Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-01

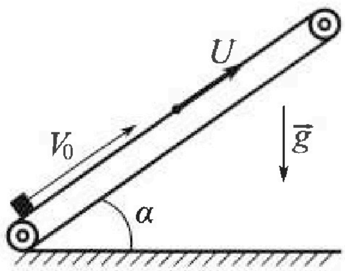
Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Мяч, посланный теннисистом вертикально вверх, поднимается на максимальную высоту за $T = 2$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.
2) Теннисист посылает мяч с начальной скоростью V_0 под различными углами к горизонту в направлении высокой вертикальной стенки, находящейся на расстоянии $S = 20$ м от места броска. На какой максимальной высоте мяч ударяется о стенку?

Ускорение свободного падения g =10 м/с^2. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротив ление воздуха считайте пренебрежимо малым. Все высоты отсчитываются от точки старта.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin\alpha = 0{,}8$ (см. рис.).



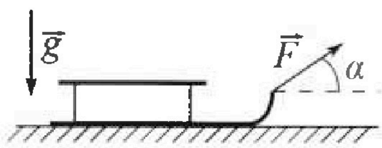
В первом опыте небольшую коробку ставят на *покоящуюся* ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 4$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = \frac{1}{3}$. Движение коробки прямолинейное.

1) За какое время T после старта коробка пройдет *в первом опыте* путь $S = 1$ м?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, *движущуюся* со скоростью $U = 2$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 4$ м/с.

2) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки во втором опыте будет равна $U = 2$ м/с?
3) На какой высоте H, отсчитанной от точки старта, скорость коробки во втором опыте станет равной нулю? Ускорение свободного падения g =10 м/с^2. Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же скорости V_0 за одинаковое время.



В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения скорости V_0 действие внешней силы прекращается.

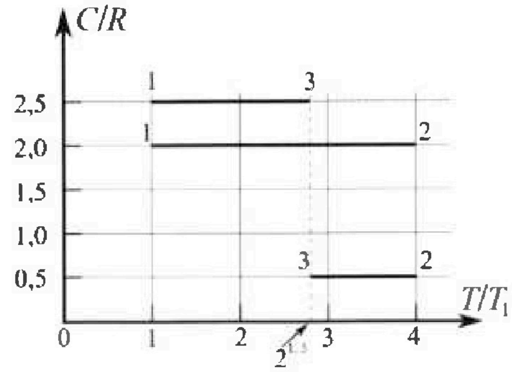
1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.
2) Через какое время T после прекращения действия силы санки остановятся? Ускорение свободного падения g.

Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

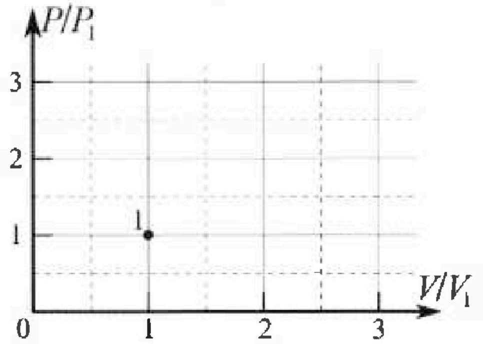


4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной R) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 $T_1 = 400$ K, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·K).

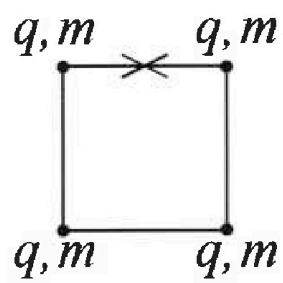
1) Найдите работу A_{12} газа в процессе 1-2.

2) Найдите КПД η цикла.

3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной b (см. рис.). Масса каждого шарика m, заряд q.



1) Найдите силу T натяжения нитей.

Одну нить пережигают.

2) Найдите скорость V любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На каком расс тоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных вверху (на рисунке)?

