



Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023

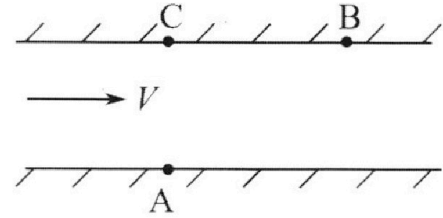
Вариант 09-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. Пловец трижды переплывает реку. Движение пловца прямолинейное. Скорость пловца в подвижной системе отсчета, связанной с водой, во всех заплывах одинакова по модулю.

В двух первых заплывах А – точка старта, В – точка финиша (см. рис., V - неизвестная скорость течения реки). Ширина реки $AC = d = 50$ м, снос, т.е. расстояние, на которое пловец смещается вдоль реки к моменту достижения противоположного берега, $CB = L = 120$ м.



Продолжительность первого заплыва $T_1 = 100$ с, продолжительность второго заплыва $T_2 = 240$ с.

- 1) Найдите скорости V_1 и V_2 пловца в лабораторной системе отсчета в первом и втором заплывах.
- 2) Найдите скорость V течения реки.

В третьем заплыве пловец стартует из точки А и движется так, что снос наименьший.

- 3) На каком расстоянии S от точки В выше по течению финиширует пловец в третьем заплыве?

2. Футболист на тренировке наносит удары по мячу, лежащему на горизонтальной площадке и направляет мяч к вертикальной стенке. После абсолютно упругого соударения со стенкой на высоте $h = 5,4$ м мяч падает на площадку. Расстояние от точки старта до стенки в 3 раза больше расстояния от стенки до точки падения мяча на площадку.

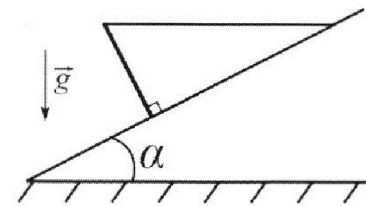
- 1) Найдите наибольшую высоту H , на которой мяч находится в полете.
- 2) Через какое время t_1 после соударения со стенкой мяч упадет на поле?

Допустим, что в момент соударения мяча со стенкой на высоте h , стенка движется навстречу мячу. Расстояние между точками падения мяча на поле в случаях: стенка покоится, стенка движется, $d = 1,8$ м.

- 3) Найдите скорость U стенки в момент соударения.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха пренебрежимо мало. Соударения мяча со стенкой абсолютно упругие. Траектории мяча лежат в вертикальной плоскости перпендикулярной стенке.

3. Однородный стержень удерживается на шероховатой наклонной плоскости горизонтальной нитью, прикрепленной к стержню в его наивысшей точке. Сила натяжения нити $T = 17,3$ Н. Угол между стержнем и плоскостью прямой. Наклонная плоскость образует с горизонтальной плоскостью угол $\alpha = 30^\circ$.



- 1) Найдите массу m стержня.
- 2) Найдите силу $F_{тр}$ трения, действующую на стержень.
- 3) При каких значениях коэффициента μ трения скольжения стержень будет находиться в покое? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023

Вариант 09-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

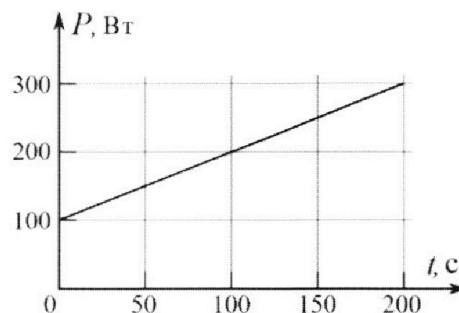


4. Воду объемом $V = 1$ л нагревают на электроплитке. Начальная температура воды $\tilde{t}_0 = 16$ °С. Сопротивление спирали электроплитки $R = 25$ Ом, напряжение источника $U = 100$ В. Зависимость мощности P тепловых потерь от времени t представлена на графике (см. рис.).

