МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 8

1. [4 балла] Решите уравнение
$$6\operatorname{tg} 2x - 1 + \operatorname{ctg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0.$$

2. [4 балла] Сколько существует троек целых чисел $(a; b; c)$ таких, что они образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию, а их произведение abc равно $13^{180} \cdot 17^{180}$?

3. [5 баллов] Решите неравенство
$$\ln^2(x-1) - (x-2)\ln(3x-3) + (\ln 3)\ln(x-1) \geqslant 0.$$

4. [4 балла] На координатной плоскости нарисован квадрат, все вершины которого лежат на графике функции $y = -\frac{2x^3}{3} + ax$. Известно, что одна из диагоналей квадрата лежит на прямой $y = 3x$, а центр совпадает с началом координат. Найдите значение параметра a и площадь квадрата.

5. [6 баллов] Вокруг треугольника ABC описана окружность Ω. Точки D и E – середины сторон AC и AB соответственно, CF – биссектриса треугольника ABC. Лучи DE и CF пересекаются в точке G, принадлежащей Ω. Найдите углы треугольника ABC, если известно, что $\frac{CF}{DF} = \sqrt{\frac{2}{23}}$.

6. [5 баллов] Числа x, y и z не все равны между собой, и при этом
$$x^3 + \frac{11}{y^3} = y^3 + \frac{11}{z^3} = z^3 + \frac{11}{x^3}.$$
Найдите максимально возможное значение произведения xyz.

7. [6 баллов] В основании четырёхугольной пирамиды $SABCD$ лежит четырёхугольник $ABCD$, в котором $AB = BC = \sqrt{15}$, $AD = DC = \sqrt{6}$, $AC = 2\sqrt{3}$. Ребро SD – высота пирамиды. Известно, что $SA + SB = 2\sqrt{3} + \sqrt{15}$. Найдите:

а) объём пирамиды;

б) радиус шара, касающегося граней $ABCD$, SAB, SBC и ребра SD.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$26\sin^2 x = 1 \Rightarrow \sin x = \pm\sqrt{\frac{1}{26}}$

$x_1 = \arcsin\left(\sqrt{\frac{1}{26}}\right) + 2\pi k$

$x_2 = \pi - \arcsin\left(-\sqrt{\frac{1}{26}}\right)_{+2\pi k}$ т. к.

$x \in$ I, III четв., ибо $\cos x$ и $\sin x$ одного знака.

Ответы: $x_1 = \arcsin\left(\sqrt{\frac{1}{26}}\right) + 2\pi k$; $x_2 = \pi - \arcsin\left(-\sqrt{\frac{1}{26}}\right) + 2\pi k$

$x_3 = \frac{\pi}{2} + \pi k$.

$$6tg\,2x - 1 + ctg\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

$$ctg\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}{\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)} = \frac{\cos x \cos\frac{\pi}{4} + \sin x \sin\frac{\pi}{4}}{\sin x \cos\frac{\pi}{4} - \cos x \sin\frac{\pi}{4}}$$

$$= \frac{\cos x + \sin x}{\sin x - \cos x} \quad \text{т.к. } \sin\frac{\pi}{4} = \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$tg\,2x = \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = \frac{2\sin x \cos x}{\cos^2 x - \sin^2 x} = \frac{2\sin x \cos x}{(\cos x + \sin x)(\cos x - \sin x)}$$

$$\frac{12\sin x \cos x}{(\cos x + \sin x)(\cos x - \sin x)} - 1 + \frac{\cos x + \sin x}{\sin x - \cos x} = 0$$

$$\frac{12\sin x \cos x - (\cos^2 x - \sin^2 x) - (\cos x + \sin x)^2}{(\cos x + \sin x)(\cos x - \sin x)} = 0$$

$$\frac{-2\cos^2 x + 10\sin x \cos x}{(\cos x + \sin x)(\cos x - \sin x)} = 0$$

$$\frac{2\cos x(5\sin x - \cos x)}{(\cos x + \sin x)(\cos x - \sin x)} = 0$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases} \cos x \neq \sin x \\ \cos x \neq -\sin x \\ \left[\begin{array}{l} \cos x = 0 \\ \cos x = 5\sin x \end{array}\right. \end{cases} \quad \begin{array}{l} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2},\ k \in \mathbb{Z} \\ \\ \Rightarrow \begin{array}{l} 1)\ x = \frac{\pi}{2} + \pi k \\ 2)\ (5\sin x)^2 + \sin^2 x = 1 \Rightarrow \end{array} \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Пусть $\frac{b}{a}=q$ ⇒ геом. прогрессия имеет следующий вид: $a;\ aq;\ aq^2$

