



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 12



1. [4 балла] Решите неравенство

$$|x^3 - 9| + |x^2 - 1| \leq |x^3 - x^2 - 8|.$$

2. [4 балла] Сколько существует троек натуральных чисел $(a; b; c)$ таких, что они образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию, а их произведение abc равно $5^{360} \cdot 7^{90}$?
3. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$x^2(y - 3) - x(11y - 34) + 32y - 101 = 0.$$

4. [5 баллов] Вокруг треугольника ABC описана окружность Ω . Точки D и E – середины сторон AB и AC соответственно, CF – биссектриса угла C треугольника ABC . Прямые ED и CF пересекаются в точке G , принадлежащей Ω . Найдите углы треугольника ABC , если известно, что площадь треугольника BCF в 25 раз больше площади треугольника DGF .
5. [4 балла] На координатной плоскости нарисован квадрат, все вершины которого лежат на графике функции $y = -x^5 + ax$. Известно, что одна из диагоналей квадрата лежит на прямой $y = 2x$, а центр совпадает с началом координат. Найдите значение параметра a и сторону квадрата.
6. [5 баллов] Числа a , b и c не все равны между собой, и при этом

$$a + \frac{7}{b} = b + \frac{7}{c} = c + \frac{7}{a}.$$

Найдите максимально возможное значение произведения abc .

7. [6 баллов] Равнобедренный треугольник ABC ($AB = BC$) вписан в окружность ω , а на дуге AC , не содержащей точку B , взяты точки E и D так, что отрезки AD и CE пересекаются в точке F . На лучах EA и DC отметили точки X и Y соответственно таким образом, что $AX = CF$ и $CY = AF$. Найдите площадь четырёхугольника $BXFY$, если $BF = 19$, $XY = 36$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 1.

$$x^3 - 9 = 0 \Rightarrow x = \sqrt[3]{9} : x^3 - 9 > 0 \text{ при } x > \sqrt[3]{9} \text{ и } x^3 - 9 < 0 \text{ при } x < \sqrt[3]{9}.$$

$$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow (x-1)(x+1) = 0 \xrightarrow{+ \quad - \quad +} x \quad x^2 - 1 > 0 \text{ при } x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty) \text{ и}$$

$$x^2 - 1 < 0 \text{ при } -1 < x < 1.$$

При $x \leq 0$, $x^3 - x^2 - 8 < 0$. В некоторый момент $f(x) = x^3$ начинает

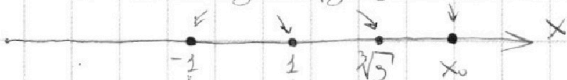
расти быстрее, чем $g(x) = x^2 + 8 \Rightarrow f(x) - g(x) > 0 \Rightarrow x^3 - x^2 - 8 > 0$, где

$x > x_0$, $f(x_0) = g(x_0)$, т.е. корень $x^3 - x^2 - 8 = 0$ единственный.

При $x = 2,3$: $x^3 - x^2 - 8 = -1,123$, т.е. $x_0 > 2,3$, $2,3^3 = 12,167 > \sqrt[3]{9} \cdot 9 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{9} < 2,3 \text{ , т.е. } x_0 > \sqrt[3]{9}.$$

Кривые функций



Выбираем корни на рассматриваемой промежутке

① $x < -1$:

$$-x^3 + 9 + x^2 - 1 \leq -x^3 + x^2 + 8$$

$$8 \leq 8$$

$x < -1$ - решение пер-ва!

② $-x^3 + 9 - x^2 + 1 \leq -x^3 + x^2 + 8$; $x \in [-1; 1]$

$$2x^2 - 2 \geq 0$$

$$2(x-1)(x+1) \geq 0$$

$x \in [-1; 1]$ - решение пер-ва!

$x = -1$ - решение пер-ва!

④ $\sqrt[3]{9} \leq x < x_0$

$$x^3 - 9 + x^2 - 1 \leq -x^3 + x^2 + 8$$

$$2x^3 \leq 18 \Rightarrow x^3 \leq 9 \Rightarrow x \leq \sqrt[3]{9}$$

$x = \sqrt[3]{9}$ - решение пер-ва!

