

Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023

Вариант 09-02

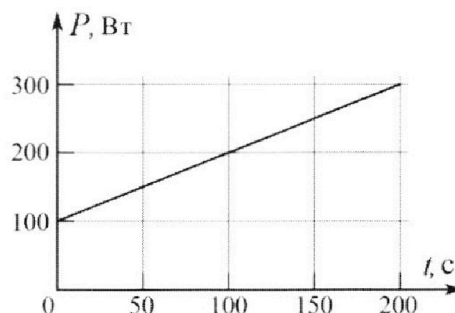
Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные
дроби и радикалы.

4. Воду объемом $V = 1$ л нагревают на электроплитке. Начальная температура воды $\tilde{t}_0 = 16^\circ\text{C}$. Сопротивление спирали электроплитки $R = 25$ Ом, напряжение источника $U = 100$ В. Зависимость мощности P тепловых потерь от времени t представлена на графике (см. рис.).

1) Найдите мощность P_H нагревателя.

2) Найдите температуру $\tilde{t}_1$ воды через $T = 180$ с после начала нагревания.

Плотность воды $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$, удельная теплоемкость воды $c = 4200 \text{ Дж/(кг}\cdot^\circ\text{C)}$.

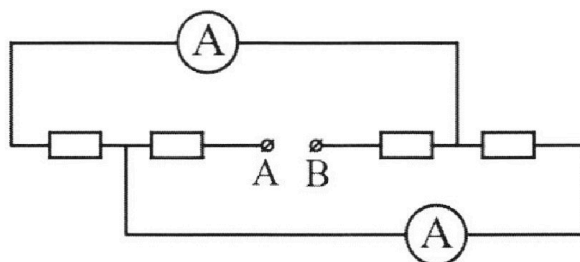


5. В электрической цепи, схема которой представлена на рисунке, четыре резистора, у двух из которых сопротивление по 30 Ом, у двух других сопротивление по 60 Ом. Сопротивление амперметров пренебрежимо мало.

После подключения к клеммам А и В источника постоянного напряжения показания амперметров оказались различными. Большее показание $I_1 = 2$ А.

1) Найдите показание I_2 второго амперметра.

2) Какую мощность P развивают силы в источнике?





Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023

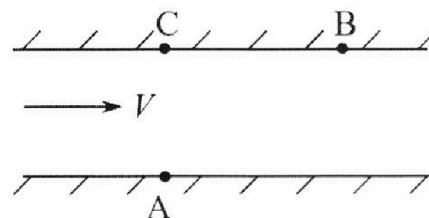
Вариант 09-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные
дроби и радикалы.



1. Пловец трижды переплывает реку. Движение пловца прямолинейное. Скорость пловца в подвижной системе отсчета, связанной с водой, во всех заплывах одинакова по модулю.

В двух первых заплывах А – точка старта, В – точка финиша (см. рис., V – неизвестная скорость течения реки). Ширина реки $AC = d = 50$ м, снос, т.е. расстояние, на которое пловец смещается вдоль реки к моменту достижения противоположного берега, $CB = L = 120$ м.



Продолжительность первого заплыва $T_1 = 100$ с, продолжительность второго заплыва $T_2 = 240$ с.

- 1) Найдите скорости V_1 и V_2 пловца в лабораторной системе отсчета в первом и втором заплывах.
- 2) Найдите скорость V течения реки.

В третьем заплыве пловец стартует из точки А и движется так, что снос наименьший.

- 3) На каком расстоянии S от точки В выше по течению финиширует пловец в третьем заплыве?

2. Футболист на тренировке наносит удары по мячу, лежащему на горизонтальной площадке и направляет мяч к вертикальной стенке. После абсолютно упругого соударения со стенкой на высоте $h = 5,4$ м мяч падает на площадку. Расстояние от точки старта до стенки в 3 раза больше расстояния от стенки до точки падения мяча на площадку.

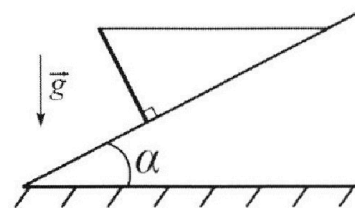
- 1) Найдите наибольшую высоту H , на которой мяч находится в полете.
- 2) Через какое время t_1 после соударения со стенкой мяч упадет на поле?

Допустим, что в момент соударения мяча со стенкой на высоте h , стенка движется навстречу мячу. Расстояние между точками падения мяча на поле в случаях: стенка покоится, стенка движется, $d = 1,8$ м.

- 3) Найдите скорость U стенки в момент соударения.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха пренебрежимо мало. Соударения мяча со стенкой абсолютно упругие. Траектории мяча лежат в вертикальной плоскости перпендикулярной стенке.

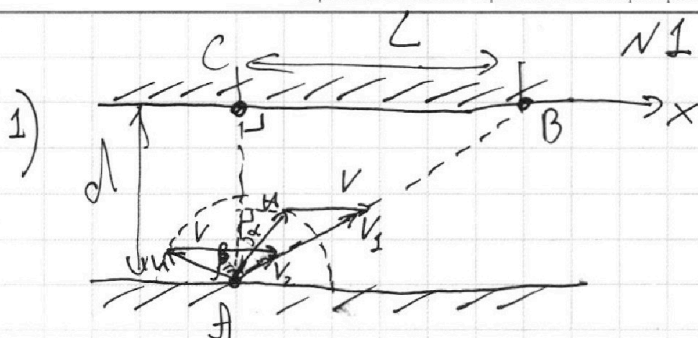
3. Однородный стержень удерживается на шероховатой наклонной плоскости горизонтальной нитью, прикрепленной к стержню в его наивысшей точке. Сила натяжения нити $T = 17,3$ Н. Угол между стержнем и плоскостью прямой. Наклонная плоскость образует с горизонтальной плоскостью угол $\alpha = 30^\circ$.



