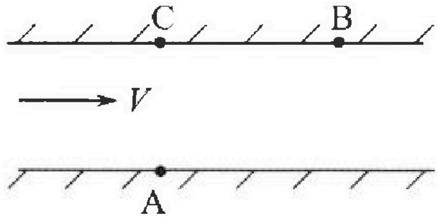
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 09-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. Пловец трижды переплывает реку. Движение пловца прямолинейное. Скорость пловца в подвижной системе отсчета, связанной с водой, во всех заплывах одинакова по модулю.

В двух первых заплывах А – точка старта, В – точка финиша (см. рис., V - неизвестная скорость течения реки). Ширина реки $AC = d = 70$ м, снос, т.е. расстояние, на которое пловец смещается вдоль реки к моменту достижения противоположного берега, $CB = L = 240$ м.

Продолжительность первого заплыва $T_1 = 192$ с, продолжительность второго заплыва $T_2 = 417$ с.

1) Найдите скорости V_1 и V_2 пловца в лабораторной системе отчета в первом и втором заплывах.

2) Найдите скорость U пловца в подвижной системе отсчета, связанной с водой.

В третьем заплыве пловец стартует из точки А и движется так, что снос минимальный.

3) Найдите продолжительность T третьего заплыва.

2. Футболист на тренировке наносит удары по мячу, лежащему на горизонтальной площадке и направляет мяч к вертикальной стенке. После абсолютно упругого соударения со стенкой мяч падает на площадку. Наибольшая высота, на которой находится мяч в полете, $H = 16{,}2$ м.
Расстояние от точки старта до стенки в 5 раз больше расстояния от стенки до точки падения мяча на площадку.

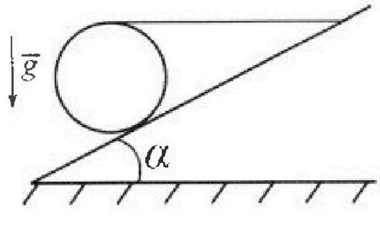
1) На какой высоте h происходит соударение мяча со стенкой?

2) Найдите продолжительность t_1 полета мяча от старта до соударения со стенкой.

Допустим, что в момент соударения мяча со стенкой на той же высоте h, стенка движется навстречу мячу со скоростью $U = 2$ м/с.

3) Найдите расстояние d между точками падения мяча на площадку в случаях: стенка покоится, стенка движется.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Сопротивление воздуха пренебрежимо мало. Соударения мяча со стенкой абсолютно упругие. Траектории мяча лежат в вертикальной плоскости перпендикулярной стенке.



3. Однородный шар массой $m = 3$ кг удерживается на шероховатой наклонной плоскости горизонтальной нитью, прикрепленной к шару в его наивысшей точке. Наклонная плоскость образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin\alpha = 0{,}6$.

1) Найдите силу T натяжения нити.

2) Найдите силу F_{TP} трения, действующую на шар.

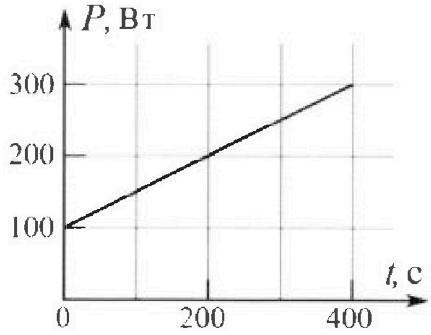
3) При каких значениях коэффициента μ трения скольжения шар будет находиться в покое? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 09-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

4. Воду нагревают на электроплитке. Начальная температура воды $\tilde{t}_0 = 14\ ^0$C, объем воды $V = 2$ л. Сопротивление спирали электроплитки $R = 20$ Ом, сила тока в спирали $I = 5$ А.



Зависимость мощности P тепловых потерь от времени t представлена на графике (см. рис.).

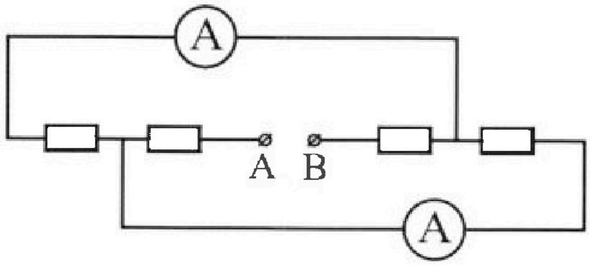
1) Найдите мощность P_H нагревателя.
2) Через какое время T после начала нагревания температура воды станет равной $\tilde{t}_1 = 25\ ^0$C?

Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м^3, удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг$\cdot^0$C).

5. В электрической цепи, схема которой представлена на рисунке, четыре резистора, у двух из которых сопротивление по 20 Ом, у двух других сопротивление по 40 Ом. Сопротивление амперметров пренебрежимо мало.

После подключения к клеммам А и В источника постоянного напряжения показания амперметров оказались различными. Меньшее показание $I_1 = 1$ А.

1) Найдите показание I_2 второго амперметра.
2) Найдите напряжение U источника.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

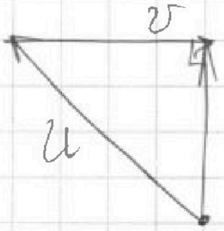
1 [X] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~Заметим, что $u > v \Rightarrow$ мы мо~~

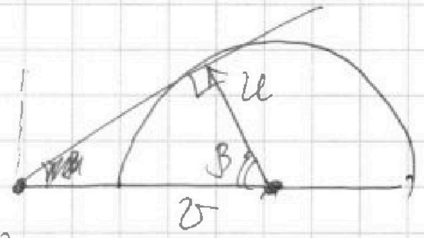
Сравнить численно u и v сложно.

