



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 12



1. [4 балла] Решите неравенство

$$|x^3 - 9| + |x^2 - 1| \leq |x^3 - x^2 - 8|.$$

2. [4 балла] Сколько существует троек натуральных чисел  $(a; b; c)$  таких, что они образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию, а их произведение  $abc$  равно  $5^{360} \cdot 7^{90}$ ?
3. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел  $(x; y)$ , удовлетворяющие уравнению

$$x^2(y - 3) - x(11y - 34) + 32y - 101 = 0.$$

4. [5 баллов] Вокруг треугольника  $ABC$  описана окружность  $\Omega$ . Точки  $D$  и  $E$  – середины сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно,  $CF$  – биссектриса угла  $C$  треугольника  $ABC$ . Прямые  $ED$  и  $CF$  пересекаются в точке  $G$ , принадлежащей  $\Omega$ . Найдите углы треугольника  $ABC$ , если известно, что площадь треугольника  $BCF$  в 25 раз больше площади треугольника  $DGF$ .
5. [4 балла] На координатной плоскости нарисован квадрат, все вершины которого лежат на графике функции  $y = -x^5 + ax$ . Известно, что одна из диагоналей квадрата лежит на прямой  $y = 2x$ , а центр совпадает с началом координат. Найдите значение параметра  $a$  и сторону квадрата.
6. [5 баллов] Числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  не все равны между собой, и при этом

$$a + \frac{7}{b} = b + \frac{7}{c} = c + \frac{7}{a}.$$

Найдите максимально возможное значение произведения  $abc$ .

7. [6 баллов] Равнобедренный треугольник  $ABC$  ( $AB = BC$ ) вписан в окружность  $\omega$ , а на дуге  $AC$ , не содержащей точку  $B$ , взяты точки  $E$  и  $D$  так, что отрезки  $AD$  и  $CE$  пересекаются в точке  $F$ . На лучах  $EA$  и  $DC$  отметили точки  $X$  и  $Y$  соответственно таким образом, что  $AX = CF$  и  $CY = AF$ . Найдите площадь четырёхугольника  $BXFY$ , если  $BF = 19$ ,  $XY = 36$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



### Задача 1.

$$x^3 - 9 = 0 \Rightarrow x = \sqrt[3]{9} : x^3 - 9 > 0 \text{ при } x > \sqrt[3]{9} \text{ и } x^3 - 9 < 0 \text{ при } x < \sqrt[3]{9}.$$

$$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow (x-1)(x+1) = 0 \xrightarrow{+ \quad - \quad +} x \quad x^2 - 1 > 0 \text{ при } x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty) \text{ и}$$

$$x^2 - 1 < 0 \text{ при } -1 < x < 1.$$

При  $x \leq 0$ ,  $x^3 - x^2 - 8 < 0$ . В некоторый момент  $f(x) = x^3$  начинает

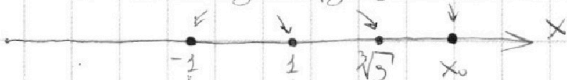
расти быстрее, чем  $g(x) = x^2 + 8 \Rightarrow f(x) - g(x) \geq 0 \Rightarrow x^3 - x^2 - 8 \geq 0$ , где

$x \geq x_0$ ,  $f(x_0) = g(x_0)$ , т.е. корень  $x^3 - x^2 - 8 = 0$  единственный.

При  $x = 2,3$ :  $x^3 - x^2 - 8 = -1,123$ , т.е.  $x_0 > 2,3$ ,  $2,3^3 = 12,167 > \sqrt[3]{9} \cdot 9 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{9} < 2,3 \text{ , т.е. } x_0 > \sqrt[3]{9}.$$

Кривые функций



Выбираем корни на рассматриваемой промежутке

①  $x < -1$ :

$$-x^3 + 9 + x^2 - 1 \leq -x^3 + x^2 + 8$$

$$8 \leq 8$$

$x < -1$  - решение пер-ва!

