



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

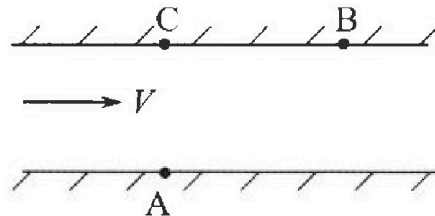
Вариант 09-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные
дроби и радикалы.



1. Пловец трижды переплывает реку. Движение пловца прямолинейное. Скорость пловца в подвижной системе отсчета, связанной с водой, во всех заплывах одинакова по модулю.

В двух первых заплывах А – точка старта, В – точка финиша (см. рис., V – неизвестная скорость течения реки). Ширина реки $AC = d = 70$ м, снос, т.е. расстояние, на которое пловец смещается вдоль реки к моменту достижения противоположного берега, $CB = L = 240$ м.



Продолжительность первого заплыва $T_1 = 192$ с, продолжительность второго заплыва $T_2 = 417$ с.

1) Найдите скорости V_1 и V_2 пловца в лабораторной системе отчета в первом и втором заплывах.

2) Найдите скорость U пловца в подвижной системе отсчета, связанной с водой.

В третьем заплыве пловец стартует из точки А и движется так, что снос минимальный.

3) Найдите продолжительность T третьего заплыва.

2. Футболист на тренировке наносит удары по мячу, лежащему на горизонтальной площадке и направляет мяч к вертикальной стенке. После абсолютно упругого соударения со стенкой мяч падает на площадку. Наибольшая высота, на которой находится мяч в полете, $H = 16,2$ м.

Расстояние от точки старта до стенки в 5 раз больше расстояния от стенки до точки падения мяча на площадку.

1) На какой высоте h происходит соударение мяча со стенкой?

2) Найдите продолжительность t_1 полета мяча от старта до соударения со стенкой.

Допустим, что в момент соударения мяча со стенкой на той же высоте h , стенка движется навстречу мячу со скоростью $U = 2$ м/с.

3) Найдите расстояние d между точками падения мяча на площадку в случаях: стенка покоится, стенка движется.

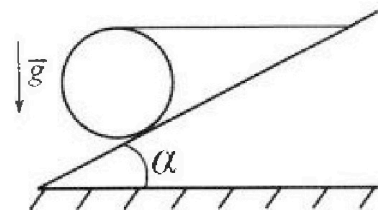
Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха пренебрежимо мало. Соударения мяча со стенкой абсолютно упругие. Траектории мяча лежат в вертикальной плоскости перпендикулярной стенке.

3. Однородный шар массой $m = 3$ кг удерживается на шероховатой наклонной плоскости горизонтальной нитью, прикрепленной к шару в его наивысшей точке. Наклонная плоскость образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin \alpha = 0,6$.

1) Найдите силу T натяжения нити.

2) Найдите силу $F_{тр}$ трения, действующую на шар.

3) При каких значениях коэффициента μ трения скольжения шар будет находиться в покое? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².





Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 09-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные
дроби и радикалы.



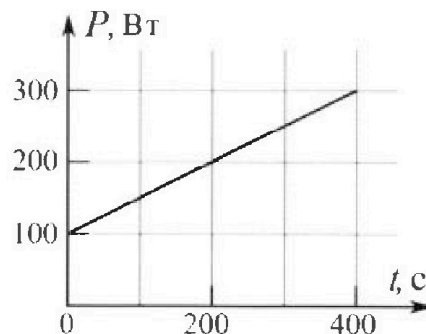
4. Воду нагревают на электроплитке. Начальная температура воды $\bar{t}_0 = 14^\circ\text{C}$, объем воды $V = 2$ л. Сопротивление спирали электроплитки $R = 20$ Ом, сила тока в спирали $I = 5$ А.

Зависимость мощности P тепловых потерь от времени t представлена на графике (см. рис.).

1) Найдите мощность P_H нагревателя.

2) Через какое время T после начала нагревания температура воды станет равной $\bar{t}_1 = 25^\circ\text{C}$?

Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м³, удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·°C).

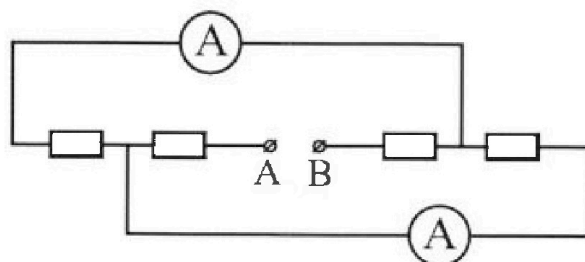


5. В электрической цепи, схема которой представлена на рисунке, четыре резистора, у двух из которых сопротивление по 20 Ом, у двух других сопротивление по 40 Ом. Сопротивление амперметров пренебрежимо мало.

После подключения к клеммам А и В источника постоянного напряжения показания амперметров оказались различными. Меньшее показание $I_1 = 1$ А.

1) Найдите показание I_2 второго амперметра.

2) Найдите напряжение U источника.



1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

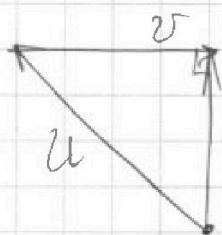


Заметим, что $u > v \Rightarrow$ мы не

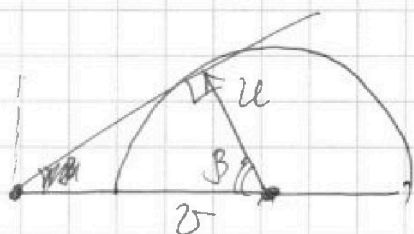
Сравнить численно u и v можно.

Если $u > v$, то можно рассмотреть движение с нулевым сносом:

В этом случае $T = \frac{d}{\sqrt{u^2 - v^2}}$.



Если же окажется, что $u < v$, то для обесечения минимального сноса нужно направить скорость u следующим образом:



В этом случае ~~вектор~~ составляющая из u и v скорости, направленная перпендикулярно течению, равна

$u \sin(\beta)$, где $\sin(\beta) = \sqrt{1 - \frac{u^2}{v^2}}$. Время движения равно $T = \frac{d}{u \sin(\beta)}$;

~~Время движения равно~~ $T = \frac{d v}{u \sqrt{v^2 - u^2}}$.

