



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 12



1. [4 балла] Решите неравенство

$$|x^3 - 9| + |x^2 - 1| \leq |x^3 - x^2 - 8|.$$

2. [4 балла] Сколько существует троек натуральных чисел $(a; b; c)$ таких, что они образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию, а их произведение abc равно $5^{360} \cdot 7^{90}$?

3. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$x^2(y - 3) - x(11y - 34) + 32y - 101 = 0.$$

4. [5 баллов] Вокруг треугольника ABC описана окружность Ω . Точки D и E – середины сторон AB и AC соответственно, CF – биссектриса угла C треугольника ABC . Прямые ED и CF пересекаются в точке G , принадлежащей Ω . Найдите углы треугольника ABC , если известно, что площадь треугольника BCF в 25 раз больше площади треугольника DGF .

5. [4 балла] На координатной плоскости нарисован квадрат, все вершины которого лежат на графике функции $y = -x^5 + ax$. Известно, что одна из диагоналей квадрата лежит на прямой $y = 2x$, а центр совпадает с началом координат. Найдите значение параметра a и сторону квадрата.

6. [5 баллов] Числа a , b и c не все равны между собой, и при этом

$$a + \frac{7}{b} = b + \frac{7}{c} = c + \frac{7}{a}.$$

Найдите максимально возможное значение произведения abc .

7. [6 баллов] Равнобедренный треугольник ABC ($AB = BC$) вписан в окружность ω , а на дуге AC , не содержащей точку B , взяты точки E и D так, что отрезки AD и CE пересекаются в точке F . На лучах EA и DC отметили точки X и Y соответственно таким образом, что $AX = CF$ и $CY = AF$. Найдите площадь четырёхугольника $BXYF$, если $BF = 19$, $XY = 36$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1.

$$x^3 - 9 = 0 \Rightarrow x = \sqrt[3]{9} : x^3 - 9 > 0 \text{ при } x > \sqrt[3]{9} \text{ и } x^3 - 9 < 0 \text{ при } x < \sqrt[3]{9}.$$

$$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow (x-1)(x+1) = 0 \quad \begin{matrix} \cancel{x-1} \\ \cancel{x+1} \end{matrix} \quad x^2 - 1 \geq 0 \text{ при } x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty) \text{ и} \\ x^2 - 1 < 0 \text{ при } -1 < x < 1.$$

При $x \leq 0$, $x^3 - x^2 - 8 < 0$. В некоторый момент $f(x) = x^3$ начнет

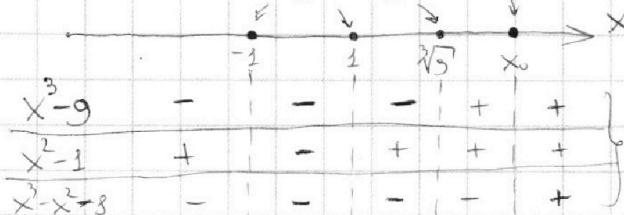
растуть быстрее, чем $g(x) = x^2 + 8 \Rightarrow f(x) - g(x) \geq 0 \Rightarrow x^3 - x^2 - 8 \geq 0$, где

$x > x_0$, $f(x_0) = g(x_0)$, т.е. корень $x^3 - x^2 - 8 = 0$ единственный.

При $x = 2,3$: $x^3 - x^2 - 8 = -3,323$, т.е. $x_0 > 2,3$, т.е. $\sqrt[3]{9} = 2,167 > \sqrt[3]{8} \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt[3]{9} < 2,3$, т.е. $x_0 > \sqrt[3]{9}$.