- 1) Найдите массу m стержня.
- 2) Найдите силу $F_{тр}$ трения, действующую на стержень.
- 3) При каких значениях коэффициента μ трения скольжения стержень будет находиться в покое? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



u - скорость течения
отн. берега.
В 1-ой и 2-ой
замкнутых траекто-
рии движения лод-
ка это прямая
AB вдоль которой
направлены спо-
рости V_1 и V_2 .

Таким образом:

$$AB = V_1 T_1 = \sqrt{L^2 + d^2} \rightarrow$$

$$AB = V_2 T_2 = \sqrt{L^2 + d^2} \rightarrow$$

$$V_1 = \frac{\sqrt{L^2 + d^2}}{T_1} = \frac{130 \text{ м}}{100 \text{ с}} = 1,3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$V_2 = \frac{\sqrt{L^2 + d^2}}{T_2} = \frac{130 \text{ м}}{240 \text{ с}} = \frac{13}{24} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

2) По т. косинусов:

$$\begin{cases} u^2 + V^2 - 2uV \cos(90^\circ + \alpha) = V_1^2 = \frac{L^2 + d^2}{T_1^2} \\ u^2 + V^2 - 2uV \cos(90^\circ - \beta) = V_2^2 = \frac{L^2 + d^2}{T_2^2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} u^2 + V^2 + 2uV \sin \alpha = \frac{L^2 + d^2}{T_1^2} \\ u^2 + V^2 - 2uV \sin \beta = \frac{L^2 + d^2}{T_2^2} \end{cases} \quad \ominus$$

Из движения по координате x :

$$(u \sin \alpha + V) T_1 = L \rightarrow u \sin \alpha = \frac{L}{T_1} - V$$

$$(-u \sin \beta + V) T_2 = L \rightarrow u \sin \beta = V - \frac{L}{T_2}$$

$$2uV \sin \alpha + 2uV \sin \beta = (L^2 + d^2) \left(\frac{1}{T_1^2} - \frac{1}{T_2^2} \right)$$

$$2V \left(\frac{L}{T_1} - V + V - \frac{L}{T_2} \right) = (L^2 + d^2) \frac{(T_2 - T_1)(T_2 + T_1)}{T_1^2 T_2^2}$$

$$2LV \cdot \frac{T_2 - T_1}{T_1 T_2} = (L^2 + d^2) \frac{(T_2 - T_1)(T_1 T_2)^2}{(T_2 + T_1)^2}$$

$$V = \frac{(L^2 + d^2)(T_1 + T_2)}{2LT_1T_2} = \frac{130 \cdot 130 \cdot 340 \cdot (\text{м}^2 \cdot \text{с})}{2 \cdot 120 \cdot 100 \cdot 240 (\text{м} \cdot \text{с}^2)} = \frac{2873}{2880} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3) Пусть ℓ - величина **схода**:

$$\ell = Vt \pm ut \sin \varphi \quad \ell_{\min} = Vt - ut \sin \varphi$$

$$d = ut \cos \varphi$$

$$\ell_{\min} = \frac{Vd}{u \cos \varphi} - \frac{d \sin \varphi}{\cos \varphi} = \frac{d}{\cos \varphi} \left(\frac{V}{u} - \sin \varphi \right)$$

$$\frac{d\ell}{d\varphi} = \ell' = - \frac{d}{\cos^2 \varphi} (-\sin \varphi) \left(\frac{V}{u} - \sin \varphi \right) +$$

$$+ \frac{d}{\cos \varphi} \cdot (-\cos \varphi) = \frac{d \sin \varphi}{\cos^2 \varphi} \left(\frac{V}{u} - \sin \varphi \right) - d = 0$$

$$\frac{V}{u} - \sin \varphi = \frac{\cos^2 \varphi}{\sin \varphi}$$

$$\frac{V}{u} = \frac{\cos^2 \varphi}{\sin \varphi} + \sin \varphi$$

$$\frac{V}{u} = \frac{\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi}{\sin \varphi} = \frac{1}{\sin \varphi}$$

$$\sin \varphi = \frac{u}{V}$$

$$\ell_{\min} = \frac{d}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{V^2}}} \left(\frac{V}{u} - \frac{u}{V} \right) = \frac{d(V-u)(V+u) \cdot V}{\sqrt{V-u} \cdot \sqrt{V+u} \cdot uV} = \frac{1}{\sin \varphi}$$

$$= d \frac{\sqrt{(V-u)(V+u)}}{u} = \frac{d}{u} \sqrt{V^2 - u^2}$$

$$S = L - \ell_{\min}$$

$$uT_1 \cos L = d \quad T_1 u \sin L = \frac{L}{\gamma} - VT_1$$

$$\cos L = \frac{d}{uT_1} \Rightarrow \sin L = \frac{\sqrt{u^2 T_1^2 - d^2}}{uT_1}$$

$$\sqrt{u^2 T_1^2 - d^2} = L - VT_1 \quad **2$$

$$uT_1^2 - d^2 = L^2 + V^2 T_1^2 - 2LVT_1 \rightarrow (u^2 - V^2)T_1^2 = d^2 + L^2 - \frac{(L^2 + L^2)(T_1^2 T_2)}{T_2}$$

$$(V^2 - u^2)T_1^2 = \frac{(d^2 + L^2)T_1}{T_2} \rightarrow V^2 - u^2 = \frac{d^2 + L^2}{T_1 T_2}$$

$$u^2 = \frac{L^2 + d^2}{T_1 T_2} \left(\frac{(L^2 + d^2)(T_1 + T_2)}{4L^2 T_1 T_2} - 1 \right)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{v^2 - u^2}{u^2} = \frac{4L^2 T_1 T_2}{L^2 (T_1 - T_2)^2 + d^2 (T_1 + T_2)^2}$$

$$l_{\min} = d \sqrt{\frac{v^2 - u^2}{u^2}} = 2dL \sqrt{\frac{T_1 T_2}{L^2 (T_1 - T_2)^2 + d^2 (T_1 + T_2)^2}}$$

$$S = L - l_{\min} = L \left(1 - 2d \sqrt{\frac{T_1 T_2}{L^2 (T_1 - T_2)^2 + d^2 (T_1 + T_2)^2}} \right)$$

$$S = 120 \left(1 - 100 \cdot \sqrt{\frac{100 \cdot 240}{14400 \cdot 140 \cdot 140 + 50 \cdot 50 \cdot 340 \cdot 340}} \right) =$$

$$= 120 \left(1 - 100 \sqrt{\frac{6}{142810}} \right) = 120 \left(1 - \frac{100\sqrt{3}}{\sqrt{71405}} \right) \text{ (м)}$$