Тогда $abc=a^3q^3=13^{180}\cdot 17^{180}$ ⇒ $aq=13^{60}\cdot 17^{60}$, т.е. второе число (в) всегда равно $13^{60}\cdot 17^{60}$.

Тогда $ac=a^2q^2=13^{120}\cdot 17^{120}$

$a, c\in\mathbb{Z}$ ⇒ т.к. $c=\frac{13^{120}\cdot 17^{120}}{a}$, т.е. число c однозначно определяется числом a, то кол-во троек, удовл. условию равно кол-ву ~~чисел~~ возможных значений числа a. Кол-во возможных значений числа a - это, в свою очередь, кол-во целых делителей числа $13^{120}\cdot 17^{120}$, а это удвоенное число его натур. делителей (т.к. каждому полож. соотв один отриц. дел.)

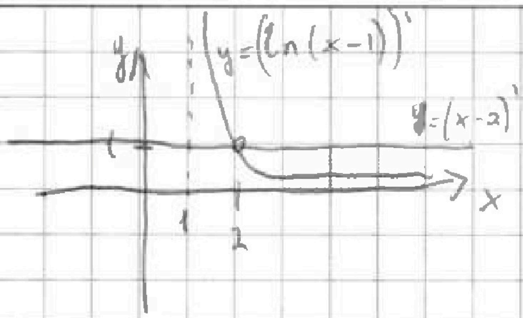
Всего натур. делителей 121^2 (121 вариант выбрать степень 13 и 121 вариант выбрать степень 17) (17 и 13 - простые) ⇒ всего троек чисел a, b, c, удовл. условию
~~$2\cdot 121^2$~~ $2\cdot 121^2$

Ответ: $2\cdot 121^2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



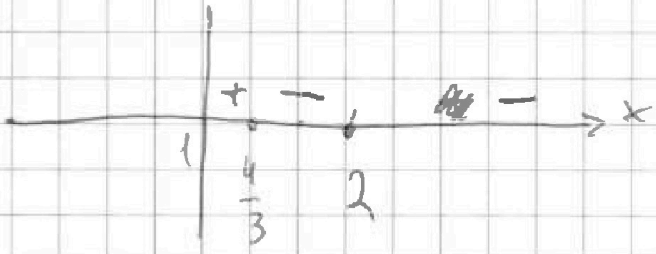
$\ln(x-1) = x-2$

один из корней: $x=2$. Однако это по совместительности т. пересечения графиков этих производных ⇒ эти 2 графика касаются друг друга.

т.е. $\ln(x-1) \le x-2$.

Нули: $x = \{\frac{4}{3}; 2\}$

решим нер-во методом интервалов:



Подставим значения из всех получ. пр-ков

$x=\frac{7}{6}$: $(\underbrace{\ln\frac{1}{6}+\frac{5}{6}}_{<0 \text{ т.к. } \ln\frac{1}{6}<-1})(\underbrace{\ln 3+\ln\frac{1}{6}}_{<0})$ ⇒ >0

т.к. $\ln\frac{1}{6} = -\ln 6$; $\ln 6 > \ln 3$

$x=1{,}5$: $(\ln\frac{1}{2}+\frac{1}{2})_{<0}(\ln 3+\ln\frac{1}{2})$ ⇒ <0

$x=100$: $(\underbrace{\ln 99-98}_{<0})(\underbrace{\ln 3+\ln 99}_{>0})^{>0}$ ⇒ <0 ⇒