1) Найдите мощность P_H нагревателя.

2) Найдите температуру \tilde{t}_1 воды через $T = 180$ с после начала нагревания.

Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м³, удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·°С).

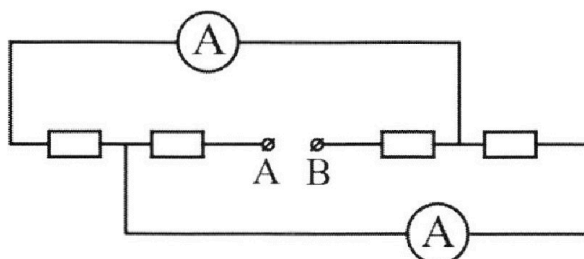


5. В электрической цепи, схема которой представлена на рисунке, четыре резистора, у двух из которых сопротивление по 30 Ом, у двух других сопротивление по 60 Ом. Сопротивление амперметров пренебрежимо мало.

После подключения к клеммам А и В источника постоянного напряжения показания амперметров оказались различными. Больше показание $I_1 = 2$ А.

1) Найдите показание I_2 второго амперметра.

2) Какую мощность P развивают силы в источнике?



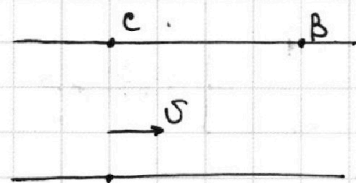
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



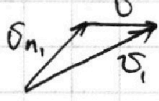
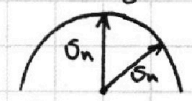
$|\vec{v}_{n1}| = |\vec{v}_{n2}|$ - скорости плывца относительно воды в обоих случаях.

Скорость плывца может менять свое направление (когда мы в начале движения выбираем куда ему плыть).

по окружности, т.к. скорость по модулю не изменяется.

Радиус окружности = $|\vec{v}_{n1}| = |\vec{v}_{n2}|$
 $\vec{v}_1 = \vec{v} + \vec{v}_{n1}$, $\vec{v}_2 = \vec{v} + \vec{v}_{n2}$

се, а изменяется только направление.



Расстояние от точки А до точки В равно! По т. Пифагора:

$AB = \sqrt{d^2 + L^2} = \sqrt{6000^2 + 12400^2} = \sqrt{16900^2} = 130M$

$T_1 = \frac{AB}{v_1} \Rightarrow v_1 = \frac{AB}{T_1} = \frac{130M}{100c} = 1,3 \frac{M}{c}$

$T_2 = \frac{AB}{v_2} \Rightarrow v_2 = \frac{AB}{T_2} = \frac{130M}{240c} = \frac{13}{24} \frac{M}{c}$

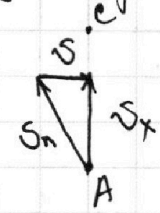
- Ответы

Наименьший свое был бы если бы скорость плывца относительно земли была направлена прямо в точку С



Образуете прямоугольный треугольник!

ответ



Тогда относительно точки В свое равен 0 и расстояние равно ~~130M~~ СВ

Скорость плывца относительно воды направлена перпендикулярно касательной

на проведенной из точки С к ~~се~~ полуокружности в радиусе v_n .

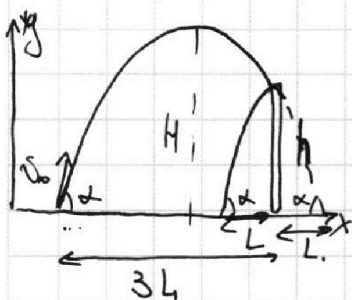
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) Мячик перейдет за внешнюю точку параболы. Мяч движется равномерно. Мячик ударится об стенку и упадет под углом падения, имея траекторию пополам маленькой параболы.

Угол падения α после удара был бы равен углу падения мяча если бы не ударился.

~~Но~~ v_0 - нач. скорость мяча, α - угол, под которым бросили.