Ключевые точки



Второй раз корни, но рассматриваем промежуток

① $x < -1$:

$$-x^3 + 9 + x^2 - 1 \leq -x^3 + x^2 + 8$$

$$8 \leq 8$$

$x < -1$ — решение нер-ва!

$$\text{② } -x^3 + 9 - x^2 - 8 \leq -x^3 + x^2 + 8 ; x \in [-1; 1]$$

$$2x^2 - 2 \geq 0$$

$$2(x-1)(x+1) \geq 0 \quad \begin{matrix} \cancel{x-1} \\ \cancel{x+1} \end{matrix}$$

$x \in [-1; 1]$ — решение нер-ва!

$x = -1$ — решение нер-ва!

③ $1 \leq x < \sqrt[3]{9}$

$$-x^3 + 9 + x^2 - 1 \leq -x^3 + x^2 + 8$$

$$8 \leq 8$$

$x \in [1; \sqrt[3]{9})$ — решение нер-ва!

④ $\sqrt[3]{9} \leq x < x_0$

$$x^3 - 9 + x^2 - 1 \leq -x^3 + x^2 + 8$$

$$2x^3 \leq 18 \Rightarrow x^3 \leq 9 \Rightarrow x \leq \sqrt[3]{9}$$

$$x = \sqrt[3]{9} — \text{решение нер-ва!}$$

⑤ $x > x_0$

$$x^3 - 9 + x^2 - 1 \leq -x^3 + x^2 + 8$$

$$2x^3 - 2 \leq 0 \Rightarrow (x-1)(x+1) \leq 0$$

$$x \in [-1; 1], x_0 > 1$$

$x \in \emptyset$ для нер-ва на этом участке.

Собирая все полученные решения:

$$x \in (-\infty; -1] \cup [1; \sqrt[3]{9}]$$

Ответ: $x \in (-\infty; -1] \cup [1; \sqrt[3]{9}]$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2.

$a = q$, $b = aq$, $c = aq^2$, $q > 1$ – знаменатель геом прогрессии, т.к. $q \neq 1$

Тогда $abc = aq^3 = 5^{100} \cdot 4^{30} \Rightarrow aq = 5^{100} \cdot 4^{30}$; $a, q > 0$.

При $q \geq 2$: для $a = 5^{100-k} \cdot 4^k$ находитсѧ уникальные и единственные

$q = 5^{100-n} \cdot 4^{30-k}$, т.е. количество таких пар $(a; q)$ соответствующих как-бы

вариантов задать n, k , где $0 \leq n \leq 100$; $0 \leq k \leq 30 \Rightarrow$ таких комбинаций

$121 \cdot 31 = 3751$ шт., при чём пара $(a; q)$ задаёт уникальную единственную

прогрессию \Rightarrow таких прогрессий 3751 шт. Заметим, что a – натуральное,

т.е. и $q \in \mathbb{N}$.

При $q < 1$: будем говорить, что $q_x = \frac{1}{q}$, где $q > 1 \Rightarrow abc \cdot \frac{1}{q^3} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1}{q} = 5^{100} \cdot 4^{30}$, при чём $a : q^2$, т.е. $a = kq^2 \Rightarrow \frac{1}{q^2} \cdot kq = 5^{100} \cdot 4^{30}$,

т.е. $q \in [1; 5^{100} \cdot 4^{30}]$ ($5^{100} \cdot 4^{30}$) : q , т.е. $q \in [1; 5^{100} \cdot 4^{30}]$

$$\frac{1}{q^3} = 5^{360} \cdot 4^{90} \Rightarrow a = q \sqrt[3]{5^{360} \cdot 4^{90}} = q \cdot 5^{110} \cdot 4^{30}$$

$abc = kq^2 \cdot kq \cdot k = k^3 q^3 \Rightarrow kq = 5^{100} \cdot 4^{30}$. Аналогично первому варианту

тут получаем 3751 вариантов для $(k; q)$. При чём все пары уникальны

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3.