⇒ Ответ: $x \in (1; \frac{4}{3}] \cup \{2\}$

$\ln^2(x-1)-(x-2)\ln(3x-3)+(\ln 3)\ln(x-1)\geq 0$

$\ln(ab)=\ln a+\ln b$ ОДЗ: $x>1$

$\ln(x-1)\cdot\ln(x-1)-(x-2)(\ln 3+\ln(x-1))+(\ln 3)(\ln(x-1))\geq 0$

$\Updownarrow$

$\ln(x-1)(\ln(x-1)+\ln 3)-(x-2)(\ln 3+\ln(x-1))\geq 0$

$\Updownarrow$

$(\ln(x-1)-x+2)(\ln 3+\ln(x-1))\geq 0$

Найдём нули этой функции

$\ln 3+\ln(x-1)=0\Rightarrow \ln(x-1)=\ln\frac{1}{3}\Rightarrow$

т.к. функция $\ln a$ монотонно возрастает, то корень один: $x=\frac{4}{3}$

$\ln(x-1)-x+2=0 \Leftrightarrow \ln(x-1)-(x-2)=0 \Leftrightarrow$

$\ln(x-1)=x-2$

~~$(x-2)'>0$~~, а производная $\ln(x-1)$ монотонно убывает $\Rightarrow$

$(x-2)'=1$

у этих функций не более двух т. пересечения.

Можно дополнительно показать графики производных этих функций для наглядности.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 18d^3 - 3ad = d \\ -18d^3 + 3ad = -d \\ -\frac{2}{3}d^3 + ad = 3d \\ \frac{2}{3}d^3 - ad = -3d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 54\frac{2}{3}d^3 - 10ad = 0 \\ 16d^3 = 10d \end{cases}$$

$$\begin{cases} d^2 = \cancel{\sqrt{\frac{5}{8}} = \frac{\sqrt{10}}{4}}\ \frac{10}{16} \\ 10a = \frac{164d^2}{3} \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} d^2 = \frac{10}{16} \\ a = \frac{164}{30}d^2 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\underline{a} = \frac{164}{30} \cdot \frac{10}{16} = \frac{164}{48} = 3\frac{5}{12} = \frac{41}{12} \Rightarrow$$

$$f(x) = -\frac{2}{3}x^3 + \frac{41}{12}x$$

$$18d^3 - \frac{41}{4}d = d \Rightarrow d^2 = \frac{45}{4} \cdot \frac{1}{18} = \frac{5}{8}$$

Площадь квадрата - это полупроизведение его диагоналей. Диагонали равны.

Найдем длину диагонали BD. $\Delta x = 2d$; $\Delta y = 6d$

$$BD = \sqrt{(2d)^2 + (6d)^2} = \sqrt{40d^2}$$

$$S_{ABCD} = \frac{BD^2}{2} = \frac{40d^2}{2} = 20d^2 = 20 \cdot \frac{5}{8} = \frac{100}{8} =$$