Ответ: 1) $V_1 = 1,3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $V_2 = \frac{13}{24} \frac{\text{м}}{\text{с}}$; ~~2)~~

2) $V = \frac{2873}{2880} \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; 3) $S = 120 \left(1 - 100 \sqrt{\frac{3}{71405}} \right) \text{ м}$

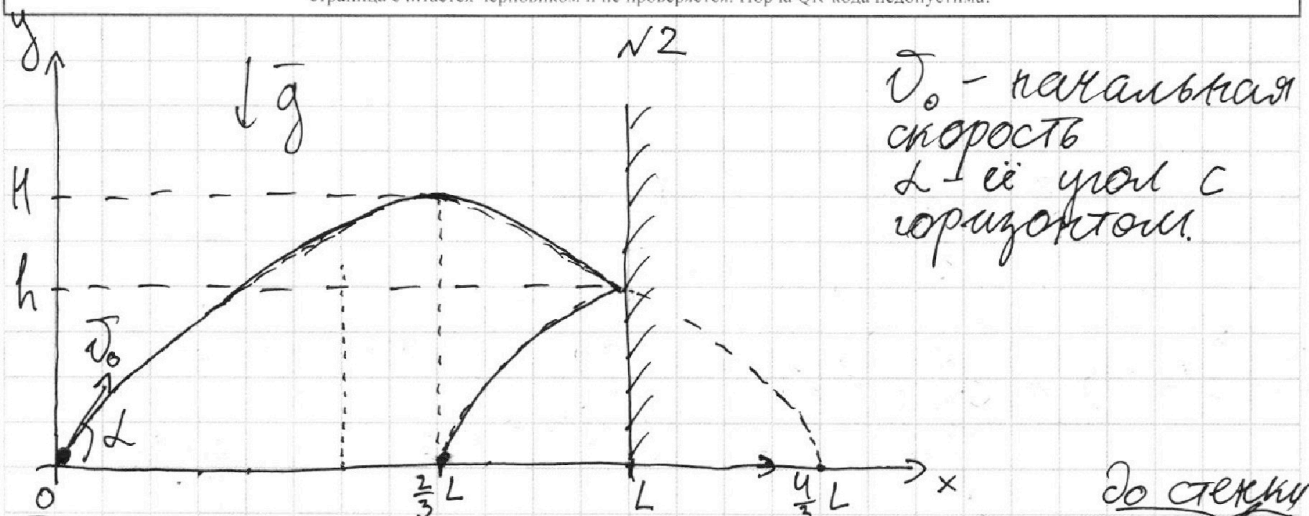
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



v_0 - начальная скорость
 α - её угол с горизонтом.

Так как расстояние от точки старта до точки падения то соударения со стекной происходит после прохождения высшей точки полета через время t после старта и на расстоянии L от точки старта. Тогда координата точки приземления $\frac{4}{3}L$.

Удар абсолютно упругий $\Rightarrow$ модуль проекции скорости на ось Ox при соударении сохраняется, а направление меняется на противоположное. Это эквивалентно тому случаю, когда стенки нет и мяч продолжает лететь и приземляется в координате $L + L = \frac{4}{3}L$. Из симметрии параболы точка наивысшей будет $\frac{4}{3}L = \frac{2}{3}L$, в ней мяч окажется через время τ после старта.

$$\begin{cases} v_0 \cos \alpha = L \\ v_0 \sin \alpha - \frac{g}{2} t^2 = h \\ v_0 \cos \alpha = \frac{2}{3} L \\ v_0 \sin \alpha - \frac{g}{2} \tau^2 = H \\ v_0 \sin \alpha - g \tau = 0 \end{cases}$$

$$t = \frac{L}{v_0 \cos \alpha}$$

$$\tau = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{2L}{3v_0 \cos \alpha}$$

$$v_0 \sin \alpha = \frac{2gL}{3v_0 \cos \alpha}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$h = \frac{v_0 \sin \alpha \cdot L}{v_0 \cos \alpha} - \frac{g \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{g L^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha}}{g} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$\frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = H = \frac{4g + L^2}{3v_0^2 \cos^2 \alpha} \cdot \frac{1}{g} = \frac{2g L^2}{3v_0^2 \cos^2 \alpha} \quad (II)$$

$$h = L + g L - \frac{1}{2} \cdot \frac{g}{2} H$$

$$\begin{cases} +g L = \frac{v_0 \sin \alpha}{\frac{2}{3} L} = \frac{3}{2} \cdot \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{L g} = \frac{3}{L} \cdot \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \\ = 3 \frac{H}{L} \end{cases}$$

$$h = 3 \frac{H}{L} \cdot L - \frac{g}{4} H = \frac{12 - g}{4} H = \frac{3}{4} H$$

$$1) \boxed{H = \frac{4}{3} h} \quad H = \frac{4}{3} \cdot 5,4^{1,8} (m) = 7,2 (m)$$

2) Согласно (I) и симметрии, из ко-
торой следует, что общее время
полёта 2τ :

$$t_1 = 2\tau - t = \frac{4L}{3v_0 \cos \alpha} - \frac{L}{v_0 \cos \alpha} = \frac{L}{3v_0 \cos \alpha}$$