Если $u > v$, то можно обеспечить движение с нулевым сносом:



В этом случае $\boxed{T = \frac{d}{\sqrt{u^2 - v^2}}}$.

Если же окажется, что $u < v$, то для обеспечения минимального сноса нужно направить скорость u следующим образом:



В этом случае составляющая скорости, направленная перпендикулярно течению, равна $u\sin(\beta)$, где $\sin(\beta) = \sqrt{1 - \frac{u^2}{v^2}}$. Время движения равно $T = \frac{d}{u\sin(\beta)}$;

$$\boxed{T = \frac{dv}{u\sqrt{v^2 - u^2}}}$$

Ответ: 1) $V_1 = \frac{\sqrt{d^2 + L^2}}{T_1}$; $V_2 = \frac{\sqrt{d^2 + L^2}}{T_2}$;

2) $U = \frac{\sqrt{d^2 + (L - VT_2)^2}}{T_2}$, где $V = \frac{(d^2 + L^2)(T_1 + T_2)}{2LT_1T_2}$;

3) если $U > V$, то $T = \frac{d}{\sqrt{U^2 - V^2}}$

если $V > U$; то $T = \frac{dV}{U\sqrt{V^2 - U^2}}$ 1.4

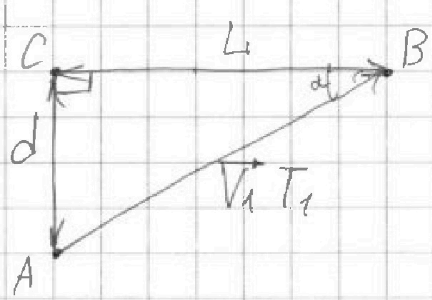
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

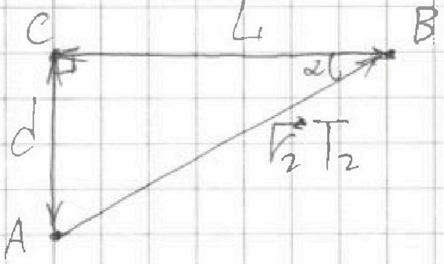
1 [X] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Т.к. скорости постоянны, то итоговая скорость при переходе из подвижной системы отсчёта, связанной с водой, итоговая скорость также будет постоянной. Сделаем чертёж:





По определению пути и скорости

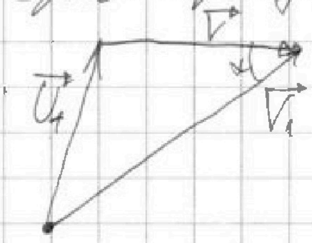
$AB = V_1 \cdot T_1 = V_2 \cdot T_2$. С другой стороны, по теореме Пифагора для $\triangle ABC$:

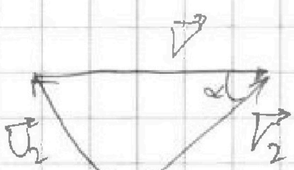
$AB^2 = AC^2 + CB^2 = d^2 + L^2$ $^{L=250м}$. Тогда $\sqrt{d^2+L^2} =$

$= V_1 T_1 = V_2 T_2 \Rightarrow$ $\boxed{V_1 = \frac{\sqrt{d^2+L^2}}{T_1}} = \frac{\sqrt{(70м)^2+(240м)^2}}{192с} =$

$= \frac{250}{192}\frac{м}{с} = \frac{125}{96}\frac{м}{с}$; $\boxed{V_2 = \frac{\sqrt{d^2+L^2}}{T_2}} = \frac{250}{417}\frac{м}{с}$.

Рассмотрим сложение векторов скоростей при переходе из подвижной в лабораторную С.О.:





$\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ — векторы скорости пловца в подвижной С.О. в первом и втором заплывах, причём $|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = v$ — искомое

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 [X] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$V_1^2 - 2VV_1\cos(\alpha) = V_2^2 - 2VV_2\cos(\alpha)$$

$$V = \frac{V_1+V_2}{2\cos(\alpha)} = \frac{\frac{\sqrt{d^2+L^2}}{T_1} + \frac{\sqrt{d^2+L^2}}{T_2}}{2\cdot\frac{L}{\sqrt{d^2+L^2}}} = \frac{\sqrt{d^2+L^2}\left(\frac{T_1+T_2}{T_1T_2}\right)}{2\cdot\frac{L}{\sqrt{d^2+L^2}}};$$

$$V = \frac{(d^2+L^2)(T_1+T_2)}{2L\,T_1T_2}$$ – скорость течения реки.