③ $1 \leq x < \sqrt[3]{9}$

$$-x^3 + 9 + x^2 - 1 \leq -x^3 + x^2 + 8$$

$$8 \leq 8$$

$x \in [1; \sqrt[3]{9})$ - решение пер-ва!

⑤ $x > x_0$

$$x^3 - 9 + x^2 - 1 \leq x^3 - x^2 - 8$$

$$2x^2 - 2 \leq 0 \Rightarrow (x-1)(x+1) \leq 0$$

$$x \in [-1; 1], x_0 > 1$$

$x \in \emptyset$ для пер-ва на этом участке.

Собирая все полученные решения:

$$x \in (-\infty; -1] \cup [1; \sqrt[3]{9}].$$

Ответ: $x \in (-\infty; -1] \cup [1; \sqrt[3]{9}]$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2.

$$a = a, b = aq, c = aq^2, \quad q - \text{знаменатель геом. прогрессии, пусть } q > 1$$

$$\text{Тогда } abc = a^3 q^3 = 5^{360} \cdot 4^{90} \Rightarrow aq = 5^{120} \cdot 4^{30}; \quad a; q > 0.$$

При $q > 1$: для $a = 5^{120-n} \cdot 4^{30-k}$ найдётся уникальное и единственное

$$q = 5^{n-120} \cdot 4^{k-30}, \quad \text{т.е. кол-во таких пар } (a; q) \text{ соответствует кол-ву}$$

вариантов выбрать n и k , где $0 \leq n \leq 120$; $0 \leq k \leq 30 \Rightarrow$ таких комбинаций

$$|21 \cdot 31|^{-1} = 3451 \text{ шт.}^{\text{т.к. } q > 1}, \text{ при чём пара } (a; q) \text{ задаёт уникальную единственную}$$

прогрессию \Rightarrow таких прогрессий 3451 шт. Заметим, что a - натуральное,

т.е. и $q \in \mathbb{N}$.

$$\text{При } q < 1: \text{ будем говорить, что } q = \frac{1}{q'}, \text{ где } q' > 1. \Rightarrow abc = \frac{a^3}{q'^3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{a}{q'} = 5^{120} \cdot 4^{30}, \text{ при чём } a; q' \text{ т.к. } a \in \mathbb{N}, \text{ т.е. } a = kq'^2 \Rightarrow \frac{a}{q'} = kq' = 5^{120} \cdot 4^{30},$$

$$\text{т.е. } q' \in \left[1; 5^{120} \cdot 4^{30} \right) \cap \mathbb{N}, \text{ т.е. } q \in \left(1; 5^{120} \cdot 4^{30} \right]$$

$$\frac{a^3}{q^3} = 5^{360} \cdot 4^{90} \Rightarrow a = q \sqrt[3]{5^{360} \cdot 4^{90}} = q \cdot 5^{120} \cdot 4^{30}$$

$$abc = kq^2 \cdot kq \cdot k = k^3 q^3 \Rightarrow kq = 5^{120} \cdot 4^{30}. \text{ Аналогично первому варианту}$$

получаем ~~3751~~ вариантий для $(k; q)$. При чём все пары уникальны

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 3.

$$x^2(y-3) - x(11y-34) + 32y - 101 = 0$$

При $y \neq 3$ мы имеем квадратное уравнение относительно x :

$$y=3: -x \cdot (-1) + 96 - 101 = 0 \Rightarrow x=5. \text{ Есть пара } (3; 5).$$

Запишем Теорему Виета:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{11y-34}{y-3} \\ x_1 x_2 = \frac{32y-101}{y-3} \end{cases}$$

Поскольку корни целые, числитель делится на знаменатель в обоих случаях.

$$11y - 34 = 11(y-3) - 1 \Rightarrow x_1 + x_2 = 11 - \frac{1}{y-3}$$

$$32y - 101 = 32(y-3) - 5 \Rightarrow x_1 x_2 = 32 - \frac{5}{y-3}$$

$$\frac{1}{y-3} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} y-3=1 \\ y-3=-1 \end{cases}$$

