP}{PL} \quad (\alpha \perp AB)$$

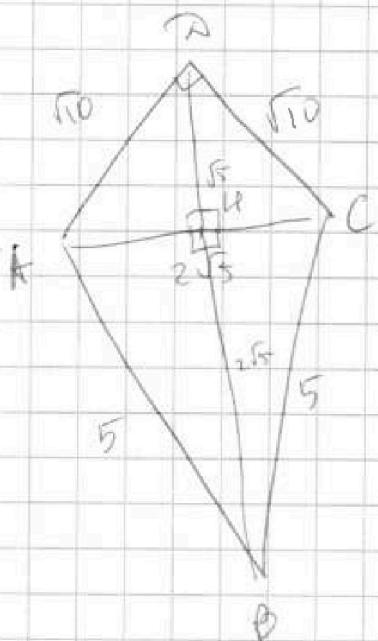
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                                   |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$AC = \sqrt{2} \cdot AA \Rightarrow \angle ADC = 90^\circ$$

РМ - медиана и биссектриса в  $\triangle ABC$ ,

ВН' - медиана и биссектриса в  $\triangle ABC$ ,

запомнили, что  $N' = N$ , и.  $\angle ANC =$

$$= \angle ANC \text{ и } AN' = AN$$

$$BN = \sqrt{25 - 5} = 2\sqrt{5}$$

$$AN = \sqrt{10 - 5} = \sqrt{5}$$

SA - биссектриса параллелограмма  $\Rightarrow SW \perp ABCD$ .

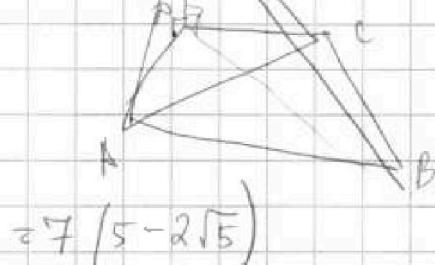
$$V = \frac{1}{3} h \cdot S = \frac{1}{3} SW \cdot S_{ABC}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot (\sqrt{10})^2 + \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5} = \frac{1}{2} \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot 20 = 15$$

$$SA^2 =$$

$$SA^2 = SA^2 + AA^2 = SA^2 + 10$$

$$SB^2 = SA^2 + AB^2 = SA^2 + 45$$



$$SB^2 - SA^2 = 35 = (SB + SA)(SB - SA) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow SB - SA = \frac{35}{5+2\sqrt{5}} = \frac{35(5-2\sqrt{5})}{5} =$$

$$= 7(5-2\sqrt{5})$$

$$SB + SA = 5 + 2\sqrt{5} \Rightarrow SB = 20 - 6\sqrt{5}$$

$$SB - SA = 35 - 14\sqrt{5} \quad SA = 8\sqrt{5} - 15$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

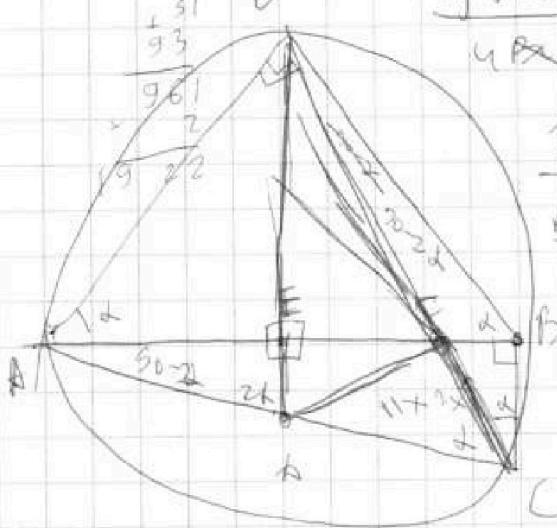
- 1      2      3      4      5      6      7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$20^{\circ} 19^{29} \quad 20^{\circ} 19^{40}$$