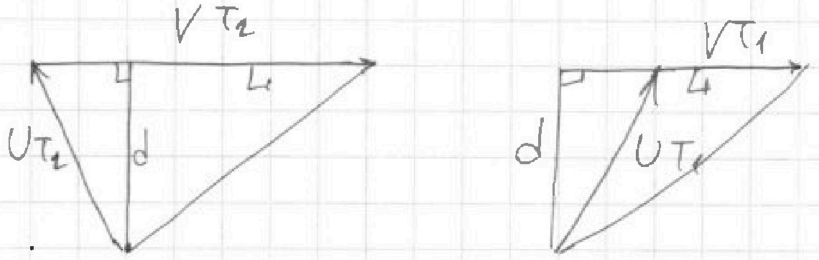
Подставим в уравнение (1):

$$U^2 = \frac{(d^2+L^2)^2(T_1+T_2)^2}{4L^2T_1^2T_2^2} + \frac{d^2+L^2}{T_1^2} - \frac{(d^2+L^2)(T_1+T_2)}{T_1^2T_2} =$$

$$= \frac{(d^4+2d^2L^2+L^4)(T_1^2+2T_1T_2+T_2^2) + 4L^2(d^2+L^2)T_2^2 - 4L^2T_2(d^2+L^2)(T_1+T_2)}{4L^2T_1^2T_2^2} =$$

*

Перейдём к треугольникам перемещений:



По теореме Пифагора:

$$\begin{cases} d^2+(L-VT_2)^2 = U^2T_2^2 \\ d^2+(L-VT_1)^2 = U^2T_1^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} L-VT_2 = \sqrt{U^2T_2^2-d^2} \\ L-VT_1 = \sqrt{U^2T_1^2-d^2} \end{matrix}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{L-\sqrt{U^2T_2^2-d^2}}{L-\sqrt{U^2T_1^2-d^2}} \Rightarrow LT_2 - T_2\sqrt{U^2T_1^2-d^2} = LT_1 - T_1\sqrt{U^2T_2^2-d^2}$$

Разделим уравнения:

1.2

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\cancel{L(T_2-T_1)} = \frac{d^2+L^2-2VLT_1+V^2T_1^2}{d^2+L^2-2VLT_2+V^2T_2^2} = \frac{T_1^2}{T_2^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (d^2+L^2)T_2^2 - 2VLT_1T_2^2 + \cancel{V^2T_1^2T_2^2} =$$

$$= (d^2+L^2)T_1^2 - 2VLT_2T_1^2 + \cancel{V^2T_1^2T_2^2}$$

$$2VLT_1T_2\cancel{(T_1-T_2)} = \cancel{(T_1-T_2)}(T_1+T_2)(d^2+L^2)$$

$$V = \frac{(d^2+L^2)(T_1+T_2)}{2LT_1T_2}$$ — скорость течения реки.

Подставим:

$$d^2 + \left(L - \frac{(d^2+L^2)(T_1+T_2)}{2LT_1}\right)^2 = U^2T_2^2$$

$$U^2T_2^2 = d^2 + \left(\frac{2L^2T_1 - d^2T_1 - L^2T_1 - d^2T_2 - L^2T_2}{2LT_1}\right)^2 =$$

$$= d^2 + \left(\frac{L^2(T_1-T_2) - d^2(T_1+T_2)}{2LT_1}\right)^2 =$$

$$= \frac{4L^2d^2T_1^2 + L^4(T_1-T_2)^2 - 2L^2d^2(T_1^2-T_2^2) + d^4(T_1+T_1)^2}{4L^2T_1^2} =$$

$$= \frac{4L^2d^2T_1^2 + L^4T_1^2 - 2L^4T_1T_2 + L^4T_2^2 - 2L^2d^2T_1^2 + 2L^2d^2T_2^2 + d^4T_1^2 + 2d^4T_1T_2 + d^4T_2^2}{4L^2T_1^2}$$

$$U^2T_2^2 = \frac{d^4(T_1+T_2)^2 + 2L^2d^2(T_1^2+T_2^2) + L^4(T_1-T_2)^2}{4L^2T_1^2}$$

$$\boxed{U = \frac{\sqrt{d^4(T_1+T_2)^2 + 2L^2d^2(T_1^2+T_2^2) + L^4(T_1-T_2)^2}}{2LT_1T_2}}$$

$$U^2 = \frac{d^4(T_1+T_2)^2 + 2L^2d^2(T_1^2+T_2^2) + L^4(T_1-T_2)^2}{4L^2T_1^2T_2^2}$$

1.3

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

В момент достижения максимальной высоты вертикальная составляющая скорости равна $0 \Rightarrow v_{0y} = gt_0$, где t_0 — время достижения этой высоты. Тогда

$$H = v_{0y} t_0 - g\frac{t_0^2}{2} = \frac{v_{0y}^2}{2g} \Rightarrow v_{0y} = \sqrt{2gH}.$$

Запишем уравнение достижения высоты $h = \frac{5}{9}H$,

$$v_{0y} t - g\frac{t^2}{2} = h = \frac{5}{9}H = \sqrt{2gH}\, t - g\frac{t^2}{2}$$

$$t^2 - 2\sqrt{\frac{2H}{g}}\, t + \frac{10H}{9g} = 0$$

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g}} \pm \sqrt{\frac{2H}{g} - \frac{10H}{9g}} = \sqrt{\frac{2H}{g}} \pm \sqrt{\frac{8H}{9g}}$$

Данное выражение имеет два положительных корня — нас интересует наибольший, т.к. видно, что мяч ударился при втором достижении высоты h. Тогда:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}} + \sqrt{\frac{8H}{9g}} \quad \Bigg| \quad t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}}\left(1 + \sqrt{\frac{4}{9}}\right)$$

$$\boxed{t_1 = \frac{5}{3}\sqrt{\frac{2H}{g}} = 3{,}0 c}$$

Время полного полёта мяча тогда равно $2t_0 = 2\frac{v_{0y}}{g} = 2\sqrt{\frac{2H}{g}} = \tau$ и фиксированно вне зависимости от соударения со стенкой. Тогда, время падения от соударения ~~до~~ до земли равно $t_2 = \tau - t_1$;

$$t_2 = \sqrt{\frac{2H}{g}}\left(2 - \frac{5}{3}\right) \quad \Bigg| \quad t_2 = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{2H}{g}}.$$