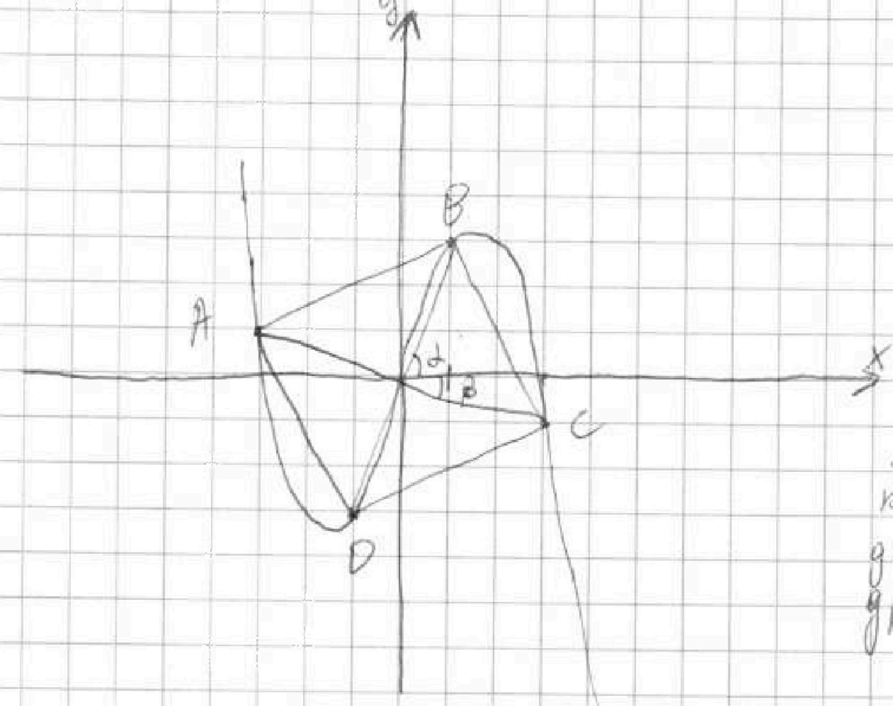
$$= \underline{12,5}$$

Ответы: $a = \frac{41}{12}$; $S_{ABCD} = 12,5$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Заметим, что центр квадрата - это по совместительству т. пересечения его диагоналей, ~~А также~~,

Диагонали квадрата перпендикулярны друг другу ⇒

Раз первая диагональ лежит на прямой $y = 3x$, то вторая лежит на прямой $y = -\frac{x}{3}$ ввиду того, что

у функции $f(x) = kx$ k это тангенс угла между прямой и осью Ox.

$\alpha + \beta = 90° \Rightarrow |tg\,\alpha| = |ctg\,\beta|$, но они противоположны по знаку $\Rightarrow tg\,\beta = -\frac{1}{3}$.

Заметим также, что график функции $y = -\frac{2}{3}x^3 + ax$ также проходит через начало координат.

Знаю всё это можно выписать координаты вершин квадрата

$A(-3d; d)$, $B(d; 3d)$, $C(3d; -d)$, $D(-d; -3d)$

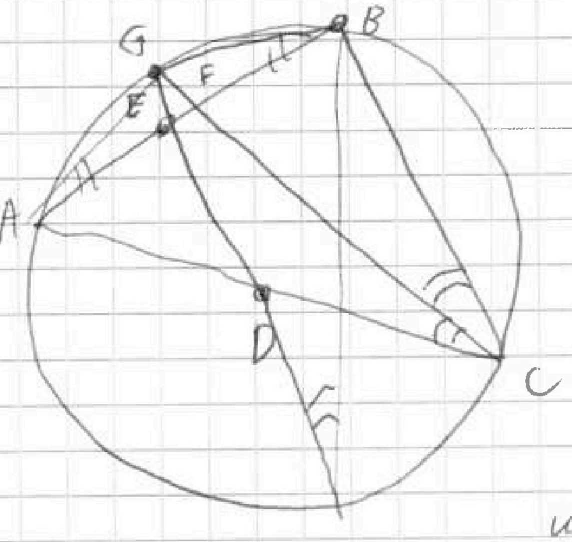
~~то~~ Из этого следуют некоторые тождества:

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



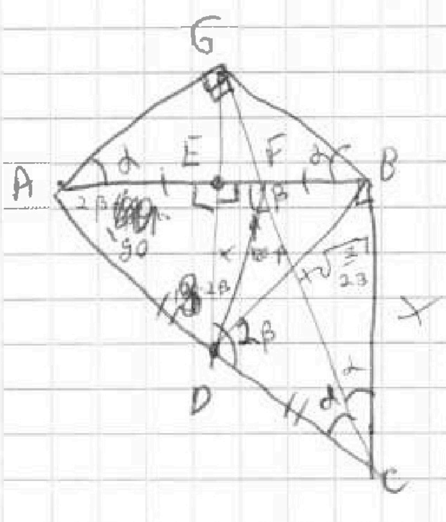
$AE = EB$
$AD = DC$

Воспользуемся леммой о том, что серединный перпендикуляр, проведенный из стороны треугольника и бис-са проведенная из противолежащей угла пересекаются на описанной вокруг этого треугольника окружности.
(ввиду того, что и сер. пер. и бис-са делят дугу пополам).

В нашем случае, перпендикуляр из т. E и CF пересекутся в т. G.
подусловию
Однако $DE \cap CF = G \Rightarrow DE \perp AB$

ED - ср. линия $\triangle ABC \Rightarrow ED \parallel BC$, $ED = \frac{1}{2} BC \Rightarrow$

$\angle AED = \angle ABC$, но т.к. $\angle AED = 90°$, то $\angle ABC = 90° \Rightarrow$
AC - диаметр.



