



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

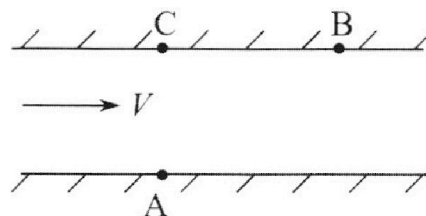
Вариант 09-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. Пловец трижды переплывает реку. Движение пловца прямолинейное. Скорость пловца в подвижной системе отсчета, связанной с водой, во всех заплывах одинакова по модулю.

В двух первых заплывах А – точка старта, В – точка финиша (см. рис., V – неизвестная скорость течения реки). Ширина реки $AC = d = 50$ м, снос, т.е. расстояние, на которое пловец смещается вдоль реки к моменту достижения противоположного берега, $CB = L = 120$ м.



Продолжительность первого заплыва $T_1 = 100$ с, продолжительность второго заплыва $T_2 = 240$ с.

- 1) Найдите скорости V_1 и V_2 пловца в лабораторной системе отсчета в первом и втором заплывах.
- 2) Найдите скорость V течения реки.

В третьем заплыве пловец стартует из точки А и движется так, что снос наименьший.

- 3) На каком расстоянии S от точки В выше по течению финиширует пловец в третьем заплыве?

2. Футболист на тренировке наносит удары по мячу, лежащему на горизонтальной площадке и направляет мяч к вертикальной стенке. После абсолютно упругого соударения со стенкой на высоте $h = 5,4$ м мяч падает на площадку. Расстояние от точки старта до стенки в 3 раза больше расстояния от стенки до точки падения мяча на площадку.

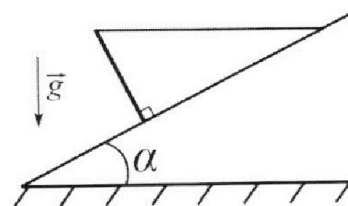
- 1) Найдите наибольшую высоту H , на которой мяч находится в полете.
- 2) Через какое время t_1 после соударения со стенкой мяч упадет на поле?

Допустим, что в момент соударения мяча со стенкой на высоте h , стенка движется навстречу мячу. Расстояние между точками падения мяча на поле в случаях: стенка покоится, стенка движется, $d = 1,8$ м.

- 3) Найдите скорость U стенки в момент соударения.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха пренебрежимо мало. Соударения мяча со стенкой абсолютно упругие. Траектории мяча лежат в вертикальной плоскости перпендикулярной стенке.

3. Однородный стержень удерживается на шероховатой наклонной плоскости горизонтальной нитью, прикрепленной к стержню в его наивысшей точке. Сила натяжения нити $T = 17,3$ Н. Угол между стержнем и плоскостью прямой. Наклонная плоскость образует с горизонтальной плоскостью угол $\alpha = 30^\circ$.



- 1) Найдите массу m стержня.
- 2) Найдите силу $F_{тр}$ трения, действующую на стержень.
- 3) При каких значениях коэффициента μ трения скольжения стержень будет находиться в покое? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023

Вариант 09-02



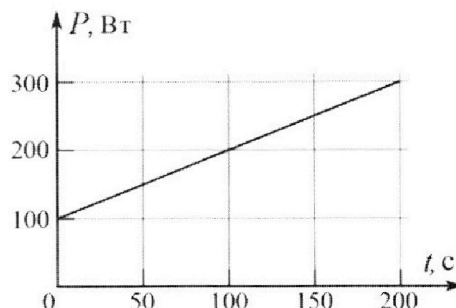
Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

4. Воду объемом $V = 1$ л нагревают на электроплитке. Начальная температура воды $\tilde{t}_0 = 16$ °С. Сопротивление спирали электроплитки $R = 25$ Ом, напряжение источника $U = 100$ В. Зависимость мощности P тепловых потерь от времени t представлена на графике (см. рис.).

1) Найдите мощность P_H нагревателя.