Из (2) следует: $\left(\frac{L}{3v_0 \cos \alpha} \right)^2 = \frac{H}{2g} \Rightarrow \frac{L}{3v_0 \cos \alpha} = \sqrt{\frac{H}{2g}}$

$$t_1 = \sqrt{\frac{H}{2g}} = \sqrt{\frac{42h}{3 \cdot 2g}} = \boxed{\sqrt{\frac{2h}{3g}}} \quad t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 5,4^{1,8} (m)}{3 \cdot 10 (m/s^2)}} =$$

$$= \sqrt{0,36 (s)} = 0,6 (s)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

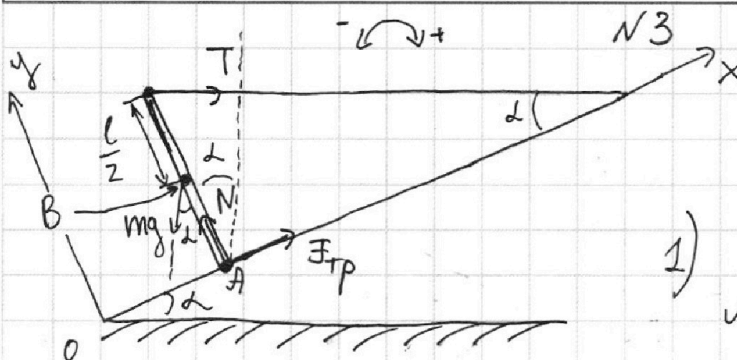
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



l - длина стержня
 N - сила реакции опоры

1) Рассмотрим правило моментов отн. т. А:

$$m = \frac{2T \cos \alpha}{g \sin \alpha} = \frac{2T \operatorname{ctg} \alpha}{g} \leftarrow T \left(\cos \alpha - mg \frac{l}{2} \sin \alpha \right) = 0$$

$$(m) = \frac{H}{m} \cdot \frac{1}{c^2} = \frac{m \cdot \pi \cdot r^2}{r^2 \cdot \pi} = m \quad m = \frac{2 \cdot 17,3 \cdot \sqrt{3}}{10} = 3,46 \sqrt{3} \text{ (кг)}$$

2) Рассмотрим моменты отн. т. В.

$$T \frac{l}{2} \cos \alpha = F_{\text{тр}} \frac{l}{2} = 0 \quad (\text{отсюда следует что } F_{\text{тр}} \text{ направлена вдоль } OX \text{ вверх}).$$

$$F_{\text{тр}} = T \cos \alpha$$

$$F_{\text{тр}} = 17,3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ (Н)} = 8,65 \sqrt{3} \text{ (Н)}$$

3) $F_{\text{тр}} \leq \mu N$

$$\begin{cases} \mu \geq \frac{F_{\text{тр}}}{N} \\ F_{\text{тр}} = T \cos \alpha \\ N = T \frac{\cos^2 \alpha + 1}{\sin \alpha} \end{cases}$$

$$\mu \geq \frac{T \cos \alpha \cdot \sin \alpha}{T (\cos^2 \alpha + 1)}$$

$$\mu \geq \frac{\sin 2 \alpha}{2(1 + \cos^2 \alpha)}$$

Стержень покажется $\Rightarrow$ запишем 1-ый из 3-х Ньютона по оси OY :

$$\begin{cases} N - mg \cos \alpha - T \sin \alpha = 0 \\ mg = 2T \operatorname{ctg} \alpha \end{cases}$$

$$N = T \left(\frac{2 \cos^2 \alpha}{\sin \alpha} + \sin \alpha \right) = T \frac{2 \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha + 1}{\sin \alpha} T$$

$$\mu \geq \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot 2(1 + \frac{3}{4})} = \frac{\sqrt{3} \cdot 4}{4 \cdot 7} = \frac{\sqrt{3}}{7}$$

Ответ: 1) $m = 3,46 \sqrt{3} \text{ (кг)}$; 2) $F_{\text{тр}} = 8,65 \sqrt{3} \text{ (Н)}$; 3) $\mu \geq \frac{\sqrt{3}}{7}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

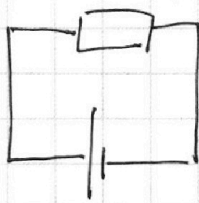
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$V = 1 \text{ м} = 10^{-3} \text{ м}^3$ N^4
 $m = \rho V = 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 1 \text{ кг}$ - масса нагретой воды.

1)  $P_H = \frac{U^2}{R} = \frac{100^2 \cdot 100 \text{ В}^2}{25 \text{ Ом}} = 400 \text{ Вт.}$

2) Уравнение теплового баланса:

$$cm d\tilde{t} + P dt - P_H dt = 0$$

Здесь $d\tilde{t}$ - малое изменение температуры $\tilde{t}$ за малое время dt .

Тогда $P dt$ - это площадь под графиком $P(t)$ для малого dt .

$$P_0 = P(0) = 100 \text{ Вт}$$

$$P_1 = P(180) = P_0 + k t$$

$k \approx 30$ k - линейный коэффициент на графике $P(t)$

$$P_1 = 100 \text{ Вт} + 1 \cdot \frac{\text{Вт}}{\text{с}} \cdot 180 \text{ с} = 280 \text{ Вт.}$$

$$k = \frac{300 - 100}{200} \cdot \frac{\text{Вт}}{\text{с}} = 1 \frac{\text{Вт}}{\text{с}}$$

$$cm(\tilde{t}_1 - \tilde{t}_0) + \frac{P_0 + P_1}{2} \cdot T = P_H \cdot T$$

$$\tilde{t}_1 = T \cdot \frac{2P_H - P_0 - P_1}{2cm} + \tilde{t}_0$$

$$[\tilde{t}_1] = \text{с} \cdot \frac{\text{Вт} \cdot \text{м} \cdot ^\circ\text{C}}{\text{Дж} \cdot \text{м}} + ^\circ\text{C}$$

$$= \frac{\text{Вт} \cdot \text{м} \cdot ^\circ\text{C}}{\text{с} \cdot \text{м}} + ^\circ\text{C} = ^\circ\text{C}$$