$$\frac{BC^2 + BC \cdot \tan^2 \alpha - 4x^2}{4} + \frac{BC^2}{4} = 12/x^2$$



$$\frac{1+kg^2L}{kg^2L\left(\frac{1}{cos\alpha}-1\right)} = \frac{4}{121}$$

$$\frac{AF}{BG} = \frac{CF}{KC} = \frac{1}{\cos \alpha}$$

$$\frac{BC}{AC} = \frac{FB}{AF} = \sin 2\theta$$

$$BC^2 + FB^2 = FB^2 = y_1^2$$

$$AF + FB = 2AE$$

$$ER^2 + \frac{R^2}{4} = |z|^2$$

$$\frac{AF}{FB} = \frac{AC}{BC}$$

$$B\ell^2 + BF^2 = 4x^2$$

$$\frac{BF^2}{4BC^2} \left( AC - BC \right)^2 + \frac{BC^2}{4} = 121x^2$$

$$FB \left( 1 + \frac{AC}{BC} \right) = 2AE$$

$$AE = \frac{BF(BC+AC)}{2BC}$$

$$EF = AF - AE = FB \cdot \frac{AC}{ABC} - \frac{BF \cdot AC}{ZBC} - \frac{BF}{Z} =$$

$$= \frac{BR(AC - BC)}{2BC}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

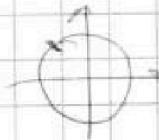
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~хмбх~~  
~~бсгх~~



$$\frac{10\sin x \cdot \cos x - \cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x - \sin^2 x} = \frac{\sin x \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \cos x \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)}{\cos x \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \sin x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}} =$$

$$= \frac{-\sin x - \cos x}{\sin x - \cos x}$$

$$\frac{10\sin x \cos x - \cos^2 x + \sin^2 x}{-(\cos x + \sin x)} = -(\cos x + \sin x)$$

$$-\cos^2 x + \cancel{\sin^2 x} + 10\sin x \cos x = \cos^2 x + \cancel{\sin^2 x} + 2\sin x \cos x$$

$$2\cos^2 x \quad \ln(x+3)$$

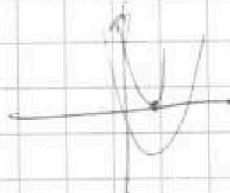
$$b = a \cdot d$$

$$c = a \cdot d^2$$

$$(a; ad; ad^2)$$

$$abc = a^3 d^3 = 2^{90} \cdot 19^{90}$$

$$ad = 2^{30} \cdot 19^{30} = b$$



$$\ln 3 = - (x+2)$$

$$x =$$

$$a=1 \quad \ln^2(x+5) - (x+2) \ln(3x+9) + \ln 3 \ln(x+5)$$

$$d=2^{30} \cdot 19^{30} \quad \ln 4(x)$$

$$\ln 3 \cdot (x+3)$$

$$(\ln(x+3)) (\ln(3x+9) - 3(x+2) + \ln 5) \geq 0$$

$$\ln 7(x+3)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

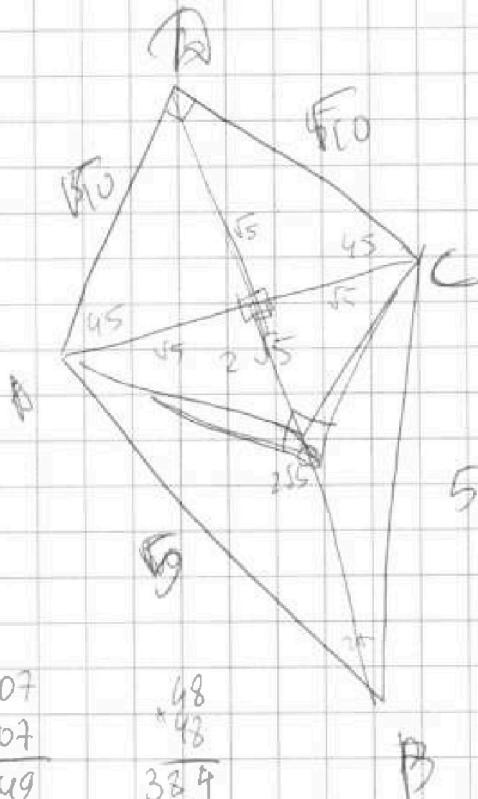


- 1    2    3    4    5    6    7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