Время за которое мяч долетит до $3L$.

$$v_x = v_0 \cos \alpha \quad v_y = v_0 \sin \alpha - gt$$

$$3L = v_0 \cos \alpha t \quad h = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}$$

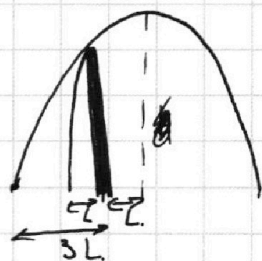
Если бы мяч летел по маленькой параболы, то с обеих сторон от столба высоты h было бы по L . (см. рисунок)

Тогда если бы мяч продолжил лететь по большой параболы он в длину пролетел бы $4L$. ($3L + L$)

Максимальная высота H находится на середине пути в длину, то есть на расстоянии $\frac{4L}{2} = 2L$ от начала движения мячика ~~по большой и маленькой и большой параболы~~

Рассмотрим маленькую параболу по L соответствует высоте h , а у большой параболы $2L$ соответствует высоте $H \rightarrow H = 4h = 0,8 \text{ м}$.

(2) Мячик не переходит за внешнюю точку параболы.



~~Мячик не переходит за внешнюю точку параболы, т.е. на расстоянии $4L$ от начала движения мяча с высотой h $H = 4h = 0,8 \text{ м}$~~
Теперь наибольшая высота, на которой мяч находится в полете это и есть $H \cdot h = 0,4 \text{ м}$ - ответ.

По ЗСЭ. $\frac{mv_0^2}{2} = mgh + \frac{mv^2}{2}$, где v_0 - нач. скорость, v - скорость на высоте h . После удара мяч полетит с той же скоростью вниз (v).

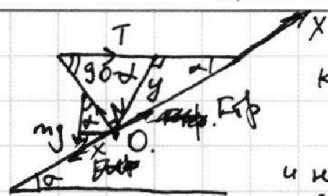
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Разобьем штифт на стержень, $F_T = mg$ приложена к середине стержня и направлена вниз.

Сила натяжения T приложена к краю стержня и направлена горизонтально по штифту.

Сила реакции опоры N вверх по стержню, $F_{тр}$ - сила трения по клину, приложена к концу (нижнему) стержня.

1) Стержень в покое, запишем правило моментов относительно точки O .

mg составляет α со стержнем, T составляет $90-\alpha$ со стержнем.

Обозначим x расстояние до точки O до линии действия mg .

Обозначим y расстояние от точки O до линии действия T .

Пусть R - половина длины стержня.

Правило моментов:

$$mgx = T \cdot y, \quad mgR \cdot \sin \alpha = T \cdot 2R \cdot \cos \alpha$$

$$mg \sin \alpha = 2T \cos \alpha$$

Все в СИ: $m = \frac{2T \cos \alpha}{g \sin \alpha} = \frac{2T}{g} \cdot \operatorname{ctg} \alpha = \frac{2 \cdot 17,3}{10} \cdot \sqrt{3} \approx 60$

2) Введём ось Ox по клину вверх. Стержень покоится $a=0$, действует сила трения покая $F_{тр}=0$

3) Введём ось Oy перпендикулярно клину вверх.

Проекция на ось Oy :

$$N = T \cdot \sin \alpha + mg \cos \alpha$$

Все в СИ: $N = 17,3 \cdot \frac{1}{2} + 6 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} (17,3 + 60\sqrt{3}) \approx 55,173 \approx 60,55 \text{ Н}$

$$F_{тр \text{ экон}} = \mu \cdot N = \mu \cdot 60,55 \text{ Н}$$

Чтобы стержень был в покое:

$F_{тр \text{ экон}} \geq$ проекция всех сил на ось Ox .