2.2

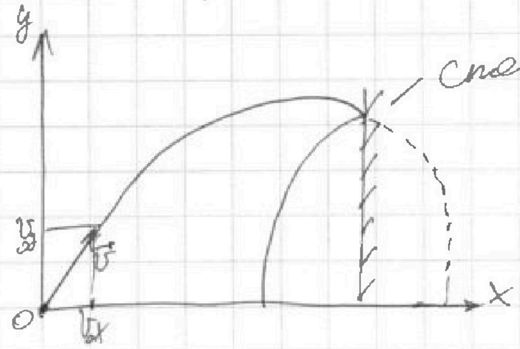
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим полет мяча:



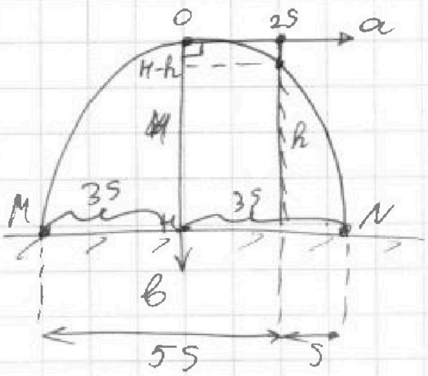
$$y = v_y t - g\frac{t^2}{2}$$

$$x = v_x t \Rightarrow t = \frac{x}{v_x}$$

$$y = \frac{v_y x}{v_x} - \frac{g x^2}{2 v_x^2}$$ — уравнение параболы.

Заметим, что после упругого соударения ~~скорость v_x~~ проекция v_y не меняется, а v_x меняется на $-v_x$. Если симметрично отразить относительно стенки участок ~~и~~ траектории мяча после удара, то мы получим участок, принадлежащий параболе траектории тела до удара.

Введем другие оси координат a и b:



$b = ka^2$, где k — некоторая постоянная. ~~Получим уравнение~~

По условию от M до стенки 5S, от N до стенки S. Тогда от O до стенки 2S, т.к. Ob ~~симметрична~~ и лежит вдоль оси симметрии параболы. Тогда:

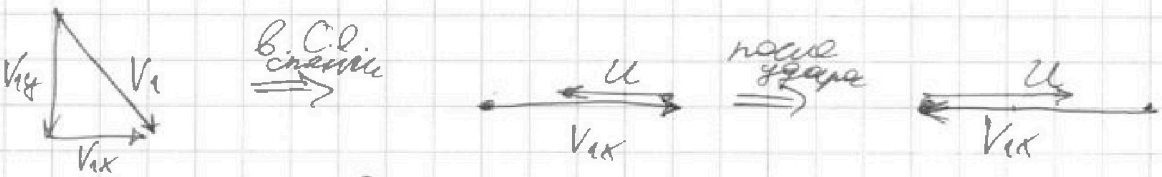
$$H = k\cdot(3S)^2 = 9kS^2$$

$$H - h = k\cdot(2S)^2 = 4kS^2 = \frac{4}{9}H \Rightarrow \boxed{h = \frac{5}{9}H = 9{,}0\text{ м}}$$

2.1

В силу того, что мячи двигались одинаково до соударения в случаях подвижной и неподвижной стенки, то прямо перед соударением они будут ~~и~~ иметь одинаковую скорость V_1. Пусть её горизонтальная проекция равна V_{1x}.

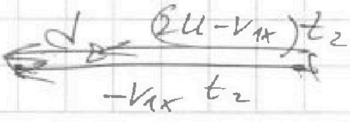
Рассмотрим упругое соударение в С.О. стенки — в ней скорость мяча изменяется на противоположную по горизонтали и сохраняется по вертикали. Тогда:



Земля $\quad u$, при переходе обратно в земную С.О. ~~и~~ итоговая скорость по горизонтали равна ~~V_{1x} $2u-V_{1x}'$~~:
$2u - V_{1x} = V_{1x}'$ (в проекции на Ox).
~~Если соударения с неп~~
~~Когда~~

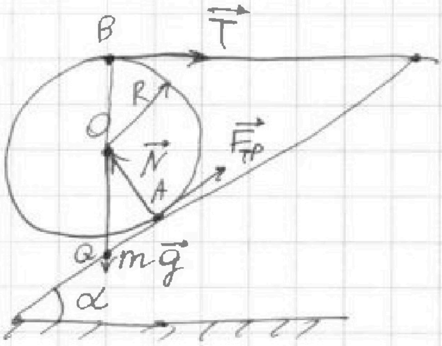
Когда стенка неподвижна, то V_{1x} сохраняется и после удара ~~из~~ мяч смещается на $-V_{1x}\cdot t_2$ по оси X. Если стенка двигается, то мяч смещается с того же места на $(2u-V_{1x})t_2 \Rightarrow$
$\Rightarrow$ разность этих расстояний равна искомому $d = 2ut_2$

$$\boxed{d = \frac{2u}{3}\sqrt{\frac{2H}{g}} = 2,4\,м}$$



$\boxed{2.3}$

Расставим силы, действующие на шар:

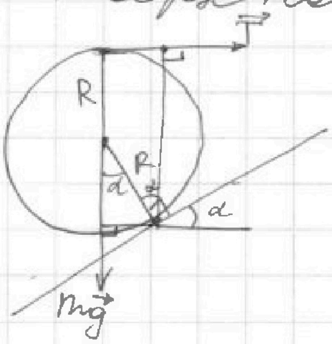


Уравнение равновесия:

$$\vec{T} + m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{ТР} = 0,$$

где $\vec{N}$ – сила реакции опоры. Она направлена в центр шара O, т.к. направлена по нормали к соприкасающейся поверхности (сила трения $\vec{F}_{ТР}$ направлена по касательной и $\vec{N} \perp \vec{F}_{ТР}$).