2) Найдите температуру \tilde{t}_1 воды через $T = 180$ с после начала нагревания.

Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м³, удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·°С).

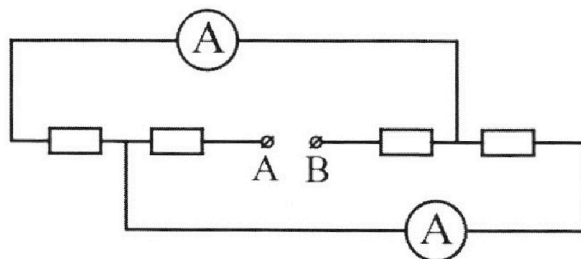


5. В электрической цепи, схема которой представлена на рисунке, четыре резистора, у двух из которых сопротивление по 30 Ом, у двух других сопротивление по 60 Ом. Сопротивление амперметров пренебрежимо мало.

После подключения к клеммам А и В источника постоянного напряжения показания амперметров оказались различными. Больше показание $I_1 = 2$ А.

1) Найдите показание I_2 второго амперметра.

2) Какую мощность P развивают силы в источнике?



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



(3) $V_0 \cos \beta = \frac{d}{T_2}$
 (4) $V + V_0 \sin \beta = \frac{L}{T_2}$

$V_0 \cos \beta$

$V_0 \sin \beta + V$

V_2

$V_2 = \sqrt{\left(\frac{d}{T_2}\right)^2 + \left(\frac{L}{T_2}\right)^2} =$

$= \sqrt{\left(\frac{50}{240}\right)^2 + \left(\frac{120}{240}\right)^2} = \sqrt{\frac{25}{24^2} + \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{25}{6^2 \cdot 4^2} + \frac{6^2 \cdot 4}{6^2 \cdot 4^2}} =$

$= \sqrt{\frac{25 + 144}{6^2 \cdot 4^2}} = \sqrt{\frac{169}{6^2 \cdot 4^2}} = \frac{13}{6 \cdot 4} = \frac{13}{24} \frac{m}{c}$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 24 \\ \hline 24 \\ + 96 \\ \hline 576 \\ \times 2 \\ \hline 1152 \\ \times 36 \\ \hline 4032 \\ \hline 144 \end{array}$$

~~Решение~~

Реш (1) $\cos \alpha = \frac{d}{T_1 V_0} = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \Rightarrow \frac{d^2}{T_1^2 V_0^2} = 1 - \sin^2 \alpha$

Реш (2) $V = \frac{L}{T_1} - V_0 \sin \alpha$ (5) $\sin^2 \alpha = 1 - \frac{d^2}{T_1^2 V_0^2}$

Реш (3) $\cos \beta = \frac{d}{T_2 V_0} = \sqrt{1 - \sin^2 \beta}$ $\sin^2 \beta = 1 - \frac{d^2}{T_2^2 V_0^2}$

Реш (4) $V = \frac{L}{T_2} - V_0 \sin \beta$ (6) $\sin \beta = \sqrt{1 - \frac{d^2}{T_2^2 V_0^2}}$

Реш (5) и (6):

$\frac{L}{T_1} - V_0 \sqrt{1 - \frac{d^2}{T_1^2 V_0^2}} = \frac{L}{T_2} - V_0 \sqrt{1 - \frac{d^2}{T_2^2 V_0^2}}$

$V_0 \left(\sqrt{1 - \frac{d^2}{T_1^2 V_0^2}} - \sqrt{1 - \frac{d^2}{T_2^2 V_0^2}} \right) = \frac{L}{T_2} - \frac{L}{T_1}$

$V_1 = 1,3 \frac{m}{c}$
 $V_2 = \frac{13}{24} \frac{m}{c}$

$(V_0 \sin \beta + V) T_2 = (V_0 \sin \alpha + V) T_1$

$V_0 \sin \beta T_2 + V T_2 = V_0 \sin \alpha T_1 + V T_1$

$V(T_2 - T_1) = V_0(\sin \alpha T_1 - \sin \beta T_2)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