Условия выполняются одновременно ^{для простых} \checkmark

$$\frac{5}{y-3} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} y-3=5 \\ y-3=-5 \\ y-3=1 \\ y-3=-1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-3=1 \\ y-3=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=4 \checkmark \\ y=2 \checkmark \end{cases}$$

$$\text{При } y=4: x^2 - 10x + 24 = 0; D = 100 - 27 \cdot 4 < 0 \Rightarrow \text{нет к.}$$

$$\text{При } y=2: -x^2 + 12x - 34 = 0; D = 144 - 4 \cdot 34 < 0 \Rightarrow \text{нет к.}$$

Т.е. пара $(3; 5)$ единственная ^{дающая} ~~имеет~~ целые корни.

Ответ: $(3; 5)$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$EC = EG = 4l$$

$$\text{Для } \triangle ADE: \frac{7l}{\sin(\alpha+2\alpha)} = \frac{5l}{\sin \alpha} \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha+2\alpha)} = \frac{5}{7}$$

$$\frac{\sqrt{7} \sin \alpha}{\sin(\alpha+2\alpha)} = \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha} \Rightarrow \sqrt{7} \sin \alpha = \sin \alpha \cos 2\alpha + \sin(\alpha+2\alpha)$$

(Менгари EG)

$$\text{Рассмотрим } \triangle AEC: AE = EC = GE = 4l \Rightarrow \angle AEC = 90^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AC - \text{гипотенуз.} \Rightarrow E - \text{центр опис. окр.} \Rightarrow \angle ABC = 90^\circ$$

$$\sin \angle BAC = \sin \alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{10l}{14l} = \frac{5}{7} \Rightarrow \angle BAC = \arcsin\left(\frac{5}{7}\right)$$

$$\sin \angle ACB = \cos \angle CAB, \text{ по ОТП: } \sin \angle ACB = \sqrt{1 - \sin^2 \angle BAC} = \sqrt{1 - \frac{25}{49}} = \sqrt{\frac{24}{49}} =$$
$$= \frac{\sqrt{24}}{7} = \frac{2\sqrt{6}}{7} \Rightarrow \angle ACB = \arcsin\left(\frac{2\sqrt{6}}{7}\right)$$

$$\text{Ответ: } \angle ABC = 90^\circ; \angle CAB = \arcsin\left(\frac{5}{7}\right); \angle ACB = \arccos\left(\frac{5}{7}\right).$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

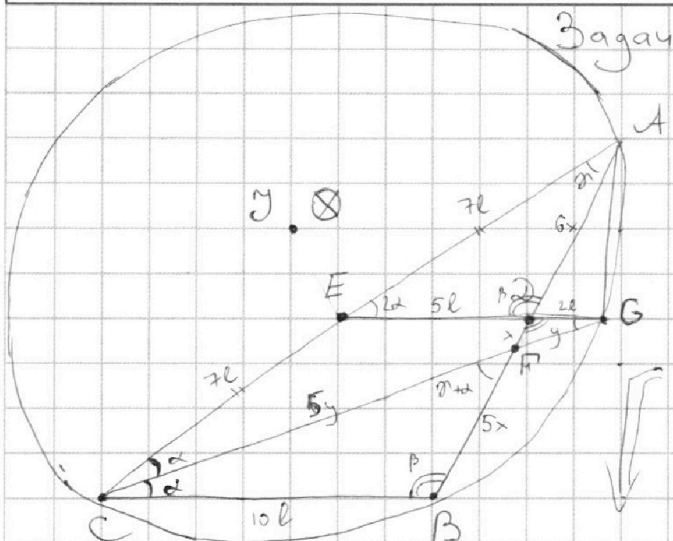
1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 4.