Запишем правило моментов относительно точки A, соприкасающейся с шаром и поверхностью:



$$T \cdot R(1+\cos(\alpha)) = mgR\sin(\alpha),$$

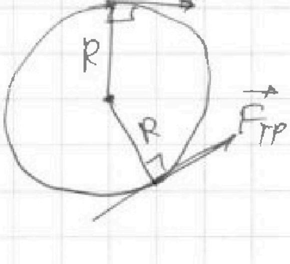
где R – радиус шара. Плечи сил можно найти из геометрии.

$$\sin(\alpha) = 0{,}6 \Rightarrow \cos(\alpha) = \sqrt{1-0{,}6^2} = 0{,}8.$$

Тогда: $T = mg\left(\frac{\sin(\alpha)}{1+\cos(\alpha)}\right) = \frac{mg}{3}$;

$\boxed{T = 10 H}$.

Теперь запишем правило моментов относительно центра шара O:



$$T \cdot R = F_{ТР} \cdot R \Rightarrow \boxed{F_{ТР} = \frac{mg}{3} = 10H}.$$

По закону Амонтона-Кулона $F_{ТР} \leq \mu N$.

$\boxed{3.1}$

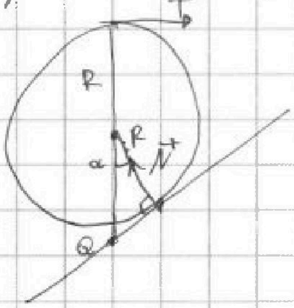
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Запишем правило моментов относительно точки Q – это продолжение BO, пересекающееся с наклонной плоскостью:



$$N \cdot R\, tg(\alpha) = T \cdot R\left(1 + \frac{1}{\cos(\alpha)}\right)$$

$$tg(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \frac{0{,}6}{0{,}8} = \frac{3}{4}$$

$\cos(\alpha) = 0{,}8 = \frac{4}{5}$. Тогда:

$$N \cdot \frac{3}{4} = \frac{mg}{3} \cdot \left(1 + \frac{5}{4}\right) = \frac{mg}{3} \cdot \left(\frac{9}{4}\right)$$

$N \cdot \frac{3}{4} = mg \cdot \frac{3}{4} \Rightarrow N = mg = 30Н$ – сила реакции опоры. Тогда $F_{тр} \leq \mu N \Rightarrow \frac{mg}{3} \leq \mu \cdot mg \Rightarrow$

$\Rightarrow$ ~~...~~ $\boxed{\mu \geq \frac{1}{3}}$.

Ответ: 1) $T = 10Н$; 2) $F_{тр} = 10Н$; 3) $\mu \geq \frac{1}{3}$.

$\boxed{3.2}$

~~..~~ Примечание:

Во всей работе соблюдается нумерация – в углу листов написано $\boxed{m.n}$, где m – номер задачи, n – ~~страни~~ порядковая страница решения задачи m.

вода впервые нагрелась до t_1, а T_2 — моменту, когда вода начала остывать из-за теплопотери и остыла до t_1, если бы закон теплопотерь оставался прежним. Однако, на графике дан участок до $t \approx 400c$, а $T_2 > 400c \Rightarrow$ мы ничего не знаем о дальнейшем нагревании. Значит, остаётся только один ответ T_1: $\boxed{T = 280c}$

Ответ: 1) $P_H = 500$ Вт ; 2) $T = 280c$.

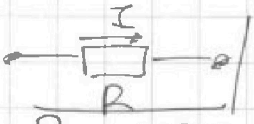
$\boxed{4.2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим протекание тока через плитку:



По закону Джоуля-Ленца тепловая мощность $P_н$, которая на ней выделяется, равна

$P_н = I^2 R$ $\boxed{P_н = 500\,Вт}$.

Из графика $P(t)$ можно вывести зависимость: $P(t) = P_0 + kt$, где $P_0 = 100\,Вт$; $k = 0{,}5\ \frac{Вт}{с}$. Малое количество теплоты $dQ_{тп}$, забираемое окружающей средой за время dt равно $dQ_{тп} = P \cdot dt$, где P - мощность в конкретный момент времени t.

$dQ_{тп} = kt\,dt + P_0\,dt$ (1) Чтобы найти общее количество теплоты $Q_{тп}$, забранное окружающей средой на промежутке $[0; T]$, нужно проинтегрировать данное выражение (1). Получим:

$$Q_{тп} = \frac{kT^2}{2} + P_0 T.$$

За время T на плитке выделится

$$Q = P_н \cdot T = I^2 R T.$$

Запишем уравнение теплового баланса:

$$Q - Q_{тп} = c\rho V(t_1 - t_0);$$

$$P_н T - P_0 T - \frac{kT^2}{2} = c\rho V(t_1 - t_0);$$

$$T^2 - \frac{2(P_н - P_0)}{k} \cdot T + \frac{2c\rho V(t_1 - t_0)}{k} = 0$$

Найдём корни данного квадратного уравнения: $T_1 = 280\,с$; $T_2 = 1320\,с$.