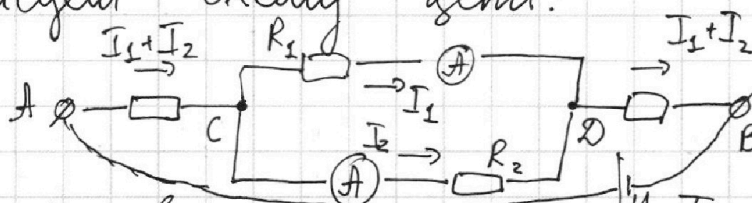
$$\tilde{t}_1 = 180 \cdot \frac{800 - 100 - 280}{2 \cdot 4200 \cdot 1} + 16 = \frac{9 \cdot 420}{420} + 16 = 25 (^\circ\text{C})$$

Ответ: $P_H = 400 \text{ Вт}$; $\tilde{t}_1 = 25 ^\circ\text{C}$.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐



Перерисуем схему цепи:



$$I_1 = 2 \text{ A}$$

$$U_{AB} = U$$

Пусть по верхней ветке течёт I_1 а по нижней I_2 (это показания идеальных амперметров).
Тогда $U_{сд} = I_1 R_1 = I_2 R_2$.

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} ; \text{ по условию } I_1 > I_2 \Rightarrow$$

$\Rightarrow R_2 > R_1$ а для сопротивлений из условия есть только два значения

$$I_2 = I_1 \frac{R_1}{R_2}$$

$$I_2 = 2 \text{ A} \cdot \frac{30 \text{ Ом}}{60 \text{ Ом}} = 1 \text{ A}$$

$$R_2 = 60 \text{ Ом} \\ R_1 = 30 \text{ Ом}$$

Одно из сопротивлений R_{AC} и R_{DB} — это R_1 а другое — R_2 , но принципиально какое конкретно.

Мощность см в источнике:

$$P = U I, \text{ где } I - \text{ это общий ток в цепи, т.е. } I = I_1 + I_2 = 3 \text{ A.}$$

$$U = I(R_1 + R_2) + I_1 R_1$$

$$P = (I(R_1 + R_2) + I_1 R_1) I = ((I_1 + I_2)(R_1 + R_2) + I_1 R_1)(I_1 + I_2)$$

$$[P] = ((\text{А} + \text{А}) \cdot (\text{Ом} + \text{Ом}) + \text{А} \cdot \text{Ом}) \cdot \text{А} = \text{В} \cdot \text{А} = \text{Вт}$$

$$P = (3 \cdot 90 + 2 \cdot 30) \cdot 3 = (270 + 60) \cdot 3 = 330 \cdot 3 = 990 \text{ (Вт)}$$

Ответ: 1) $I_2 = 1 \text{ A}$; 2) $P = 990 \text{ Вт}$.



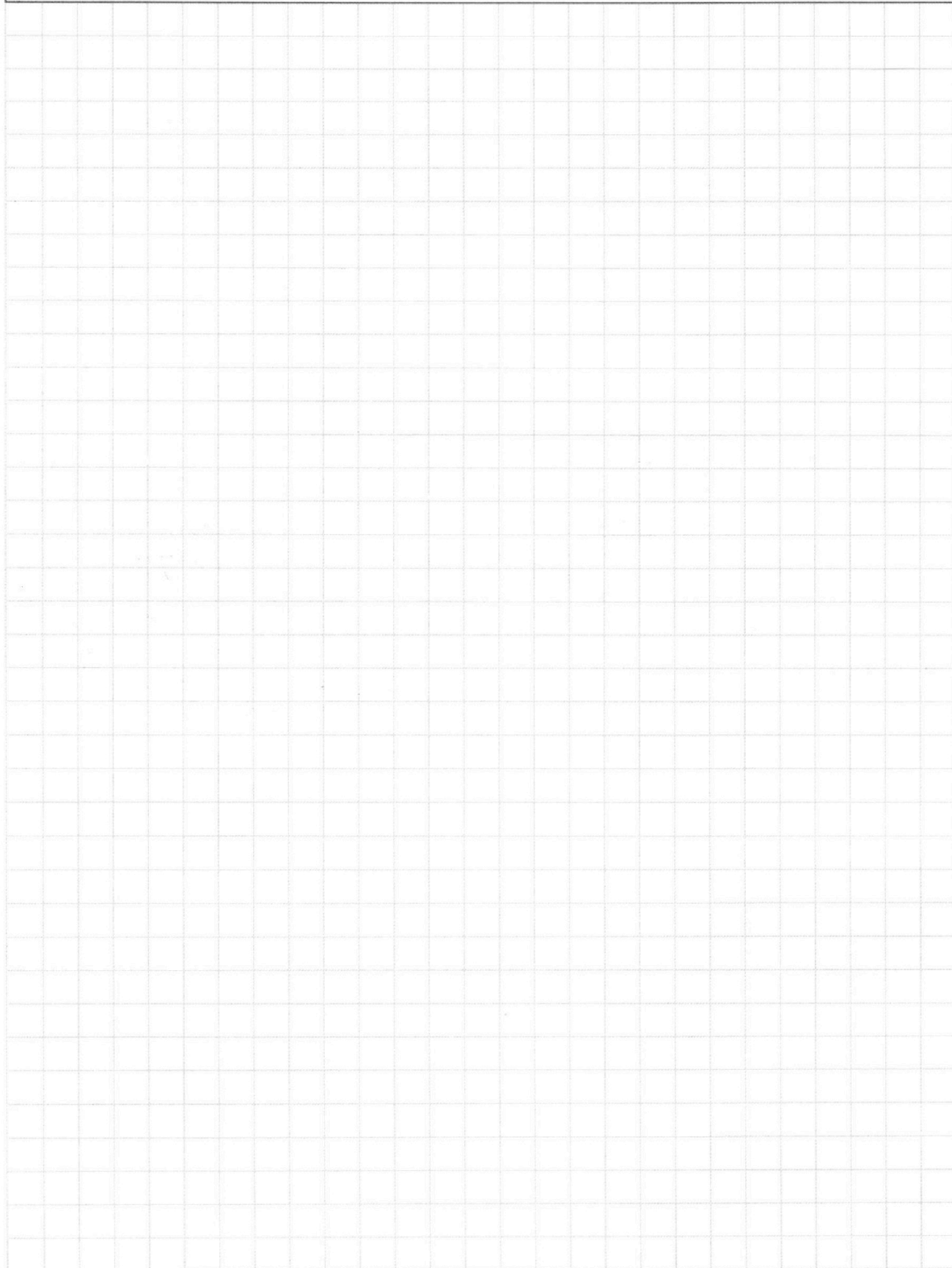
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$u^2 + V^2 - 2uV \cos \varphi_1 = V_1^2$$

