Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

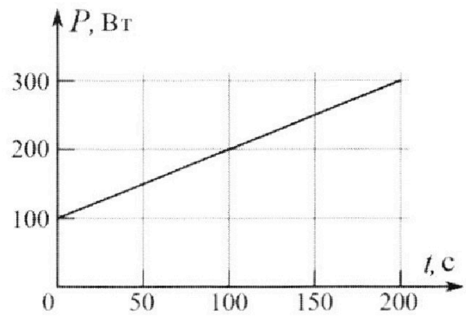
Вариант 09-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

4. Воду объемом $V = 1$л нагревают на электроплитке. Начальная температура воды $\tilde{t}_0 = 16\,^0$C. Сопротивление спирали электроплитки $R = 25$ Ом, напряжение источника $U = 100$ В. Зависимость мощности P тепловых потерь от времени t представлена на графике (см. рис.).

1) Найдите мощность P_H нагревателя.
2) Найдите температуру $\tilde{t}_1$ воды через $T = 180$ с после начала нагревания.

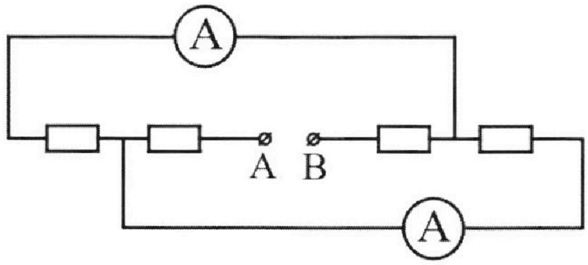
Плотность воды $\rho = 1000$кг/м^3, удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·^{0}C).



5. В электрической цепи, схема которой представлена на рисунке, четыре резистора, у двух из которых сопротивление по 30 Ом, у двух других сопротивление по 60 Ом. Сопротивление амперметров пренебрежимо мало.

После подключения к клеммам A и B источника постоянного напряжения показания амперметров оказались различными. Большее показание $I_1 = 2$A.

1) Найдите показание I_2 второго амперметра.
2) Какую мощность P развивают силы в источнике?

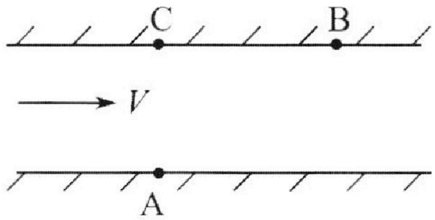


Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 09-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Пловец трижды переплывает реку. Движение пловца прямолинейное. Скорость пловца в подвижной системе отсчета, связанной с водой, во всех заплывах одинакова по модулю.



В двух первых заплывах A – точка старта, B – точка финиша (см. рис., V - неизвестная скорость течения реки). Ширина реки $AC = d = 50$ м, снос, т.е. расстояние, на которое пловец смещается вдоль реки к моменту достижения противоположного берега, $CB = L = 120$ м.

Продолжительность первого заплыва $T_1 = 100$ с, продолжительность второго заплыва $T_2 = 240$ с.

1) Найдите скорости V_1 и V_2 пловца в лабораторной системе отсчета в первом и втором заплывах.

2) Найдите скорость V течения реки.

В третьем заплыве пловец стартует из точки A и движется так, что снос наименьший.

3) На каком расстоянии S от точки B выше по течению финиширует пловец в третьем заплыве?

2. Футболист на тренировке наносит удары по мячу, лежащему на горизонтальной площадке и направляет мяч к вертикальной стенке. После абсолютно упругого соударения со стенкой на высоте $h = 5{,}4$ м мяч падает на площадку. Расстояние от точки старта до стенки в 3 раза больше расстояния от стенки до точки падения мяча на площадку.

1) Найдите наибольшую высоту H, на которой мяч находится в полете.

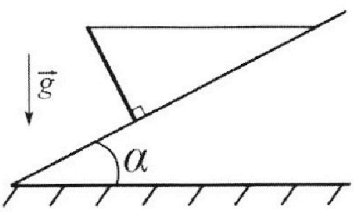
2) Через какое время t_1 после соударения со стенкой мяч упадет на поле?

Допустим, что в момент соударения мяча со стенкой на высоте h, стенка движется навстречу мячу. Расстояние между точками падения мяча на поле в случаях: стенка покоится, стенка движется, $d = 1{,}8$ м.

3) Найдите скорость U стенки в момент соударения.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2. Сопротивление воздуха пренебрежимо мало. Соударения мяча со стенкой абсолютно упругие. Траектории мяча лежат в вертикальной плоскости перпендикулярной стенке.