②  $-x^3 + 9 - x^2 + 1 \leq -x^3 + x^2 + 8$ ;  $x \in [-1; 1]$

$$2x^2 - 2 \geq 0$$

$$2(x-1)(x+1) \geq 0$$

$x \in [-1; 1]$  - решение пер-ва!

$x = -1$  - решение пер-ва!

④  $\sqrt[3]{9} \leq x < x_0$

$$x^3 - 9 + x^2 - 1 \leq -x^3 + x^2 + 8$$

$$2x^3 \leq 18 \Rightarrow x^3 \leq 9 \Rightarrow x \leq \sqrt[3]{9}$$

$x = \sqrt[3]{9}$  - решение пер-ва!

③  $1 \leq x < \sqrt[3]{9}$

$$-x^3 + 9 + x^2 - 1 \leq -x^3 + x^2 + 8$$

$$8 \leq 8$$

$x \in [1; \sqrt[3]{9})$  - решение пер-ва!

⑤  $x > x_0$

$$x^3 - 9 + x^2 - 1 \leq x^3 - x^2 - 8$$

$$2x^2 - 2 \leq 0 \Rightarrow (x-1)(x+1) \leq 0$$

$$x \in [-1; 1], x_0 > 1$$

$x \in \emptyset$  для пер-ва на этом участке.

Собирая все полученные решения:

$$x \in (-\infty; -1] \cup [1; \sqrt[3]{9}].$$

Ответ:  $x \in (-\infty; -1] \cup [1; \sqrt[3]{9}]$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2.

$$a = a, b = aq, c = aq^2, \quad q - \text{знаменатель геом. прогрессии, пусть } q > 1$$

$$\text{Тогда } abc = a^3 q^3 = 5^{360} \cdot 4^{90} \Rightarrow aq = 5^{120} \cdot 4^{30}; \quad a; q > 0.$$

При  $q > 1$ : для  $a = 5^{120-n} \cdot 4^{30-k}$  найдётся уникальное и единственное

$$q = 5^{n-120} \cdot 4^{k-30}, \quad \text{т.е. кол-во таких пар } (a; q) \text{ соответствует кол-ву}$$

вариантов выбрать  $n$  и  $k$ , где  $0 \leq n \leq 120$ ;  $0 \leq k \leq 30 \Rightarrow$  таких комбинаций

$$|21 \cdot 31|^{-1} = 3451 \text{ шт.}^{\text{т.к. } q > 1}, \text{ при чём пара } (a; q) \text{ задаёт уникальную единственную}$$

прогрессию  $\Rightarrow$  таких прогрессий 3451 шт. Заметим, что  $a$  - натуральное,

т.е. и  $q \in \mathbb{N}$ .

$$\text{При } q < 1: \text{ будем говорить, что } q = \frac{1}{q'}, \text{ где } q' > 1. \Rightarrow abc = \frac{a^3}{q'^3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{a}{q'} = 5^{120} \cdot 4^{30}, \text{ при чём } a; q' \text{ т.к. } a \in \mathbb{N}, \text{ т.е. } a = kq'^2 \Rightarrow \frac{a}{q'} = kq' = 5^{120} \cdot 4^{30},$$

$$\text{т.е. } q' \in \left[ 1; 5^{120} \cdot 4^{30} \right] \cap \mathbb{N}, \text{ т.е. } q \in \left( 1; 5^{120} \cdot 4^{30} \right]$$

$$\frac{a^3}{q^3} = 5^{360} \cdot 4^{90} \Rightarrow a = q \sqrt[3]{5^{360} \cdot 4^{90}} = q \cdot 5^{120} \cdot 4^{30}$$

$$abc = kq^2 \cdot kq \cdot k = k^3 q^3 \Rightarrow kq = 5^{120} \cdot 4^{30}. \text{ Аналогично первому варианту}$$

получаем ~~3751~~ вариантий для  $(k; q)$ . При чём все пары уникальны

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 3.

$$x^2(y-3) - x(11y-34) + 32y - 101 = 0$$

При  $y \neq 3$  мы имеем квадратное уравнение относительно  $x$ :

$$y=3: -x \cdot (-1) + 96 - 101 = 0 \Rightarrow x=5. \text{ Есть пара } (3; 5).$$