$\angle ACG = \angle GCB$ (CF - биссектриса)

$\angle FGE = \angle$

$\angle GCB = \angle EGC$ (или при $EG \parallel BC$,
т.к. ED - средняя линия $\triangle ABC$)
 $\angle ABC = \angle ADE \Rightarrow \angle ADE = \angle FDG$
(соответств. при $ED \parallel AC$) (вертикал.)

$\triangle FBC \cong \triangle FDG$ (по двум углам)

$\frac{S_{BCF}}{S_{GCF}} = k^2 = 25 \Rightarrow k = 5$; $BF = 5x$, $DF = x$; $CF = 6y$, $GF = y$.

$AD = BD = 6x$

Для хорд GC и AB : $FG \cdot CF = DF \cdot AF \Rightarrow y \cdot 6y = 5x \cdot 7x \Rightarrow$
 $\Rightarrow 6y^2 = 35x^2 \Rightarrow y^2 = \frac{35}{6}x^2 \Rightarrow \frac{y}{x} = \sqrt{\frac{35}{6}}$

$BC = 10l$; $ED = 5l$ (средняя линия), $DG = 2l$ (из условия).

Для хорд $\angle ACB = 2\alpha$, $\angle ACG = \angle GCB = \alpha$, $\angle CAB = \beta$, $\angle CBA = \beta$

Из суммы углов $\triangle FCB$ и $\triangle ABC \Rightarrow \angle CFB = \beta + \alpha$

По Теореме синусов для $\triangle ABC$: $\frac{BC}{\sin \beta} = \frac{AB}{\sin 2\alpha} \Rightarrow \frac{10l}{\sin \beta} = \frac{12x}{\sin 2\alpha} \Rightarrow \frac{5l}{\sin \beta} = \frac{6x}{\sin 2\alpha}$

По Теореме синусов для $\triangle CFB$: $\frac{BF}{\sin 2\alpha} = \frac{CF}{\sin \beta} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{6x}{\sin 2\alpha} = \frac{5l}{\sin \beta} \Rightarrow \sin \beta = \sin(\beta + \alpha)$ Для $\triangle AFC$: $\frac{5y}{\sin \beta} = \frac{7x}{\sin \alpha} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{5y}{7x} = \frac{5\sqrt{\frac{35}{6}}x}{7x} = \frac{5\sqrt{35}}{7}$ Для $\triangle DFG$: $\frac{x}{\sin \alpha} = \frac{2l}{\sin(\beta + \alpha)}$

$\frac{\sin 2\alpha}{\sin \beta} = \frac{6x}{5l}$; $\triangle ECG$ - равнобедренный (углы при основании равны)

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

МФТИ

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



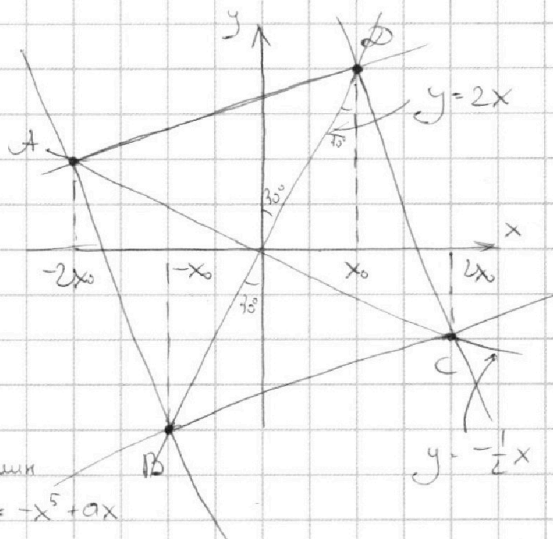
Задача 5.

$$y = -x^5 + ax$$

Пусть вершина B имеет координату $-x_0 = x_B$, $x_0 = x_D$ (из симметрии).