535



$$\sqrt{10} \cdot s_2 = 2\sqrt{5}$$

$$\begin{array}{r} 54600 \\ + 5 \\ \hline 288000 \end{array}$$

$$smk = \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$cosk = \sqrt{1 - \frac{1}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$sm2k = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{4}{5}$$

$$\sqrt{25+5} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$ab = 120\sqrt{5}$$

$$535 \sqrt{5} \over 107$$

$$a^2 + b^2 = 535$$

$$b^4 - 535b^2 + 14400 \cdot 5 = 0$$

$$b^2 = \frac{535 \pm \sqrt{25 \cdot 107^2 - 4 \cdot 14400 \cdot 5}}{2}$$

$$\begin{array}{r} 107 \\ \times 107 \\ \hline 749 \\ + 749 \\ \hline 11449 \end{array} \quad \begin{array}{r} 48 \\ \times 48 \\ \hline 384 \\ + 384 \\ \hline 120 \end{array} \quad \begin{array}{r} 120 \\ \times 120 \\ \hline 120 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2304 \\ \times 5 \\ \hline 11520 \end{array}$$

$$\frac{14400 \cdot 5}{b^2} + b^2 = 535$$

$$14400 \cdot SA^2 = SB^2 + 10$$

$$\frac{20}{232000} \cdot SB^2 = SB^2 + 9 \cdot 5 = SB^2 + 45$$

$$12 \cdot n = 144$$

$$24 \cdot 24 = 576 \quad (SB - SA)(SB + SA) = 95$$

$$576 \cdot 5$$

$$535 \sqrt{240 \cdot 5}$$

$$SB - SA = \frac{95}{5 + 2\sqrt{5}} = \frac{35(5 - 2\sqrt{5})}{25 - 20}$$

$$107 \sqrt{48\sqrt{5}}$$

$$= 7(5 - 2\sqrt{5}) \quad (8\sqrt{5} - 15)^2 - 10$$

$$\frac{64 \cdot 5 + 225 - 240\sqrt{5} - 10}{545} = 535 - 240\sqrt{5}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\operatorname{tg}^2 \alpha + \left( \frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 \right) = 121$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ \times 1,6 \\ \hline 126 \\ + 21 \\ \hline 336 \\ + 33,6 \\ \hline 290,0 \end{array}$$

$$\frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha + \left( \frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 \right)} = 121$$

$$121 = \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha \left( \frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 \right)}$$

$$121 = \frac{\sin^2 \alpha (1 - \cos^2 2\alpha)}{\cos^2 2\alpha} = \frac{\sin^2 \alpha \cdot \sin^2 2\alpha}{\cos^2 2\alpha}$$

$$11 = \frac{\sin \alpha \cdot 2 \sin \alpha \cos \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}$$

$$11 \cos^2 \alpha - 11 \sin^2 \alpha = 2(1 - \cos^2 \alpha) \cos \alpha$$

$$11 \cos^2 \alpha - 11 + 11 \cos^2 \alpha = 2 \cos \alpha - 2 \cos^3 \alpha$$

$$2 \cos^3 \alpha + 2 \cos^2 \alpha - 2 \cos \alpha - 11 = 0$$

$$2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{2\sqrt{2}}{2} = \frac{2}{\sqrt{2}} - 1$$

$$\cos^2 \alpha - \frac{1}{2} = -\sqrt{2}$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sqrt{2}$$

$$\cos^2 \alpha = 1$$



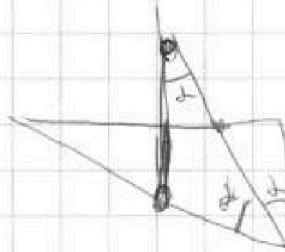
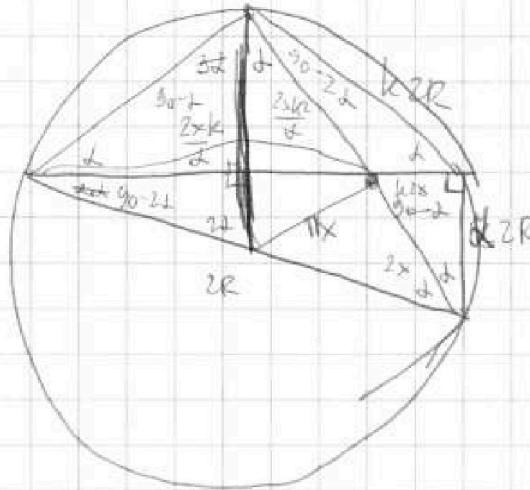
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$2R \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\frac{2xk^2}{2x+2x}$$