Запишем Теорему Виета:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{11y-34}{y-3} \\ x_1 x_2 = \frac{32y-101}{y-3} \end{cases}$$

Поскольку корни целые, числитель делится на знаменатель в обоих случаях.

$$11y - 34 = 11(y-3) - 1 \Rightarrow x_1 + x_2 = 11 - \frac{1}{y-3}$$

$$32y - 101 = 32(y-3) - 5 \Rightarrow x_1 x_2 = 32 - \frac{5}{y-3}$$

$$\frac{1}{y-3} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} y-3=1 \\ y-3=-1 \end{cases}$$

Условия выполняются одновременно <sup>для простых</sup>  $\checkmark$

$$\frac{5}{y-3} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} y-3=5 \\ y-3=-5 \\ y-3=1 \\ y-3=-1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-3=1 \\ y-3=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=4 \checkmark \\ y=2 \checkmark \end{cases}$$

$$\text{При } y=4: x^2 - 10x + 27 = 0; D = 100 - 27 \cdot 4 < 0 \Rightarrow \text{нет к.}$$

$$\text{При } y=2: -x^2 + 12x - 34 = 0; D = 144 - 4 \cdot 34 < 0 \Rightarrow \text{нет к.}$$

Т.е. пара  $(3; 5)$  единственная <sup>дающая</sup> ~~имеет~~ целые корни.

Ответ:  $(3; 5)$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$EC = EG = 4l$$

$$\text{Для } \triangle ADE: \frac{7l}{\sin(\alpha+2\alpha)} = \frac{5l}{\sin \alpha} \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha+2\alpha)} = \frac{5}{7}$$

$$\frac{\sqrt{7} \sin \alpha}{\sin(\alpha+2\alpha)} = \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha} \Rightarrow \sqrt{7} \sin \alpha = \sin \alpha \cos 2\alpha + \sin(\alpha+2\alpha)$$

(Менгари EG)

$$\text{Рассмотрим } \triangle AEC: AE = EC = GE = 4l \Rightarrow \angle AEC = 90^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AC - \text{гипотенуз.} \Rightarrow E - \text{центр опис. окр.} \Rightarrow \angle ABC = 90^\circ$$

$$\sin \angle BAC = \sin \alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{10l}{14l} = \frac{5}{7} \Rightarrow \angle BAC = \arcsin\left(\frac{5}{7}\right)$$

$$\sin \angle ACB = \cos \angle CAB, \text{ по ОТП: } \sin \angle ACB = \sqrt{1 - \sin^2 \angle BAC} = \sqrt{1 - \frac{25}{49}} = \sqrt{\frac{24}{49}} =$$
$$= \frac{\sqrt{24}}{7} = \frac{2\sqrt{6}}{7} \Rightarrow \angle ACB = \arcsin\left(\frac{2\sqrt{6}}{7}\right)$$

$$\text{Ответ: } \angle ABC = 90^\circ; \angle CAB = \arcsin\left(\frac{5}{7}\right); \angle ACB = \arccos\left(\frac{5}{7}\right).$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

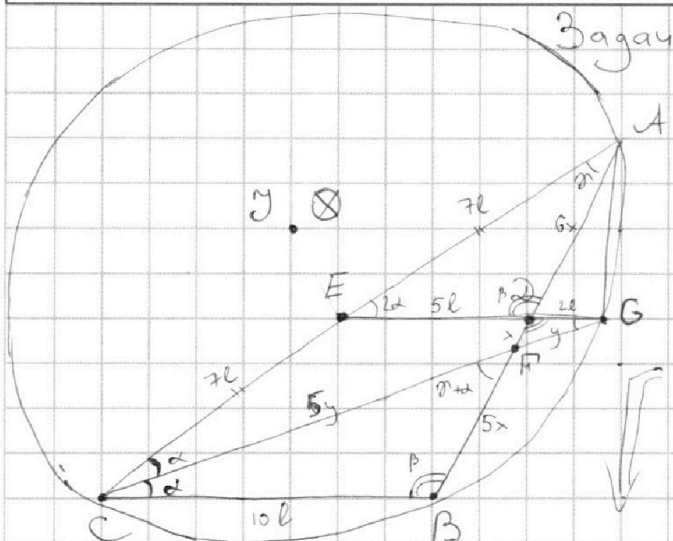
1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 4.