~~$\angle DGC$ опирается~~ $\frac{CF}{DF} = \sqrt{\frac{21}{23}}$

$\frac{AF}{FB} = \frac{AC}{BC}$ по золотому св-ву биссектрисы.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$\triangle AGC \sim \triangle \cancel{F}BC$, по 2 углам.
$\triangle AGF$

$$\cancel{\begin{cases} \dfrac{AF}{FB} = \dfrac{AC}{BC} \\ \dfrac{AF}{FB} = \end{cases}}$$

$$\angle BAC = \operatorname{arctg}\left(\sqrt{\frac{2}{23}}\right)$$
$$\angle BCA = \operatorname{arctg}\left(\sqrt{\frac{23}{2}}\right)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$a+\frac{1}{b}=b+\frac{1}{c}=c+\frac{1}{a} \Rightarrow \begin{cases} a-\frac{1}{a}=c-\frac{1}{b} \\ b-\frac{1}{b}=a-\frac{1}{c} \\ c-\frac{1}{c}=b-\frac{1}{a} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a}=b-c+\frac{1}{c}=a-c+\frac{1}{b} \Rightarrow b+\frac{1}{c}=c+\frac{1}{b} \Rightarrow$$

либо $b=c$, либо $\frac{1}{b}=c$. Первый случай — это $\Leftrightarrow y=z$ — уже см.

$b=\frac{1}{c}$:

$$a+c=\frac{2}{c}=c+\frac{1}{a} \Rightarrow \frac{1}{a}=a \Rightarrow a=1$$

$$c+1=\frac{2}{c} \Rightarrow c=\{1;-2\} \qquad c\neq 1, \text{ т.к.}$$

в противном случае $a=c$ — это уже см.

Итого:

$c=-2$; $b=\frac{1}{c} \Rightarrow b=-\frac{1}{2}$; $a=1$

$$\frac{x^3}{\sqrt{11}}=1; \quad \frac{y^3}{\sqrt{11}}=-\frac{1}{2}; \quad \frac{z^3}{\sqrt{11}}=-2.$$

$$\frac{x^3y^3z^3}{11\sqrt{11}}=1$$

$$\underline{xyz}=\sqrt[3]{11\sqrt{11}}=\underline{\sqrt{11}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Заметим, что каждое из трёх выражений имеет вид $a^3 + \frac{11}{b^3}$

Возьмём производную:

$\left(a^3 + \frac{11}{b^3}\right)' = 3a^2 - \frac{33}{b^4} = 3\left(a^2 - \frac{11}{b^4}\right) = 3\left(a - \frac{\sqrt{11}}{b^2}\right)\left(a + \frac{\sqrt{11}}{b^2}\right)$ –

два нуля $\Rightarrow$ функция $a^3 + \frac{11}{b^3}$ принимает какое-то значение c в не более, чем 3 точках.

Заметим (также), что если какие-то 2 числа (x, y, z) равны друг другу, то им все равно и 3:

$x = y$:

$x^3 + \frac{11}{x^3} = x^3 + \frac{11}{z^3} \Rightarrow x = z$

$x = z$: $x^3 + \frac{11}{y^3} = x^3 + \frac{11}{x^3} \Rightarrow y = x$

$y = z$: $y^3 + \frac{11}{y^3} = y^3 + \frac{11}{x^3} \Rightarrow x = y$

Значит x, y, z попарно неравны (иначе – противоречие условию)

Поделим все части выражения на $\sqrt{11}$

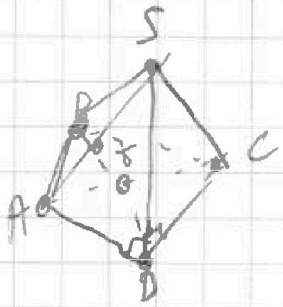
$\frac{x^3}{\sqrt{11}} + \frac{\sqrt{11}}{y^3} = \frac{y^3}{\sqrt{11}} + \frac{\sqrt{11}}{z^3} = \frac{z^3}{\sqrt{11}} + \frac{\sqrt{11}}{x^3}$

$a = \frac{x^3}{\sqrt{11}}$, $b = \frac{y^3}{\sqrt{11}}$ $c = \frac{z^3}{\sqrt{11}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Заметим, что $AD^2+DC^2=AC^2 \Rightarrow$
$\angle ADC = 90°$