Коэффици ент пропорциональности в законе Кулона k. Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1

За время $T=2c$ импульс мяча изменился с $m\upsilon_0$ до 0. Из закона изменения импульса

$$0-m\upsilon_0=-mgT$$

$$\upsilon_0=gT=20\,\frac{м}{с}$$

$$\begin{cases} S=\upsilon_0\cos\alpha\, t \\ H=\upsilon_0\sin\alpha\, t-\frac{gt^2}{2} \end{cases}$$, где t - время полета мяча до стены

$$H=S\,tg\alpha-\frac{gS^2}{2\upsilon_0^2}(1+tg^2\alpha)$$

возьмем производную этой функции

$$S\,ctg\alpha-\frac{2gS^2}{2\upsilon_0^2}\alpha=0$$

$$ctg\alpha=\frac{1}{2}\Rightarrow \upsilon_y=2\upsilon_x$$

$$H=2S-\frac{5gS^2}{2\upsilon_0^2}=15\,м$$

Ответ: $\upsilon_0=20\,\frac{м}{с}$ $H=15\,м$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$t = \frac{2}{10} = 0{,}2\,c$

$L = 0{,}4 - 0{,}2 = -0{,}2\,м + 0{,}8\,м = 0{,}6\,м$

В СО транспортёра ~~v~~ коробки $= -2\frac{м}{с}$ при

т.к. в ЛСО $= 0$

Запишем З(Э) с учётом работы силы трения в момент остановки в СО ~~транспортёра~~ ~~кубика~~

$+\mu mg\cos\alpha\, S = +\frac{mU^2}{2} + 0 + mgH - mgL\sin\alpha$

$S = \frac{(g\sin\alpha - \mu g\cos\alpha)t_2^2}{2}$, где t_2 время спуска в СО транспортёра кубика

$t_2 = \frac{U}{(g\sin\alpha - \mu g\cos\alpha)} = \frac{2}{0{,}6} = \frac{2\cdot 10}{6} = \frac{10}{3}\,c$

$S = \frac{0{,}6 \cdot 100}{2 \cdot 9} = \frac{100}{3}\,м$

$2\cdot 10 \cdot \frac{1}{3} \cdot 0{,}2 \cdot \frac{100}{9} = 4 + 2\cdot 10\, H - 2\cdot 0{,}8$

$20H = \frac{400}{3} - \frac{4+1{,}6}{20} \Big| : 20$

$H = \frac{400 - 12 + 9{,}6}{3\cdot 20} = \frac{400 - 112}{320} = \frac{328}{600} = \frac{376}{600}\,м$

~~$H = 4\,м$~~

Ответ: ~~$H = \frac{302}{3}\,м$~~; $L = 0{,}6\,м$; $T = \frac{16}{15}\,c$

~~$H = \frac{41}{75}\,м$~~

$H = \frac{376}{600}\,м$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2

Коробка со скоростью начального $v_0 = 4\frac{м}{с}$

остановится еще не пройдя путь $S = 1м$

$F_{тр} = \mu N$ $ma = \mu mg\cos\alpha + mg\sin\alpha$ $a = \mu g\cos\alpha + g\sin\alpha$

п-пр

$$\begin{cases} 0 = v_0 - (g\sin\alpha + \mu g\cos\alpha)t_1 \\ S_1 = v_0 t_1 - \frac{(g\sin\alpha + \mu g\cos\alpha)t_1^2}{2} \end{cases}$$

где S_1 - путь пройденный до начала ската вниз, t_1 время до этого

$t_1 = \frac{2}{5}с$

$S_1 = v_0 t_1 - \frac{(g\sin\alpha + \mu g\cos\alpha)t_1^2}{2}$

$S_1 = \frac{4}{5}м = 0{,}8м$

Тогда оставшийся путь $S_2 = 0{,}2$ коробка будет соскальзывать и ее ускорение будет равно $a = g\sin\alpha - \mu g\cos\alpha$

$S_2 = \frac{at_2^2}{2}$ $t_2 = \sqrt{\frac{S_2 \cdot 2}{a}}$ $\frac{0{,}2 \cdot 2}{0{,}6} = \frac{4}{6}с$

$T = t_1 + t_2 = \frac{4}{6} + \frac{2}{5} = \frac{32}{30}с = 1\frac{1}{15}с$

Во втором случае перейдём в СО транспортёра тогда $v_2 = v_0 - u$

При этом, если в ЛСО v коробки $= u$, то в СО транспортёра $v = 0$

в СО ~~транспортёра~~

$$\begin{cases} (v_0 - u) = (g\sin\alpha + \mu g\cos\alpha)t \\ ~~\text{в ЛСО}~~ \; L = (v_0 - u)t - \frac{(g\sin\alpha + \mu g\cos\alpha)t^2}{2} \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

