



Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023

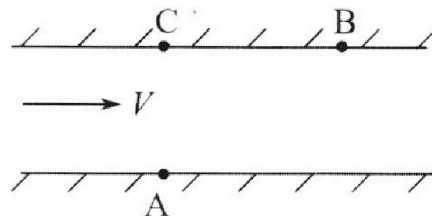
Вариант 09-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные
дроби и радикалы.



1. Пловец трижды переплывает реку. Движение пловца прямолинейное. Скорость пловца в подвижной системе отсчета, связанной с водой, во всех заплывах одинакова по модулю.

В двух первых заплывах А – точка старта, В – точка финиша (см. рис., V – неизвестная скорость течения реки). Ширина реки $AC = d = 50$ м, снос, т.е. расстояние, на которое пловец смещается вдоль реки к моменту достижения противоположного берега, $CB = L = 120$ м.



Продолжительность первого заплыва $T_1 = 100$ с, продолжительность второго заплыва $T_2 = 240$ с.

- 1) Найдите скорости V_1 и V_2 пловца в лабораторной системе отсчета в первом и втором заплывах.
- 2) Найдите скорость V течения реки.

В третьем заплыве пловец стартует из точки А и движется так, что снос наименьший.

- 3) На каком расстоянии S от точки В выше по течению финиширует пловец в третьем заплыве?

2. Футболист на тренировке наносит удары по мячу, лежащему на горизонтальной площадке и направляет мяч к вертикальной стенке. После абсолютно упругого соударения со стенкой на высоте $h = 5,4$ м мяч падает на площадку. Расстояние от точки старта до стенки в 3 раза больше расстояния от стенки до точки падения мяча на площадку.

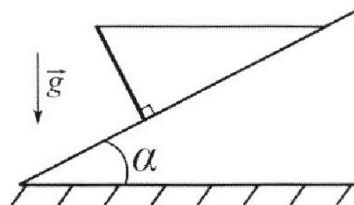
- 1) Найдите наибольшую высоту H , на которой мяч находится в полете.
- 2) Через какое время t_1 после соударения со стенкой мяч упадет на поле?

Допустим, что в момент соударения мяча со стенкой на высоте h , стенка движется навстречу мячу. Расстояние между точками падения мяча на поле в случаях: стенка покоится, стенка движется, $d = 1,8$ м.

- 3) Найдите скорость U стенки в момент соударения.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха пренебрежимо мало. Соударения мяча со стенкой абсолютно упругие. Траектории мяча лежат в вертикальной плоскости перпендикулярной стенке.

3. Однородный стержень удерживается на шероховатой наклонной плоскости горизонтальной нитью, прикрепленной к стержню в его наивысшей точке. Сила натяжения нити $T = 17,3$ Н. Угол между стержнем и плоскостью прямой. Наклонная плоскость образует с горизонтальной плоскостью угол $\alpha = 30^\circ$.



- 1) Найдите массу m стержня.
- 2) Найдите силу $F_{тр}$ трения, действующую на стержень.
- 3) При каких значениях коэффициента μ трения скольжения стержень будет находиться в покое? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023

Вариант 09-02

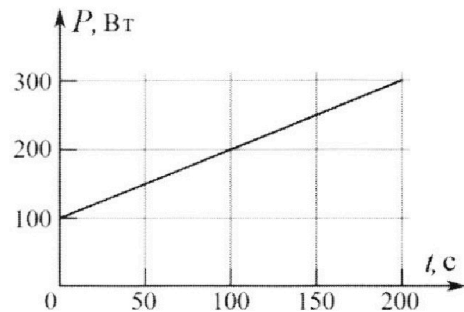
Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные
дроби и радикалы.



4. Воду объемом $V = 1$ л нагревают на электроплитке. Начальная температура воды $\tilde{t}_0 = 16^\circ\text{C}$. Сопротивление спирали электроплитки $R = 25$ Ом, напряжение источника $U = 100$ В. Зависимость мощности P тепловых потерь от времени t представлена на графике (см. рис.).

- 1) Найдите мощность P_H нагревателя.
- 2) Найдите температуру $\tilde{t}_1$ воды через $T = 180$ с после начала нагревания.

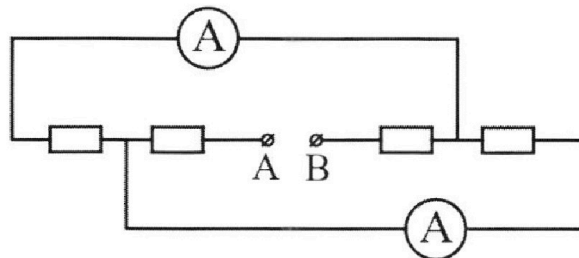
Плотность воды $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$, удельная теплоемкость воды $c = 4200 \text{ Дж/(кг}\cdot^\circ\text{C)}$.