2

$$2R \cos \alpha$$

$$\frac{R \cdot 2 \sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha}{R} = \frac{\frac{k \cdot 2R}{2xk^2}}{\frac{2xk^2}{2x+2x}} = \frac{k \cdot 2x}{2 \cdot 2R} = \frac{\frac{xk}{R}}{\frac{2x}{2x+2x}} = \frac{xk}{2R}$$

$$\frac{xk}{R} = \frac{ka}{Rd} = \frac{kRh}{xk^2 + xd}$$

$$k^3 x^2 + k a^2 d = k R^2 d^2$$

$$x^3 + \frac{6}{y^3} = y^3 + \frac{6}{z^3} = z^3 + \frac{6}{x^3}$$

$$x^3 - y^3 + \frac{6}{y^3} - \frac{6}{z^3} = 0 \quad (x^3 - y^3) =$$

$$x^3 - y^3 = \frac{6}{y^3 z^3} (y^3 - z^3) \quad 1 = \frac{6^3}{x^6 y^6 z^6}$$

$$x^3 - z^3 = \frac{6}{x^3 y^3} (y^3 - z^3) \quad (xy)^6 = 6^3$$

$$y^3 - z^3 = \frac{6}{x^3 z^3} (z^3 - x^3) \quad xyz = \sqrt[6]{6}$$

11

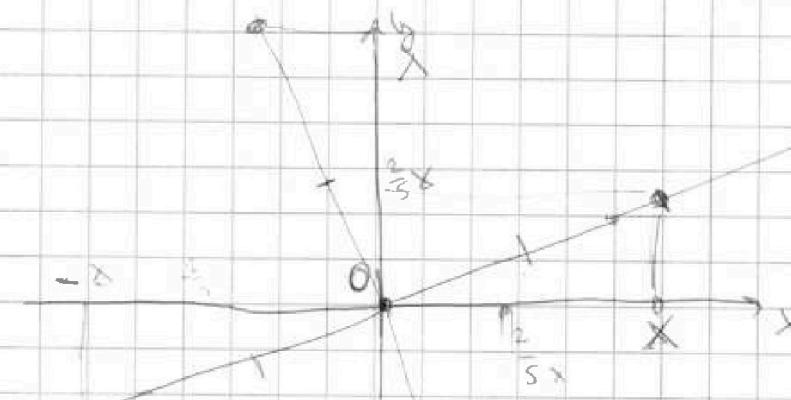
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$y^2 + x^2 = x^2 + \frac{4}{25}x^2 = \frac{29}{25}x^2$$

$$y^2 / \frac{2}{5}x = \frac{x^3}{4 + ax}$$

$$x = \frac{\left(\frac{2}{5}x\right)^3}{4} - \frac{2}{5}xa = -\frac{8x^3}{125} - \frac{2}{5}xa$$

$$-x = \frac{8x^3}{125} + \frac{2}{5}xa$$

$$-\frac{2}{5}x = \frac{-x^3}{4} - xa$$

-641

$$\frac{x^3}{4} + \left(a - \frac{2}{5}\right)x = 0 = \frac{-625 - 16}{5} - 42a$$

$$\frac{2x^3}{125} + x\left(\frac{2}{5}a + 1\right) = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$x^2 + 4a - \frac{8}{5} = 0$$

$$42a = -125 - \frac{16}{5} =$$

$$\frac{2x^2}{125} + \frac{2}{5}a + 1 = 0$$

$$x = \sqrt{\frac{8}{5} - 4a}$$

$$2x^2 = -125 - 50a = \frac{16}{5} - 8a$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$EA = R \cdot \cos 2\alpha$$

$$BC = 2R \cdot \cos 2\alpha$$

$$4x^2 = \frac{4R^2 \sin^2 \alpha \cos^2 2\alpha}{\cos^4 \alpha} + 4R^2 \cos^2 2\alpha$$

$$1/x^2 = R^2 \cos^2 2\alpha + 4R^2 \cdot \frac{\sin^6 \alpha}{\cos^2 \alpha}$$

$$\frac{1}{x^2} = \frac{\cos^2 2\alpha + 4 \frac{\sin^6 \alpha}{\cos^2 \alpha}}{\frac{4 \sin^2 \alpha \cos^2 2\alpha}{\cos^2 \alpha} + 4 \cos^2 2\alpha}$$