$$u^2 + V^2 - 2uV \cos \varphi_2 = V_2^2$$

$$\varphi_1 = 90^\circ + \alpha$$

$$\varphi_2 = 90^\circ - \beta$$

$$\cos(90^\circ + \alpha) = \cos 90^\circ \cdot \cos \alpha - \sin 90^\circ \cdot \sin \alpha = 0 - \sin \alpha = -\sin \alpha$$

$$\cos(90^\circ - \beta) = \sin \beta$$

$$u^2 + V^2 + 2uV \sin \alpha = V_1^2$$

$$u^2 + V^2 - 2uV \sin \beta = V_2^2$$

$$2uV(\sin \alpha + \sin \beta) = V_1^2 + V_2^2$$

$$2V \cdot \left(\frac{L}{T_1} - V \right) + 2V \left(V - \frac{L}{T_2} \right) = \frac{L^2 + d^2}{T_1^2} + \frac{L^2 + d^2}{T_2^2}$$

$$2V \left(\frac{L}{T_1} - V + V - \frac{L}{T_2} \right) = (L^2 + d^2) \left(\frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} \right)$$

$$2VL \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) = (L^2 + d^2) \left(\frac{1}{T_1^2} - \frac{1}{T_2^2} \right)$$

$$2VL \frac{T_2 - T_1}{T_1 T_2} = (L^2 + d^2) \frac{(T_2 - T_1)(T_2 + T_1)}{T_1^2 T_2^2}$$

$$V = \frac{(L^2 + d^2)(T_2 + T_1)}{2LT_1 T_2} = \frac{u^2 d}{u \cdot c} = \frac{u}{c} = d$$

$$= \frac{130^2 \cdot 17}{2 \cdot 120 \cdot 100 \cdot 240} = \frac{169 \cdot 17}{12 \cdot 12 \cdot 10 \cdot 2} =$$

$$120 \cdot 24 = 12 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 12 = 144 \cdot 2 \cdot 10 = 2880$$

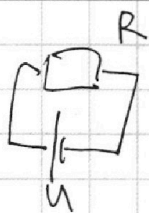
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$P_H = \frac{U^2}{R} = \frac{100^2 \cdot 100}{25} = 400 \text{ Вт.}$$

$$P = L(\tilde{T} - \tilde{T}_0)$$

$$V_2 = \frac{130}{240} = \frac{13}{24} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$P_H \frac{dt}{2} = cm d\tilde{T} + P dt$$

$\int_{T_0}^{T_1} S_{\text{под графиком}}$

$$P_H \frac{dt}{2} \cdot T = cm(\tilde{T}_1 - \tilde{T}_0) + \frac{P_2 + P_0}{2} \cdot T$$

$$P = kt + 100 \text{ (Вт)}$$

$$\frac{\text{Вт}}{\text{с}} \quad P = t + 100 \text{ (Вт)}$$

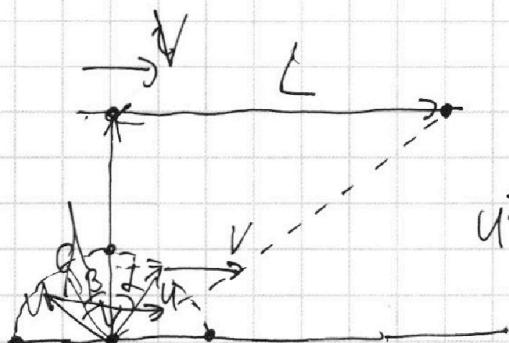
$$P_2 = 180 + 100 = 280 \text{ (Вт)}$$

$$\tilde{T}_1 = T \quad \frac{2P_H - P_2 - P_0}{2cm} + \tilde{T}_0 =$$

$$= 180 \cdot \frac{800 - 280 - 100}{2 \cdot 4200 \cdot 1} +$$

$$+ 16 =$$

$$= \frac{180 \cdot 420}{2 \cdot 4200} + 16 = 25^\circ \text{C}$$



$$u^2 + v^2 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

$$u T_1 \cos \alpha = d$$

$$u T_2 \cos \beta = d$$

$$(u \sin \alpha + v) T_1 = L$$

$$(-u \sin \beta + v) T_2 = L$$

$$\frac{\cos \alpha}{\cos \beta} = \frac{T_2}{T_1} = 2,4$$

$$u \sin \alpha T_1 = L - v T_1$$

$$u \sin \beta T_2 = v T_2 - L$$

$$V_1 T_1 = \sqrt{L^2 + d^2}$$

$$V_2 T_2 = \sqrt{L^2 + d^2}$$

$$V_1 = \frac{\sqrt{L^2 + d^2}}{T_1} = \frac{130}{100} = 1,3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$L + gL = \frac{v_0 \sin \alpha}{\frac{2}{3}g} \quad \chi = \frac{3}{2} \cdot \frac{v_0 \sin^2 \alpha}{g} = \frac{3}{2} \cdot 4H \quad \times \frac{17,3}{34,6}$$