$\angle ACG = \angle GCB$  (CF - биссектриса)

$\angle FGE = \angle$

$\angle GCB = \angle EGC$  (или при  $EG \parallel BC$ ,  
т.к.  $ED$  - средняя линия  $\triangle ABC$ )  
 $\angle ABC = \angle ADE \Rightarrow \angle ADE = \angle FDG$   
(соответств. при  $ED \parallel AC$ ) (вертикал.)

$\triangle FBC$  и  $\triangle FDG$  (по двум углам)

$\frac{S_{BCF}}{S_{DFG}} = k^2 = 25 \Rightarrow k = 5$ ;  $BF = 5x$ ,  $DF = x$ ;  $CF = 6y$ ,  $GF = y$ .

$AD = BD = 6x$

Для хорд  $GC$  и  $AB$ :  $FG \cdot CF = BF \cdot AF \Rightarrow y \cdot 6y = 5x \cdot 7x \Rightarrow$   
 $\Rightarrow 6y^2 = 35x^2 \Rightarrow y^2 = \frac{35}{6}x^2 \Rightarrow \frac{y}{x} = \sqrt{\frac{35}{6}}$

$BC = 10l$ ;  $ED = 5l$  (ср. линия),  $DG = 2l$  (из условия).

Для хорд  $\angle ACB = 2\alpha$ ,  $\angle ACG = \angle GCB = \alpha$ ,  $\angle CAB = \beta$ ,  $\angle CBA = \beta$

Из суммы углов в  $\triangle FCB$  и  $\triangle ABC \Rightarrow \angle CFB = \beta + \alpha$

По Теореме синусов для  $\triangle ABC$ :  $\frac{BC}{\sin \beta} = \frac{AB}{\sin 2\alpha} \Rightarrow \frac{10l}{\sin \beta} = \frac{12x}{\sin 2\alpha} \Rightarrow \frac{5l}{\sin \beta} = \frac{6x}{\sin 2\alpha}$

По Теореме синусов для  $\triangle CFB$ :  $\frac{BF}{\sin 2\alpha} = \frac{CF}{\sin \beta} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{6x}{\sin 2\alpha} = \frac{6y}{\sin \beta} \Rightarrow \sin \beta = \sin(\beta + \alpha)$  Для  $\triangle AFC$ :  $\frac{5y}{\sin \beta} = \frac{7x}{\sin \alpha} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{7x}{5y} = \frac{7 \cdot \frac{5\sqrt{6}}{7}}{5 \cdot \frac{5\sqrt{7}}{7}} = \frac{5\sqrt{6}}{5\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}$  Для  $\triangle DFG$ :  $\frac{x}{\sin \alpha} = \frac{2l}{\sin(\beta + \alpha)}$

$\frac{\sin 2\alpha}{\sin \beta} = \frac{6x}{5l}$ ; Для  $\triangle ECG$  - равнобедренный (углы при основании равны)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



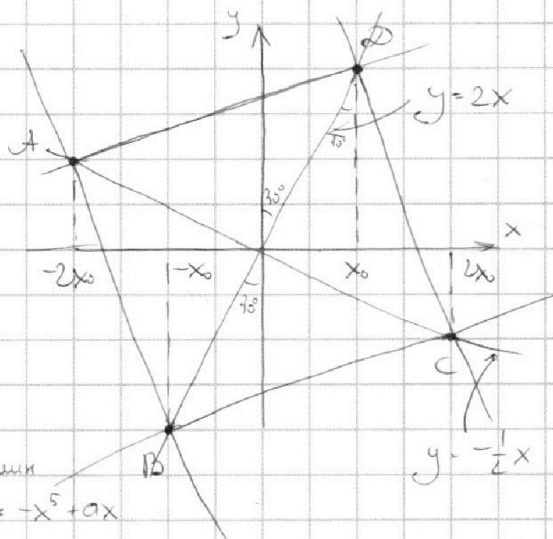
Задача 5.

$$y = -x^5 + ax$$

Пусть вершина B имеет координату  $-x_0 = x_B$ ,  $x_0 = x_D$  (из симметрии).