Также заметим, что $ABCD$ — дельтоид $\Rightarrow DB$ — бисс-а, $AC \perp BD$

$AC \cap BD = T$ $\quad AT = TD$, т.к. $\triangle ATD$ — р/б п/у. $\Rightarrow TD = \frac{1}{2}AC$, т.к. T — сер. AC (ибо это точка падения бис-сы, пров. к осн-нию р/б Δ) $\quad TD=\sqrt{3}$

$S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot BC \cdot \sin_B = \frac{1}{2}BT \cdot AC$

по т. косинусов (в $\triangle ABC$)

$15+15-30\cos_B = 12 \Rightarrow \cos_B = 0{,}1 \Rightarrow$

$\sin_B = \sqrt{0{,}99} \Rightarrow BT = \dfrac{AB \cdot BC \cdot \sin B}{AC} =$

$= \dfrac{15\sqrt{0{,}99}}{2\sqrt{3}} = 7{,}5\sqrt{0{,}33} = 0{,}75\sqrt{33}$

$\Rightarrow BD = BT + TD = \sqrt{3} + 0{,}75\sqrt{33}$

$SD \perp ABCD \Rightarrow BS^2 = BD^2 + SD^2$; $AS^2 = AD^2 + SD^2$

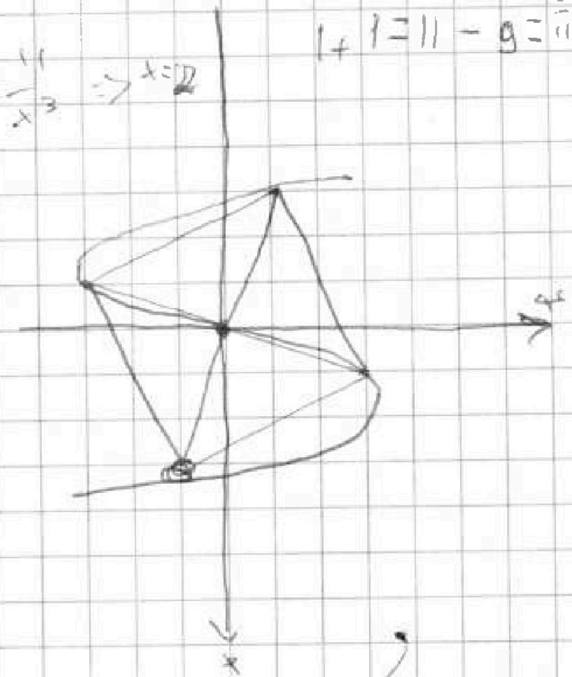
к 1, 2, 4, 3

$$\left(x^3+\frac{11}{x^3}\right)+\left(z^3+\frac{11}{y^3}\right)=2\left(y^3+\frac{11}{z^3}\right)$$

$x=y$:

$$1+1=11-9=\frac{9}{11}+1$$

$$x^3+\frac{11}{x^3}=x^3+\frac{11}{z^3}\Rightarrow\frac{11}{z^3}=\frac{11}{x^3}\Rightarrow x=z$$



$$\frac{AF}{FB}=\frac{AC}{BC}$$

$$R^2+\frac{2}{23}DF^2-R\cdot DF\sqrt{\frac{8}{23}}=DF^2$$

$$\frac{21}{23}DF^2+R\sqrt{\frac{8}{23}}\,DF-R^2=0$$

$$DF=\frac{-\sqrt{\frac{8}{23}}R+\sqrt{\frac{8}{23}R^2+\frac{84R^2}{23}}}{\frac{42}{23}}=$$