$$x^2(y-3) - x(35y-34) + 32y - 101 = 0$$

При $y \neq 3$ мы имеем квадратное уравнение относительно x :

$$y=3: -x \cdot (-) + 96 - 101 = 0 \Rightarrow x=5. \text{ Една пара } (3; 5).$$

Запишем Теорему Виета:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{35y-34}{y-3} \\ x_1 x_2 = \frac{32y-101}{y-3} \end{cases}$$

Поскольку корни членные, числа делятся на знаменатель в одинаковых случаях.

$$35y - 34 = 35(y-3) - 3 \Rightarrow x_1 + x_2 = 35 - \frac{1}{y-3}$$

$$32y - 101 = 32(y-3) - 5 \Rightarrow x_1 x_2 = 32 - \frac{5}{y-3}$$

$$\frac{1}{y-3} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} y-3=1 \\ y-3=-1 \end{cases}$$

Условия выполнены одновременно:

$$\begin{cases} y-3=1 \\ y-3=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=4 \\ y=2 \end{cases}$$

две пары

$$\text{При } y=4: x^2 - 10x + 24 = 0; D = 100 - 27 \cdot 4 < 0 \Rightarrow \text{нет.к.}$$

$$\text{При } y=2: -x^2 + 12x - 34 = 0; D = 144 - 4 \cdot 34 < 0 \Rightarrow \text{нет.к.}$$

Т.е. пара $(3; 5)$ единственная заточена имеет членные корни.

Ответ: $(3; 5)$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$EC = EG = 4l$$

$$\text{Для } \triangle ADE: \frac{7l}{\sin(\pi+2d)} = \frac{5l}{\sin \pi} \Rightarrow \frac{\sin \pi}{\sin(\pi+2d)} = \frac{5}{7}$$

$$\frac{\sqrt{7} \sin \pi}{\sin(\pi+2d)} = \frac{\sin \pi}{\sin 2d} \Rightarrow \sqrt{7} \sin d = \sin^2 \cos 2d + \sin(\pi+2d)$$

(Меняется EG)

$$\text{Рассмотрим } \triangle AGC: AE = EC = GE = 4l \Rightarrow \angle AGC = 90^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AC - \text{гипотр.} \Rightarrow E - \text{чекрп. орт. окр.} \Rightarrow \angle ABC = 90^\circ$$

$$\sin \angle BAC = \sin \pi = \frac{BC}{AC} = \frac{10l}{14l} = \frac{5}{7} \Rightarrow \angle BAC = \arcsin\left(\frac{5}{7}\right)$$

sin

$$\sin \angle ACB = \cos \angle CAB, \text{ но ОТП: } \sin \angle ACB = \sqrt{1 - \sin^2 \angle BAC} = \sqrt{1 - \frac{25}{49}} = \sqrt{\frac{24}{49}} = \frac{2\sqrt{6}}{7}$$
$$= \frac{2\sqrt{6}}{7} \cdot \frac{2}{7}\sqrt{6} \Rightarrow \angle ACB = \arcsin\left(\frac{2\sqrt{6}}{7}\right)$$

Ответ: $\angle ABC = 90^\circ$; $\angle CAB = \arcsin\left(\frac{5}{7}\right)$; $\angle ACB = \arccos\left(\frac{5}{7}\right)$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

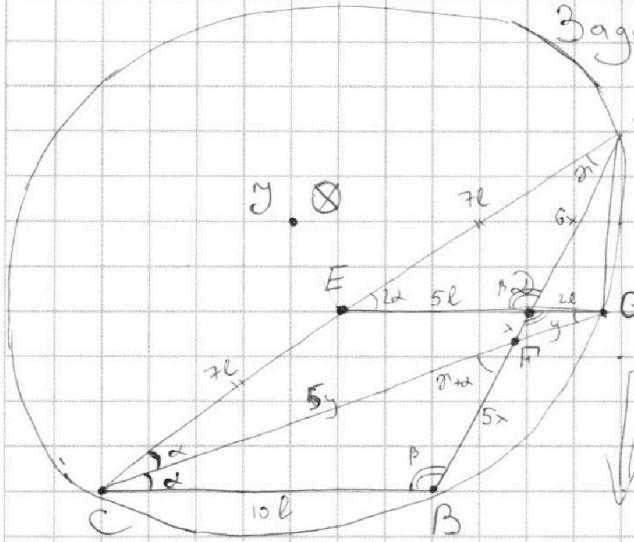
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 4.