5. В электрической цепи, схема которой представлена на рисунке, четыре резистора, у двух из которых сопротивление по 30 Ом, у двух других сопротивление по 60 Ом. Сопротивление амперметров пренебрежимо мало.

После подключения к клеммам А и В источника постоянного напряжения показания амперметров оказались различными. Большее показание $I_1 = 2$ А.

- 1) Найдите показание I_2 второго амперметра.
- 2) Какую мощность P развивают силы в источнике?



1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1.

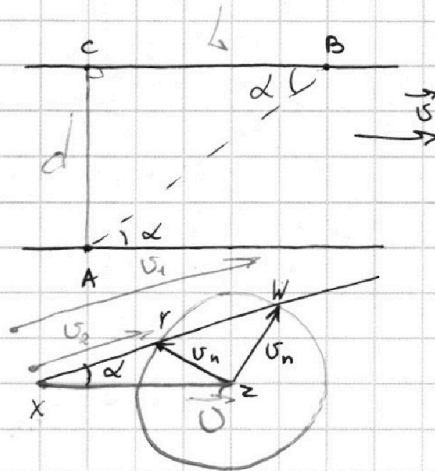
Дано:

$$AC = d = 50 \text{ м}$$

$$CB = L = 120 \text{ м}$$

$$T_1 = 100 \text{ с}$$

$$T_2 = 240 \text{ с}$$



$$\cos \alpha = \frac{12}{13}$$

$$1) \sqrt{U_1} = \frac{\sqrt{L^2 + d^2}}{T_1} \Rightarrow \sqrt{U_1} = 1,3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$U_2 = \frac{\sqrt{L^2 + d^2}}{T_2} \Rightarrow \sqrt{U_2} = \frac{13}{24} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\vec{U}_i = \vec{U} + \vec{U}_n$$

2) Теорема косинусов $\triangle XYZ$:

$$U_2^2 + U^2 - 2 \cos \alpha U U_2 = U_n^2$$

3) Теорема косинусов $\triangle XWZ$:

$$U_1^2 + U_x^2 - 2 \cos \alpha U \cdot U_1 = U_n^2$$

$$U_n^2 = U_1^2 + U^2 - 2 \cos \alpha U \cdot U_1 = U_2^2 + U^2 - 2 \cos \alpha U \cdot U_2$$

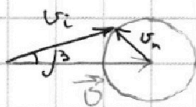
$$U_1^2 - U_2^2 = 2 \cos \alpha U (U_1 - U_2)$$

$$U_1 + U_2 = 2 \cos \alpha \cdot U$$

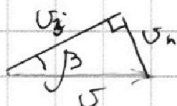
$$\cos \alpha = \frac{12}{13}$$

$$\sqrt{U} = \frac{U_1 + U_2}{2 \cos \alpha} \Rightarrow U = \frac{1,3 \frac{\text{м}}{\text{с}} + \frac{13}{24} \frac{\text{м}}{\text{с}}}{2 \cdot \frac{12}{13}} = \frac{31,2 \frac{\text{м}}{\text{с}} + 13 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{24 \cdot 24} \cdot 13 =$$

$$= \frac{442 \cdot 13}{24 \cdot 24 \cdot 10} \frac{\text{м}}{\text{с}} = \frac{221 \cdot 13}{12 \cdot 24 \cdot 10} \frac{\text{м}}{\text{с}} = \sqrt{\frac{2873}{2880}} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$



Чтобы угол был наименьшим, β должен быть максимальным $\Rightarrow U_n \perp U_i$



$$U_3 = \sqrt{U^2 - U_n^2} = \sqrt{2 \cos \alpha U U_2 - U_2^2} = \sqrt{\frac{2873}{2880} - \frac{169}{2880}} = \sqrt{\frac{2704}{2880}} = \frac{52}{\sqrt{2880}} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\cos \beta = \frac{U_3}{U} = \frac{\frac{52}{\sqrt{2880}}}{\sqrt{\frac{2873}{2880}}} = \frac{52}{\sqrt{2873}} = \frac{52}{53,6} = \frac{169}{2873}$$

$$S = L - \text{ctg } \beta \cdot d$$

$$U_3 = \sqrt{2 \cos \alpha U U_2 - U_2^2} \Rightarrow U_3 = \sqrt{\frac{2873}{2880} - \frac{169}{2880}} = \sqrt{\frac{2704}{2880}} = \frac{52}{\sqrt{2880}} \frac{\text{м}}{\text{с}}; U_n = \sqrt{U_2^2 + U^2 - 2 \cos \alpha U U_2} = \sqrt{\frac{169}{2880} - \frac{2873}{2880}} = \sqrt{\frac{-2704}{2880}} = \frac{52}{\sqrt{2880}} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1.