$$AC \in f(x) = -\frac{1}{2}x, \text{ т.к. } AC \perp BD$$

$$\text{Тогда } x_A = -2x_0, x_C = 2x_0$$



$$B) -x_0^5 + ax_0 = 2x_0 \quad (3) \quad \text{Условия}$$

$$2) x_0^5 - ax_0 = 2x_0 \quad (2) \quad \text{попадаем в вершину}$$

$$C) -(2x_0)^5 + 2ax_0 = -\frac{1}{2} \cdot 2x_0 \quad (1) \quad \text{на графике } y = -x^5 + ax$$

$$d) (2x_0)^5 - 2ax_0 = \frac{1}{2} \cdot 2x_0 \quad (4)$$

$$+x_0 \quad x_0^5 = (a+2)x_0 \quad (1), (2) \quad (2) / (1): 2^5 = \frac{2a+1}{a+2} \Rightarrow 2a+4 = 2a+1$$

$$(2x_0)^5 = x_0(2a+1) \quad (1), (4) \quad 32a + 64 = 2a+1 \rightarrow 30a = -65 \Rightarrow a = -\frac{65}{30} = -\frac{13}{6}$$

$$x_0^4 = a+2 \Rightarrow x_0 = \sqrt[4]{a+2} = \sqrt[4]{-\frac{13}{6}+2} = \sqrt[4]{\frac{5}{6}} \quad \sqrt[4]{\frac{5}{6}} = \sqrt[4]{\frac{5}{6}}$$

$$\text{Ответ: } a = -\frac{13}{6}; \quad l_{AC} = \sqrt[4]{\frac{32}{3}}$$

$$\text{Сторона } \overline{BD} \text{ Диагональ } d = 2 \cdot 2x_0 = 4x_0; \quad l_{AC} = \frac{d}{\sqrt{2}} = \frac{4x_0}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}x_0 =$$

$$= 2\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{\frac{5}{6}} = \sqrt[4]{\frac{64 \cdot 5}{6}} = \sqrt[4]{\frac{320}{6}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 6.

$$a + \frac{4}{b} = b + \frac{4}{c}$$

$$a = b - \frac{4}{b} + \frac{4}{c} = \frac{bc - 4c + 4b}{bc}$$

$$b + \frac{4}{c} = c + \frac{4}{a} \Rightarrow b = c + \frac{4}{a} - \frac{4}{c} = \frac{ac + 4c - 4a}{ac}$$

$$c + \frac{4}{a} = a + \frac{4}{b} \Rightarrow c = a + \frac{4}{b} - \frac{4}{a} = \frac{ab + 4a - 4b}{ab}$$

$$\frac{bc - 4c + 4b}{bc} + \frac{4}{b} = \frac{ab + 4a - 4b}{ab} + \frac{4}{a}$$

$$\frac{bc + 4b}{bc} = \frac{ab + 4a}{ab} \Rightarrow 1 + \frac{4}{c} = 1 + \frac{4}{b} \Rightarrow \frac{4}{c} = \frac{4}{b} \Rightarrow b = c$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x^2(y-3) - x(11y-34) + 32y - 101 = 0$$

$$32y = 101$$

$$x^2y - 3x^2 - 11xy + 34x + 32y - 101 = 0$$

$$xy - 3x - 11y + 34 + 32 \frac{y}{x} - \frac{101}{x} = 0$$

$$x_1 x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 x_2 = \frac{32y - 101}{y - 3} = \frac{32(y-3) - 5}{y-3} = 32 - \frac{5}{y-3}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{11y - 34}{y - 3} = \frac{11(y-3) + 1}{y-3} = 11$$

$$x(32y-101) + 22y - 101 = 0$$

$$\begin{array}{r} 32y - 101 \quad | \quad y - 3 \\ -32y - 96 \quad | \quad 32 \\ \hline -5 \end{array}$$

$$(32y - 101) : (y - 3)$$

$$(11y - 34) : (y - 3)$$

$$\frac{-34}{15} \quad \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{a^2}{b^2} = 5^{\log_5 7} = 7^{\log_5 5} = 7$$