$$\angle ACG = \angle GCB \quad (\text{CF-биссектр})$$

$$\angle EGC = \gamma$$

$$\begin{cases} \angle GCB = \angle EGC \quad (\text{из при } EG \parallel BC, \\ TKEZ - \text{свойство } \angle ABC) \\ \angle ABC = \angle ADE \Rightarrow \angle ADE = \angle FDG \\ (\text{соответств. при } ED \parallel BC) \end{cases}$$

$$\triangle FBC \sim \triangle FDG \quad (\text{по 3 углам})$$

$S_{\Delta CF}$

$$S_{\Delta CF} : k^2 = 25 \Rightarrow k = 5 ; BF = 5x, DF = x, CF = 6y, GF = y.$$

$$AD = BD = 6x.$$

$$\text{Дан } \angle CGC \text{ и } \angle B : FG \cdot CF = BF \cdot GF \Rightarrow y \cdot 5y = 5x \cdot 7x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5y^2 = 35x^2 \Rightarrow y^2 = 7x^2 \Rightarrow \frac{y}{x} = \sqrt{7}$$

$$BC = 10l ; ED = 5l \quad (\text{cp. углы}), \quad DG = 2l \quad (\text{из ногои}).$$

$$\text{Дан } \angle ACB = 2d, \angle ACG = \angle GCB = d, \angle CAB = \alpha, \angle CBA = \beta$$

$$\text{Из суммы углов в } \triangle FCB \text{ и } \angle ABC \Rightarrow \angle CFB = \alpha + d$$

$$\text{По Теореме синусов для } \triangle ABC : \frac{AC}{\sin \alpha} = \frac{AB}{\sin d} = \frac{10l}{\sin d} = \frac{12x}{\sin 2d} \Rightarrow \frac{6x}{\sin 2d} = \frac{6x}{\sin d}$$

$$\text{По Теореме синусов для } \triangle CFB : \frac{CF}{\sin \alpha} = \frac{CB}{\sin d} \Rightarrow \frac{6y}{\sin \alpha} = \frac{5l}{\sin d} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{6x}{\sin 2d} = \frac{5l}{\sin d} \Rightarrow \sin 2d = \sin(\alpha + d) \quad \text{Дано } \triangle AFC : \frac{x}{\sin d} = \frac{2l}{\sin(\alpha + d)}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin 2d}{\sin d} = \frac{6x}{5l} \Rightarrow \frac{6x}{5l} = \frac{5\sqrt{7}x}{7x} \Rightarrow \text{Дано } \triangle QFG : \frac{x}{\sin d} = \frac{2l}{\sin(\alpha + d)}$$

$$\frac{\sin 2d}{\sin d} = \frac{6x}{5l} ; \Rightarrow \triangle ECG - \text{равнобедренный} \quad (\text{углы при основании равны})$$

На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО ОДИНУ** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5.

$$y = -x^5 + ax$$

Пусть вершина В имеет координату $-x_0 = x_B$, $x_0 = x_{AB}$ (из симметрии).

$AC \in f(x) = -\frac{1}{2}x$ т.к. $AC \perp BD$.

Тогда $x_A = -2x_0$, $x_C = 2x_0$.