Ответ: $V_1 = \frac{\sqrt{d^2 + L^2}}{T_1}$; $V_2 = \frac{\sqrt{d^2 + L^2}}{T_2}$;

2) $u = \frac{\sqrt{d^2 + (L - v T_2)^2}}{T_2}$; где $V = \frac{(d^2 + L^2)(T_1 + T_2)}{2 L T_1 T_2}$;

3) если $u > v$; то $T = \frac{d}{\sqrt{u^2 - v^2}}$

если $v > u$; то $T = \frac{d v}{u \sqrt{v^2 - u^2}}$ 1.4

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

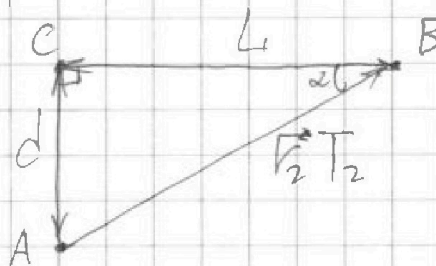
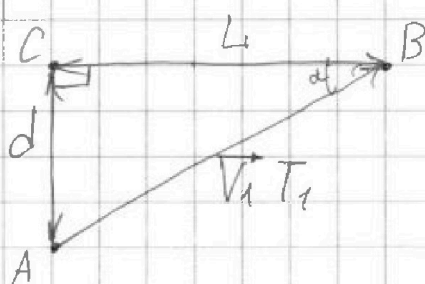
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

П.к. скорости постоянны, то итоговая скорость при переходе из подвижной системы отсчёта, связанной с водой, итоговая скорость также будет постоянной. Сделаем чертёж:



По определению пути и скорости
 $AB = V_1 \cdot T_1 = V_2 \cdot T_2$. С другой сто-

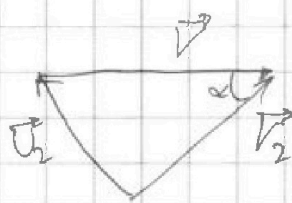
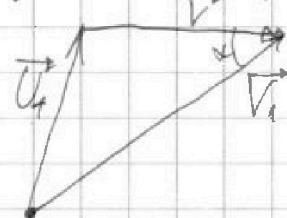
роны, по теореме Пифагора для $\triangle ABC$:

$$AB^2 = AC^2 + CB^2 = d^2 + L^2 = 250^2 \text{ м}^2 \quad \text{Тогда } \sqrt{d^2 + L^2} =$$

$$= V_1 \cdot T_1 = V_2 \cdot T_2 \Rightarrow V_1 = \frac{\sqrt{d^2 + L^2}}{T_1} = \frac{\sqrt{(70 \text{ м})^2 + (270 \text{ м})^2}}{192 \text{ с}} =$$

$$= \frac{250}{192} \frac{\text{м}}{\text{с}} = \frac{125}{96} \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad V_2 = \frac{\sqrt{d^2 + L^2}}{T_2} = \frac{250}{417} \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Рассмотрим сложение векторов скоростей при переходе из подвижной в лабораторную С.О.:



V_1 и V_2 — векторы скорости тельца в подвижной С.О. В первом и втором случаях, причём $|V_1| = |V_2| = U$ — скаляр

1.1

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$V_1^2 - 2VV_1 \cos(\alpha) = V_2^2 - 2VV_2 \cos(\alpha)$$

$$V = \frac{V_1 + V_2}{2 \cos(\alpha)} = \frac{\frac{\sqrt{d^2 + L^2}}{T_1} + \frac{\sqrt{d^2 + L^2}}{T_2}}{2 \cdot \frac{L}{\sqrt{d^2 + L^2}}} = \frac{\sqrt{d^2 + L^2} \left(\frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} \right)}{2 \cdot \frac{L}{\sqrt{d^2 + L^2}}}$$

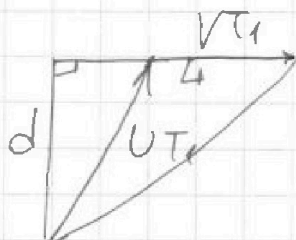
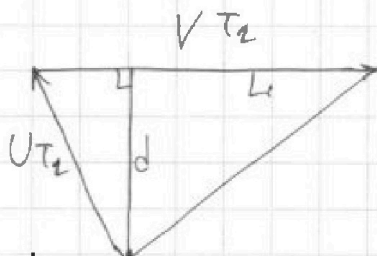
$$V = \frac{(d^2 + L^2)(T_1 + T_2)}{2L T_1 T_2} - \text{скорость течения реки.}$$

Подставим в уравнение (1):

$$U^2 = \frac{(d^2 + L^2)^2 (T_1 + T_2)^2}{4L^2 T_1^2 T_2^2} + \frac{d^2 + L^2}{T_1^2} - \frac{(d^2 + L^2)(T_1 + T_2)}{T_1^2 T_2} =$$

$$= \frac{(d^4 + 2d^2 L^2 + L^4)(T_1^2 + 2T_1 T_2 + T_2^2) + 4L^2(d^2 + L^2)T_2^2 - 4L^2 T_2(d^2 + L^2)(T_1 + T_2)}{4L^2 T_1^2 T_2^2}$$

* Перейдём к прямоугольным треугольникам:



По теореме Пифагора:

$$d^2 + (L - VT_2)^2 = U^2 T_2^2 \quad | \quad L - VT_2 = \sqrt{U^2 T_2^2 - d^2}$$

$$d^2 + (L - VT_1)^2 = U^2 T_1^2 \quad | \quad L - VT_1 = \sqrt{U^2 T_1^2 - d^2}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{L - \sqrt{U^2 T_2^2 - d^2}}{L - \sqrt{U^2 T_1^2 - d^2}} \Rightarrow L T_2 - T_2 \sqrt{U^2 T_1^2 - d^2} =$$

$$= L T_1 - T_1 \sqrt{U^2 T_2^2 - d^2}$$

Разделим уравнение:

П.2

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\cancel{L(T_2 - T_1)} = \frac{d^2 + L^2 - 2VL T_1 + V^2 T_1^2}{d^2 + L^2 - 2VL T_2 + V^2 T_2^2} = \frac{T_1^2}{T_2^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (d^2 + L^2) T_2^2 - 2VL T_1 T_2^2 + \cancel{V^2 T_1^2 T_2^2} =$$

$$= (d^2 + L^2) T_1^2 - 2VL T_2 T_1^2 + \cancel{V^2 T_1^2 T_2^2}$$

$$2VL T_1 T_2 (T_1 - T_2) = (T_1 - T_2) (T_1 + T_2) (d^2 + L^2)$$

$$V = \frac{(d^2 + L^2)(T_1 + T_2)}{2L T_1 T_2} \text{ — скорость течения реки.}$$

Подставим:

$$d^2 + \left(L - \frac{(d^2 + L^2)(T_1 + T_2)}{2L T_1} \right)^2 = U^2 T_2^2$$

$$U^2 T_2^2 = d^2 + \left(\frac{2L^2 T_1 - d^2 T_1 - L^2 T_1 - d^2 T_2 - L^2 T_2}{2L T_1} \right)^2 =$$

$$= d^2 + \left(\frac{L^2(T_1 - T_2) - d^2(T_1 + T_2)}{2L T_1} \right)^2 =$$

$$= \frac{4L^2 d^2 T_1^2 + L^4 (T_1 - T_2)^2 - 2L^2 d^2 (T_1^2 - T_2^2) + d^4 (T_1 + T_2)^2}{4L^2 T_1^2} =$$

$$= \frac{4L^2 d^2 T_1^2 + L^4 T_1^2 - 2L^4 T_1 T_2 + L^4 T_2^2 - 2L^2 d^2 T_1^2 + 2L^2 d^2 T_2^2 + d^4 T_1^2 + 2d^4 T_1 T_2 + d^4 T_2^2}{4L^2 T_1^2}$$

$$U^2 T_2^2 = \frac{d^4 (T_1 + T_2)^2 + 2L^2 d^2 (T_1^2 + T_2^2) + L^4 (T_1 - T_2)^2}{4L^2 T_1^2}$$

$$U = \frac{\sqrt{d^4 (T_1 + T_2)^2 + 2L^2 d^2 (T_1^2 + T_2^2) + L^4 (T_1 - T_2)^2}}{2L T_1 T_2}$$

$$U^2 = \frac{d^4 (T_1 + T_2)^2 + 2L^2 d^2 (T_1^2 + T_2^2) + L^4 (T_1 - T_2)^2}{4L^2 T_1^2 T_2^2}$$

1.3

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порука QR-кода недопустима!

В момент достижения максимальной
высоты вертикальная составляющая
скорости равна 0 $\Rightarrow v_{0y} = gt_0$, где t_0 —
время достижения этой высоты. Тогда
 $H = v_{0y} t_0 - \frac{gt_0^2}{2} = \frac{v_{0y}^2}{2g} \Rightarrow v_{0y} = \sqrt{2gH}$.

Заменим уравнение достижения вы-
соты $h = \frac{5}{3}H$,

$$v_{0y} t - \frac{gt^2}{2} = h = \frac{5}{3}H = \sqrt{2gH} t - \frac{gt^2}{2}$$

$$t^2 - 2\sqrt{\frac{2H}{g}} t + \frac{10H}{9g} = 0$$

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g}} \pm \sqrt{\frac{2H}{g} - \frac{10H}{9g}} = \sqrt{\frac{2H}{g}} \pm \sqrt{\frac{8H}{9g}}$$

Данное выражение имеет два по-
ложительных корня — нас интересует
наибольший, т.к. видно, что меньшее
решение при втором достижении высо-
ты h . Тогда:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}} + \sqrt{\frac{8H}{9g}} \quad \left| \quad t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}} \left(1 + \sqrt{\frac{4}{9}}\right)\right.$$
$$\left. t_1 = \frac{5}{3} \sqrt{\frac{2H}{g}} = 3,0 \text{ с} \right]$$

Время полного полёта мяча тогда
равно $2t_0 = 2 \frac{v_{0y}}{g} = 2 \sqrt{\frac{2H}{g}} = \tau$ и фиксированно
не зависит от соударения со
стенкой. Тогда, время падения от
соударения ~~на~~ го земли равно $t_2 = \tau - t_1$;
 ~~$t_2 = \sqrt{\frac{2H}{g}} \left(1 - \frac{5}{3}\right)$~~ $t_2 = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2H}{g}}$.

2.2

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

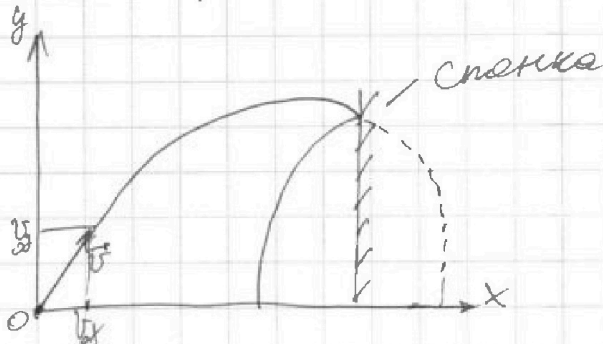
1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Ассиметричный полет мяча:



$$y = v_y t - \frac{g t^2}{2}$$

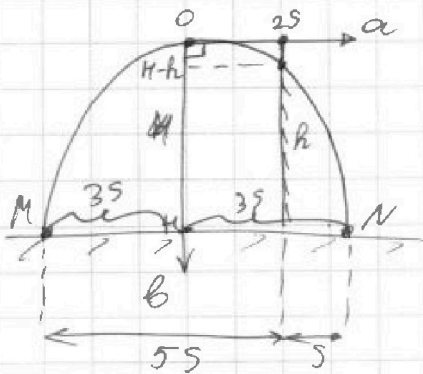
$$x = v_x t \Rightarrow t = \frac{x}{v_x}$$

$$y = \frac{v_y x}{v_x} - \frac{g x^2}{2 v_x^2}$$

уравнение параболы.