$$32y - 101 = 32(y-3) - 5$$

$$11y - 34 = 11(y-3) + 1$$

$$y = 4$$

$$\frac{a}{b} \quad a \quad \frac{a^2}{b} \quad \frac{a^2}{b^2}$$

$$y - 3 = -1$$

$$y = 2$$

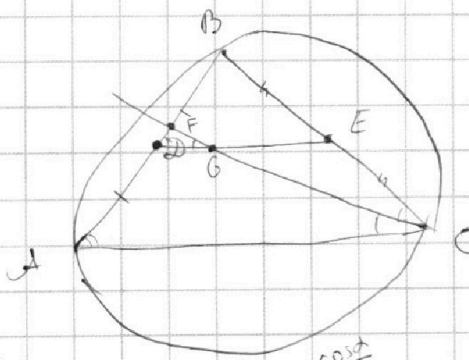
$$5 : (y-3) \quad \frac{5}{y-3}$$

$$\begin{cases} y-3=1 \\ y-3=5 \\ y-3=-1 \\ y-3=-5 \end{cases} \begin{cases} y=4 \\ y=8 \\ y=2 \\ y=-2 \end{cases}$$

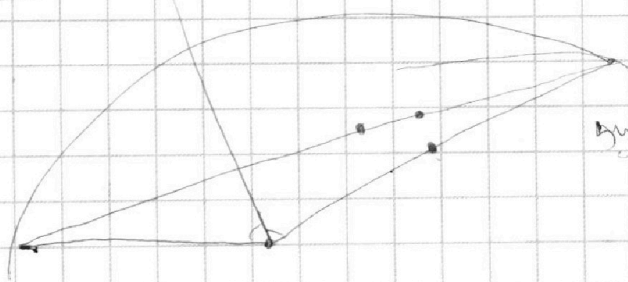
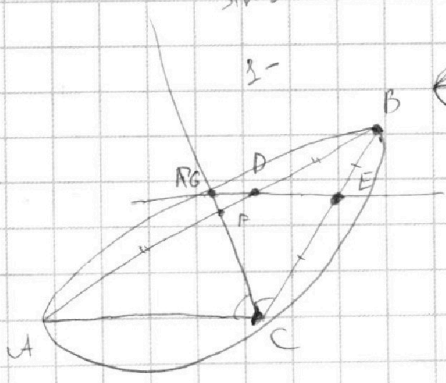
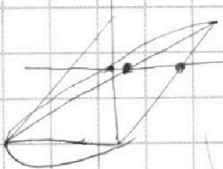
$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{5\sqrt{7}}{7} \quad 1 : (y-3)$$

$$y-3=1 \quad \begin{cases} y=4 \\ y=2 \end{cases}$$

$$\sin \alpha = \frac{\sin 2\alpha}{2 \cos \alpha} \quad \frac{\sin 2\alpha}{2 \cos \alpha} + \frac{1}{\cos \alpha}$$



$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2}$$



$$3y = 5\sqrt{7}x$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$|x^3 - 9| + |x^2 - 1| \leq |x^3 - x^2 - 8|$$

$$|f(x)| + |g(x)| \leq |k(x)|$$

$$(x^3 - 9)^2 = x^6 - 18x^3 + 81$$

$$(x^2 - 1)^2 = x^4 - 2x^2 + 1$$

$$(x^3 - x^2 - 8)^2 = (x^2(x-1) - 8)^2$$

$$|f(x)| + |g(x)| \leq x^3 - x^2 - 8$$

$$x^3 - x^2 - 8 \geq 0$$

$$|f(x)| + |g(x)| \leq k(x)$$

$$x^3 - 9 \neq 0 \Rightarrow x^3 \geq 9 \Rightarrow x \geq \sqrt[3]{9} \Rightarrow x \neq \sqrt[3]{9}$$