Оба корня имеют физический смысл — T_1 соответствует тому моменту, когда

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что в выборе R_{AC} и R_{BD} разницы нет, т.к. остались резисторы 20Ω и 40Ω, суммарно $R_{AC}+R_{BD}=60\Omega$. Тогда:

$U = 3A \cdot 60\Omega + 1A \cdot 40\Omega$ | $\boxed{U = 220B}$.

5.2

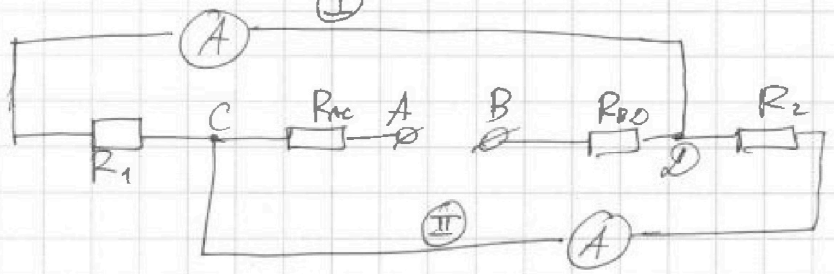
Ответ: 1) $I_2 = 2A$; 2) $U = 220B$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

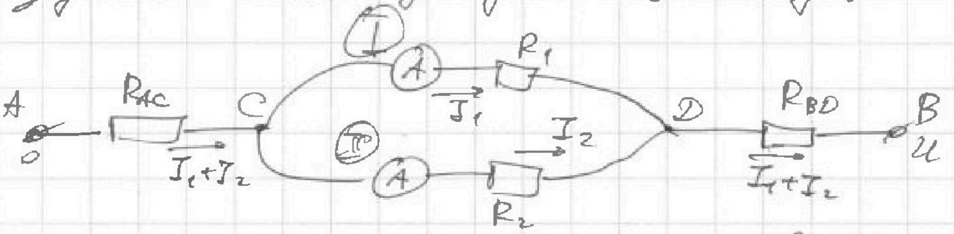
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



Пусть ветви ~~амперметров~~ с амперметрами будут I и II.

Преобразуем исходную схему:



Заметим, что нет разницы, в какой ветви ток больше — они абсолютно равноправны между собой в этом плане. Будем считать, что I течёт $I_1 < I_2$. Напряжение на участке CD равно по закону Ома: $U_{CD} = I_1R_1 = I_2R_2 \Rightarrow I_2 = I_1\cdot\frac{R_1}{R_2}$. По условию $I_1 \neq I_2 \Rightarrow R_1 \neq R_2$. Также сказано, что $I_1 < I_2 \Rightarrow R_2 < R_1$ в силу дроби. Тогда, исходя из предлагаемого набора резисторов можно сделать вывод, что $R_1 = 40\Omega$; $R_2 = 20\Omega$. Тогда $I_2 = 2I_1$; $\boxed{I_2 = 2A}$.

По первому правилу Кирхгофа для узлов C и D: $I_{AC} = I_{DB} = I_1 + I_2$.

~~Заметим также, что в выборе R_{BD}~~

По закону Ома для всей цепи:

$U_{AB} = U = (I_1+I_2)(R_{AC}+R_{BD}) + I_1R_1$.

5.1

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$\frac{(d^2+L^2)(T_1+T_2)}{\Delta(T_1+T_2)} \cdot \frac{\Delta}{\sqrt{d^2+L^2}} \cdot \frac{\sqrt{d^2+L^2}}{T_1}$$