Проекция на ось Ox :

$$F_{тр x} = -mg \cdot \sin \alpha + T \cdot \cos \alpha$$

Все в СИ: $F_{тр x} = 17,3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 6 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} = 8,65\sqrt{3} - 30 \approx 14,9645 - 30 \approx -15 \text{ Н}$

$$F_{тр} = 30 - 15 = 15 \text{ Н}$$

$$\mu N \geq 15 \text{ Н} \quad \mu \geq \frac{15}{60,55} \quad \mu \geq \frac{1500}{6055} \approx \frac{1}{4} \text{ ответ}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик
№4

1) $P_H = \frac{U^2}{R} = \frac{10000 \text{ В}^2}{25 \text{ Ом}} = 400 \text{ Вт}$ - ответ.

2) P, Вт

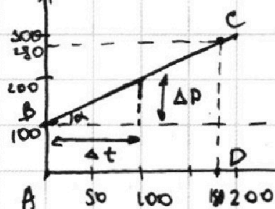


График - прямая вида $y = kx + b$, где $y = P$
 $k = \text{tg} \alpha = \frac{\Delta P}{\Delta t}$, $b = 100$, $x = t$ (время)

$P = \frac{\Delta P}{\Delta t} \cdot t + 100$

Из графика: $\frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{100 \text{ Вт}}{100 \text{ с}} = 1 \frac{\text{Вт}}{\text{с}}$

$Q = P_H T - P T = c m \Delta t = c m (t_1 - t_0)$ $P = t + 100$ (P по формуле).

$P = (T + 100)_{\text{Вт}} = 280 \text{ Вт}$.

$P T$ - площадь под графиком, основание трапеции $ABCD = 100$ и 280 , высота 180 .

$S = \frac{AB + CD}{2} \cdot AD = \frac{100 + 280}{2} \cdot 180 = 380 \cdot 90 = 34200 \Rightarrow P T = 34200 \text{ Дж}$

$c m (t_1 - t_0) = P_H T - P T$, $m = V \cdot \rho = 920 \text{ м}^3 \cdot 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 920000 \text{ кг}$

Все в СИ: $t_1 = \frac{P_H T - P T + c m t_0}{c m} = \frac{400 \cdot 180 - 34200 + 4200 \cdot 16}{4200} = \frac{72000 - 34200 + 67200}{4200}$

$= \frac{105000}{4200} = 25 \text{ }^\circ\text{C}$.

ответ.

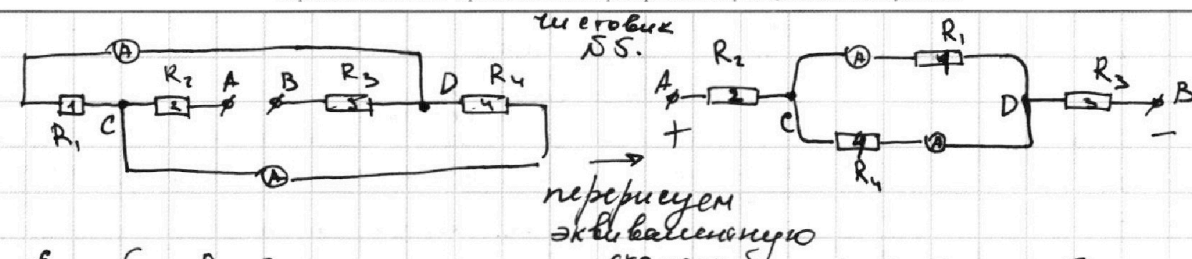
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Если бы $R_1 = R_4$, то показания амперметров были бы одинаковыми, т.к. ^{напряжение} на концах C и D одинаковое и по верхней и по нижней ветви, и сопротивления одинаковые \Rightarrow токи через амперметры были бы одинаковыми.