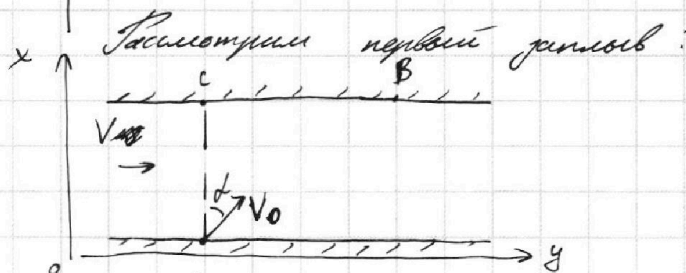
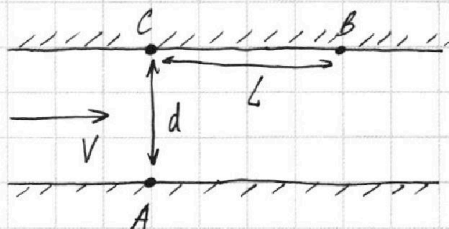
Задача 1.

Дано: $AC = d = 50 \text{ м}$
 $CB = L = 120 \text{ м}$
 $T_1 = 100 \text{ с}$
 $T_2 = 240 \text{ с}$

Найти: $V_1; V_2 - ?$

$V - ?$

$S - ?$



Рассмотрим перемещение за время T_1 по каждой из осей $ox; oy$:

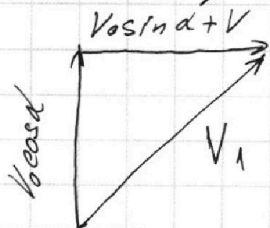
V_0 - скорость движения в системе отсчета, связанной с вагоном.

$$ox: T_1 = \frac{d}{V_0 \cos d} \Rightarrow V_0 \cos d = \frac{d}{T_1} \quad (1)$$

d - угол между направлением CA и V_0

$$oy: T_1 = \frac{L}{V + V_0 \sin d} \Rightarrow V + V_0 \sin d = \frac{L}{T_1} \quad (2)$$

$V_0 \cos d$ - проекция скорости V_0 на ось ox .
 $V_0 \sin d + V$ - проекция скорости V_0 на ось oy .

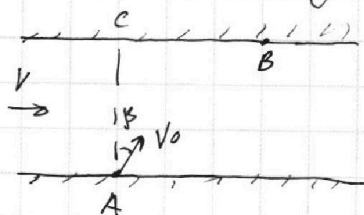


$$V_1 = \sqrt{\left(\frac{d}{T_1}\right)^2 + \left(\frac{L}{T_1}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{50}{100}\right)^2 + \left(\frac{120}{100}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{144}{100}} = \sqrt{0,25 + 1,44} = \sqrt{1,69} =$$

$$= 1,3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Аналогичным образом рассмотрим второй flash:



β - угол между CA и V_0 во время второго вспышки

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



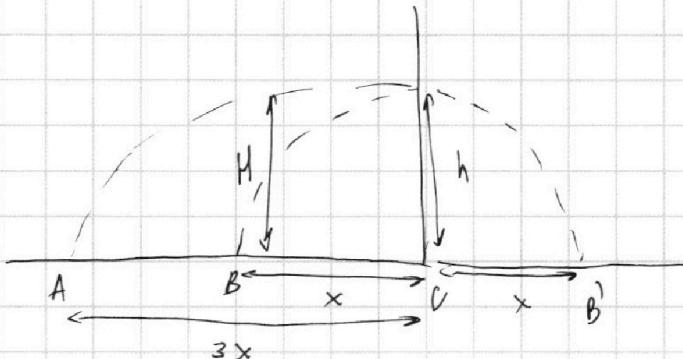
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 2.