Заметим, что после упругого соударения скорость v_y не меняется, а v_x меняется на $-v_x$. Если симметрично отразить участок от начала до удара, то мы получим участок, принадлежащий параболе траектории тела до удара.

Введем другие оси координат a и b :



$b = k a^2$, где k — некоторая постоянная. ~~Можно~~ ~~доказать~~.

По условию от M до стенки $5S$, от N до стенки S . Тогда от O до стенки $2S$, т.к. O — середина ~~параболы~~ и лежит вдоль

оси симметрии параболы. Тогда:

$$H = k \cdot (3S)^2 = 9kS^2$$

$$H - h = k \cdot (2S)^2 = 4kS^2 = \frac{4}{9} H \Rightarrow h = \frac{5}{9} H = 9,0 \text{ м}$$

2.1

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

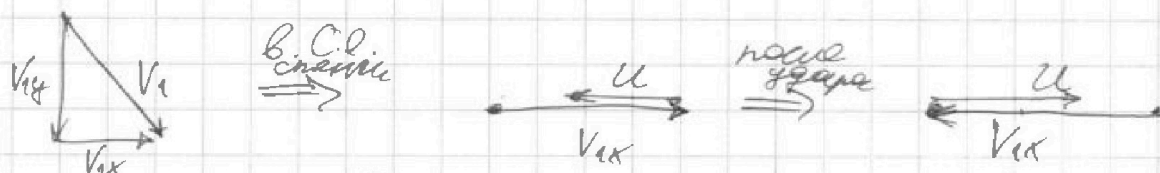
1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

В силу того, что мячи двигались одинаково до соударения в любых подвижной и неподвижной стенке, то прямо перед соударением они будут иметь одинаковую скорость V_1 . Пусть её горизонтальная проекция равна V_{1x} .

Рассмотрим угловое соударение в С.О. Стенки — в ней скорость мяча изменяется на противоположную по горизонтальной и сохраняется по вертикали. Тогда:



Значит u , при переходе обратно

в земную С.О. её итоговая скорость по горизонтальной равна $V_{1x} - 2u = V_{1x}'$:

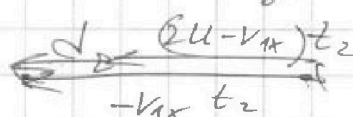
$2u - V_{1x} = V_{1x}'$ (в проекции на Ox).

~~Если соударения нет,~~
~~тогда мяч~~

Когда стенка неподвижна, то V_{1x} сохраняется и после удара мяч находится на $-V_{1x} \cdot t_2$ по оси x . Если

стенка движется, то мяч находится с того же места на $(2u - V_{1x}) t_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ разность этих расстояний равна исконому $d = 2u t_2$



$$d = \frac{2u}{3} \sqrt{\frac{2H}{g}} = 2,4 \text{ м}$$

[2.3]

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

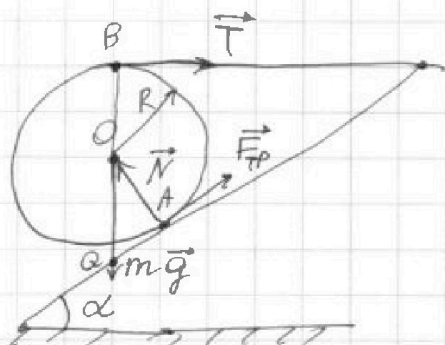
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Расставим силы, действующие на шар:



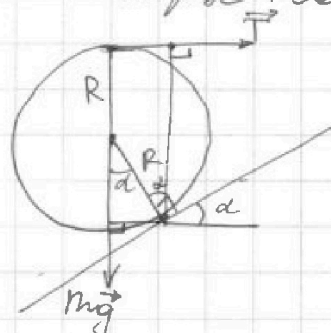
Уравнение равновесия:

$$\vec{T} + m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}} = 0,$$

где $\vec{N}$ — сила реакции опоры. Она направлена в центр шара O , т.е. направлена по нормали

к соприкасающейся поверхности (сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$ направлена по касательной и $\vec{N} \perp \vec{F}_{\text{тр}}$).

Запишем правило моментов относительно точки A , соприкасающейся с шаром и поверхностью:



$$T \cdot R(1 + \cos(\alpha)) = mgR \sin(\alpha),$$

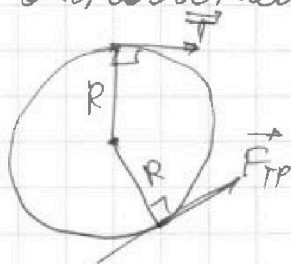
где R — радиус шара, величину сил можно найти из геометрии.

$$\sin(\alpha) = 0,6 \Rightarrow \cos(\alpha) = \sqrt{1 - 0,6^2} = 0,8.$$

$$\text{Тогда: } T = mg \left(\frac{\sin(\alpha)}{1 + \cos(\alpha)} \right) = \frac{mg}{3};$$

$$T = 10 \text{ Н}$$

Теперь запишем правило моментов относительно центра шара O :



$$T \cdot R = F_{\text{тр}} \cdot R \Rightarrow F_{\text{тр}} = \frac{mg}{3} = 10 \text{ Н}.$$

По закону Ампера-Кулона $F_{\text{тр}} \leq \mu N$.

3.1

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

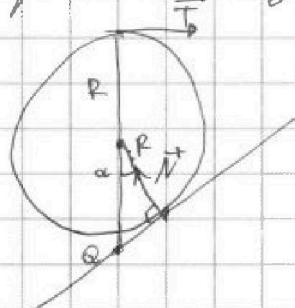
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Запишем правило моментов относительно точки Q — это проекция точки B O, пересекшаяся с наклонной плоскостью:



$$N \cdot R \operatorname{tg}(\alpha) = T \cdot R \left(1 + \frac{1}{\cos(\alpha)}\right)$$

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \frac{0.6}{0.8} = \frac{3}{4}$$

$$\cos(\alpha) = 0.8 = \frac{4}{5}. \text{ Тогда,}$$

$$N \cdot \frac{3}{4} = \frac{mg}{3} \cdot \left(1 + \frac{5}{4}\right) = \frac{mg}{3} \cdot \left(\frac{9}{4}\right)$$

$$N \cdot \frac{3}{4} = mg \cdot \frac{3}{4} \Rightarrow N = mg = 30 \text{ Н} - \text{сила реакции опоры. Тогда } F_{\text{тр}} \leq \mu N \Rightarrow \frac{mg}{3} \leq \mu \cdot mg \Rightarrow \Rightarrow \boxed{\mu \geq \frac{1}{3}}.$$

Ответ: 1) $T = 10 \text{ Н}$; 2) $F_{\text{тр}} = 10 \text{ Н}$; 3) $\mu \geq \frac{1}{3}$. 3.2

Приложение:

Во всей работе соблюдается нумерация — в углу листов написано $[m, n]$, где m — номер задачи, n — порядковая страница решения задачи m .