3. Однородный стержень удерживается на шероховатой наклонной плоскости горизонтальной нитью, прикрепленной к стержню в его наивысшей точке. Сила натяжения нити $T = 17{,}3$ Н. Угол между стержнем и плоскостью прямой. Наклонная плоскость образует с горизонтальной плоскостью угол $\alpha = 30^0$.



1) Найдите массу m стержня.

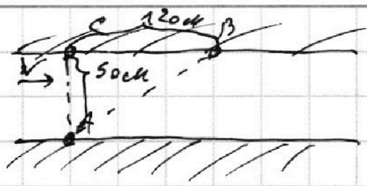
2) Найдите силу F_{TP} трения, действующую на стержень.

3) При каких значениях коэффициента μ трения скольжения стержень будет находиться в покое? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



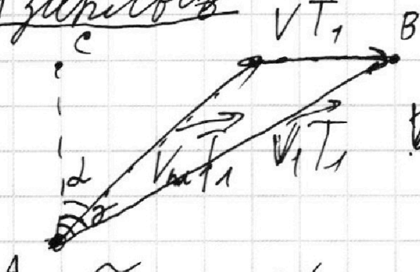
① По т. Пифагора $AB = \sqrt{AC^2 + CB^2} = 130$ м. Обозначим за $V_п$ скорость плавца относ. реки.

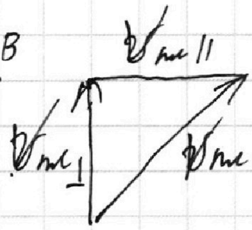
② т.к. $V_п$ – const; V – const, то V_1 и V_2 – const

$V_1 = \frac{AB}{T_1} = 1{,}3\ \frac{м}{с}$; $V_2 = \frac{AB}{T_2} = \frac{13}{24}\ \frac{м}{с}$

③ Пусть α – $\angle$ между AC и $V_п$ в системе отсчёта „река" в 1 случае, а β – во втором. Так же обозначим $\angle CAB$ за γ. $\sin\gamma = \frac{12}{13}$; $\cos\gamma = \frac{5}{13}$

1 заплыв





④ Разложим $V_п$ на 2 компоненты: $V_{п\perp_1}$ и $V_{п\parallel_1}$, $V_{п\perp_1}^2 + V_{п\parallel_1}^2 = V_п^2$

т.к. $T_1 < T_2$, он плыл по течению

⑤ Тогда $V_{п\perp} \cdot T_1 = h$

$V_{п\perp_1} = V_п \cdot \cos\alpha = \frac{h}{T_1} = V_1 \cdot \cos\gamma \Rightarrow$

$\Rightarrow V_{п\perp_1} = 0{,}5\ \frac{м}{с}$

$(V_{п\parallel_1} + V)T_1 = L \Rightarrow V_{п\parallel_1}T_1 = L - VT_1 \Rightarrow V_1 \cdot \sin\gamma - V = V_{п\parallel_1}$

$V_{п\parallel_1} = V_п \cdot \sin\alpha = V_1 \cdot \sin\beta - V$

$V_п^2 = V_1^2\cos^2\gamma + (V_1 \cdot \sin\gamma - V)^2$ (1)

2 заплыв

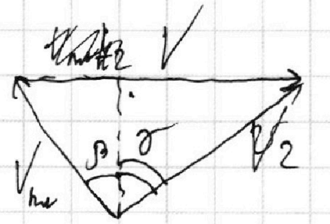
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

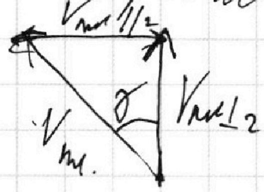
1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

⑥ Теперь, т.к. пловец приплыл в ту же точку, а $T_2 > T_1 \Rightarrow$ Он плыве против течения





$$\left.\begin{aligned} V_{пл\perp 2} &= V_2 \cdot \cos\gamma \\ V - V_{пл\parallel 2} &= V_2 \cdot \sin\gamma \\ V_{пл\parallel 2} &= V - V_2 \cdot \sin\gamma \end{aligned}\right\} \Rightarrow V_{пл}^2 = V_2^2\cos^2\gamma + (V - V_2\cdot\sin\gamma)^2 \quad (2)$$

⑦ Приравняем выражения (1) и (2)

$$V_1^2\cdot\cos^2\gamma + (V_1\cdot\sin\gamma - V)^2 = V_2^2\cos^2\gamma + (V - V_2\cdot\sin\gamma)^2$$