$$\cancel{d^4T_1^2+2d^4T_1T_2+d^4T_2^2+2d^2L^2T_1^2+\ldots}$$

$$417-192=225$$

$$d^2+(L-VT_1)^2=U^2T_1^2$$

$$d^2+L^2-2LVT_1+V^2T_1^2=U^2T_1^2$$

417

$$\frac{250^2\cdot 609}{2\cdot 240\cdot 417\cdot 192}$$

$$240\cdot 240=57600$$

240^2

$$576\cdot 225-49\cdot 609$$

$$576\cdot 225: \quad 2880 + 1152 + 1152 = 129600$$

129600

$$609\cdot 49: \quad 5481+2436=29841$$

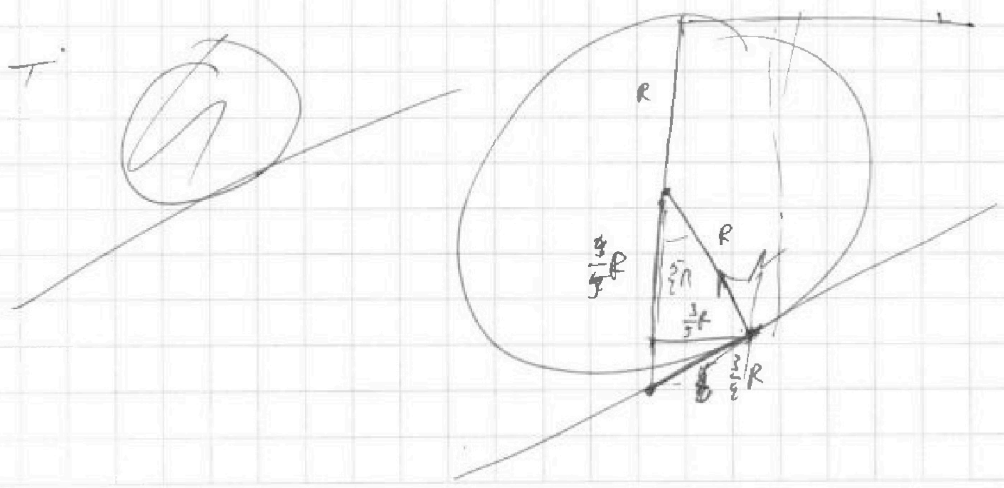
$$129600-29841=99759$$

$$\sqrt{\frac{2\cdot 16{,}2}{10}}=1{,}8$$

$$\frac{2\cdot 2}{3}\cdot 1{,}8=4\cdot 0{,}6=2{,}4\text{ м}$$

$$\frac{9}{5}:\frac{3}{5}=3$$

$$\frac{3}{4}:\frac{9}{4}=1:3$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$V_1+V_2=\frac{250}{192}+\frac{250}{417}=250\left(\frac{417+192}{417\cdot 192}\right)=\frac{250\cdot 609}{417\cdot 192}$$

$$\begin{array}{r} 417 \\ +\,192 \\ \hline 609 \end{array}$$

$$V=\frac{250\cdot 609}{2\cdot\frac{24}{25}\cdot 417\cdot 192}$$

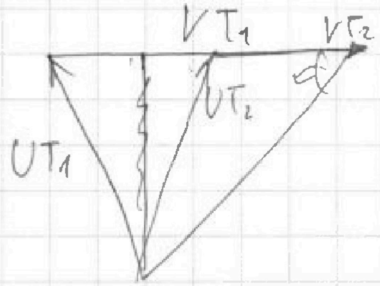
$$\begin{array}{r} 417 \\ +\,192 \\ \hline 609 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 417 \\ \times\,417 \\ \hline \end{array}$$

$$70^2+240^2=62500=250^2$$

$$\sqrt{250^2\cdot\left(\frac{\frac{1}{192^2}+\frac{1}{417^2}}{2\cdot\frac{24}{25}}\right)+\frac{250}{192}\cdot\frac{250}{417}\cdot\left(\cancel{\frac{25}{24}}-\frac{1}{24}\right)}$$

$$\sqrt{d^2+L^2}\cdot\sqrt{\frac{25}{48}\cdot\left(\frac{T_2^2+T_1^2+2T_1T_2}{T_1^2T_2^2}\right)}=\sqrt{d^2+L^2}\cdot\sqrt{\frac{25}{48}\cdot\frac{(T_1+T_2)^2}{T_1^2T_2^2}}$$

$$250\cdot\sqrt{\frac{25}{48}\cdot\frac{609^2}{}}$$



$$V=\frac{25\sqrt{d^2+L^2}}{48}$$

$$\cancel{U^2\ V^2=}$$

$$U^2=V^2+V_1^2-\cancel{\ldots}\ \frac{48VV_1}{25}$$

$$U^2=V^2+V_2^2-\frac{48VV_2}{25}$$

$$V_1^2-\frac{48VV_1}{25}=V_2^2-\frac{48VV_2}{25}\to V\cdot\frac{48}{25}(V_1-V_2)=V_1^2-V_2^2$$

$$\cancel{\frac{48}{25}V=}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$70^2 + 240^2$

$70 \cdot 70 = 4900$

$24 \cdot 24 = 576$

$576 + 49 = 625$

$62500 : 192 = 325$

$192 : 2 = 96$

$24 \cdot 24 = 57600$

$\sqrt{2704}$

$25 \cdot 25 = 625$

$302 \cdot 302$

$250 : 192$

$\frac{125}{96}$

$250\left(\frac{1}{192} + \frac{1}{417}\right)$

$168 \cdot 22 = 3696$

$480 : 40$

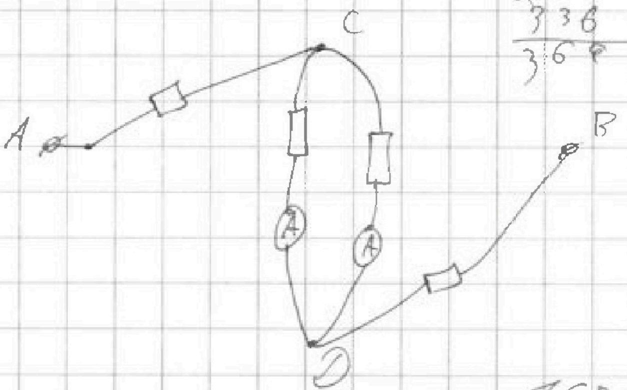
$25 \cdot 20 = 500$

$92 \cdot 92$

$4000 + 4200$

$52 \cdot 52 = 2704$

16800000



16800

$$T^2 - \frac{2 \cdot 400}{0{,}5} T + \frac{2 \cdot 4200 \cdot 1000 \cdot 11 \cdot 2}{0{,}5} = 0$$

$$T^2 - 1600T + 369600000 = 0$$

$$T = 800 \pm \sqrt{640000 - 369600} = 800 \pm 520$$

$640000 - 369600 = 270400$

$168 \cdot 22 = 3696$

$4 \cdot 4200 = 16800 \cdot 22 = 369600$

$800 - 520 = 280$

$800 + 520 = 1320$

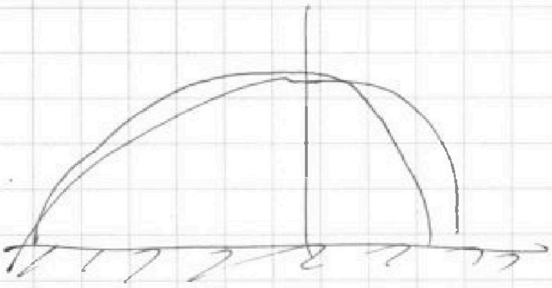
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