B) $-x_0^5 + ax_0 = -2x_0$ (3) (B) Условия

2) $x_0^5 + ax_0 = +2x_0$ (2) нонаграждение вершин

C) $-(2x_0)^5 + 2ax_0 = -\frac{1}{2} \cdot 2x_0$ (3) на графике $y = -x^5 + ax$

D) $(2x_0)^5 - 2ax_0 = \frac{1}{2} \cdot 2x_0$ (4)

$$+x_0 x_0^5 = (a+2)x_0 \quad (1), (2) \quad (3) / (4) : 2^5 = \frac{2a+1}{a+2} \Rightarrow 2a+4=2a+1$$

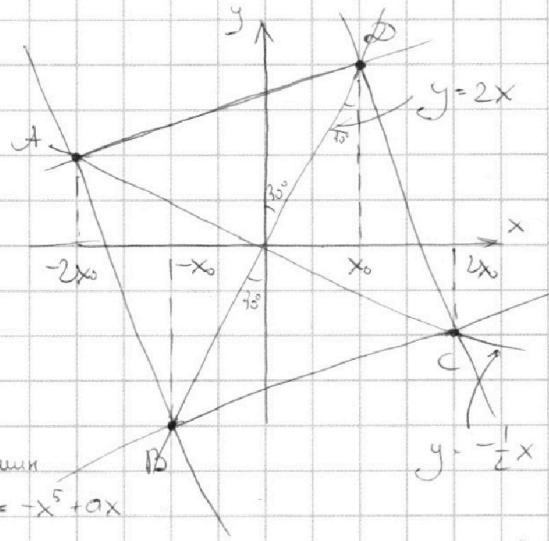
$$(2x_0)^5 = x_0(2a+1) \quad (5), (6) \quad 32a + 64 = 2a+1 \Rightarrow 30a = +65 \Rightarrow a = +\frac{65}{30} = \frac{13}{6}$$

$$x_0^5 = a+2 \Rightarrow x_0 = \sqrt[5]{a+2} = \sqrt[5]{+\frac{65}{30}+2} = \sqrt[5]{\frac{5}{3}} = \sqrt[4]{\frac{5}{6}}$$

Ответ: $a = \frac{13}{6}$; $l_{AB} = \sqrt[4]{\frac{32}{3}}$.

График \rightarrow Диагональ $d = 2 \cdot 2x_0 = 4x_0$; $l_{AB} = \frac{d}{\sqrt{2}} = \frac{4x_0}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}x_0 =$

$$= 2\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{\frac{5}{6}} = \sqrt[4]{64} = \sqrt[4]{\frac{64}{3}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6.

$$a + \frac{4}{b} = b + \frac{4}{c}$$

$$a = b - \frac{4}{b} + \frac{4}{c} = \frac{bc - 4c + 4b}{bc}$$

$$b + \frac{4}{c} = c + \frac{4}{a} \Rightarrow b = c + \frac{4}{a} - \frac{4}{c} = \frac{ac + 4c - 4a}{ac}$$

$$c + \frac{4}{a} = a + \frac{4}{b} \Rightarrow c = a + \frac{4}{b} - \frac{4}{a} = \frac{ab + 4a - 4b}{ab}$$

$$\underbrace{\frac{bc - 4c + 4b}{bc}}_{a} + \frac{4}{b} = \underbrace{\frac{ab + 4a - 4b}{ab}}_{c} + \frac{7}{a}$$

$$\frac{bc + 4b}{bc} = \frac{ab + 4a}{ab} \Rightarrow 1 + \frac{4}{c} = 1 + \frac{4}{b} \Rightarrow \frac{2}{c} = \frac{2}{b} \Rightarrow b = c$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2(y-3) - x(11y-34) + 32y - 101 = 0$$