$AC \in f(x) = -\frac{1}{2}x$ , т.к.  $AC \perp BD$ .

Тогда  $x_A = -2x_0$ ,  $x_C = 2x_0$ .



B)  $-x_0^5 + ax_0 = +2x_0$  (3) (B) условия

2)  $x_0^5 - ax_0 = +2x_0$  (2) полагая вершина

3)  $-(2x_0)^5 + 2ax_0 = -\frac{1}{2} \cdot 2x_0$  (3) на графике  $y = -x^5 + ax$

4)  $(2x_0)^5 - 2ax_0 = \frac{1}{2} \cdot 2x_0$  (4)

$+x_0^5 = (a+2)x_0$  (1), (2)    (3) / (1):  $2^5 = \frac{2a+1}{a+2} \Rightarrow 2a+4 = 2a+1$

$(2x_0)^5 = x_0(2a+1)$  (3), (4)     $32a + 64 = 2a + 1 \rightarrow 30a = -63 \Rightarrow a = -\frac{63}{30} = -\frac{21}{10}$

$x_0^4 = a+2 \Rightarrow x_0 = \sqrt[4]{a+2} = \sqrt[4]{-\frac{21}{10}+2} = \sqrt[4]{\frac{9}{10}} = \sqrt[4]{\frac{3^2}{2 \cdot 5}}$

Ответ:  $a = -\frac{21}{10}$ ;  $l_{AC} = \sqrt[4]{\frac{32}{3}}$ .

Сторона  $\rightarrow$  Диагональ  $d = 2 \cdot 2x_0 = 4x_0$ ;  $l_{AC} = \frac{d}{\sqrt{2}} = \frac{4x_0}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}x_0 =$

$= 2\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{\frac{9}{10}} = \sqrt[4]{\frac{64}{5}} = \sqrt[4]{\frac{2^6}{5}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6.

$$a + \frac{4}{b} = b + \frac{4}{c}$$

$$a = b - \frac{4}{b} + \frac{4}{c} = \frac{bc - 4c + 4b}{bc}$$

$$b + \frac{4}{c} = c + \frac{4}{a} \Rightarrow b = c + \frac{4}{a} - \frac{4}{c} = \frac{ac + 4c - 4a}{ac}$$

$$c + \frac{4}{a} = a + \frac{4}{b} \Rightarrow c = a + \frac{4}{b} - \frac{4}{a} = \frac{ab + 4a - 4b}{ab}$$

$$\frac{bc - 4c + 4b}{bc} + \frac{4}{b} = \frac{ab + 4a - 4b}{ab} + \frac{4}{a}$$

$$\frac{bc + 4b}{bc} = \frac{ab + 4a}{ab} \Rightarrow 1 + \frac{4}{c} = 1 + \frac{4}{b} \Rightarrow \frac{4}{c} = \frac{4}{b} \Rightarrow b = c$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x^2(y-3) - x(11y-34) + 32y - 101 = 0$$

$$32y = 101$$

$$x^2y - 3x^2 - 11xy + 34x + 32y - 101 = 0$$

$$xy - 3x - 11y + 34 + 32 \frac{y}{x} - \frac{101}{x} = 0$$

$$x_1 x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 x_2 = \frac{32y - 101}{y - 3} = \frac{32(y-3) - 5}{y-3} = 32 - \frac{5}{y-3}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{11y - 34}{y - 3} = \frac{11(y-3) - 1}{y-3} = 11$$

$$x_1 + x_2 = \frac{c}{a}$$

$$x(32y-101) + 22y - 101 = 0$$

$$\begin{array}{r} 32y - 101 \quad | \quad y - 3 \\ -32y + 96 \quad | \quad 32 \\ \hline -5 \end{array}$$

$$(32y - 101) : (y - 3)$$

$$(11y - 34) : (y - 3)$$

$$\frac{-34}{15} \quad \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{a^2}{b^2} = 5^{\log_5 7} = 7$$