поэтому запишем ЗСИ с учётом действия силы трения

$$0 - m v_0 = -\mu m g \tau$$

$$\frac{v_0}{\mu g} = \tau$$

$$\tau = \frac{v_0}{\frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha} g} = \frac{v_0 \sin\alpha}{(1-\cos\alpha) g}$$

Ответ: $\mu = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$ $\tau = \frac{v_0 \sin\alpha}{(1-\cos\alpha) g}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

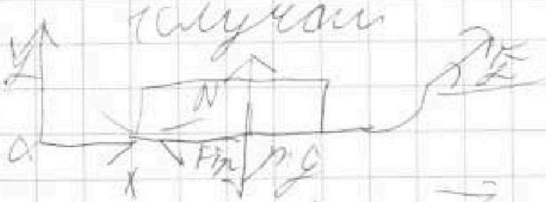
1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№3

1 случай



$$m\vec{a} = \vec{F} + \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{тр}$$

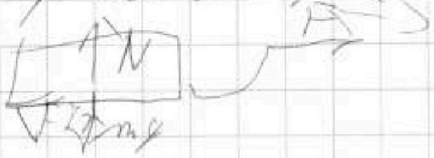
На оси OX: $ma = -F_{тр} + F\cos\alpha$

OY: $N = mg \cancel{+} F\sin\alpha$

$F_{тр} = \mu N =$

$ma_1 = F\cos\alpha - (mg - F\sin\alpha)\mu$

при во 2 случае



$N = mg$

$ma_2 = F\cancel{\cos\alpha} - mg\mu$

Запишем закон изменения импульса для обоих случаев

$$\begin{cases} m v_0 = (F\cos\alpha - mg\mu)t \\ m v_0 = (F\cos\alpha - mg\mu + F\sin\alpha\,\mu)t \end{cases}$$

Тогда $F\cancel{\cos\alpha} - mg\mu = -mg\mu + \mu F\sin\alpha + F\cos\alpha$

$\overset{1}{\cancel{\cos\alpha}} = \mu\sin\alpha + \cos\alpha$

$\mu = \dfrac{1 - \cos\alpha}{\sin\alpha}$

при прекращении действия силы $F_{тр}$ в обоих случаях $= \mu mg$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

из графика видно, что в процессе

1-2 $C_{мол} = 2R$, $\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} 3 \nu R T_1$

тогда $A_{12} + \Delta U = Q$,

$Q = C_{мол} \Delta T = 2R \cdot 3T_1$

$A_{12} = Q - \Delta U = \frac{3}{2} \nu R T_1$, $\nu = 1$ моль

$A_{12} = \frac{3}{2} R T_1 = 4982$ Дж

процесс замкнутый, что видно из рисунка $\Rightarrow \Delta U_{общая} = 0 \Rightarrow$
$A_{всего} = \Sigma Q_i$

$\eta = \frac{A_{всего}}{Q_{12}}$

~~температуру~~ энергию потратили только в процессе

Q_{1-2}, потому что только в нём $\Delta U > 0$

$\eta = \frac{Q_{12} + Q_{23} + Q_{31}}{Q_{12}}$

$Q_{12} = 6 \nu R T_1$

$Q_{23} = 0{,}5 \nu R (2^{1,5} T_1 - 4T_1)$

$Q_{31} = 2{,}5 R (T_1 - 2^{1,5} T_1)$

$\eta = \frac{6T_1 + \sqrt{2} T_1 - 2T_1 + 2{,}5 T_1 - 5\sqrt{2} T_1}{6T_1}$

$\eta = \frac{6 - 4\sqrt{2} + 0{,}5}{6} = \frac{6{,}5 - 4\sqrt{2}}{6}$

Ответ: $\eta = \frac{6{,}5 - 4\sqrt{2}}{6}$; $A_{12} = 4982$ Дж

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Запишем ЗС(Э) в этом процессе для одного из нижних шариков

Было Стало

$$E_1+E_2+E_3 = E_1+E_2+E_3'+\frac{mv^2}{2},\ 2ое$$

E_1 - энергия шарика в поле верхнего левого

E_2 - нижнего правого

E_3 - ~~вв~~ верх шарика в поле от верхнего прав.