Значит: $R_1 \neq R_4 \Rightarrow R_1 = R_3$ или $R_1 = R_2$
 $R_4 = R_2$ или $R_4 = R_3$

1) Предположим, что наибольший ток I_1 течёт через верхний резистор R_1 и у R_1 сопротивление 60 Ом , тогда напряжение U_1 между C и D было бы $U_1 = I_1 \cdot R_1 = 2 \text{ А} \cdot 60 \text{ Ом} = 120 \text{ В}$, а ток через резистор R_4 $I_2 = \frac{U_1}{R_4}$, $R_4 \neq R_1 \Rightarrow R_4 = 30 \text{ Ом}$. $I_2 = \frac{120 \text{ В}}{30 \text{ Ом}} = 4 \text{ А}$, но по условию

$I_1 > I_2$, а значит предположение неверное и ток I_2 течёт через резистор с сопротивлением 30 Ом , тогда $U_1 = I_1 R_4$, где $R_4 = 30 \text{ Ом}$
 $\Rightarrow U_1 = 2 \text{ А} \cdot 30 \text{ Ом} = 60 \text{ В}$, ток $I_2 = \frac{U_1}{R_1} = \frac{60 \text{ В}}{60 \text{ Ом}} = 1 \text{ А}$. $I_2 < I_1$, значит это предположение верно. $I_2 = 1 \text{ А}$ ← ответ.

2) Через R_1 течёт I_2 , а через R_4 течёт I_1 , по I правому закону Кирхгофа узел C выдает $I_1 + I_2 = I_3 = 1 + 2 \text{ А} = 3 \text{ А}$ (предположим, что $A_1 +$, а $B_1 -$) и из узла D вытекает $I_3 = 3 \text{ А}$.

Рассчитаем все мощности (в индексе номер резистора из моего рисунка)
 $P_1 = I_2^2 R_1 = (1 \text{ А})^2 \cdot 60 \text{ Ом} = 60 \text{ Вт}$
 $P_4 = I_1^2 R_4 = (2 \text{ А})^2 \cdot 30 \text{ Ом} = 120 \text{ Вт}$
 $P_2 = I_3^2 R_2$ $P_3 = I_3^2 R_3$, предположим, что $R_2 = 30 \text{ Ом}$ $R_3 = 60 \text{ Ом}$
 т.к спрашивают о том какие мощности, но не спрашивают где конкретно, а однозначно мы определить где какое сопротивление не можем. $P_2 = (3 \text{ А})^2 \cdot 30 \text{ Ом} = 270 \text{ Вт}$ $P_3 = I_3^2 R_3 = (3 \text{ А})^2 \cdot 60 \text{ Ом} = 540 \text{ Вт}$.

Ответ: 60 Вт, 120 Вт, 270 Вт, 540 Вт.