$$32y - 101 = 32(y-3) - 5$$

$$11y - 34 = 11(y-3) - 1$$

$$y = 4$$

$$\frac{a}{b} \quad a \quad \frac{a^2}{b^2} \quad \frac{a^2}{b^2}$$

$$y - 3 = -1$$

$$y = 2$$

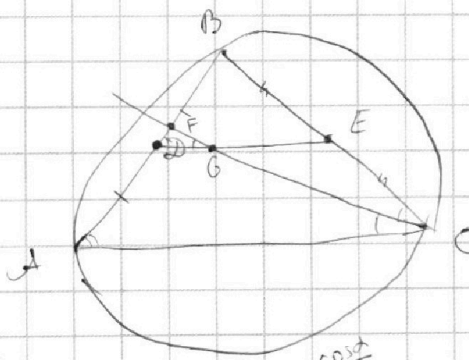
$$5 : (y - 3) \quad \frac{5}{y-3}$$

$$\begin{cases} y - 3 = 1 \\ y - 3 = 5 \\ y - 3 = -1 \\ y - 3 = -5 \end{cases} \begin{cases} y = 4 \\ y = 8 \\ y = 2 \\ y = -2 \end{cases}$$

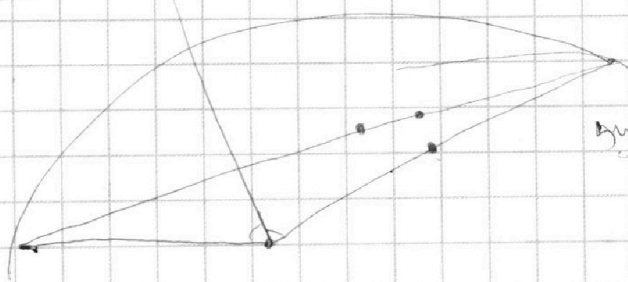
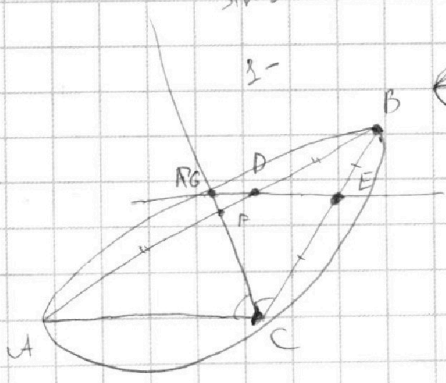
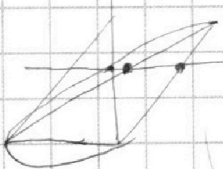
$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{5\sqrt{7}}{7} \quad 1 : (y - 3)$$

$$\begin{cases} y - 3 = 1 \\ y - 3 = -1 \end{cases} \begin{cases} y = 4 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\sin \alpha = \frac{\sin 2\alpha}{2 \cos \alpha} \quad \frac{\sin 2\alpha}{2 \cos \alpha} + \frac{1}{\cos \alpha}$$



$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2}$$



$$32y = 5\sqrt{7}x$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$|x^3 - 9| + |x^2 - 1| \leq |x^3 - x^2 - 8|$$

$$|f(x)| + |g(x)| \leq |k(x)|$$

$$(x^3 - 9)^2 = x^6 - 18x^3 + 81$$

$$(x^2 - 1)^2 = x^4 - 2x^2 + 1$$

$$(x^3 - x^2 - 8)^2 = (x^2(x-1) - 8)^2$$

$$|f(x)| + |g(x)| \leq x^3 - x^2 - 8$$

$$x^3 - x^2 - 8 > 0$$

$$|f(x)| + |g(x)| \leq k(x)$$

$$x^3 - 9 \neq 0 \Rightarrow x^3 > 9 \Rightarrow x > \sqrt[3]{9} \Rightarrow x \neq \sqrt[3]{9}$$