Нам нужен корень, при котором и $V_1\cdot\sin\gamma - V \geq 0$ и $V - V_2\cdot\sin\gamma \geq 0$

$$V_1^2 - 2V_1V\sin\gamma + \cancel{V^2} = V_2^2 - 2V_2V\sin\gamma + \cancel{V^2}$$

$$V_1^2 - V_2^2 = 2V\sin\gamma(V_1 - V_2)$$

$$2V\sin\gamma = V_1 + V_2 \Rightarrow V = \frac{V_1+V_2}{2\sin\gamma} = \frac{(13\cdot 24 + 13\cdot 10)\cdot 13}{240\cdot 2\cdot 12} =$$

$$= \frac{13^2\cdot 34^{17}}{240\cdot \cancel{2}\cdot 12} = \frac{2873}{2880} \approx 1$$

$1{,}2 - 1 > 0$; $1 - 0{,}5 > 0$; $\Rightarrow$ Этот корень нам подходит.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$V_m = \sqrt{\left(1{,}3\cdot\frac{5}{13}\right)^2 + (1{,}2-1)^2} = \sqrt{0{,}25+1{,}21} = \sqrt{1{,}46}$

$1{,}2 = \sqrt{1{,}44}$; $1{,}3 = \sqrt{1{,}69} \Rightarrow 1{,}2 < V_m < 1{,}3 \Rightarrow$

Он сможет подобрать такой угол, при котором он будет двигаться строго от A к $C \Rightarrow$

$\Rightarrow S = BC = 120$ м

Ответ: $V_1 = 1{,}3\ \frac{м}{с}$

$V_2 = \frac{13}{24}\ \frac{м}{с}$

$\dot{V} = \frac{2873}{2880} \approx 1\ \frac{м}{с}$

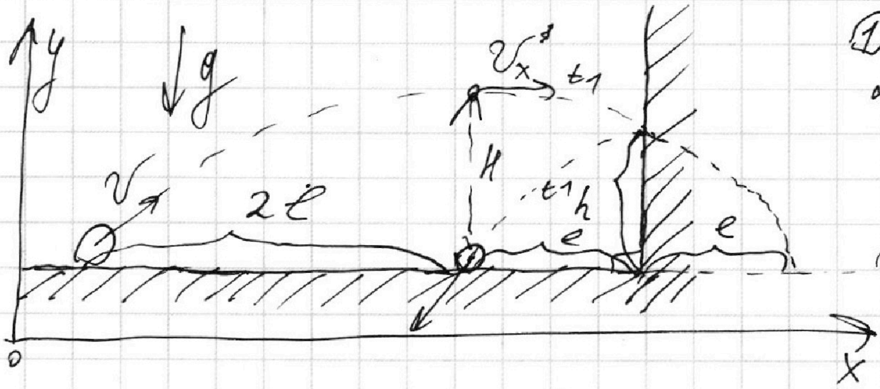
$S = 120$ м

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



① v_x - скорость мяча на ось x
v_y - скорость мяча на ось y.

② т.к. удар был абсолютно упругим, то если „отзеркалить" часть траектории после удара, то траектория - парабола.

③ Обозначим расстояние между стенкой и точкой падения l, тогда расстояние между точкой старта и стенкой $- 3l$ ⇒ Общая x составляющая траектории: $4l$; между точкой старта и между точкой падения $2l$ ⇒ ⇒ оказался в точке, имеющей точно такую же x координату, как и верхняя точка траектории, где $v_y = 0$ ⇒ $t_1 = \frac{t}{2} - t_1$, где t - полное время полёта ⇒ $t = 4t_1$

④ Рассмотрим v_y в момент соударения.

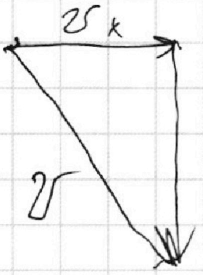
$\Rightarrow v_y' = g t_1$

$h = v_y' \cdot t_1 + g\frac{t_1^2}{2} = \frac{3}{2} g t_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2}{3}\cdot\frac{h}{g}}$

$= \sqrt{0{,}36\ c^2} = 0{,}6\ c$

МФТИ

⑤ Рассмотрим скорость в нижней точке



$\Rightarrow v_y'' = g\cdot 2t_1$

$H = \frac{v_y \cdot 2t_1}{2} = 2gt_1^2 = \cancel{20\cdot 0{,}36} =$

$\cancel{= 20\cdot 0{,}12\cdot 36 = 25{,}92}$ м

$= \cancel{} \frac{4}{3}h = 7{,}2$ м.