$$S = L - \operatorname{ctg} \beta \cdot d$$

~~$S = L$~~ $S = 120 \text{ м} - 50 \text{ м}.$

Ответ:

$$\rightarrow v_1 = 1,3 \frac{\text{м}}{\text{с}}; v_2 = \frac{13}{24} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$
$$v = \frac{2873}{2880} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$
$$\sqrt{\frac{2873}{2880} - \frac{163}{576}}$$
$$\sqrt{\frac{165}{576} + \left(\frac{2873}{2880}\right)^2} + \frac{2873}{2880}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

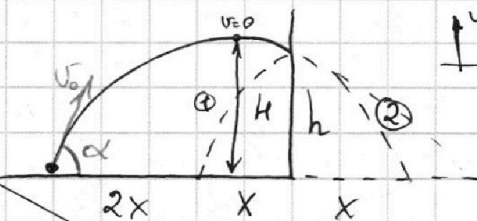
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2.
Дано:
 $h = 5,4 \text{ м}$



Если бы мяч не ударился об стенку он бы полетел по траектории ②

Пусть τ - время всего полета

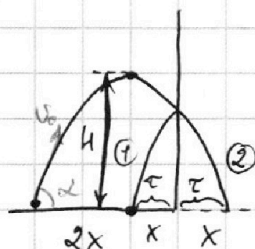
$$1) v_0 \cos \alpha \tau = 4x$$

$$2) \frac{1}{2} \tau = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \Rightarrow \tau = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$3) H = v_0 \sin \alpha \cdot \frac{\tau}{2} - \frac{g}{2} \cdot \frac{\tau^2}{4} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g} - \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$\text{или } 1) x = \frac{v_0 \cos \alpha}{4} \cdot \tau = \frac{v_0 \cos \alpha}{4} \cdot \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{2g}$$

2.
Дано:
 $h = 5,4 \text{ м}$



Если бы мяч не ударился об стенку, то он бы полетел по траектории ②

$$v_x = v_0 \cos \alpha = \text{const} \Rightarrow \frac{x_i}{t_i} = \text{const}$$

$$1) v_y \tau - \frac{g}{2} \tau^2 = H$$

$$2v_y \tau - 2g\tau^2 = H$$

$$2) v_y \cdot 3\tau - \frac{g}{2} (3\tau)^2 = h$$

$$3v_y \tau - 4,5g\tau^2 = h$$

$$3) v_y \cdot 4\tau - \frac{g}{2} (4\tau)^2 = 0$$

$$4v_y \tau = 8g\tau^2$$

$$v_y \tau = 2g\tau^2$$

$$\text{или } 2) 6g\tau^2 - 4,5g\tau^2 = h = 1,5g\tau^2$$

$$\text{или } 1) 4g\tau^2 - 2g\tau^2 = h = 2g\tau^2$$

$$\Rightarrow H = \frac{4}{3} h \Rightarrow H = 7,2 \text{ м}$$

$$t_1 = \tau \quad h = 1,5g\tau^2 \Rightarrow \tau = \sqrt{\frac{2h}{3g}} = t_1$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 10,8 \text{ м}}{30 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}} = \sqrt{0,36 \text{ с}^2} = 0,6 \text{ с}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

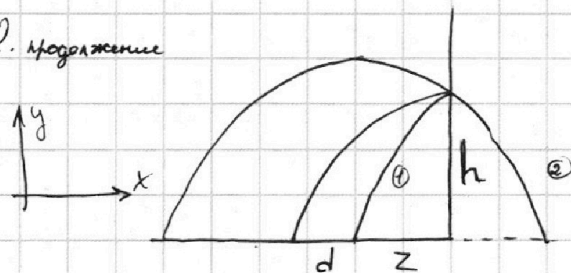
1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



2. Продолжение



$$h + v_y t - \frac{g}{2} t^2 = 0$$

для первого и второго
скачков $\Rightarrow$ время одинаковое:

$$v_x t = z$$

$$t(v_x + 2u) = z + d$$

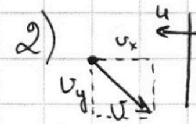
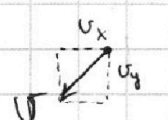
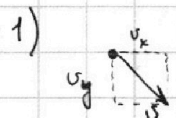
$$d = 2ut$$

При этом t — время падения мяча после
отскока $\Rightarrow t = t_1 \Rightarrow u = \frac{d}{2t_1}$