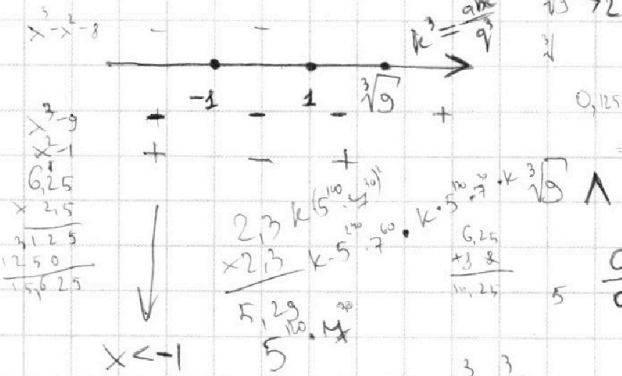
$$|f(x)| + |g(x)| \leq (-x^3 + x^2 + 8)$$

$$-x^3 + x^2 - 8 < 0$$

$$(x^2 - 1)(x + 1) \neq 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$x^3 - x^2 - 8 = 0$$

$$x^2(x - 1) - 8 = 0$$



$$0,125 - 0,25 = 0$$

$$0 \rightarrow -8$$

$$-1 \rightarrow -10$$

$$1 \rightarrow -8$$

$$2 \rightarrow -4$$

$$3 \rightarrow 27 - 9 - 8 = 10$$

$$(2\sqrt[3]{3})^3 = 8 \cdot 3 = 24$$

$$\frac{a}{b}$$

$$21 - 7 - 25 = -11$$

$$-x^3 + x^2 - 1 \leq -x^3 + x^2 + 8$$

$$8 \leq 8$$

$$x < -1$$

$$\frac{2,2}{\frac{2,2}{5}} = 11$$

$$\frac{121}{\frac{121}{31}} = 3781$$

$$x^3 - x^2 - 8 = 0$$

$$-8 = 8 - 16$$

$$(x^2 - 1)(x + 1)^2$$

$$85 - 5 - 9 = 71$$

$$12 \cdot 6 - 16 = 56$$

$$a: \left(\frac{a}{b}\right)^2$$

$$\frac{4}{5} \frac{a}{b}$$

$$x^3 - x^2 - 8 = 0$$

$$\frac{4}{5}$$

$$\frac{a^3}{b^3} = abc$$

$$a, aq, aq^2$$

$$a, \frac{a}{3}, \frac{a}{9}$$

$$a, \frac{a}{q}, \frac{a}{q^2}$$

$$\frac{a^3}{b^3} = 5^{30} \cdot 4^{30} = (5 \cdot 4)^{30} = 20^{30}$$

$$a, aq, aq^2$$

$$a \cdot \frac{a}{q} \cdot \frac{a}{q^2}$$

$$a, \frac{a}{q}, \frac{a}{q^2}$$

$$aq = 5^{10} \cdot 4^{10}$$

$$\frac{a}{q^3} = 5^{10} \cdot 4^{10}$$

$$\frac{a}{q} = 5^{10} \cdot 4^{10}$$

$$a \cdot \frac{a}{q} \cdot \frac{a}{q^2}$$

$$\frac{a^3}{8} = \frac{a^3}{8}$$

$$a^3 = a^3$$

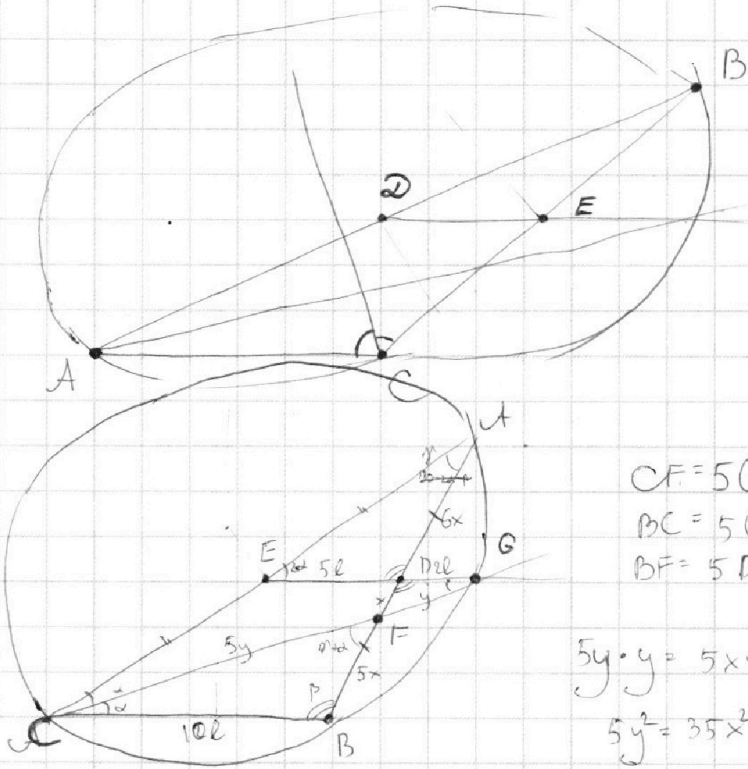
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