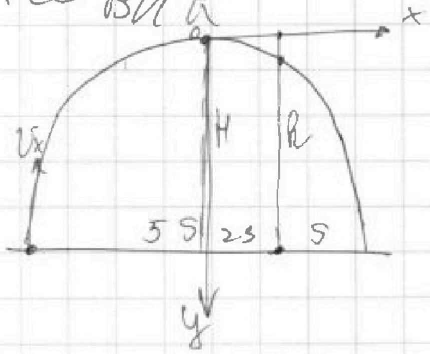
1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Черновик





$5S - 3S = 2S$

$y = kx^2$

$H = k\cdot(3S)^2 = 9kS^2$

$h = k\cdot(2S)^2 = 4kS^2$

$\Rightarrow \frac{h}{H} = \frac{4}{9}$

$h = \frac{4}{9}H$

$16{,}2 : 9 = 1{,}8$

$1{,}8 \cdot 4 = 7{,}2$

$h = 7{,}2$ м.

$\frac{18-8}{9} = \frac{10}{9}$

$\frac{v_y^2}{2g} = H \quad v_y = \sqrt{2gH}$

$\frac{18-10}{9} = \frac{8}{9}$

$\sqrt{2gH}\cdot t_1 - \frac{gt^2}{2} = h$

$16{,}2 \cdot 2 = 32{,}4$

$t^2 - 2\sqrt{\frac{2H}{g}}\,t + \frac{8H}{9g} = 0$

$t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}} + \sqrt{\frac{2H}{g} - \frac{8H}{9g}} = \sqrt{\frac{H}{g}}\cdot\left(\sqrt{2} + \frac{\sqrt{10}}{3}\right)$

$\sqrt{\frac{2\cdot 16{,}2}{}}$

$162 \cdot 2 = 324$

$18 + 18 = 124$ 8

$16{,}2 : 9 = 1{,}8$

$1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$

$\sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{}$

$1{,}8 \cdot 5 = 9{,}0$

$2\cdot 16{,}2$

$\boxed{324}$

$18 \cdot 18 = 144 + 18 = 324$

$\frac{5}{3}\cdot\sqrt{3{,}24} = \frac{5}{3}\cdot 1{,}8 = \frac{5}{3}\cdot\frac{18}{10} = \frac{5\cdot 3\cdot 6}{3\cdot 5\cdot 2} = 3$с

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~Тогда, по теореме косинусов для получившихся~~ ся векторных треугольников:

$$U^2=V^2+V_1^2-2VV_1\cos(\alpha) \quad (1)$$

$$U^2=V^2+V_2^2-2VV_2\cos(\alpha) \quad (2)$$

α - угол между $\vec{V}$ и $\vec{V_1}$, $\vec{V_2}$, а также $\angle CBA$. $\cos(\alpha)=\frac{CB}{AB}=\frac{L_1}{\sqrt{L^2+d^2}}=\frac{240}{250}=\frac{24}{25}$.

Вычтем уравнение (1) и (2):

$$\cancel{V_1^2-2VV_1\cos(\alpha)-V_2^2+2VV_2\cos(\alpha)=0}$$

$$V=\frac{V_1^2-V_2^2}{2\cos(\alpha)(V_1-V_2)}=\frac{V_1+V_2}{2\cos(\alpha)}$$ – Скорость течения реки. ~~Подставим~~ Подставим:

$$U^2=\frac{V_1^2+2V_1V_2+V_2^2}{2\cos(\alpha)}+V_1^2-2\cdot\frac{V_1+V_2}{2\cos(\alpha)}\cdot V_1\cdot\cos(\alpha)=$$

$$=\frac{V_1^2+2V_1V_2+V_2^2+2V_1^2\cos(\alpha)-2V_1^2\cos(\alpha)-2V_1V_2\cos(\alpha)}{2\cos(\alpha)}=$$

$$=\frac{V_1^2+V_2^2}{2\cos(\alpha)}+V_1V_2\left(\frac{1}{\cos(\alpha)}-1\right)$$

$$U=\sqrt{\frac{V_1^2+V_2^2}{2\cos(\alpha)}+V_1V_2\left(\frac{1}{\cos(\alpha)}-1\right)}$$

$$U=\sqrt{\frac{25(V_1^2+V_2^2)}{48}+\frac{V_1V_2}{24}} \qquad V=\frac{25(V_1+V_2)}{48}$$

$$U=\sqrt{\frac{25\cdot\left(\frac{d^2+L^2}{T_1^2}+\frac{d^2+L^2}{T_2^2}\right)}{48}+\frac{d^2+L^2}{24T_1T_2}}$$

$$\boxed{U=\sqrt{d^2+L^2}\cdot\sqrt{\frac{25}{48}\cdot\frac{(T_1+T_2)^2}{T_1^2T_2^2}}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