$$T = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$h + \frac{g}{4} H = 3H \quad \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \frac{g}{4} L$$

$$h = \left(3 - 2 \frac{1}{4}\right) H = \frac{3}{4} H$$

$$H = \frac{4}{3} h = \frac{4}{3} \cdot 5,4 = 7,2 \text{ м}$$

$$\frac{2 v_0 \sin \alpha}{g} - \frac{L}{v_0 \cos \alpha} = t_1$$

$$\frac{2}{\sqrt{g}} \sqrt{2gH} - \sqrt{\frac{H}{g} \cdot \frac{g}{2}} = 2 \sqrt{\frac{H}{g}} \quad \times \frac{1,8}{7,2} \quad \sqrt{\frac{1}{2} \frac{H}{g}} =$$

$$= \sqrt{\frac{H}{g}} \left(2\sqrt{2} - \frac{3}{\sqrt{2}}\right) = \frac{4 - 3}{\sqrt{2}} \quad \sqrt{\frac{H}{g}} = \sqrt{\frac{H}{2g}} = \sqrt{\frac{3,6}{20}} =$$

$$\frac{2}{\sqrt{g}} \sqrt{2gH} + 2ut_1 - \frac{v_0 \sin \alpha}{g} L = d$$

$$u = \frac{d}{2t_1} = \frac{1,8^3 \text{ м}}{1,2 \text{ с}} = 1,5 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right) \quad \times \frac{3,6}{7,2}$$

$$= \sqrt{0,36} \text{ с} =$$

$$= \sqrt{0,1^2 \cdot 6^2} \text{ с} =$$

$$t_1 = 0,6 \text{ с}$$

$$v_0 \cos \alpha - u$$

$$\left(\frac{2}{4} \sqrt{3}\right)$$

$$-v_0 \cos \alpha + u + u$$

$$T \frac{L}{2} \cos \alpha = F_{\text{тр}} \frac{L}{2} = 143 \frac{\text{Б}}{2}$$

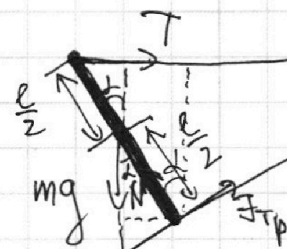
$$v_0 \cos \alpha - (v_0 \cos \alpha - 2u) t_1 - 2u t_1 = d$$

$$= 2ut_1 = d \quad \times \frac{8,54035}{8,65\sqrt{3}}$$

$$F_{\text{тр}} \leq \mu N$$

$$u = \frac{d}{2t_1}$$

$$(3,46\sqrt{3})$$



$$N = mg \cos \alpha \quad mg \frac{L}{2} \sin \alpha = T L \cos \alpha$$

$$m = \frac{2T}{g + gL} = \frac{2 \cdot 143 \cdot \sqrt{3}}{10}$$

$$\mu \geq \frac{T \cos \alpha}{T \sin \alpha + \cos^2 \alpha} = \frac{\sqrt{3} \cdot 42}{2 \cdot 7} = N = T(2 \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = T(\cos^2 \alpha + 1) = \frac{4}{4} T$$

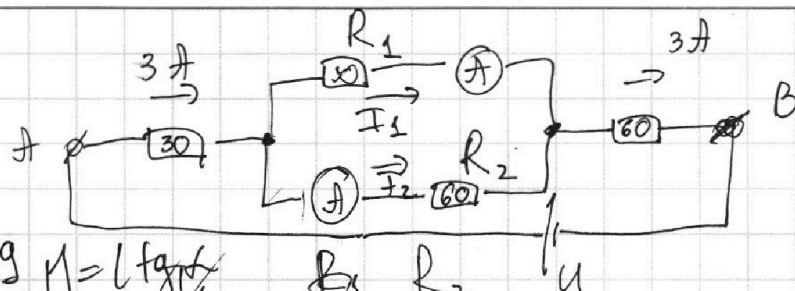
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$R_1 = 300 \Omega$$

$$R_2 = 600 \Omega$$

$$I_1 = 2 \text{ A}$$

$$h + \frac{g}{4} H = L \tan \alpha$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