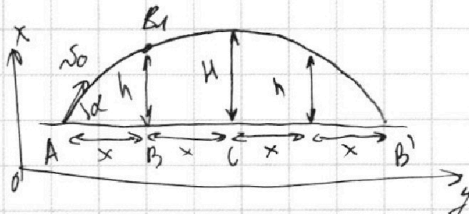
Дано: $h = 5,4 \text{ м}$
 $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$
 $d = 1,8 \text{ м}$

Найти: H - ?
 t_1 - ?
 v - ?



Из условия следует, что t_1 - время необходимое мячу, чтобы преодолеть x по горизонтали (и h по вертикали если мяч рассматривается движение из A в B_1)

т.к. удар абсолютно упругий \Rightarrow мячу просто рассмотрим движение мяча, бросаемое под углом к горизонту;



Рассмотрим движение по осям ox и oy :

v_0 - начальная скорость
 угол между v_0 и горизонталем

$$oy: x = v_0 \cos \alpha t_1$$

$$ox: h = v_0 \sin \alpha t_1 - \frac{g t_1^2}{2}$$

$$H = 2h - g t_1^2$$

- т.к. к маленькому расстоянию H по горизонтали он преодолел $2x$.

Задача сокращается энергии:

$$\frac{v_0 \sin \alpha}{g} = 2 t_1 \quad \frac{m v_0^2}{2} = m g H \quad (m - \text{масса мяча})$$

$$t_1 = \frac{v_0 \sin \alpha}{2g}$$

$$\text{Итак: } H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}, \quad h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha - (v_0 \sin \alpha - t_1 g)^2}{2g}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$1 - \frac{d^2}{T_2^2 v_0^2} - 2 \sqrt{1 - \frac{d^2}{T_2^2 v_0^2}} \sqrt{1 - \frac{d^2}{T_1^2 v_0^2}} + 1 - \frac{d^2}{T_1^2 v_0^2} = \left(\sqrt{1 - \frac{d^2}{T_2^2 v_0^2}} - \sqrt{1 - \frac{d^2}{T_1^2 v_0^2}} \right)^2$$

$$1 - \frac{d^2}{v_0^2} \left(\frac{1}{T_2^2} + \frac{1}{T_1^2} \right) - \frac{2}{v_0^2} \sqrt{1 - \frac{d^2}{T_2^2 v_0^2}} \sqrt{1 - \frac{d^2}{T_1^2 v_0^2}} = \left(\sqrt{1 - \frac{d^2}{T_2^2 v_0^2}} - \sqrt{1 - \frac{d^2}{T_1^2 v_0^2}} \right)^2$$

$$\sqrt{1 - \frac{d^2}{T_1^2 v_0^2}} - \sqrt{1 - \frac{d^2}{T_2^2 v_0^2}} = \frac{v_0^2 (T_1 - T_2)}{(T_2 - T_1)}$$

$$\Rightarrow h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha - \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{4}}{2g} = \frac{3}{4} \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{3}{4} H$$

$$\frac{54 \cdot \frac{3}{4}}{\frac{5}{24}} \cdot \frac{1}{36} \quad h = \frac{3}{4} H \Rightarrow H = \frac{4}{3} h = \frac{4}{3} \cdot 5,4 = \frac{4}{3} \cdot \frac{54}{10} = \frac{36}{5} = \frac{72}{10} = 7,2 \text{ м.}$$

$$t_1 = \frac{v_0 \sin \alpha}{2g} = \sqrt{H} \cdot \frac{1}{\sqrt{2g}} = \sqrt{\frac{72}{10 \cdot 2 \cdot 10}} = \sqrt{\frac{36}{10^2}} = \frac{6}{10} = 0,6 \text{ с}$$

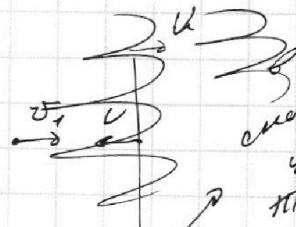
Если ступень движется по:

в с.о. ступени:

$$v_1 + v$$

в земной с.о.:

$$v_1 + 2v$$



скорость по горизонтальной составляющей увеличивается на $2v$
т.к. вертикальная составляющая скорости

$$d = 2v \cdot t_1$$

$$1,8 = 2 \cdot 0,6 v \Rightarrow v = \frac{1,8}{1,2} = \frac{3}{2} = 1,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Ответ: 1) $H = 7,2 \text{ м}$; 2) $t_1 = 0,6 \text{ с}$; 3) $v = 1,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

1 2 3 4 5 6 7

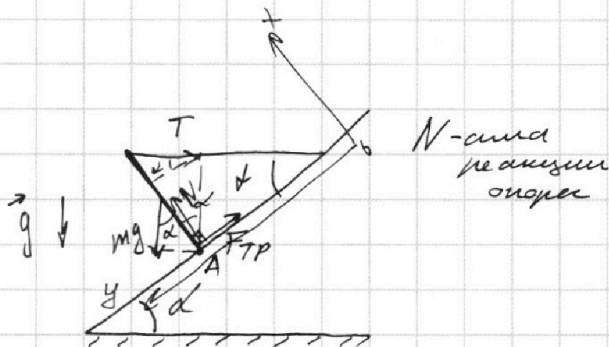
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 3.

Дано: $T = 17,3 \text{ Н}$
 $\alpha = 30^\circ$
 $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

Найти: m - ?
 $F_{\text{тр}}$ - ?
 μ - ?



Рассмотрим силы, действующие на стержень.

М.к. стержня находится вне его \Rightarrow можем считать прямолинейно направленные моменты относительно точки А

$mg \cdot \frac{l}{2} \cdot \sin \alpha = T \cdot l \cdot \cos \alpha$, где l - длина стержня.

$mg \cdot \frac{l}{2} \cdot \sin \alpha = T \cos \alpha$

$m = \frac{2T \cos \alpha}{\sin \alpha g} = \frac{2 \cdot 17,3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2} \cdot 10} = \frac{17,3 \cdot \sqrt{3}}{5} \text{ (кг)}$

Введем оси ox и oy , как показано на рисунке
 Второй закон Ньютона на ось oy :

$-F_{\text{тр}} + mg \sin \alpha - T \cos \alpha = 0$, м.к. ускорение равно 0.

$F_{\text{тр}} = T \cos \alpha - mg \sin \alpha$

$F_{\text{тр}} = 17,3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{17,3 \cdot \sqrt{3}}{5} \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} =$

$= 17,3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \left(1 - \frac{1}{5} \cdot 10 \right) = -\frac{17,3 \cdot \sqrt{3}}{2} \text{ (Н)}$

\Rightarrow направление вектора $F_{\text{тр}}$ противоположно указанному на рисунке.

Второй закон Ньютона на ось ox :

$T \cdot \sin \alpha + mg \cdot \cos \alpha - N = 0$, м.к. ускорение равно 0.

$N = T \sin \alpha + mg \cos \alpha \Rightarrow$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 4.

Дано: $V=1\mu$

$\tilde{t}_0 = 16^\circ\text{C}$

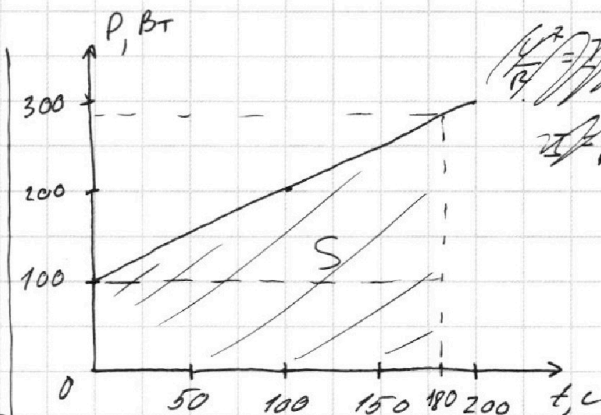
$R = 25\ \Omega$

$U = 100\text{ В}$

$T = 180^\circ\text{C}$

$S = 1000\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{Фм}}$

$C = 4200\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$



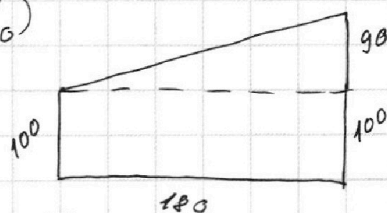
Найти: P_H - ?
 \tilde{t}_1 - ?