⑥ Если начнёт двигаться на встречу мячику, то в СО, связанной со стенкой $v_x' = v_x + u$. Больше ничего не изменится. Так как все величины времён мы рассчитывали из y составляющей, то они не изменятся.

⑦ Запишем ур-я на ось X

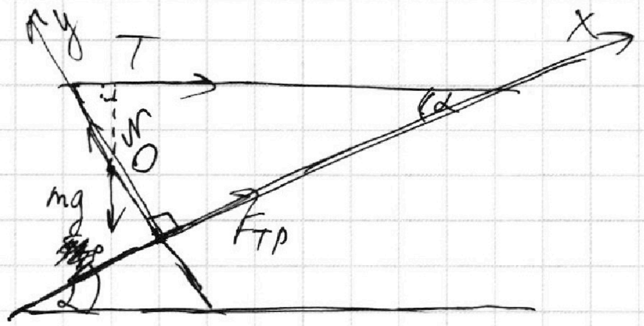
① $u_{ст} = 0$ (1 случай)

$$\left.\begin{aligned} l &= t_1 \cdot v_x \\ l + d &= t_1(v_x + u) \end{aligned}\right\} \Rightarrow u = \frac{d}{t_1} = 3\ \frac{м}{с}$$

Ответ: $H = 7{,}2$ м

$t_1 = 0{,}6$ с

$u = 3\ \frac{м}{с}$



① т.к. тело находится в равновесии, то
$\sum F_x = 0$; $\sum M = 0$
$\sum F_y = 0$;

② Запишем проекции сил на оси:

(x) $F_{тр} + T\cdot\cos\alpha = mg\cdot\sin\alpha$

(y) $N = mg\cdot\cos\alpha + T\cdot\sin\alpha$

③ Запишем ур-е моментов относительно O, где O – точка приложения $F_{тр}$.

$T\cdot\frac{\ell}{2}\cdot\cos\alpha = F_{тр}\cdot\frac{\ell}{2} \Rightarrow T\cos\alpha = F_{тр}$

$\cos30^\circ = \frac{\sqrt3}{2}$
$\sin30^\circ = \frac12$
$\Rightarrow F_{тр} = \frac{34{,}6}{\sqrt3} = \frac{34{,}6\cdot\sqrt3}{3}$ Н

$mg\cdot\sin\alpha = 2T\cos\alpha$

$m = \frac{2T\,ctg\alpha}{g} = \frac{17{,}3\cdot2\cdot\sqrt3}{10} = 3{,}46\sqrt3$ кг

$N = 34{,}6\sqrt3\cdot\cos30^\circ + T\cdot\cos30^\circ = \frac{34{,}6\cdot3}{2} + 17{,}3\cdot\frac{\sqrt3}{2} =$
$= 17{,}3\cdot3 + 17{,}3\cdot\frac{\sqrt3}{2} = 17{,}3\left(3+\frac{\sqrt3}{2}\right)$

~~μ_{min}~~ $N\cdot\mu_{min} = F_{тр}$; при $\mu > \mu_{min}$ $N\mu > F_{тр}$

$\mu_{min} = \frac{F_{тр}}{N} = \frac{34{,}6\cdot\sqrt3}{3\cdot17{,}3\left(3+\frac{\sqrt3}{2}\right)} = \frac{2}{3}\,\frac{\sqrt3\left(3-\frac{\sqrt3}{2}\right)}{9-\frac{3}{4}} = \frac{8}{3}\cdot\frac{\sqrt3\left(3-\frac{\sqrt3}{2}\right)}{33}$

Ответ: $m = 3{,}46\sqrt3$ кг; $F_{тр} = \frac{34{,}6\cdot\sqrt3}{3}$ Н; $\mu \geq \frac{8\sqrt3}{99}\cdot\left(3-\frac{\sqrt3}{2}\right)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

① $P_н = \frac{U^2}{R} = 400$ Вт

② $m_в = V \cdot \rho = 1$ кг ; $m_в$ – масса воды

③ т.к. P – линейная ф-ция от времени, то $P_T = P_0 + K \cdot T$. Из графика видно, что $P_0 = 100$ Вт $K = 1 \frac{Вт}{с}$; $Q_{тепл}$ – энергия, ушедшая на теплопотери; $Q_{тепл} = P_0 T + \frac{KT^2}{2}$, при $T = 180$ с:

$Q_{тепл} = 100 \cdot 180 + \frac{1 \cdot 180^2}{2} = 28800$ Дж

$m_в \cdot c \cdot (t_1 - t_0) = P_н \cdot T - Q_{тепл.}$

$t_1 = t_0 + \frac{P_н \cdot T - Q_{тепл}}{c \cdot m_в} = 16 + \frac{400 \cdot 180 - 28800}{4200 \cdot 1} =$

$= 16 + 11 = 27 °C$

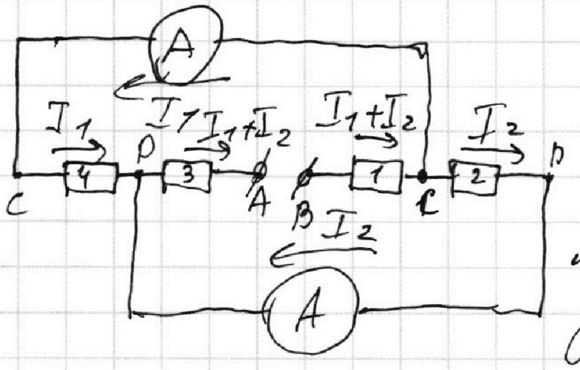
Ответ: $P_н = 400$ Вт
$t_1 = 27 °C$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



① т.к. сопротивление амперметров пренебрежимо мало, то их можно считать проводами ⇒ потенциалы на их концах одинаковы.

② Допустим, что через верхний амперметр течёт ток I_1, а через нижний I_2, тогда через резистор 2 течёт I_2; через резистор 1 течёт I_1+I_2; через 4 течёт I_1 и через 3: I_1+I_2.

③ $\varphi_B-\varphi_A=\mathcal{E}$, где $\mathcal{E}$ - напряжение источника

$\varphi_A-\varphi_C=R_1(I_1+I_2)$

$\varphi_C-\varphi_D=R_2\cdot I_2=R_4\cdot I_1$. , т.к. по условию задачи у нас есть больший ток ($I_1>I_2$) ⇒ ⇒ $I_1\neq I_2\Rightarrow R_2\neq R_4$; $R_4<R_2\Rightarrow R_2=60\,\Omega$ $R_4=30\,\Omega\Rightarrow I_2=\frac{R_4\cdot I_1}{R_2}=1\,A$

④ $\varphi_B-\varphi_A=\mathcal{E}=\varphi_B-\varphi_C+\varphi_C-\varphi_D+\varphi_D-\varphi_A=(R_1+R_3)(I_1+I_2)+R_4I_1$; т.к. $R_2=60\,\Omega$; $R_4=30\,\Omega\Rightarrow R_1+R_3=90\,\Omega$

$\mathcal{E}=90\cdot3+60\cdot1=330$ В; $P=\mathcal{E}\cdot I=990$ Вт; Ответ: 1 А, 990 Вт

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

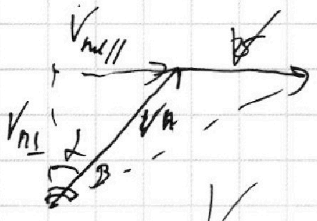
1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$180 \cdot 90 = 10800 + 18000 = 28800$

$400 \cdot 180 - 28800 = 72000 - 28800 = 43200$

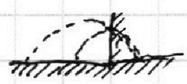


$V_{пл\parallel} = V_{пл} \cdot \cancel{\cos\alpha}\ \sin\alpha$

$V_{п\perp} = V_{пл} \cdot \cos\alpha = V_1 \cdot \cos\beta$

$V_{пл\parallel} + V = V_1 \cdot \sin\beta$

$V_{пл} \cdot \sin\alpha + V = V_1 \cdot \sin\beta$



$V_{пл} \cdot \sin\alpha = V_1 \cdot \sin\beta - V$

$V_{пл}^2 \cdot \sin^2\alpha + V_{пл}^2 \cos^2\alpha = (V_1 \sin\beta - V)^2 + V_1^2 \cos^2\beta$

$V_{пл}^2 = V_1^2 \sin^2\beta$

$V_{пл}^2 = V_1 \cdot \cos^2\gamma + (V_1 \cdot \sin\gamma - V)^2$

$13^2 = 169$

$1,3$ $\quad \frac{13}{24}$ $\quad \frac{12}{13}$

36×36: 216, 108, 12,96

12×13: 39, 13, 169

169×17: 1183, 169, 2873

240×12: 480, 24

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!