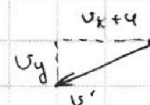
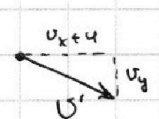
$$u = \frac{1,8 \text{ м}}{1,2 \text{ с}} = 1,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Ответ: $H = 7,2 \text{ м}$; $t_1 = 0,6 \text{ с}$; $u = 1,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

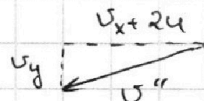
Перед ударом



Пересечение со
стенки



Возвращение в со
стенки



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

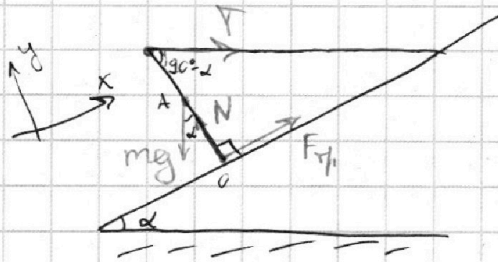
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3.
Дано:
 $T = 17,3 \text{ Н}$
 $\alpha = 30^\circ$
 $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

$$\sqrt{3} \approx 1,73$$



Пусть l — длина стержня

1) Трапеция моментов относительно т. О:

$$mg \frac{l}{2} \sin \alpha = T \cdot l \cdot \sin(90^\circ - \alpha)$$

$$\frac{mg}{2} \sin \alpha = T \cos \alpha$$

$$m = \frac{2T \cos \alpha}{g \sin \alpha} = \frac{2T \operatorname{ctg} \alpha}{g}$$

$$m = \frac{2 \cdot 17,3 \text{ Н} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \frac{1}{2}} = 2 \cdot 1,73 \text{ кг} \cdot \sqrt{3} \approx 6 \text{ кг}$$

2) Трапеция моментов отн. т. А:

$$T \cdot \frac{l}{2} \cdot \sin(90^\circ - \alpha) = \frac{l}{2} \cdot F_{\text{тр}} \Rightarrow F_{\text{тр}} = T \cdot \cos \alpha = \frac{\sqrt{3} T}{2}$$

$$F_{\text{тр}} = \frac{\sqrt{3} \cdot 17,3 \text{ Н}}{2} = 15 \text{ Н}$$

3) О_y: $N = mg \cos \alpha + T \cos(90^\circ - \alpha) = mg \cos \alpha + T \sin \alpha$

О_x: $F_{\text{тр}} + T \sin(90^\circ - \alpha) = mg \sin \alpha$

$$F_{\text{тр}} = mg \sin \alpha - T \cos \alpha$$

$$F_{\text{тр}} \leq \mu N$$

$$\mu mg \cos \alpha + \mu T \sin \alpha \geq mg \sin \alpha - T \cos \alpha \quad | : \cos \alpha$$

$$\mu mg + \mu T \operatorname{tg} \alpha \geq mg \operatorname{tg} \alpha - T$$

$$\mu (mg + T \operatorname{tg} \alpha) \geq mg \operatorname{tg} \alpha - T$$

$$\mu \geq \frac{mg \operatorname{tg} \alpha - T}{mg + T \operatorname{tg} \alpha} = \frac{mg - T \operatorname{ctg} \alpha}{mg \operatorname{ctg} \alpha + T}$$

$$\mu \geq \frac{6 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{6 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 17,3 \text{ Н}} = \frac{60 \text{ Н}}{60 \text{ Н} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 17,3 \text{ Н}} = \frac{6}{7\sqrt{3}} = \frac{6}{21} = \frac{2\sqrt{3}}{7}$$

Ответ: $m = 6 \text{ кг}$; $F_{\text{тр}} = 15 \text{ Н}$; $\mu \geq \frac{2\sqrt{3}}{7}$

$$\mu \geq \frac{60 \text{ Н} - 17,3 \text{ Н} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{60 \text{ Н} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 17,3 \text{ Н}} \approx \frac{30 \text{ Н}}{1,73 \cdot 70 \text{ Н}} \approx \frac{3}{7\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{7} \Rightarrow \mu \geq \frac{\sqrt{3}}{7}$$

Ответ: $m = 6 \text{ кг}$; $F_{\text{тр}} = 15 \text{ Н}$; $\mu \geq \frac{\sqrt{3}}{7}$

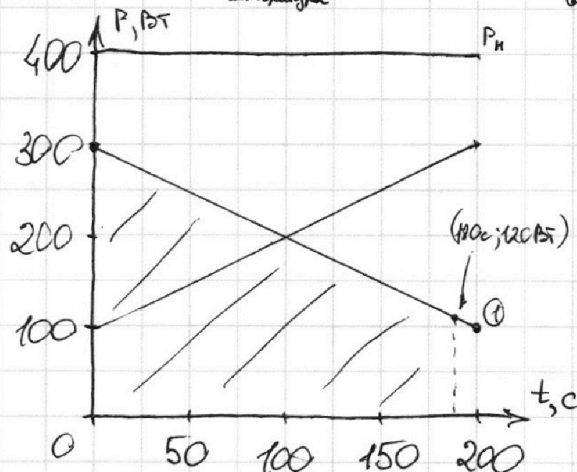
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