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Вода впервые нагрелась до T_1 , а T_2 — моменту, когда вода начала остывать из-за теплопотери и остала до T_1 , если бы закон теплопотери оставался прежним. Однако, на графике дан участок до $t=400\text{с}$, а $T_2 > 400\text{с} \Rightarrow$ мы ничего не знаем о дальнейшей температуре. Значит, остаётся только один ответ T_1 : $T=280\text{с}$

Ответ: 1) $P_H=500\text{Вт}$; 2) $T=280\text{с}$.

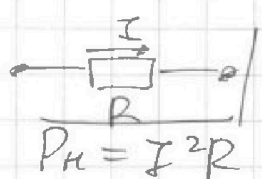
4.2

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Рассмотрим протекание и тока через пилоту:



По закону Джоуля-Ленца тепловая мощность P_n , которая на ней выделяется, равна

$$P_n = I^2 R \quad | \quad P_n = 500 \text{ Вт}$$

Из графика $P(t)$ можно вывести зависимость: $P(t) = P_0 + kt$, где $P_0 = 100 \text{ Вт}$; $k = 0,5 \frac{\text{Вт}}{\text{с}}$. Малое количество теплоты, собираемое окружающей средой за время dt равно $dQ_{\text{тп}} = P \cdot dt$, где P — мощность в конкретный момент времени t .

$dQ_{\text{тп}} = k t dt + P_0 dt$. Чтобы найти общее количество теплоты, собираемое окружающей средой на промежутке $[0, T]$, нужно проинтегрировать данное выражение (1). Тогда имеем:

$$Q_{\text{тп}} = \frac{kT^2}{2} + P_0 T.$$

За время T на пилоте выделяется

$$Q = P_n \cdot T = I^2 R T.$$

Запишем уравнение теплового баланса:

$$Q - Q_{\text{тп}} = C \rho V (\bar{\epsilon}_1 - \bar{\epsilon}_0);$$

$$P_n T - P_0 T - \frac{kT^2}{2} = C \rho V (\bar{\epsilon}_1 - \bar{\epsilon}_0);$$

$$T^2 - \frac{2(P_n - P_0)}{k} T + \frac{2C \rho V (\bar{\epsilon}_1 - \bar{\epsilon}_0)}{k} = 0$$

Найдем корни данного квадратного уравнения: $T_1 = 280 \text{ с}$; $T_2 = 1320 \text{ с}$.

Оба корня имеют физический смысл — T_1 соответствует тому моменту, когда

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Заметили что в варианте R_{AC} и R_{BD} разницы
нет, т.к. вставили резисторы 20Ω и 40Ω ,
суммарно $R_{AC} + R_{BD} = 60\Omega$. Тогда,

$$U = 3A \cdot 60\Omega + 7A \cdot 40\Omega \quad | \quad U = 220V$$

5.2

Ответ: 1) $I_r = 2A$; 2) $U = 220V$.

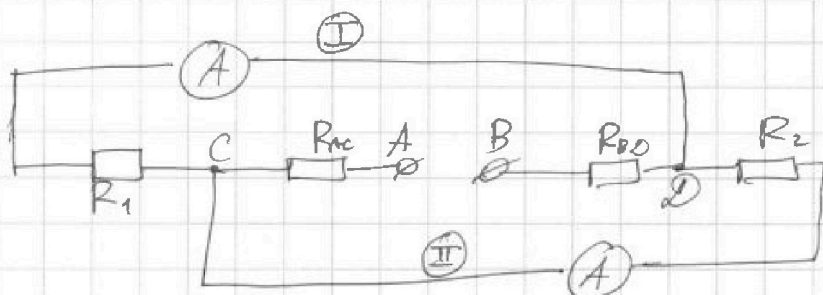
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

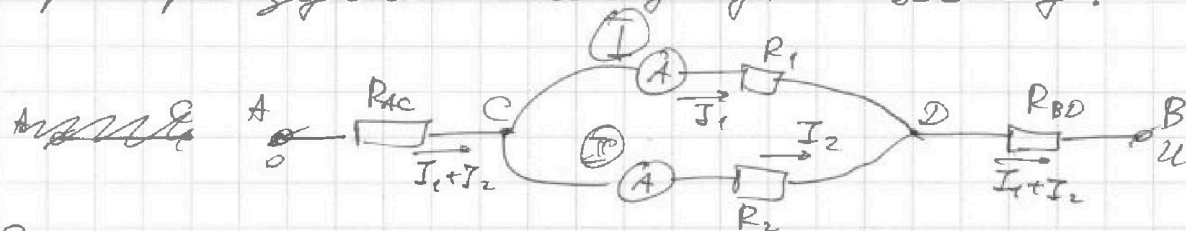
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



Пусть ветви
~~двух~~ ветвей
с ампермет-
рами будут
I и II.

Преобразуем исходную схему:



Заметим, что эти разницы, в какой
ветви те ток больше — они абсолютно
равноправны между собой в этом месте.

Будем считать, что I течёт $I_1 < I_2$.

Напряжение на участке CD равно по
закону Ома: $U_{CD} = I_1 R_1 = I_2 R_2 \Rightarrow I_2 = I_1 \cdot \frac{R_1}{R_2}$.
По условию $I_1 \neq I_2 \Rightarrow R_1 \neq R_2$. Также сказано,
что $I_1 < I_2 \Rightarrow R_2 < R_1$ в силу дроби. Тогда,
из условия из предположения номера
резисторов можно сделать вывод,

что $R_1 = 40 \Omega$; $R_2 = 20 \Omega$. Тогда $I_2 = 2I_1$;
 $I_2 = 2A$.