и E_3' поле

$$E_1 = k\frac{q^2}{b}$$

$$E_2 = k\frac{q^2}{b}$$

$$E_3 = k\frac{q^2}{\sqrt{2}b} \quad E_3' = \frac{kq^2}{2b}$$

$$E_3' - E_1 = \frac{mv^2}{2}$$

$$v = \sqrt{2\frac{E_3'-E_1}{m}}$$

$$v = \sqrt{2\frac{k\frac{q^2}{2b} - k\frac{q^2}{2b}}{m}} \quad v = \sqrt{k\frac{q^2}{bm}(\sqrt{2}-1)}$$

$$v = q\sqrt{k\frac{\sqrt{2}-1}{bm}}$$

Ответ: $T = k\frac{q^2}{b^2}\left(\frac{4+\sqrt{2}}{4}\right)$, $v = q\sqrt{k\frac{\sqrt{2}-1}{bm}}$

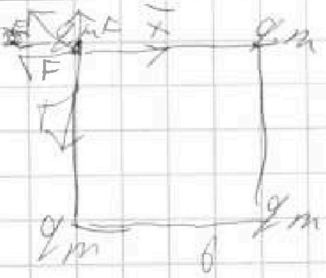
$l = \frac{\sqrt{7}}{2}d$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



на каждый из шариков действуют равные силы по модулю и сама конструкция симметрична, поэтому везде сила натяжения будет одинаковой

$F_1 = k\frac{q^2}{b^2}$ $F_2 = k\frac{q^2}{b^2}$

$F_3 = k\frac{q^2}{2b^2}$

$F_4 = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$ F_4 и F_3 сонаправлены из-за того, что $F_1 = F_2 \Rightarrow F_4$ диагональ квадрата и F_3 является его

$F_{сум} = F_4 + F_3 = k\frac{q^2}{2b^2} + \sqrt{2}\,k\frac{q^2}{b^2}$

$T_{сум} = \sqrt{T_1^2 + T_2^2} = T\sqrt{2}$

$F_{сум} = T_{сум}$ $T\sqrt{2} = k\frac{q^2}{b^2}\left(\sqrt{2} + \frac{1}{2}\right)$

$T = k\frac{q^2}{b^2}\left(\frac{4+\sqrt{2}}{4}\right)$

при взаимодействии шариков их центр масс не изменяется поэтому шарики будут находиться на линии симметрии квадрата, длина нити будет l — расстояние от начального положения шариков вершины до конечного, по теореме пифагора

$l = \sqrt{\frac{a^2}{4} + 4a^2} = \frac{a}{2}\sqrt{17}$

Ответ: $T = k\frac{q^2}{b^2}\left(\frac{4+\sqrt{2}}{4}\right)$, $l = \frac{\sqrt{17}}{2}a$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$F_2 = G\frac{m m_a}{r}$

$E_2 = k\frac{m \upsilon_0^2}{2}$

$(F\cos\alpha - \mu(mg - F\sin\alpha)) = m a = \mu$

$(F\cos\alpha = \mu m g) = m \upsilon_0$

1,3) $\frac{pV}{V_1 p_1} = \frac{T}{T_1}$

$F\cos\alpha - \mu mg = F\sin\alpha$

$2p_1V_1 - p_1V_1 = A_{23}$

$F - F\sin\alpha = \mu F \sin\alpha$

$\mu = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$

$\frac{m\upsilon_0^2}{2} = \mu m g S$

$t = \frac{\upsilon_0}{\mu g} = \frac{\upsilon_0 \sin\alpha}{(1-\cos\alpha) g}$

$6\nu R T_1$

$6RT_1 = A_{23}$

2400 − 4992

−3600

4) $A_{12} =$

$2p_1V_1 - p_2V_2$ 1200·2

$2400\ A_{12} + \Delta U = Q$

$A_{12} = \Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T = Q = C_{мол}\Delta V$