$$P = UI = 330 \text{ B} \cdot 3 \text{ A} = 990 \text{ B}$$

$$I = I_1 + I_2 = 3 \text{ A}$$

$$U = IR_1 + I_1 R_1 + I R_2 =$$

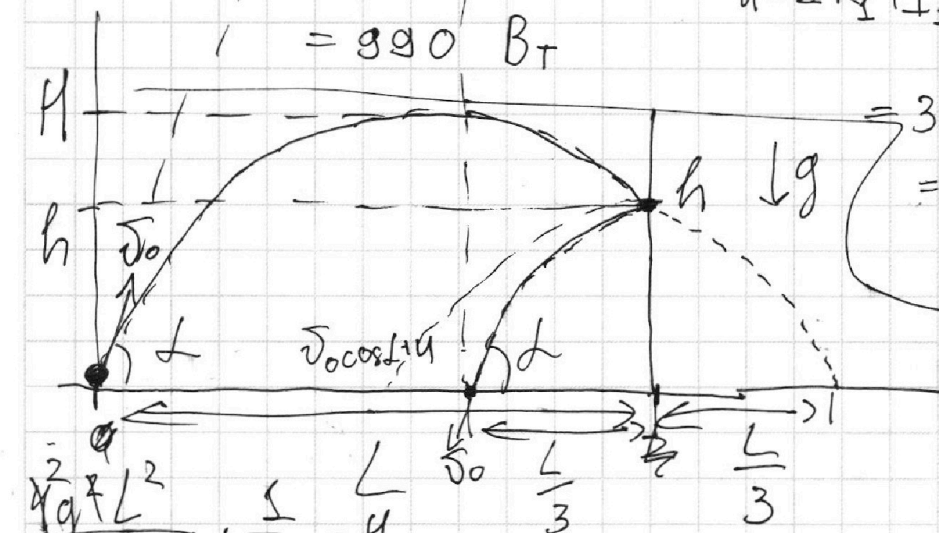
$$I_2 R_2 = I_1 R_1$$

$$I_2 = I_1 \frac{R_1}{R_2} = 2 \text{ A} \cdot \frac{300}{600} = 1 \text{ A}$$

$$= 3 \cdot 30 + 2 \cdot 30 + 3 \cdot 60 =$$

$$= 90 + 60 + 180 =$$

$$= 270 + 60 = 330 \text{ B}$$



$$\frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = H$$

$$v_0 \sin \alpha = \frac{L g}{3 v_0 \cos \alpha}$$

$$\frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{2} - mgH - \frac{mv_0^2 \cos^2 \alpha}{2} = 0$$

$$\frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{L}{3}$$

$$\frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = H$$

$$v_0 \cos \alpha = L$$

$$v_0 \sin \alpha - \frac{g}{2} L^2 = h$$

$$v_0 \cos \alpha = \frac{L + \frac{L}{3}}{2} = \frac{2}{3} L$$

$$v_0 \sin \alpha - \frac{g}{2} L^2 = H$$

$$v_0 \sin \alpha - g r = 0$$

$$L \tan \alpha = \frac{g}{2} \cdot H \cdot \frac{g}{2} = h$$

$$r = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} = h$$

$$v_0 \sin \alpha \cdot \frac{L}{2} - \frac{g}{2} \cdot \frac{L^2}{v_0 \cos^2 \alpha} =$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$l = Vt + ut \sin \varphi = \frac{Vd}{u \cos \varphi} - \frac{u \sin \varphi \cdot d}{u \cos \varphi} =$$

$$u t \cos \varphi = d \rightarrow t = \frac{d}{u \cos \varphi} = \frac{d}{\cos \varphi} \left(\frac{V}{u} - \sin \varphi \right)$$

$$e' = +1 \cdot \frac{d}{\cos^2 \varphi} \cdot (+\sin \varphi) \left(\frac{V}{u} - \sin \varphi \right) +$$

$$+ \frac{d}{\cos \varphi} (-\cos \varphi) \Rightarrow \frac{\sin \varphi d}{\cos^2 \varphi} \left(\frac{V}{u} - \sin \varphi \right) - d = 0$$

$$\frac{V}{u} - \sin \varphi = \frac{\cos^2 \varphi}{\sin \varphi}$$

$$\frac{V}{u} = \frac{\cos^2 \varphi}{\sin \varphi} + \sin \varphi = \frac{1}{\sin \varphi} - \frac{(L^2 + d^2)(T_1 + T_2)}{t_2}$$

$$\sin \varphi = \frac{u}{V}$$

$$l = \frac{d}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{V^2}}} \left(\frac{V}{u} - \frac{u}{V} \right) = \frac{d \sqrt{(V-u)} \sqrt{(V+u)}}{\sqrt{(V-u)} \cdot \sqrt{V+u} \cdot u} =$$

$$= d \sqrt{\frac{V^2 - u^2}{u^2}} = d \sqrt{\left(\frac{V}{u} \right)^2 - 1}$$

$$u t \cos L = d$$

$$u \cdot \frac{d}{u \cos \varphi} \cdot \cos \varphi = d$$

$$\sin L = \sqrt{1 - \frac{d^2}{u^2 T_1^2}}$$

$$\frac{d}{T_1} \tan L$$

$$\cos L = \frac{d}{u T_1}$$

$$u^2 T_1^2 - V^2 T_1^2 = (L^2 + d^2) \left(\frac{-V}{T_2} \right)$$

$$\frac{1}{u T_1} \sqrt{u^2 T_1^2 - d^2} = \frac{L}{T_2} - V T_1$$

$$u^2 T_1^2 - d^2 = L^2 + V^2 T_1^2 - 2 L V T_1 \quad V^2 - u^2 = \frac{L^2 + d^2}{T_1 T_2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$V^2 - u^2 = \frac{L^2 + d^2}{T_1 T_2} = \frac{(L^2 + d^2)^2 (T_1 + T_2)^2}{4 L^2 T_1^2 T_2^2} - u^2$$

$$u^2 = \frac{L^2 + d^2}{T_1 T_2} \left(\frac{(L^2 + d^2) (T_1 + T_2)^2}{4 L^2 T_1 T_2} - 1 \right) =$$

$$\frac{4 L^2 T_1 T_2}{4 L^2 T_1 T_2}$$

$$L^2 T_1^2 + L^2 T_2^2 + 2 L^2 T_1 T_2 + d^2 (T_1 + T_2)^2 - 4 L^2 T_1 T_2 =$$

$$L^2 (T_1 - T_2)^2 + d^2 (T_1 + T_2)^2$$

$$2 L d \sqrt{\frac{4 L^2 T_1 T_2}{L^2 (T_1 - T_2)^2 + d^2 (T_1 + T_2)^2}} = \frac{4 L^2 T_1 T_2}{4 L^2 T_1 T_2}$$

✗

$$\begin{array}{r} 246 \\ \hline 12 \cdot 12 \cdot 14 \cdot 14 \cdot 10 + 5 \cdot 5 \cdot 34 \cdot 34 \cdot 10 \\ \quad \quad \quad 4 \quad 4 \quad \quad \quad 14 \quad 14 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ \times 1496 \\ \hline 11296 \\ + 5496 \\ \hline 70560 \\ + 72250 \\ \hline 142810 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ \times 239 \\ \hline 1125 \\ + 1445 \\ \hline 548 \\ \hline 72250 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 142810 \mid 2 \\ \hline 14 \\ \hline 2 \\ \hline 2 \\ \hline 8 \\ \hline 8 \\ \hline 142810 \end{array}$$