4.
Дано:
 $V=1\text{ м}$
 $T_0=16^\circ\text{C}$
 $R=25\text{ }\Omega$
 $U=100\text{ В}$
 $\rho=1000\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$
 $c=4200\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}}$
 $T=180\text{ с}$

$$1) \overline{P_n} = \frac{U^2}{R} \Rightarrow \boxed{P_n = 400\text{ Вт}}$$

$$2) \rho V c \Delta \tilde{T} = \underbrace{(P_n - P(t))}_{\text{изменение температуры}} \cdot \underbrace{\Delta t}_{\text{прошедшее время}}$$



Для какого t
будет выйдать из

P_n $P(t)$. По графику (1). $P_n(t)$ и $P(t)$ линейные $\Rightarrow$
 $\Rightarrow (P_n - P)(t)$ тоже линейный

Для линейности имеем:

$$P(t) = P_0 + kt \quad P_0 = 100\text{ Вт}; \quad k = 1\frac{\text{Вт}}{\text{с}}$$

$$\text{При } t = 180\text{ с}: \quad P = 100\text{ Вт} + 1\frac{\text{Вт}}{\text{с}} \cdot 180\text{ с} = 280\text{ Вт} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{При } t = 180\text{ с} \quad (P_n - P) = 120\text{ Вт}$$

Получаем по графикам $(P_n - P)(t)$ пропорциональна

количеству тепла, переданного воде.

$$P_{300} = 300\text{ Вт}$$

$$P_{120} = 120\text{ Вт}$$

$$\rho V c (\tilde{T}_f - \tilde{T}_0) = \frac{P_{300} + P_{120}}{2} \cdot T$$

$$\tilde{T}_f = \frac{P_{300} + P_{120}}{2} \cdot \frac{T}{\rho V c} + \tilde{T}_0$$

$$\boxed{\tilde{T}_f} = \frac{420\text{ Вт}}{2} \cdot \frac{180\text{ с}}{1\frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 1000\frac{\text{см}^3}{\text{м}^3} \cdot 4200\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}}} + 16^\circ\text{C} = \frac{420\text{ Вт} \cdot 90\text{ с}}{4200\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}}} + 16^\circ\text{C} = \boxed{25^\circ\text{C}}$$

Ответ: $P_n = 400\text{ Вт}; \quad \tilde{T}_f = 25^\circ\text{C}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

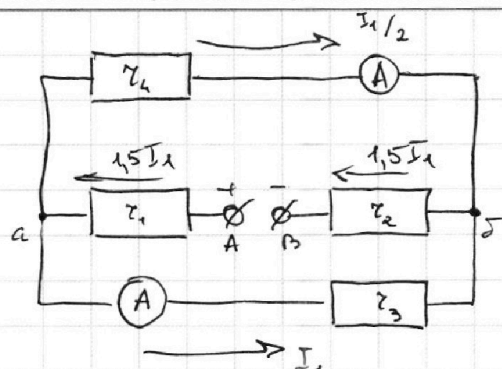
5.

Дано:

$$R_1 = 30 \Omega$$

$$R_2 = 60 \Omega$$

$$I_1 = 2 \text{ A}$$



Показания амперметров различны $\Rightarrow z_2 \neq z_4$

Без потери общности можно сказать, что $z_3 = R_1 = 30 \Omega$
 $z_4 = R_2 = 60 \Omega$

Напряжения одинаковые; $z_3 < z_4 \Rightarrow I_1$ течёт через z_3

$U_{a\delta} = I_1 z_3 \Rightarrow$ через z_4 течёт вдвое меньший ток.

(т.к. $z_4 = 2z_3$)

Для узла а: $1,5 I_1 = I_1 + 0,5 I_1$ (аналогично для б)

$$I_2 = \frac{I_1}{2} \Rightarrow \boxed{I_2 = 1 \text{ A}}$$

$$U_{AB} = 1,5 I_1 z_1 + I_1 z_3 + 1,5 I_1 z_2 = 1,5 I_1 (z_1 + z_2) + I_1 z_3$$

$z_3 \neq z_4 \Rightarrow z_1 \neq z_2$, но при этом $z_1 + z_2$ всегда равно

$$R_1 + R_2 \Rightarrow U_{AB} = I_1 R_1 + 1,5 I_1 (R_1 + R_2) = 2,5 I_1 R_1 + 1,5 I_1 R_2$$

$$P = U_{AB} \cdot 1,5 I_1 = 1,5 I_1^2 (2,5 R_1 + 1,5 R_2)$$

$$\boxed{P = 1,5 \cdot 4 \text{ A}^2 \cdot (75 \Omega + 90 \Omega) = 990 \text{ Вт}}$$

Ответ: $I_2 = 1 \text{ A}$; $P = 990 \text{ Вт}$

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

4.