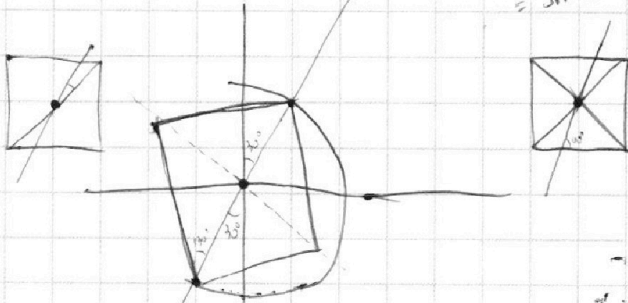


$$\begin{aligned} CF &= 5GF \\ BC &= 5GD \\ BF &= 5DF \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5y \cdot y &= 5x \cdot 7x \\ 5y^2 &= 35x^2 \\ \frac{x}{y} &= \frac{1}{\sqrt{7}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin \beta &= \sin(180 - \alpha - 2\alpha) \\ &= \sin(\alpha + 2\alpha) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} -x_0^5 + ax_0 &= 2x_0 \\ -5x_0^4 + 2ax &= -x_0 \end{aligned}$$

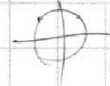
$$\frac{10l}{\sin \alpha \cos \alpha + \cos \alpha \sin \alpha} = \frac{12x}{\sin 2\alpha}$$

$$\frac{5l}{\sin \alpha} = \frac{6x}{\sin 2\alpha}$$

$$\begin{aligned} -x_0^5 &= x_0(2a-1) \\ -5x_0^4 &= x_0(2a+1) \\ 5 &= \frac{2a+1}{a-1} \end{aligned}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\begin{aligned} 2a &= 6a \\ a &= \frac{6a}{2a} = \frac{3a}{a} = 3 \end{aligned}$$



$$\frac{5x}{\sin \alpha} = \frac{10l}{\sin(\alpha + \beta)}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{\sin \alpha} = \frac{2l}{\sin(\alpha + \beta)} \\ \frac{6x}{\sin(2\alpha)} = \frac{5l}{\sin \alpha} \end{cases}$$

$$\frac{5y}{\sin \alpha} = \frac{7x}{\sin \alpha}$$

$$\frac{\sin 2\alpha}{\sin \alpha} = \frac{6x}{5l}$$

$$\frac{x}{l} = \frac{5 \sin 2\alpha}{6 \sin \alpha}$$

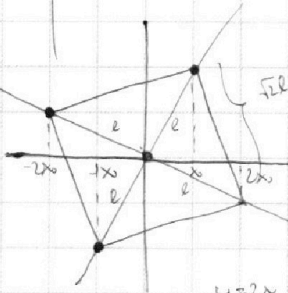
$$\frac{x}{l} = \frac{2 \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$$

$$5 \cos \alpha = 6 \sin \alpha (\sin(\alpha + \beta))$$

$$\frac{5 \sin 2\alpha}{6 \sin \alpha} = \frac{2 \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$$

$$\frac{5 \cos \alpha}{6 \sin \alpha} = \frac{2}{\sin(\alpha + \beta)}$$

5x



$$y=2x \quad y=-\frac{1}{2}x$$