$$32y = 101$$

$$y = \frac{101}{32}$$

$$\boxed{x^2y - 3x^2 - 11xy + 34x + 32y - 101 = 0}$$

$$y = 4 - xy - 3x - 11y + 34 + 32 \cdot \frac{y}{x} - \frac{101}{x} = 0$$

$$x_1 x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{c}{a}$$

$$x(11y-34) + 32y - 101 = 0$$

$$-\frac{34}{65} = \frac{5}{65} = \frac{1}{13}$$

$$y = 4$$

$$\frac{a}{b}$$

$$32y - 101 \mid y-3$$

$$-32y - 96 \mid 32$$

$$-5$$

$$11y - 34 = 11(y-3) - 1$$

$$y-3 = 1$$

$$y = 2$$

$$x^2 - 5x + 4$$

$$\Delta = 4$$

$$x_1 x_2 = \frac{32y - 101}{y-3} = \frac{32(y-3) - 5}{y-3} = 32 - \frac{5}{y-3}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{11y - 34}{y-3} = \frac{11(y-3) - 1}{y-3} = 11$$

$$(32y - 101) : (y-3)$$

$$(11y - 34) : (y-3)$$

$$\frac{100}{76} = \frac{25}{19}$$

$$\frac{55}{76} = \frac{11}{16}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{7}$$