Дано:

$$V = 1 \text{ м}$$

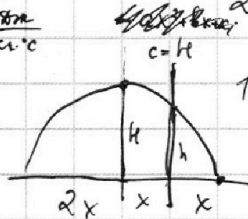
$$\tilde{T}_0 = 16^\circ \text{C}$$

$$R = 25 \text{ }\Omega$$

$$U = 100 \text{ В}$$

$$\rho = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$C = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ \text{C}}$$



Две мощности потерь:

$$P(t) = P_0 + kt$$

$$P_0 = 100 \text{ Вт}$$

$$k = 1 \frac{\text{Вт}}{\text{с}}$$

$$\text{При } t = 180 \text{ с: } P = 100 \text{ Вт} + 1 \frac{\text{Вт}}{\text{с}} \cdot 180 \text{ с} = 280 \text{ Вт}$$

$$\rho V C (\tilde{T}_1 - \tilde{T}_0) = T \cdot \frac{P_{120} + P_{300}}{2} \Rightarrow \tilde{T}_1 = \frac{T(P_{120} + P_{300})}{2\rho V C} + \tilde{T}_0$$

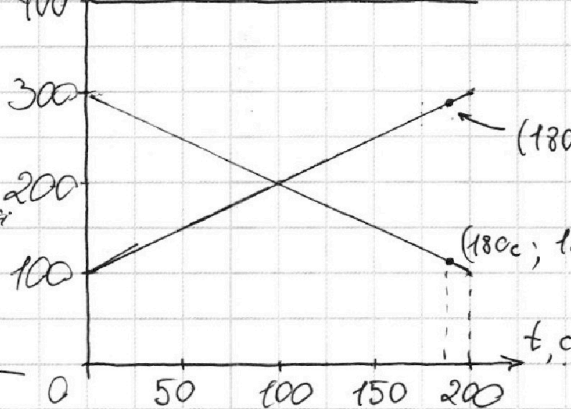
$$\tilde{T}_1 = \frac{180 \text{ с} \cdot 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ \text{C}}}{2 \cdot 1000 \text{ кг} \cdot 1 \frac{\text{м}^3}{\text{с}^3} \cdot 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ \text{C}}} + 16^\circ \text{C} = 25^\circ \text{C}$$

$$P_n = \frac{U^2}{R} \Rightarrow P_n = 400 \text{ Вт}$$

$$x = 5 \cos \alpha t$$

$$y = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} g x^2 - \frac{g}{2} \cdot \frac{x^2}{5^2 \cos^2 \alpha}$$

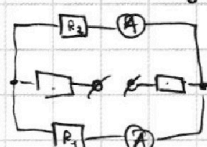
2) $P, \text{ Вт}$



(180 с; 280 Вт)

(180 с; 120 Вт)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



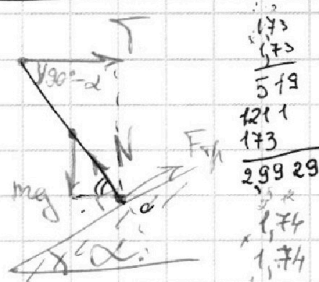
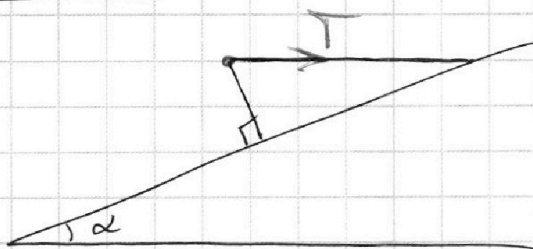
$$\frac{130}{24}$$

3.