$$\frac{1}{x^2} \frac{\sin^2 \alpha \cos^2 2\alpha}{\cos^2 \alpha} + 1/\cos^2 2\alpha = \cos^2 2\alpha + 4 \frac{\sin^6 \alpha}{\cos^2 \alpha}$$

$$\frac{1}{x^2} \frac{\sin^2 \alpha \cos^2 2\alpha}{\cos^2 \alpha} + 10 \cos^2 2\alpha - 4 \frac{\sin^6 \alpha}{\cos^2 \alpha} = 0$$

$$1/\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 2\alpha + 10 \cos^2 \alpha \cdot \cos^2 2\alpha - 4 \sin^6 \alpha = 0$$

$$1/\sin^2 \alpha \left( 1 - 2 \sin^2 \alpha \right)^2 + 10 / (1 - \sin^2 \alpha)^2 \left( 1 - 2 \sin^2 \alpha \right)^2 - 4 \sin^6 \alpha = 0$$

$$1/\sin^2 \alpha \left( 1 - 4 \sin^2 \alpha + 4 \sin^4 \alpha \right) + 10 \left( 1 - 2 \sin^2 \alpha + \sin^4 \alpha \right) \times$$

$$\times \left( 1 - 4 \sin^2 \alpha + 4 \sin^4 \alpha \right) - 4 \sin^6 \alpha = 0$$

$$(1 - 6 \sin^2 \alpha + 13 \sin^4 \alpha + 12 \sin^6 \alpha + 4 \sin^8 \alpha)$$

$$1/\sin^2 \alpha - 4 \sin^4 \alpha + 4 \sin^6 \alpha + 10 - 20 \sin^2 \alpha + 6 \sin^4 \alpha$$

$$10 - 60 \sin^2 \alpha + 130 \sin^4 \alpha - 120 \sin^6 \alpha + 40 \sin^8 \alpha - 4 \sin^6 \alpha =$$

$$= 40 \sin^8 \alpha - 124 \sin^6 \alpha - 80 \sin^6 \alpha + 26 \sin^4 \alpha - 49 \sin^2 \alpha + 10$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



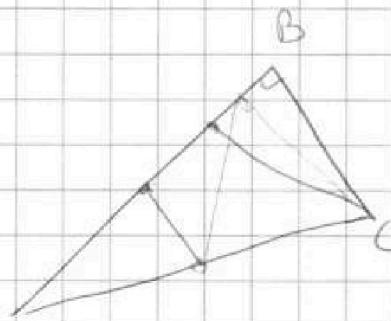
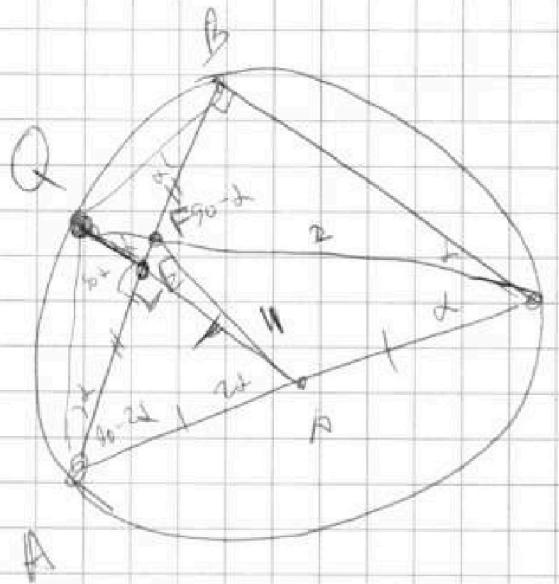
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