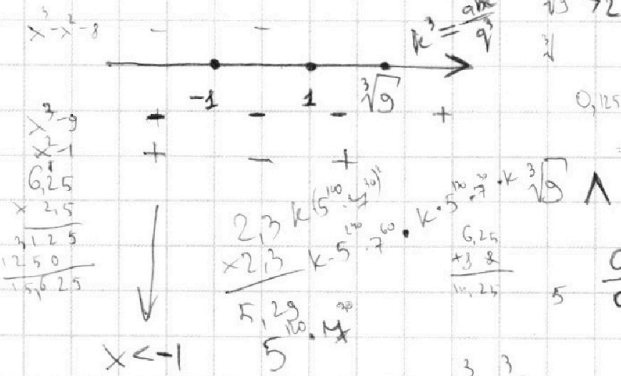
$$|f(x)| + |g(x)| \leq (-x^3 + x^2 + 8)$$

$$-x^3 + x^2 - 8 < 0$$

$$(x^2 - 1)(x + 1) \neq 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$x^3 - x^2 - 8 = 0$$

$$x^2(x - 1) - 8 = 0$$



$$x < -1$$

$$-x^3 + x^2 - 8 \leq -x^3 + x^2 + 8$$

$$8 \leq 8$$

$$x < -1$$

$$a: \left(\frac{a}{b}\right)^2$$

$$\frac{4}{5} \frac{a}{b}$$

$$x^3 - x^2 - 8 = 0$$

$$\frac{a^3}{b^3} = abc$$

$$a, aq, aq^2$$

$$a, aq, aq^2$$

$$\frac{a^2}{b} =$$

$$5^{30} \cdot 4^{30} = (aq)^3$$

$$a = kq^2$$

$$\frac{a}{b} =$$

$$a, aq, aq^2$$

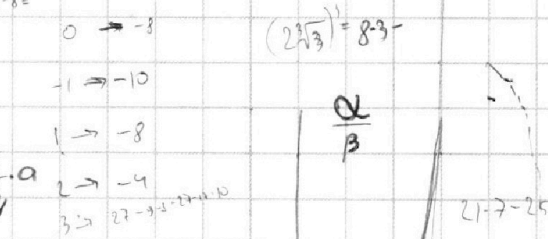
$$a, aq, aq^2$$

$$aq = 5^{10} \cdot 4^{10}$$

$$\frac{a}{q} = 5^{10} \cdot 4^{10}$$

$$a \cdot \frac{a}{q} \cdot \frac{a}{q} = a^3$$

$$\frac{a^3}{q^2} = a^3$$



$$\frac{a}{b}$$

$$21 \cdot 7 = 25$$

$$(x^2 - 1)(x + 1)^2$$

$$85 \cdot 5 = 9$$

$$12 \cdot 6 = 16$$

$$- (x^3 + 8) - (x^2 + 16)$$

$$k \cdot 5^{10} \cdot 4^{10} \cdot k$$

$$9 \cdot \frac{a}{q^2}$$

$$a_i \frac{a}{q}, \frac{a}{q^2}$$

$$a_i \frac{a}{q}, \frac{a}{q^2}$$

$$12,167 \frac{a}{q^3}$$

$$-5,29 \frac{a}{q^3}$$

$$-6,877 \frac{a}{q^3}$$

$$5^n \cdot 4^k \rightarrow 5^{10n} \cdot 4^{30k}$$

$$\frac{a}{9} = 5^{10} \cdot 4^{10}$$

$$a = \sqrt[3]{abc}$$

$$a = \sqrt[3]{abc}$$

$$a = \sqrt[3]{abc}$$



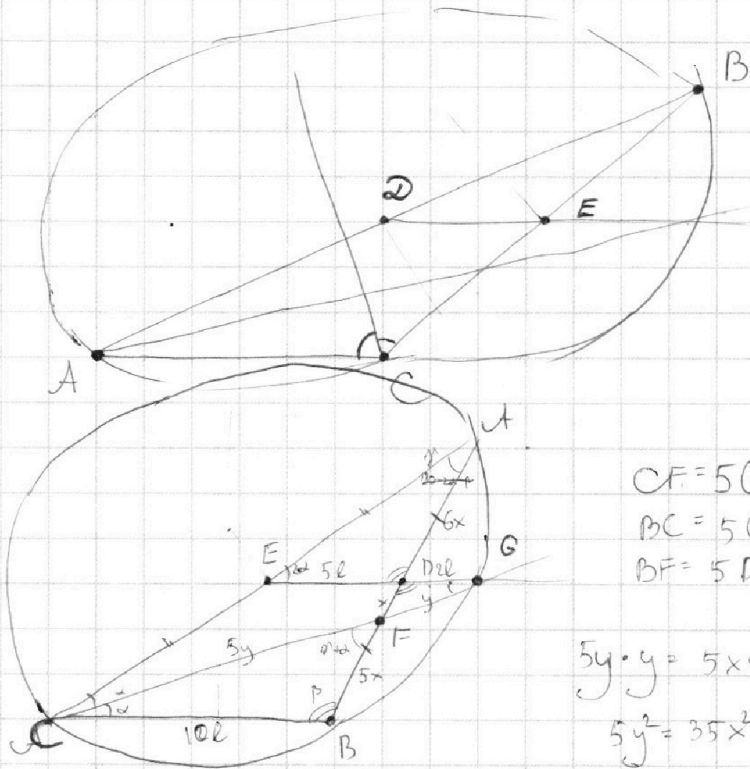
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$CF = 5GF$$