По первому правилу Кирхгофа для
узлов C и D: $I_{AC} = I_{DB} = I_1 + I_2$.

Заметим также, что в ветвях R_{AC} и R_{BD}
по закону Ома для всей цепи:

$$U_{AB} = U = (I_1 + I_2)(R_{AC} + R_{BD}) + I_1 R_1.$$

5.1

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{(d^2 + L^2)(T_1 + T_2)}{2d(T_1 + T_2)} \cdot \frac{\sqrt{d^2 + L^2}}{T_1} \cdot \frac{\sqrt{d^2 + L^2}}{T_1}$$

$$d^4 T_1^2 + 2d^4 T_1 T_2 + d^4 T_2^2 + 2d^2 L^2 T_1^2 + 4d^2 L^2 T_1 T_2 + 4d^2 L^2 T_2^2 = \frac{417}{225}$$

$$d^2 + (L - VT_1)^2 = U^2 T_1^2$$

$$d^2 + L^2 - 2LV T_1 + V^2 T_1^2 = U^2 T_1^2$$

$$250^2 = 609$$

$$2 \cdot 240 \cdot 417 \cdot 192$$

$$\frac{240}{57600}$$

$$240^2$$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}$$

$$576 \cdot 225 - 49000 \cdot 609$$

$$576$$

$$\begin{array}{r} 576 \\ + 225 \\ \hline 801 \\ + 2880 \\ \hline 1152 \\ + 1152 \\ \hline 1296 \end{array}$$

$$129600$$

$$\begin{array}{r} 129600 \\ + 609 \\ \hline 49 \\ + 5487 \\ \hline 2436 \\ + 2436 \\ \hline 29841 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 129600 \\ - 29841 \\ \hline 99759 \end{array}$$

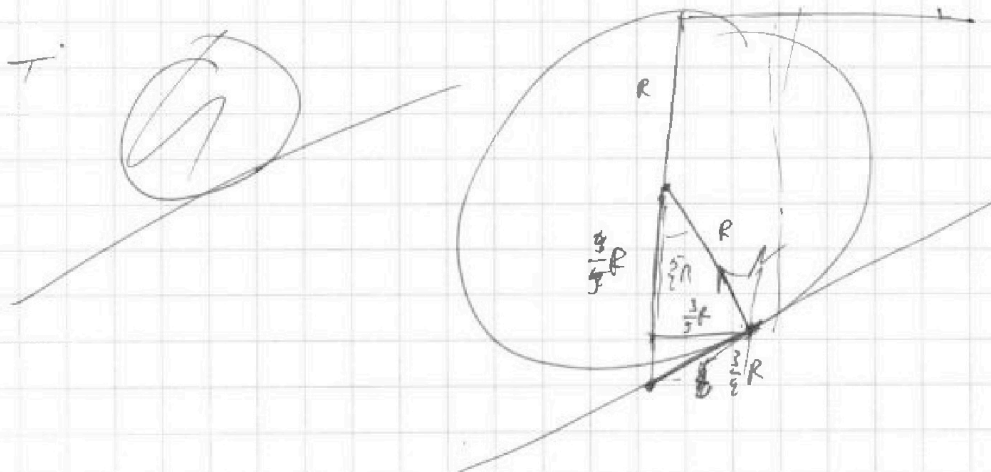
$$\sqrt{\frac{2 \cdot 16,2}{10}} = 1,8$$

49

$$\frac{2 \cdot 20}{3} \cdot 1,8 = 4 \cdot 0,6 = 2,4$$

$$\frac{9}{5} : \frac{3}{5} = 3$$

$$\frac{3}{4} : \frac{9}{4} = 1:3$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$V_1 V_2 = \frac{250}{192} + \frac{250}{417} = 250 \left(\frac{417 + 192}{417 \cdot 192} \right) = \frac{250 \cdot 609}{417 \cdot 192}$$

$$\begin{array}{r} 417 \\ + 192 \\ \hline 609 \end{array}$$

$$V = \frac{250 \cdot 609}{2 \cdot \frac{25}{25} \cdot 417 \cdot 192}$$

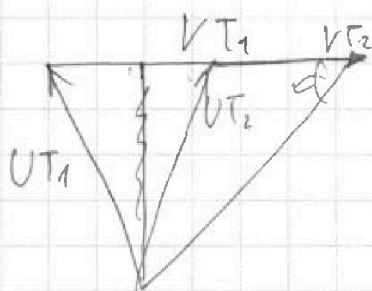
$$\begin{array}{r} 417 \\ + 192 \\ \hline 609 \\ \times 417 \\ \hline \end{array}$$

$$70^2 + 240^2 = 62500 = 250^2$$

$$\sqrt{250^2 \cdot \left(\frac{1}{192^2} + \frac{1}{417^2} \right) + \frac{250 \cdot 250 \cdot \left(\frac{25}{192} - \frac{1}{417} \right)}{2 \cdot \frac{25}{25}}}$$

$$\sqrt{d^2 + L^2} \cdot \sqrt{\frac{25}{48} \cdot \left(\frac{T_2^2 + T_1^2 + 2T_1 T_2}{T_1^2 + T_2^2} \right)} = \sqrt{d^2 + L^2} \cdot \sqrt{\frac{25}{48} \cdot \frac{(T_1 + T_2)^2}{T_1^2 + T_2^2}}$$

$$250 \cdot \sqrt{\frac{25}{48} \cdot 609^2}$$



$$V = \frac{25 \sqrt{d^2 + L^2}}{48}$$

$$U^2 \neq V^2$$

$$U^2 \neq V^2 + V_1^2 - \frac{48 V V_1}{25}$$

$$U^2 = V^2 + V_2^2 - \frac{48 V V_2}{25}$$

$$V_1^2 - \frac{48 V V_1}{25} = V_2^2 - \frac{48 V V_2}{25} \rightarrow V \cdot \frac{48}{25} (V_1 - V_2) = V_1^2 - V_2^2$$

$$\frac{48}{25} V =$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$70^2 + 240^2 =$$

$$\begin{array}{r} 70 \\ \times 70 \\ \hline 4900 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 70 \\ + 70 \\ \hline 140 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ + 24 \\ \hline 48 \end{array}$$

$$57600$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 24 \\ \hline 96 \\ 480 \\ \hline 576 \end{array}$$