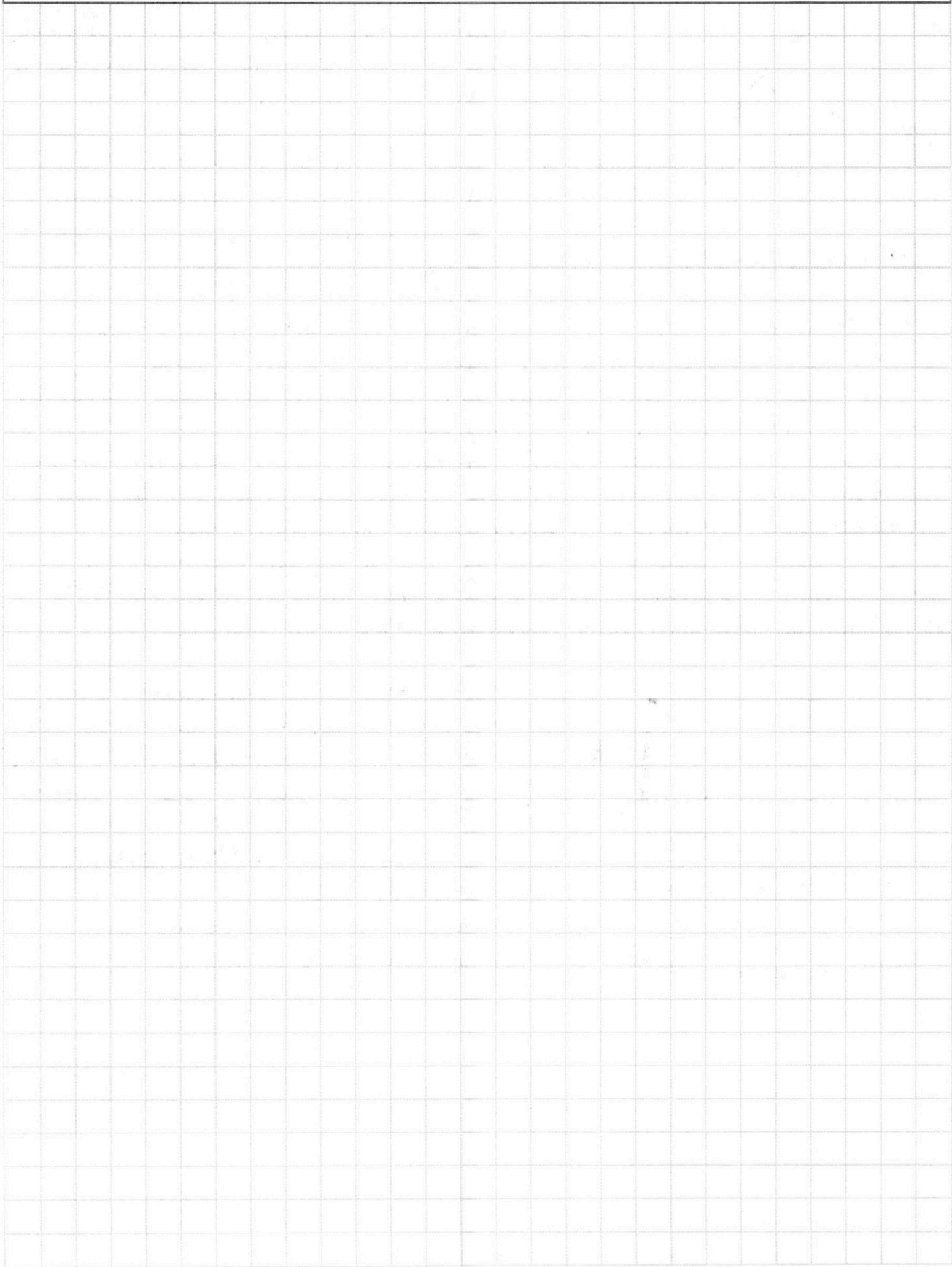
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



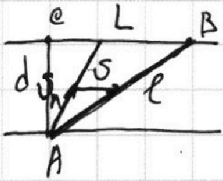
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



\vec{v}_1 - скорость движения центра тяжести.

$$\vec{v}_1 = \vec{v} + \vec{v}_{n1}$$

$\vec{v}_{n1} \perp \vec{v}$

$$|\vec{v}_{n1}| = |\vec{v}_{n2}|$$

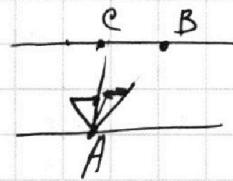
$$l = \sqrt{d^2 + L^2}$$

$$T_1 = \frac{l}{v} = \frac{\sqrt{d^2 + L^2}}{|\vec{v} + \vec{v}_{n1}|}$$

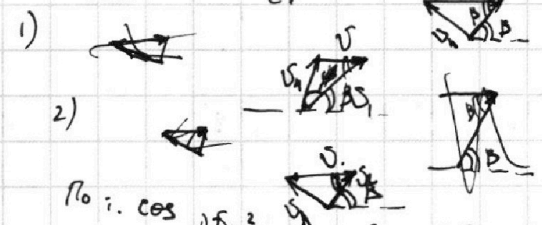
$$T_2 = \frac{\sqrt{L^2 + d^2}}{|\vec{v} + \vec{v}_{n2}|} = \frac{l}{v_2}$$

$$v_1 = \frac{\sqrt{L^2 + d^2}}{T_1} = \frac{\sqrt{2500 + 14400} \cdot 100}{700} = \frac{150 \cdot 400}{100} = 150 \frac{m}{c}$$