$$P_H = \frac{U^2}{R} = \frac{100^2}{25} = 400\ \text{Вт}$$

Уравнение теплового баланса для времени $T = 180\text{ с}$:

$$P_H T = S + V \rho c (\tilde{t}_1 - \tilde{t}_0)$$

поиск
оптимальная
на графике



$$P_H T - S = V \rho c \tilde{t}_1 - V \rho c \tilde{t}_0$$

$$\frac{P_H T - S + V \rho c \tilde{t}_0}{V \rho c} = \tilde{t}_1$$

$$\frac{400 \cdot 180 - \frac{1000 + 190}{2} \cdot 180 + 4200 \cdot 16}{4200} = \tilde{t}_1$$

$$\tilde{t}_1 = \frac{40 \cdot 18 - 29 \cdot 9 + 42 \cdot 16}{42} = \frac{720 - 261 + 672}{42} = \frac{1131}{42}$$

$$= 39 \frac{13}{42} ^\circ\text{C}$$

Ответ: 1) $P_H = \frac{U^2}{R} = 400\ \text{Вт}$; 2) $\tilde{t}_1 = 39 \frac{13}{42} ^\circ\text{C}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



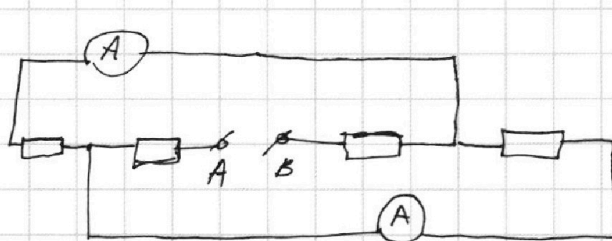
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 5.

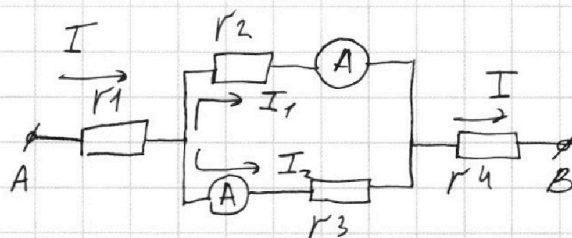
Дано: $R_1 = 30 \Omega$
 $R_2 = 60 \Omega$
 $I_1 = 2 \text{ A}$

Найти: I_2 ?
 P ?



эквивалентная схема

т.к. показания амперметров
 оказались равными \Rightarrow
 \Rightarrow резисторы R_2 и R_3
 обладают равными
 сопротивлениями.



т.к. сопротивления совпадают

Если I_1 - большее
 показание ~~тогда~~

($R_1; R_2; R_3; R_4$ - сопротивления
 1, 2, 3 и 4-ого резисторов
 соответственно).

т.к. напряжение U на параллельном
 участке одинаково, а $I_1 > I_2$ (по условию) \Rightarrow

$$R_2 < R_3 \Rightarrow \frac{U}{R_2} > \frac{U}{R_3} \Rightarrow R_2 < R_3 \Rightarrow R_2 = R_1 = 30 \Omega, \text{ тогда: } I_1 = \frac{U}{R_1} \Rightarrow R_3 = R_2 = 60 \Omega$$

$$I = I_1 + I_2 = 1 + 2 = 3 \text{ A.}$$

$$R_0 = R_1 + R_4 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}, \text{ где } R_1 + R_4 = R_1 + R_2$$