Дано:

$$T = 17,3 \text{ Н}$$

$$\alpha = 30^\circ$$



1) $T \cdot \sin \alpha = mg \cdot \cos \alpha$

$$mg \cdot \frac{1}{2} \cdot \cos(90^\circ - \alpha) = T \cdot \sin(90^\circ - \alpha)$$

$$m = \frac{2 \cdot 17,3 \text{ Н} \cdot \sqrt{3}}{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = \frac{mg}{2} \sin \alpha = T \cos \alpha \Rightarrow m = \frac{2T \cos \alpha}{g}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

МФТИ

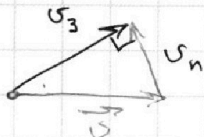
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1. продолжение

~~• упр 3) $U_n^2 = U^2 + U_2^2 - 2 \cos \alpha \cdot U \cdot U_2$~~

~~$U_n = \sqrt{\quad}$~~



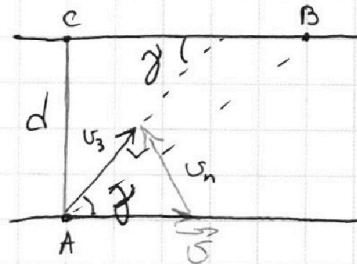
$U_3 = \sqrt{U^2 - U_n^2}$

• упр 3) $U^2 - U_n^2 = 2 \cos \alpha \cdot U \cdot U_2 - U_2^2 = U_2 (2 \cos \alpha \cdot U - U_2)$

$U_3 = \sqrt{U_2 (2 \cos \alpha \cdot U - U_2)}$

~~$U_3 = \sqrt{\quad}$~~

$\cos \gamma = \frac{U_3}{U} = \frac{\sqrt{U_2 (2 \cos \alpha \cdot U - U_2)}}{U}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

1.

Дано:

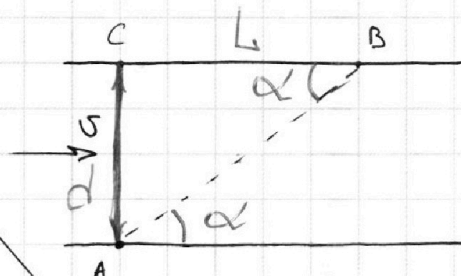
$$AC = d = 50 \text{ м}$$

$$BC = L = 120 \text{ м}$$

$$T_1 = 100 \text{ с}$$

$$T_2 = 240 \text{ с}$$

U_n — скорость лодки



$$\vec{U} = \vec{U}_n + \vec{U}$$

$$1) AB = \sqrt{AC^2 + BC^2}$$

$$AB = \sqrt{L^2 + d^2}$$

$$U_1 = \frac{AB}{T_1} = \frac{\sqrt{L^2 + d^2}}{T_1}$$

$$U_2 = \frac{AB}{T_2} = \frac{\sqrt{L^2 + d^2}}{T_2}$$

$$U_1 = \frac{130 \text{ м}}{100 \text{ с}} = 1,3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$U_2 = \frac{130 \text{ м}}{240 \text{ с}} = \frac{13}{24} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Теорема косинусов $\triangle XYZ$:

$$3) -2 \cos \alpha U U_2 + U^2 + U_2^2 = U_n^2$$

Теорема косинусов $\triangle XYZ'$ $\cos \alpha = \frac{L}{d}$

$$4) -2 \cos \alpha U U_1 + U^2 + U_1^2 = U_n^2$$

$$U_n^2 = U^2 + U_2^2 - 2 \cos \alpha U U_2 = U^2 + U_1^2 - 2 \cos \alpha U U_1$$

$$U_2^2 - U_1^2 = 2 \cos \alpha U (U_2 - U_1)$$

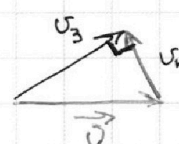
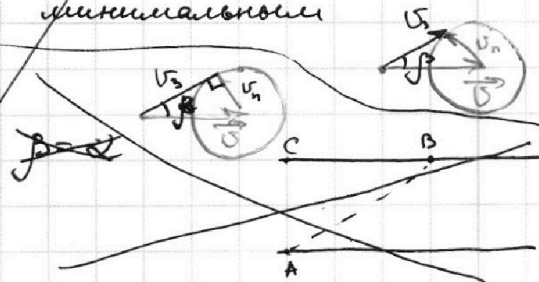
$$(U_2 + U_1) = 2 \cos \alpha U$$

$$U = \frac{U_1 + U_2}{2 \cos \alpha} = \frac{U_1 + U_2}{2} \cdot \frac{d}{L}$$

$$U = \frac{1,3 \frac{\text{м}}{\text{с}} + \frac{13}{24} \frac{\text{м}}{\text{с}}}{2} \cdot \frac{5}{12} = \frac{31,2 \frac{\text{м}}{\text{с}} + 13 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{48} \cdot \frac{5}{12} = \frac{44,2 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 5}{12 \cdot 48} = \frac{221 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{12 \cdot 48} = \frac{221 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{144 \cdot 4} = \frac{221}{576} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Нужно, чтобы угол β был максимальным, чтобы спуск был минимальным

$$\beta - \max \Rightarrow U \perp U_n$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

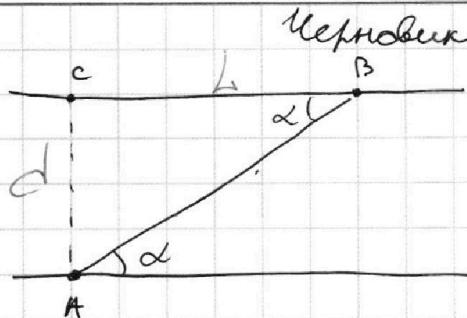
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

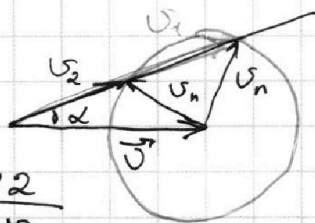
1.