$$BC = 5GD$$

$$BF = 5DF$$

$$5y \cdot y = 5x \cdot 7x$$

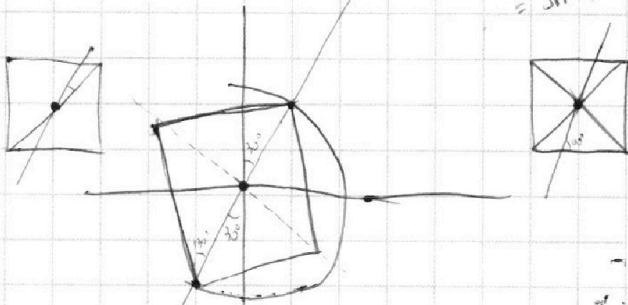
$$5y^2 = 35x^2$$

$$\frac{x}{y} = \frac{1}{\sqrt{7}}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin \beta = \sin(180 - \alpha - 2\alpha)$$

$$= \sin(\alpha + 2\alpha)$$



$$-x_0^5 + ax_0 = 2x_0$$

$$-x^5 + 2ax = -x_0$$

$$\frac{10l}{\sin^2 \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha \sin \alpha} = \frac{12x}{\sin 2\alpha}$$

$$\frac{5l}{\sin \alpha} = \frac{6x}{\sin 2\alpha}$$

$$-x_0^5 = x_0 \left(\frac{a-2}{2a} \right)$$

$$-x^5 = x_0 \left(\frac{2a+1}{2a} \right)$$

$$x^5 = \frac{2a+1}{2a}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = 2a+1$$

$$2a = 6x$$

$$a = \frac{6x}{2a} = \frac{3x}{a}$$



$$\frac{5x}{\sin \alpha} = \frac{10l}{\sin(\alpha + \beta)}$$

$$\frac{x}{\sin \alpha} = \frac{2l}{\sin(\alpha + \beta)}$$

$$\frac{6x}{\sin(2\alpha)} = \frac{5l}{\sin \alpha}$$

$$\frac{5y}{\sin \alpha} = \frac{7x}{\sin \alpha}$$

$$\frac{\sin 2\alpha}{\sin \alpha} = \frac{6x}{5l}$$

$$\frac{x}{l} = \frac{5 \sin 2\alpha}{6 \sin \alpha}$$

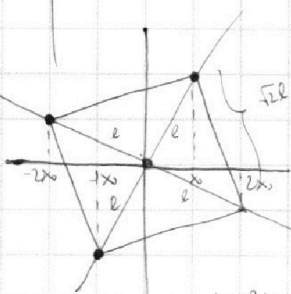
$$\frac{x}{l} = \frac{2 \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$$

$$5 \cos \alpha = 6 \sin \alpha (\sin(\alpha + \beta))$$

$$\frac{5 \sin 2\alpha}{6 \sin \alpha} = \frac{2 \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$$

$$\frac{5 \cos \alpha}{6 \sin \alpha} = \frac{2}{\sin(\alpha + \beta)}$$

5x



$$y = 2x \quad y = -\frac{1}{2}x$$