$A_{12} = \frac{3}{2}R3T_1 + 2R3T$

$pV = \nu RT$

$\eta = \frac{A_{газа}}{Q}$

$\frac{3}{2}RT_1 = \frac{1}{2}$

$A_{12} + A_{23} + A_{31}$

$\Delta U + Q$

$\frac{32}{750} = \frac{41}{75}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

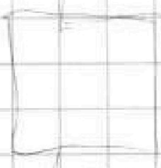
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

5) T

$\frac{pV}{p_1V_1} = \frac{T}{T_1}$

$\frac{p_2V_2}{R} = C R$

$p_2V_2 = A\,\nu\,\frac{3}{2}RT$



$p_1V_1\ A\nu\ RT$

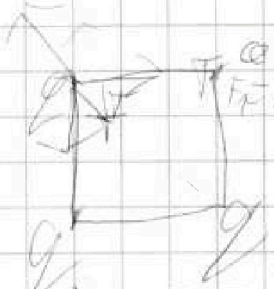
$p_2V_2 = \nu R T_1 \quad \frac{pV}{R} = C_1$

$A_{23} = Q_{12}\frac{3}{2} \quad \frac{pV}{p_1V_1} = \frac{T}{T_1}$

$\Delta A + \Delta U = \Delta Q$

0,45 1,5

3)



$T\ F_k = k\frac{q^2}{2b^2}$

$r^2 = b^2$

$\sqrt{2}T = k\frac{q^2}{2b^2} + \sqrt{2}\frac{q^2}{b^2}k$

$T = k\frac{q^2}{b^2}\left(\frac{1}{2\sqrt2} + \frac{\sqrt2}{2}\right)$

$T = k\frac{q^2}{b^2}\left(\frac{\sqrt2}{4} + 1\right) = k\frac{q^2}{b^2}\left(\frac{4+\sqrt2}{4}\right)$

$E_1 + E_2 + E_3$

$k\frac{2q}{b} + \frac{q}{\sqrt2\,b}$

$\frac{mv^2}{2} = k\frac{q^2}{b} + k\frac{q^2}{2b}$

$E_3\quad v = \sqrt{k2q\left(\frac{q}{b} + \frac{q}{b} + \right)}$

$H = \Delta l\,q - \frac{\alpha l^2}{2v^2}(1 + \operatorname{tg}^2\alpha)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$1) -\frac{T}{8} \cdot mg = -m v_0$

$v_0 = Tg$

$\frac{m v_0^2}{2} = mgH + \frac{m v_0^2 \cos^2\alpha}{2}$

$H = S\,tg\,\alpha$

$H = S\left(tg\,\alpha - \frac{gS}{2v_0^2}\right)$

$t = \frac{S}{v_0 \cos\alpha}$

$H = v_0 \cos\alpha \sin\alpha \cdot S - \frac{gS^2}{2v_0^2 \cos^2\alpha}$

$H = \frac{v_0^2 \cos^2\alpha\, tg\,\alpha}{g} - \frac{gS^2}{2v_0^2}$

$H = \frac{2v_0^2 \cos^2\alpha\, tg\,\alpha}{2v_0^2}$

$S = \frac{2 v_0 \sin\alpha}{2}$

$\frac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + tg^2\alpha$

$H = v \sin\alpha\, t - \frac{gt^2}{2}$

$t = \frac{S}{v\cos\alpha}$

$H = S\,tg - \frac{gS^2}{2\cos^2\alpha\, v^2}$

$\frac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + tg^2\alpha$

$H = S\,tg\,\alpha - \frac{gS^2}{2(1+tg^2\alpha)v^2}$

$0 = ctg^2\alpha - 2\ldots$

$ctg\,\alpha = \frac{gS}{v^2}$ $\quad ctg\,\alpha = \frac{gS}{v^2}$

$\mu mg \cos\alpha\, S = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} + mgS\sin\alpha$

$ma = g\sin\alpha + \mu g\cos\alpha$

$a = g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$

$-S = v_0 t - \frac{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)t^2}{2}$

$t = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 - 2Sg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}}{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}$

$-\mu mg\cos\alpha\, S = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} + mgS\sin\alpha$