$$y-3 = 1$$

$$y = 2$$

$$-22 - 34 = -56$$

$$x^2 = 25$$

$$x = 5$$

$$x = -5$$

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{7}$$

$$y-3 = 1$$

$$y = 2$$

$$-22 - 34 = -56$$

$$x^2 = 25$$

$$x = 5$$

$$x = -5$$

$$x = 5$$

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{7}$$

$$y-3 = 1$$

$$y = 2$$

$$-22 - 34 = -56$$

$$x^2 = 25$$

$$x = 5$$

$$x = -5$$

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{7}$$

$$y-3 = 1$$

$$y = 2$$

$$-22 - 34 = -56$$

$$x^2 = 25$$

$$x = 5$$

$$x = -5$$

$$x = 5$$

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{7}$$

$$y-3 = 1$$

$$y = 2$$

$$-22 - 34 = -56$$

$$x^2 = 25$$

$$x = 5$$

$$x = -5$$

$$x = 5$$

$$x = -5$$

$$x = 5$$

$$x = -5$$

$$x = 5$$

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{7}$$

$$y-3 = 1$$

$$y = 2$$

$$-22 - 34 = -56$$

$$x^2 = 25$$

$$x = 5$$

$$x = -5$$

$$x = 5$$

$$x = -5$$

$$x = 5$$

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{7}$$

$$y-3 = 1$$

$$y = 2$$

$$-22 - 34 = -56$$

$$x^2 = 25$$

$$x = 5$$

$$x = -5$$

$$x = 5$$

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{7}$$

$$y-3 = 1$$

$$y = 2$$

$$-22 - 34 = -56$$

$$x^2 = 25$$

$$x = 5$$

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{7}$$

$$y-3 = 1$$

$$y = 2$$

$$-22 - 34 = -56$$

$$x^2 = 25$$

$$x = 5$$

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{7}$$

$$y-3 = 1$$

$$y = 2$$

$$-22 - 34 = -56$$

$$x^2 = 25$$

$$x = 5$$

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{7}$$

$$y-3 = 1$$

$$y = 2$$

$$-22 - 34 = -56$$

$$x^2 = 25$$

$$x = 5$$

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{7}$$

$$y-3 = 1$$

$$y = 2$$

$$-22 - 34 = -56$$

$$x^2 = 25$$

$$x = 5$$

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{7}$$

$$y-3 = 1$$

$$y = 2$$

$$-22 - 34 = -56$$

$$x^2 = 25$$

$$x = 5$$

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{7}$$

$$y-3 = 1$$

$$y = 2$$

$$-22 - 34 = -56$$

$$x^2 = 25$$

$$x = 5$$

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{7}$$

$$y-3 = 1$$

$$y = 2$$

$$-22 - 34 = -56$$

$$x^2 = 25$$

$$x = 5$$

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{7}$$

$$y-3 = 1$$

$$y = 2$$

$$-22 - 34 = -56$$

$$x^2 = 25$$

$$x = 5$$

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{7}$$

$$y-3 = 1$$

$$y = 2$$

$$-22 - 34 = -56$$

$$x^2 = 25$$

$$x = 5$$

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{7}$$

$$y-3 = 1$$

$$y = 2$$

$$-22 - 34 = -56$$

$$x^2 = 25$$

$$x = 5$$

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{7}$$

$$y-3 = 1$$

$$y = 2$$

$$-22 - 34 = -56$$

$$x^2 = 25$$

$$x = 5$$

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{7}$$

$$y-3 = 1$$

$$y = 2$$

$$-22 - 34 = -56$$

$$x^2 = 25$$

$$x = 5$$

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{7}$$

$$y-3 = 1$$

$$y = 2$$

$$-22 - 34 = -56$$

$$x^2 = 25$$

$$x = 5$$

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{7}$$

$$y-3 = 1$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$|x^3 - 9| + |x^2 - 3| \leq |x^3 - x^2 - 8|$$

$$(x-3)^2 = x^6 - 28x^3 + 83$$

$$|f(x)| + |g(x)| \leq |k(x)|$$

$$(x-2)^2 = x^4 - 2x^2 + 4$$

$$(x^3 - x^2 - 8)^2 = (x(x-1) - 8)^2$$

$$\begin{cases} |f(x)| + |g(x)| \leq x^3 - x^2 - 8 \\ x^3 - x^2 - 8 \geq 0 \end{cases}$$

$$|f(x)| + |g(x)| \leq k(x)$$

2,5
2,6
2,7
2,8

2,9
3,0

$$\begin{cases} |f(x)| + |g(x)| \leq (-x^3 + x^2 + 3) \\ -x^3 + x^2 - 8 \leq 0 \end{cases}$$

$$(x-2)(x+3) \neq 0 \Rightarrow x = \pm 2$$

$$x^3 - x^2 - 8 < 0$$

$$k^3 = 9^3 = 72$$

$$x^3 - x^2 - 8 = 0$$

$$x^2(x-1) - 8 = 0$$

$$x^2(x-1) = 8$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

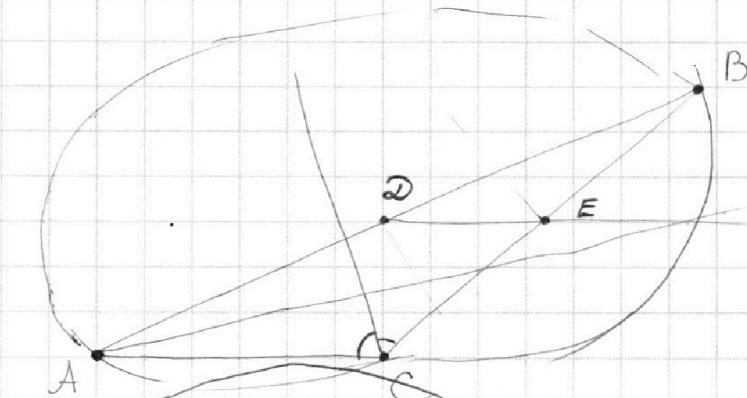
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$-x_0^5 + \alpha x_0 = 2x_0$$

$$-2x_0^5 + 2\alpha x_0 = -x_0$$

$$\frac{10l}{\sin(2\alpha)} = \frac{12x}{\sin 2\alpha}$$

$$-x_0^5 = x_0(\frac{\alpha-2}{2})$$

$$-2x_0^5 = -x_0(2\alpha+1)$$

$$\frac{5l}{\sin \delta} = \frac{6x}{\sin 2\alpha} \quad 2^5 = \frac{2\alpha+1}{\alpha-2}$$