250

$$\begin{array}{r} 62500 \overline{) 192} \\ 576 \\ \hline 384 \\ 1060 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \sqrt{2704} \\ 4 \\ \hline 20 \\ + 25 \\ \hline 45 \\ + 302 \\ \hline 347 \\ + 604 \\ \hline 951 \\ 04 \end{array}$$

$$250 \overline{) 102}$$

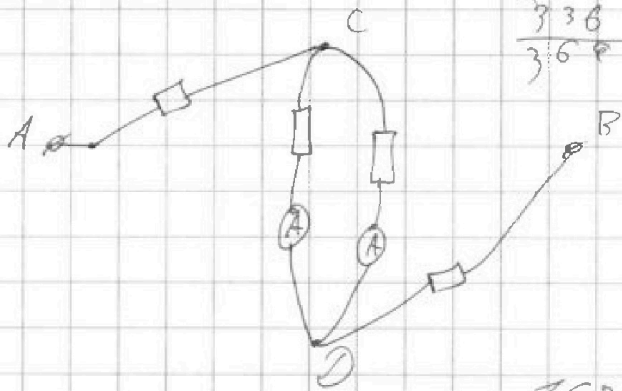
$$\begin{array}{r} 125 \\ 96 \end{array}$$

$$250 \left(\frac{1}{192} + \frac{1}{417} \right)$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ \times 168 \\ \hline 672 \\ 1136 \\ \hline 1848 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 25 \\ \hline 625 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 92 \\ + 92 \\ \hline 184 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 4000 \\ + 4200 \\ \hline 8200 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 52 \\ + 52 \\ \hline 104 \end{array}$$

$$T^2 - \frac{2 \cdot 400}{0,5} T + \frac{2 \cdot 4200 \cdot 1000}{9,5} \cdot 11,2 = 0$$

$$T^2 - 1600 T + 36960000 = 0$$

$$T = 800 \pm \sqrt{640000 - 369600} = 100 \pm 520$$

$$\begin{array}{r} 640000 \\ - 369600 \\ \hline 270400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ \times 168 \\ \hline 672 \\ 1136 \\ \hline 1848 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 640000 \\ - 369600 \\ \hline 270400 \end{array}$$

$$4 \cdot 4200 = 16800 \cdot 11 = 369600$$

$$\begin{array}{r} 800 \\ + 520 \\ \hline 1320 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

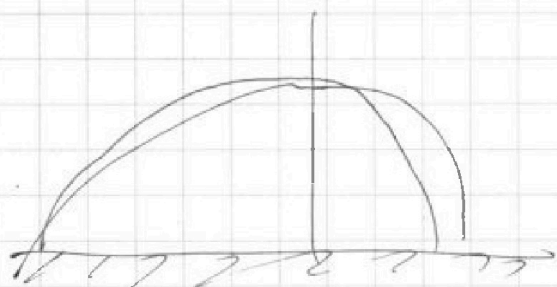
1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черно Вилк



$$5S - 3S = 2S$$

$$y = kx^2$$

$$\begin{array}{r} 162 \overline{) 9} \\ \underline{72} \\ 72 \\ \underline{72} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 1,8 \\ \hline 7,2 \end{array}$$

$$\frac{v_x^2}{2g} = H \rightarrow v_x = \sqrt{2gH}$$

$$\sqrt{2gH} \cdot t - \frac{gt^2}{2} = h$$

$$t^2 - 2\sqrt{\frac{2H}{g}}t + \frac{48H}{9g} = 0$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}} + \sqrt{\frac{2H}{g^2} - \frac{8H}{9g}} = \sqrt{\frac{H}{g}} \cdot \left(\sqrt{2} + \sqrt{\frac{20}{3}} \right)$$

$$\sqrt{2 \cdot 16,2}$$

$$\begin{array}{r} 162 \overline{) 9} \\ \underline{72} \\ 72 \\ \underline{72} \\ 0 \end{array}$$

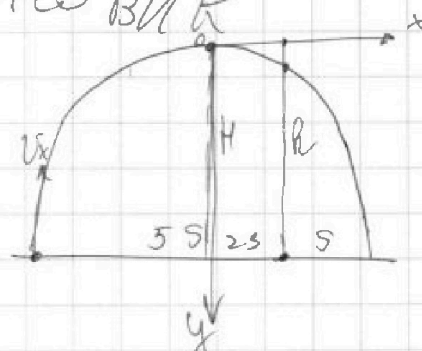
$$\sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 1,8 \\ \hline 7,2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 162 \\ \times 1,8 \\ \hline 7,2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 1,8 \\ \hline 7,2 \end{array}$$

$$\frac{5}{3} \cdot \sqrt{\frac{3}{2} \cdot 24} = \frac{5}{3} \cdot 1,8 = \frac{5}{3} \cdot \frac{9 \cdot 8}{10} = \frac{5 \cdot 3 \cdot 6}{2 \cdot 5 \cdot 2} = 3c$$



$$\begin{aligned} H &= k \cdot (5S)^2 = 25kS^2 \\ h &= k \cdot (2S)^2 = 4kS^2 \end{aligned} \quad \left| \begin{aligned} \frac{h}{H} &= \frac{4}{25} \\ h &= \frac{4}{25}H \end{aligned} \right.$$

$$h = 7,2 \text{ м.}$$

$$\frac{18-8}{9} = \frac{10}{9}$$

$$\frac{18-10}{9} = \frac{8}{9}$$

$$\begin{array}{r} 16,2 \\ \times 1,8 \\ \hline 7,2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 1,8 \\ \hline 7,2 \end{array}$$

$$1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$$

$$2 \cdot 16,2$$

$$\sqrt{24}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Получа, по теореме косинусов для получившихся векторных треугольников:

$$U^2 = V^2 + V_1^2 - 2VV_1 \cos(\alpha) \quad (1)$$

$$U^2 = V^2 + V_2^2 - 2VV_2 \cos(\alpha) \quad (2)$$

α - угол между $\vec{V}$ и $\vec{V}_1, \vec{V}_2$, а также $\angle CBA$. $\cos(\alpha) = \frac{CB}{AB} = \frac{L}{\sqrt{L^2 + d^2}} = \frac{240}{250} = \frac{24}{25}$.