$$v_2 = \frac{130}{240} = \frac{13}{24} \frac{m}{c}$$



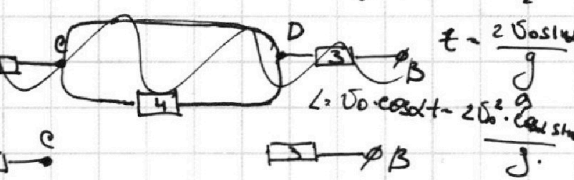
$$\begin{array}{r} \times 120 \\ 2400 \\ 12 \\ \hline 14400 \\ + 2500 \\ \hline 16900 \\ \sqrt{} = 130 \end{array}$$



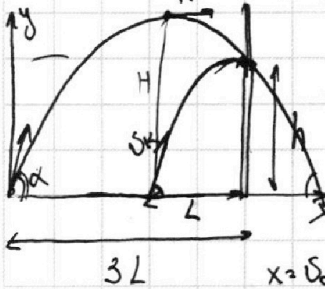
1) $v_{n1}^2 = v^2 + v_1^2 - 2vv_1 \cos \beta$
 2) $v_{n2}^2 = v^2 + v_2^2 - 2vv_2 \cos \beta$
 $v_1^2 - 2vv_1 \cos \beta = v_2^2 - 2vv_2 \cos \beta$

$$H = \frac{v^2 \cos^2 \alpha}{2g \sin^2 \alpha}$$

$\frac{m v^2 \cos^2 \alpha}{2} = mgh$
 $h = \frac{v^2 \cos^2 \alpha}{2g}$
 $L \cdot v \cos \alpha = 2v^2 \frac{\cos^2 \alpha}{g}$



$U = IR = 2A \cdot 30 = 60B$
 $\frac{60}{20} = 1A \cdot \text{ctg}^2 \alpha = \frac{h}{L}$
 $3A \cdot 2A \cdot 60 = 120$
 $\frac{2g L \cos^2 \alpha}{2 \sin^2 \alpha} = gh \Rightarrow h = \frac{2g L \cos^2 \alpha}{2g \sin^2 \alpha} = \frac{L \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}$



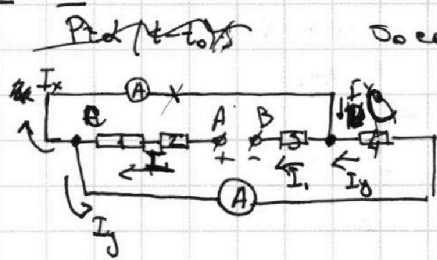
$$x = v_0 \cos \alpha t = 3L$$

$$y = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2} = h$$

$$v_0 \cos \alpha = \frac{3L}{t}$$

$$v_0 \sin \alpha = \frac{h}{t}$$

$$v_0 \cos \alpha = \frac{3L}{t}$$



$I_x R = I_y R$
 $I_x r = I_y R$
 $\frac{m v^2 \cos^2 \alpha}{2} = mgh$
 $L = \frac{v^2 \sin^2 \alpha}{g} \Rightarrow v_x = \sqrt{\frac{2g L}{\sin^2 \alpha}} = \frac{\sqrt{2g L}}{\sin \alpha}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$P_H = \frac{v^2}{R} = \frac{100.000}{25} = 4000 \text{ Вт.}$$

Из графика
коэф. наклона $\alpha = 1$.