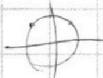
$$\sin \delta + \alpha = \sin \delta - \alpha = 2\alpha + 1$$

$$\frac{10x}{\sin(\delta+\alpha)} = \frac{12x}{\sin(\delta-\alpha)}$$

$$CF = 5GF$$

$$BC = 5GD$$

$$BF = 5DF$$



$$5y \cdot y = 5x \cdot 7x$$

$$5y^2 = 35x^2$$

$$\frac{x}{y} = \frac{1}{\sqrt{7}}$$

$$\frac{5x}{\sin 2\alpha} = \frac{10l}{\sin(\delta+\alpha)} \quad 2^5 = 2^6$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{x}{\sin \delta} = \frac{2l}{\sin(\delta+\alpha)} \\ \frac{6x}{\sin(2\alpha)} = \frac{5l}{\sin \delta} \end{array} \right. \quad \frac{64}{3} = \frac{2^6}{3}$$

$$2^6 \cdot 2^6 = 64$$

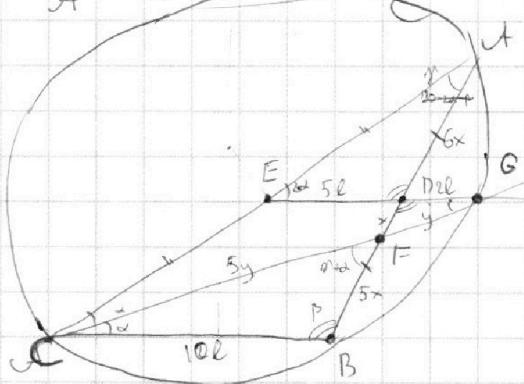
$$\frac{\sin 2\alpha}{\sin \delta} = \frac{6x}{5l}$$

$$\frac{x}{2} = \frac{5 \sin 2\alpha}{6 \sin \delta}$$

$$\frac{x}{2} = \frac{2 \sin \alpha}{\sin(2\alpha)}$$

$$\frac{5 \cos \alpha}{\sin \delta} = \frac{6 \sin(\sin(2\alpha))}{\sin(2\alpha)} \quad \frac{5 \sin 2\alpha}{6 \sin \delta} = \frac{2 \sin \alpha}{\sin(2\alpha)}$$

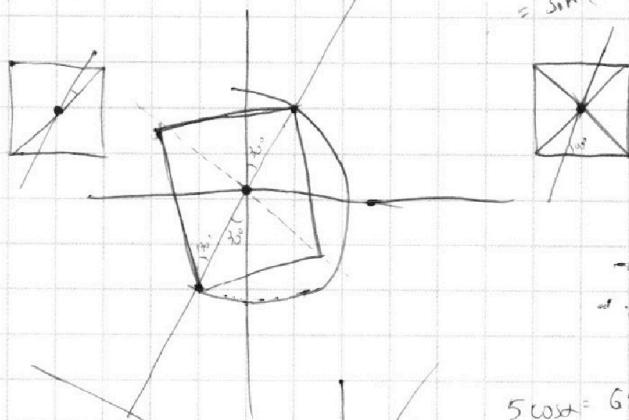
$$\frac{5 \cos \alpha}{6 \sin \delta} = \frac{1}{\sin(2\alpha)}$$



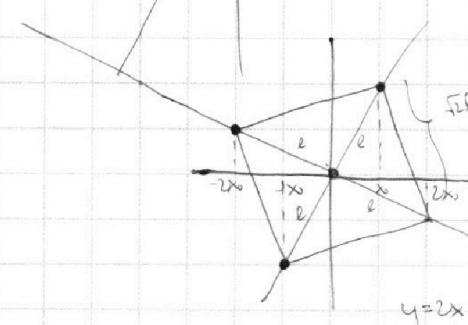
$$\sin(\delta + \alpha) =$$

$$= \sin \delta \cos \alpha + \cos \delta \sin \alpha$$

$$\sin \delta = \sin(180 - \delta + \alpha) = \sin(\delta + \alpha)$$



152



$$y = 2x \quad y = -\frac{1}{2}x$$