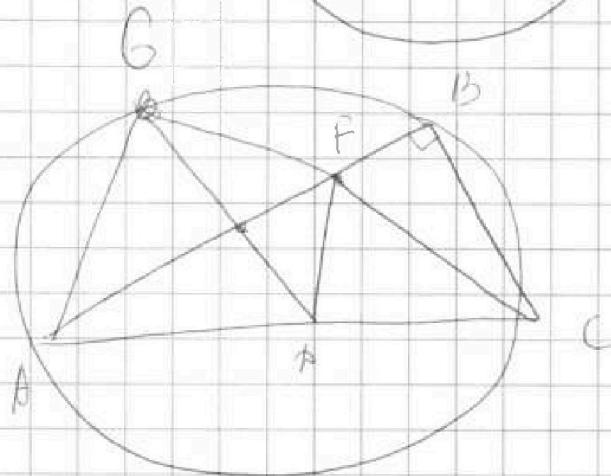
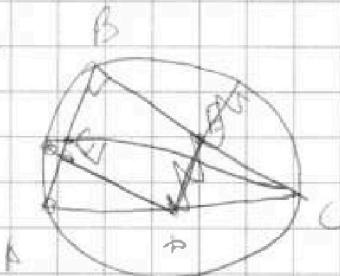
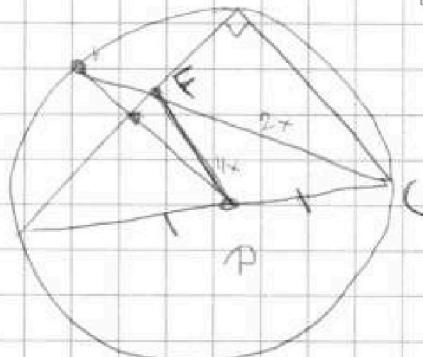
- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается чёрновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AB}{\sin 2\alpha} = \frac{AC}{\sin 2\beta}$$





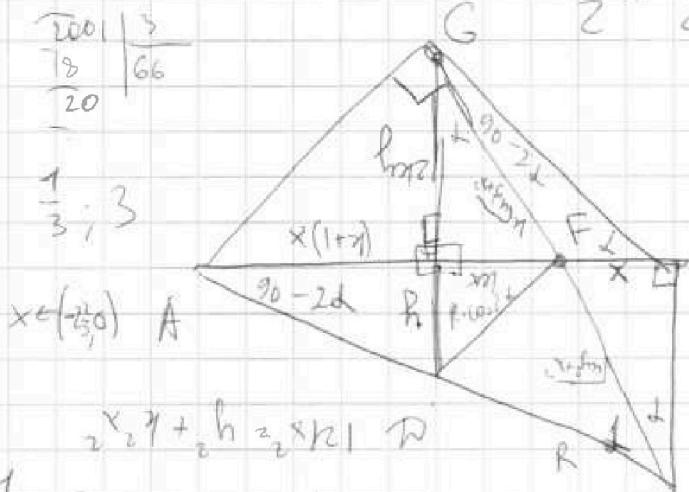
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} \frac{1}{e}, 3 & \quad x + h \approx x \\ x \in \left( \frac{1}{e}, 0 \right) & \rightarrow \\ \overline{\frac{1}{e}} = x+3 & \quad \begin{array}{r} 121 \\ 121 \\ \hline 0 \end{array} \\ x = \frac{1}{e} - 3 & \quad \begin{array}{r} 484 \\ 121 \\ \hline 1706 \end{array} \end{aligned}$$

$$F = \frac{1}{2} \cdot 2l \cdot \sin 2x \quad (l = 5\sqrt{5} x = R)$$

$$F_E = R \sin 2\alpha - F_B \quad \frac{v}{x} = \frac{R}{5\sqrt{5}}$$

$$\frac{F_B}{2^{30} \cdot 2^{30} \cdot 7902 R \cdot \sin 2\alpha - F_B} = \frac{\cancel{2R \cos 2\alpha}}{\cancel{2R}}$$

$$F_B = \frac{2R}{\cos^2\theta - \sin^2\theta} \cos 2\theta \cdot \sin 2\theta +$$

$$F_B = \frac{8R \cos 2\alpha \cdot \sin 2\alpha}{8 \cos^2 \alpha} = \frac{4 R \sin 4\alpha}{\cos^2 \alpha}$$

$$F_F = R \sin 2\alpha - 2R \sin \alpha \cdot \frac{\cos^2 \alpha}{\cos \alpha} =$$

$$= R \cos \alpha \cdot 2R \sin \alpha \left( \cos \alpha - \frac{\cos 2\alpha}{\cos \alpha} \right) = 2R^2 \sin \alpha \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$