общее сопротивление цепи

$$2 = \frac{U}{30} \Rightarrow U = 60 \text{ В} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{U}{R_3} = \frac{60}{60} = 1 \text{ A.}$$

$$\left(\frac{1}{30} + \frac{1}{60} = \frac{30+60}{30 \cdot 60} \right)$$

$$R_0 = 30 + 60 + \frac{30 \cdot 60}{30 + 60} = 90 + \frac{1800}{90} = 90 + 20 = 110 \Omega$$

$$P = I^2 \cdot R_0 = 3^2 \cdot 110 = 9 \cdot 110 = 990 \text{ Вт.}$$

Ответ: 1) $I_2 = 1 \text{ A}$; 2) $P = 990 \text{ Вт}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 2.

Дано: $h = 5,4 \text{ м}$

~~$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$~~

$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

$d = 1,8 \text{ м}$

Найти: H - ?

t_1 - ?

v - ?

Рассмотрим движение по осям ox и oy :

oy : $x = v_0 \cos \alpha t_1$

время которое мяч преодолевает h по вертикали и x по горизонтали

ox : $h = v_0 \sin \alpha t_1 - \frac{g t_1^2}{2}$

oy : $\frac{3x+x}{2} = 2x = v_0 \cos \alpha \cdot t_2$

$t_2 = \frac{2x}{v_0 \cos \alpha}$

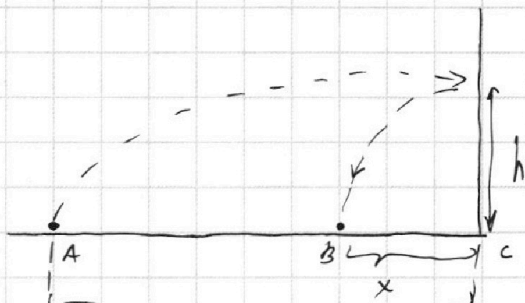
ox : $H = v_0 \sin \alpha t_2 - \frac{g t_2^2}{2} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$ (1)

По закону сохранения энергии: $\frac{m v_0^2}{2} = m g H = \frac{m v_1^2}{2} + m g h$

v_1 - скорость на высоте h

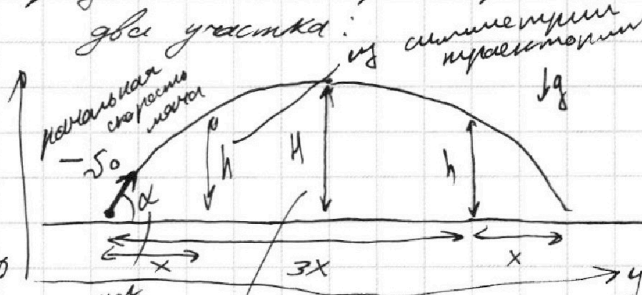
масса мяча

(2)



$3x$ - т.к. угловое $\frac{AC}{BC} = 3$.

т.к. удар абсолютно упругий \Rightarrow мяч рассматривать как движение мяча, брошенное под углом к горизонту, задавая его траекторию на две участка:



начальная скорость мяча v_0
углы между направлением v_0 и горизонтом

симметричная траектория g
мяч преодолевает g удара о стенку, что следует из симметрии

$3 = \frac{AC}{BC} > 1$

время t_2 которое поднимется на высоту H .

$\frac{v_1^2}{2} + m g h$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

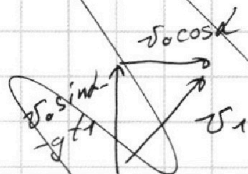


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Горизонтальная

проекция скорости $v_{1y} = v_0 \cos \alpha$

Вертикальная ее проекция: $v_{1x} = v_0 \sin \alpha - g t_1$



т.к. на
поискание на
весах h
или нулю
время t_1

$(1) \text{ и } (2): \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}, \text{ так } = \frac{v_0^2}{2}, \text{ т.к.}$
 ~~$v_0 \sin \alpha = v_0$
 $\sin \alpha = 1$~~