$$=\frac{-\sqrt{8}+23\sqrt{4R^2}}{42}=$$

$$=\frac{46R-\sqrt{8}R}{42}=$$

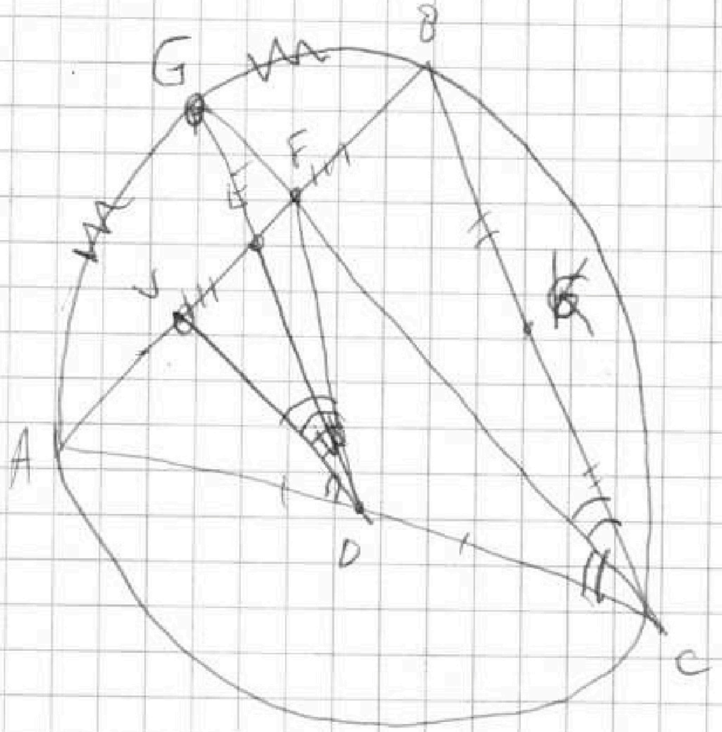
$$R\left(\frac{23-\sqrt{2}}{21}\right)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$\frac{CF}{DF} = \sqrt{\frac{2}{23}}$

$\ln(x-1)\,(\ln(x-1)+\ln 3) - (x-2)(\ln(x-1)+\ln 3) \geq 0$

4 $\quad x-1 = \frac{e^x}{e^2}$ $\qquad \ln 2 < 1$

$\ln$

$e^2x - e^2 = e^x$

$e^x - e^2x = -e^2$

$e^{x-2} - x = -1 \qquad x = 2$

$1000 \quad (\ln 999 - 998)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\cancel{x=y=z}$

$$\cancel{\left(z^3+\frac{11}{x^3}\right)^2 = x^3y^3+11+\frac{11x^3}{z^3}+\frac{121}{y^3z^3}}$$

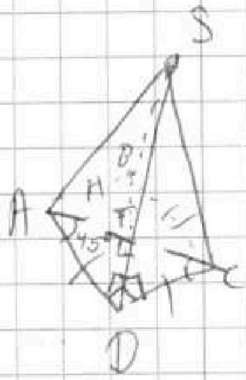
$$x^3y^3z^3+11\left(x^3+z^3+y^3\right)$$

$\cancel{\sqrt[3]{121}}$

$$\left(x^3+\frac{11}{y^3}\right)' = 3x^2 - \frac{33}{y^4} = 3\left(x^2-\frac{11}{y^4}\right)$$

$$R^2 = \frac{21}{23}DF^2 -$$

7.



$AC^2 = 12$

$TD = \frac{3}{2\sqrt3} = \frac{\sqrt3}{2}$

$15 - 30\cos\beta = 12$

$BD = \frac{\sqrt3}{2}\left(1+1{,}5\sqrt{11}\right)$

$\cos\beta = 0{,}1 \Rightarrow$

$\sin\beta = \sqrt{0{,}99}$

$2S_{ABC} = 15\sqrt{0{,}99} = AC\cdot TB \Rightarrow$

$15\sqrt{0{,}99} = TB\sqrt{12} \Rightarrow TB = 7{,}5\sqrt{0{,}33} =$

$= \underline{0{,}75\sqrt{33}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

1) $6tg2x - 1 + ctg\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$

① $x = \frac{\pi}{2}$

2) $a^3 q^3 = 13^{180} \cdot 17^{180}$

$aq = 13^{60} \cdot 17^{60}$

$a = \pm 13^x \cdot 17^y \quad x, y = \{0; 60\}$

всего $2 \cdot 121^2$ вариантов.

~~$\ln^2(x-1) - (x-3)(\ln_3 + \ln(x-1)) \geq 0$~~

$\ln^2(x-1) - (\ln 3 + \ln(x-1))(x-2) + \ln 3 \ln(x-1) \geq 0$

~~$\log_2 8 + \log_2 4 \leq 5$~~

~~$\ln^2(x-1) - l$~~