Вычитая уравнение (1) и (2):

$$V_1^2 - 2VV_1 \cos(\alpha) - V_2^2 + 2VV_2 \cos(\alpha) = 0$$

$$V = \frac{V_1^2 - V_2^2}{2 \cos(\alpha) (V_1 - V_2)} = \frac{V_1 + V_2}{2 \cos(\alpha)} - \text{Скорость течения реки}$$

Получим. Подставим:

$$U^2 = \frac{V_1^2 + 2V_1V_2 + V_2^2}{2 \cos(\alpha)} + V_1^2 - 2 \cdot \frac{V_1 + V_2}{2 \cos(\alpha)} \cdot V_1 \cdot \cos(\alpha) =$$

$$= \frac{V_1^2 + 2V_1V_2 + V_2^2 + 2V_1^2 \cos(\alpha) - 2V_1^2 \cos(\alpha) - 2V_1V_2 \cos(\alpha)}{2 \cos(\alpha)} =$$

$$= \frac{V_1^2 + V_2^2}{2 \cos(\alpha)} + V_1V_2 \left(\frac{1}{\cos(\alpha)} - 1 \right)$$

$$U = \sqrt{\frac{V_1^2 + V_2^2}{2 \cos(\alpha)} + V_1V_2 \left(\frac{1}{\cos(\alpha)} - 1 \right)}$$

$$U = \sqrt{\frac{25(V_1^2 + V_2^2)}{48} + \frac{V_1V_2}{24}} \quad V = \frac{25(V_1 + V_2)}{48}$$

$$U = \sqrt{\frac{25 \left(\frac{d^2 + L^2}{T_1^2} + \frac{d^2 + L^2}{T_2^2} \right)}{48} + \frac{d^2 + L^2}{24T_1T_2}}$$

$$U = \sqrt{d^2 + L^2} \cdot \sqrt{\frac{25(T_1 + T_2)^2}{48T_1^2T_2^2}}$$



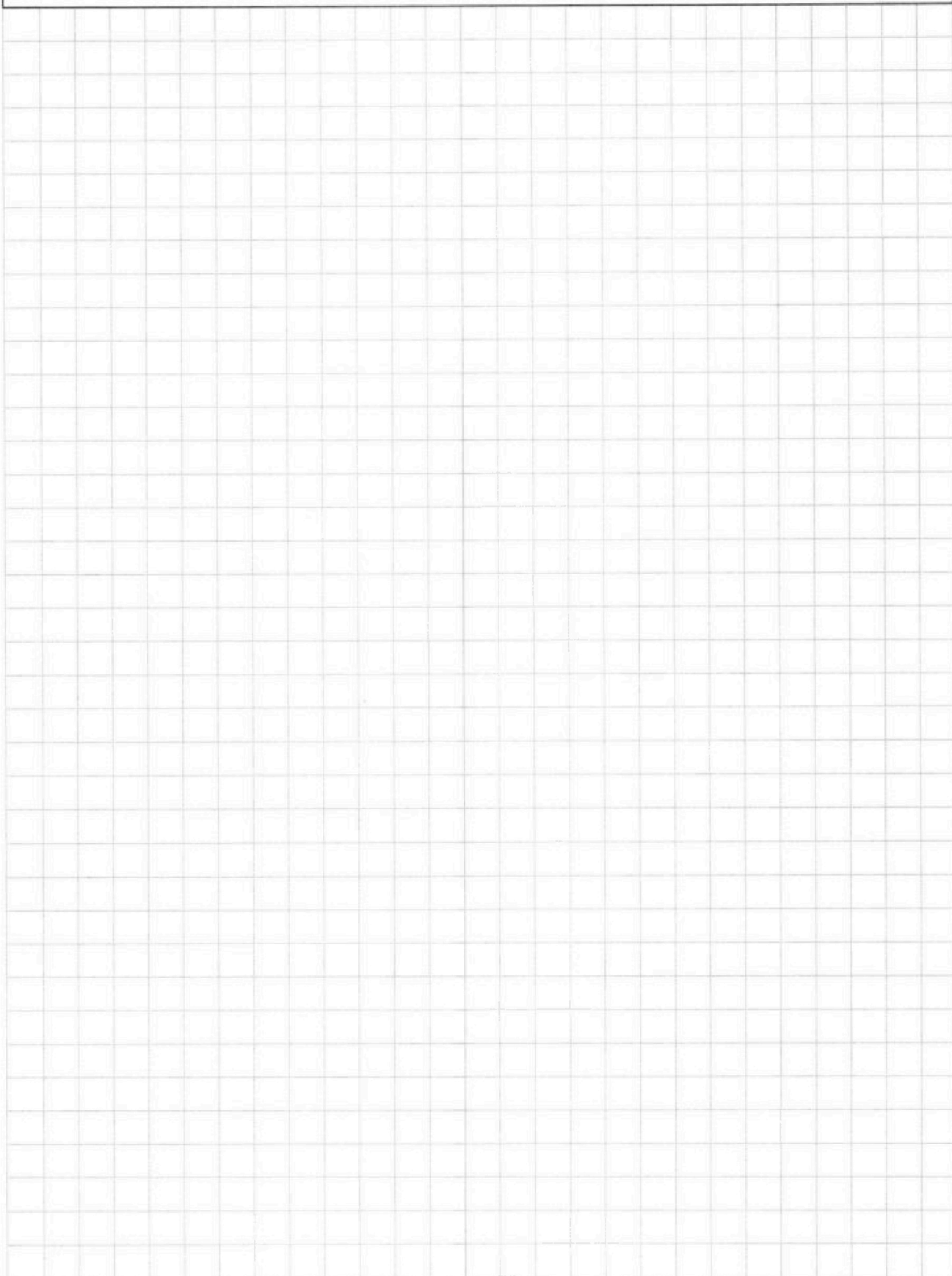
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





Отметьте крестиком номер задачи.

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