$$Q_B = P_H \tau - P$$

$$Q_B = c m \Delta t$$

$$k_{\text{ит}} = x + 100.$$

$$c \cdot V \cdot \rho \cdot (T_1 - t_0) = P_H \cdot T - P$$

$$c V \rho t_1 - c V \rho t_0 = P_H T - (T + 100)$$

$$P = T + 100$$

$$P_H = T + 100 = 280 \text{ Вт.}$$

$$t_1 = \frac{P_H T - T + 100 + c V \rho t_0}{c V \rho m} = \frac{4000 \cdot 180 - 180 - 100 + 4200 \cdot 18}{4200}$$

$$= 180 / 4000$$

$$\begin{array}{r} 10000 / 25 \\ -100 \quad 400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3180 \\ \times 4000 \\ \hline 72000 \\ + 67200 \\ \hline 139200 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4200 \\ \times 18 \\ \hline 252 \\ 42 \\ \hline 67200 \\ - 1280 \\ \hline 66920 \\ + 72000 \\ \hline 139200 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 66920 / 4200 \\ \underline{420} \\ 2292 \end{array}$$

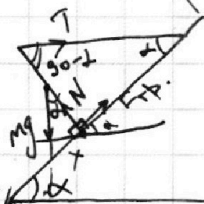
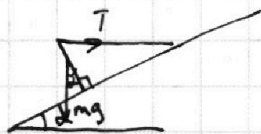
Применяется
т.е.

$$\begin{array}{r} 7380 \\ \times 30 \\ \hline 54200 \\ 1 \\ \times 4200 \\ \hline 252 \\ 42 \\ \hline 67200 \\ + 72000 \\ \hline 139200 \\ - 34200 \\ \hline 105000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27 \\ \times 54 \\ \hline 3180 \\ \times 4000 \\ \hline 72000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 205120 / 4200 \\ \underline{1280} \\ 3812 \\ \underline{3780} \\ 3200 \\ \underline{2940} \\ 2600 \\ \underline{2520} \\ 800 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1050 / 42 \\ \underline{84} \\ 210 \\ \underline{210} \end{array}$$



$$mg \cos \alpha = T \sin \alpha$$

$$T \sin \alpha = T \cos \alpha$$

$$T \sin \alpha = T \cos \alpha$$

Exp. в папулюе.

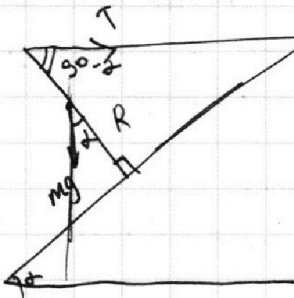
ax: $mg \sin \alpha$

mg

$mg \cos \alpha$

$mg R$

$$\sin \alpha = \frac{x}{mg} \Rightarrow x = 2mg$$



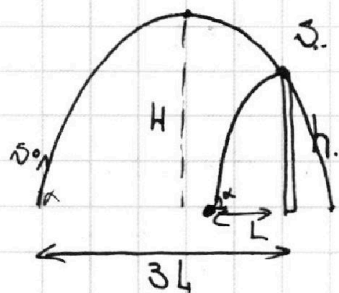
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

$$3L = v_0^2 \cos^2 \alpha \cdot t$$

$$h = v_0 \cos \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$

$$2L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2g} \Rightarrow \frac{12L}{2g} = \frac{12}{2g} \cdot \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2} \Rightarrow H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

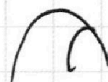
$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

$$\frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2L} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{H} \Rightarrow \frac{2 \sin 2\alpha}{2L} = \frac{\sin^2 \alpha}{H} \Rightarrow \frac{2 \sin 2\alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{2L}{H}$$

$h, L.$

$L \rightarrow h$

$H \rightarrow 2L.$



$h \rightarrow L.$

$$\frac{m v_0^2}{2} = m g H$$

$$\frac{m v_0^2}{2} = m g H + \frac{m v_0^2 \cos^2 \alpha}{2}$$

$$v = \sqrt{v_0^2 \cos^2 \alpha + v_0^2 \sin^2 \alpha} = v_0 \sqrt{v_0^2 \cos^2 \alpha + 0}$$

$$m g H + \frac{m v_0^2 \cos^2 \alpha}{2} = m g h + \frac{m v_0^2}{2}$$

$$v = v_0 \cos \alpha$$

$$v = v_0 \sin \alpha - g t$$