Дано:
 $d = 50 \text{ м}$
 $L = 120 \text{ м}$
 $T_1 = 100 \text{ с}$
 $T_2 = 240 \text{ с}$



$$1) v_1 = \frac{\sqrt{L^2 + d^2}}{T_1} \Rightarrow v_1 = \frac{130 \text{ м}}{100 \text{ с}} = 1,3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v_2 = \frac{\sqrt{L^2 + d^2}}{T_2} \Rightarrow v_2 = \frac{130 \text{ м}}{240 \text{ с}} = \frac{13}{24} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$



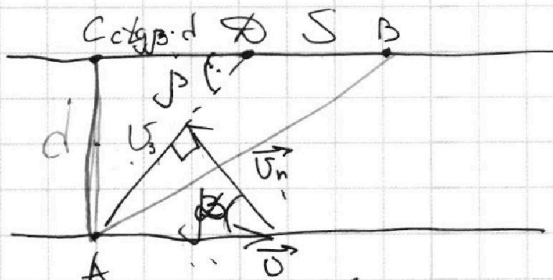
$$\cos \alpha = \frac{12}{13}$$

$$\begin{aligned} v^2 + v_2^2 - 2 \cos \alpha v v_2 &= v_n^2 \\ v^2 + v_1^2 - 2 \cos \alpha v v_1 &= v_n^2 \\ v^2 - 2 \cos \alpha v v_2 &= v_1^2 - 2 \cos \alpha v v_1 \\ 2 \cos \alpha v (v_1 - v_2) &= v_1^2 - v_2^2 \end{aligned}$$

$$2 \cos \alpha v = v_1 + v_2$$

$$v = \frac{v_1 + v_2}{2 \cos \alpha} = \frac{13}{24} (v_1 + v_2)$$

$$\begin{aligned} v &= \frac{13}{24} \cdot \left(\frac{13}{10} + \frac{13}{24} \right) = \frac{13^2}{24} \cdot \frac{34}{240} = \frac{13^2 \cdot 34}{24 \cdot 240} = \frac{13^2 \cdot 17}{12 \cdot 240} = \\ &= \frac{169 \cdot 17}{12 \cdot 240} = \frac{2873}{2880} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \sin \beta &= \frac{v_2}{v} = \frac{\sqrt{v^2 - v_n^2}}{v} = \sqrt{1 - \left(\frac{v_n}{v} \right)^2} = \\ &= \sqrt{1 - \frac{v^2 + v_2^2 - 2 \frac{24}{13} v v_2}{v^2}} = \sqrt{\frac{24}{13} \cdot \frac{v_2}{v} - \left(\frac{v_2}{v} \right)^2} = \\ &= \sqrt{\frac{24}{13} \cdot \frac{13}{24} \cdot \frac{2880}{2873} - \left(\frac{13}{24 \cdot \frac{2873}{120}} \right)^2} = \\ &= \sqrt{\frac{2880}{2873} - \frac{120}{13 \cdot 17}} = \sqrt{\frac{2624}{2873}} \end{aligned}$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \frac{2624}{2873}} = \sqrt{\frac{249}{2873}}$$

$$\operatorname{ctg} \beta = \frac{\cos \beta}{\sin \beta} = \sqrt{\frac{249}{2873} \cdot \frac{2873}{2624}} = \sqrt{\frac{249}{2624}}$$

$$120 - 50 \cdot \sqrt{\frac{249}{2624}}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 24 \\ \hline 96 \\ 48 \\ \hline 576 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 169 \\ \times 17 \\ \hline 1183 \\ 169 \\ \hline 2873 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2873 = 13^2 \cdot 17 \\ 2880 = 12 \cdot 240 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 13 \\ \hline 36 \\ 12 \\ \hline 156 \\ 2873 \\ \hline 2624 \\ 249 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 248 &= 3 \cdot 83 \\ 26 \cdot 24 &= 4 \cdot 656 = 8 \cdot 328 \\ &= 16 \cdot 164 \\ 32 \cdot 82 &= 64 \cdot 41 \end{aligned}$$